

ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДЫ LP_{11} СТУПЕНЧАТОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА С КЕРРОВСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

А.В. Бурдин^{1*}, В.А. Бурдин¹

¹Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
Самара, 443010, Российская Федерация

*Адрес для переписки: bourdine@yandex.ru

Информация о статье

УДК 621.391.63; 681.7.068

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Бурдин А.В., Бурдин В.А. Дисперсионные характеристики моды LP_{11} ступенчатого волоконного световода с керровской нелинейностью // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 4. С. 16–20.

Аннотация: В работе представлен вывод аналитических выражений для дисперсионных характеристик моды LP_{11} ступенчатого волоконного световода с керровской нелинейностью для условий распространения только исследуемой моды. Решение получено при использовании метода приближения Гаусса. Представлены оценки зависимостей от интенсивности оптического излучения в световоде времени распространения и хроматической дисперсии первого и второго порядков моды LP_{11} ступенчатого оптического волокна с керровской нелинейностью.

Ключевые слова: оптическое волокно, световод, мода, радиус пятна моды, метод приближения Гаусса, ступенчатый профиль показателя преломления, нелинейность Керра, время распространения моды, хроматическая дисперсия.

Разработки в области создания волоконных лазеров для формирования ультракоротких оптических импульсов большой мощности в [1–3] и их различных приложений [4–6] делает актуальной задачу учета факторов нелинейности при определении параметров передачи мод в оптических волокнах. При этом с точки зрения оптимизации вычислительных ресурсов и экономии вычислительных ресурсов при моделировании распространения таких импульсов в оптическом волокне целесообразно использовать для этого аналитическое решение. Для оптического волокна с заданным профилем показателя преломления аналитические выражения для расчета параметров мод могут быть получены известным методом приближения Гаусса [7–10]. Данный метод базируется на аппроксимации распределения поля моды функциями Лагерра-Гаусса и поиске параметра этой аппроксимации, обеспечивающего наилучшее приближение. Поскольку при использовании данного метода предполагается, что распределение поля моды известно, то, соответственно, можно полагать, что известны и изменения профиля показателя преломления за счет действия факторов нелинейности. Это позволяет применить данный метод для вывода аналитических выражений

для параметров моды оптического волокна с заданным профилем показателя преломления с учетом керровской нелинейности. Так, в работе [11] представлен вывод аналитического решения методом приближения Гаусса для фундаментальной моды ступенчатого оптического волокна с учетом нелинейности Керра. С точки зрения моделирования оптических импульсов большой интенсивности интерес представляют и моды более высокого порядка [12], условия возбуждения которых при большой интенсивности оптического излучения могут формироваться даже в одномодовом световоде [13]. При этом известна техника селективного возбуждения мод [14–18]. Все это делает актуальной задачу исследования параметров высших мод световода с учетом фактора нелинейности.

В данной работе представлен вывод аналитических выражений для первой, второй и третьей производных по длине волны постоянной распространения моды LP_{11} ступенчатого волоконного световода с учетом керровской нелинейности и, соответственно, формулы для расчета времени распространения и хроматической дисперсии первого и второго порядков этой моды, учитывающие фактор нелинейности. Приведены оценки зависимостей дисперсионных характеристик моды LP_{11}

ступенчатого волоконного световода от интенсивности оптического излучения в световоде при условии распространения в нем только этой моды.

Рассмотрим ступенчатый волоконный световод, профиль показателя преломления которого в линейном режиме описывается формулой [19]:

$$n_S(r) = \begin{cases} n_c, & r \leq a \\ n_{cl}, & r > a \end{cases}, \quad (1)$$

где n_c, n_{cl} – показатель преломления сердцевины и оболочки световода, соответственно; a – радиус сердцевины; r – радиальная координата.

С учетом вклада нелинейности Керра распределение показателя преломления вдоль радиуса ступенчатого оптического волокна описывается формулой [19]:

$$n_N(r) = n_S(r) + n_2 \cdot I(r), \quad (2)$$

где n_2 – параметр керровской нелинейности; $I(r)$ – распределение интенсивности оптического излучения вдоль радиуса волокна.

Будем использовать метод приближения Гаусса [7-9], согласно которому распределение поля моды LP_{11} имеет вид:

$$F_m^{(l)}(x) = x \cdot \exp(-x/2); \quad x = (R/R_0)^2; \quad (3)$$

$$R = r/a; \quad R_0 = r_0/a,$$

где $F_m^{(l)}(x)$ – функция радиального распределения поля моды азимутального порядка $l = 1$ и радиального порядка $m = 1$ по сечению оптического волокна; r_0 – эквивалентный радиус пятна моды.

Тогда согласно (1)–(3), при условии распространения в световоде только моды LP_{11} , его профиль показателя преломления может быть описан как:

$$n_N(x) = n_S(R) + n_2 \cdot \frac{P_m}{\pi a^2}; \quad (4)$$

$$R_0 = r_0/a,$$

где P_m – пиковая оптическая мощность. Здесь учитывали, что радиус пятна моды волоконного световода в два раза больше его эквивалентного значения по аппроксимации Гаусса [20].

Воспользуемся общим выражением для постоянной распространения моды произвольного порядка волоконного световода с профилем произвольной формы [10, 11]:

$$\beta^2 = \int_0^\infty k^2 n^2(x) [F_m^{(l)}(x)]^2 dx - \frac{C_{l,m}}{a^2 R_0^2}, \quad (5)$$

где β – постоянная распространения моды; $k = 2\pi/\lambda$ – постоянная распространения в свободном пространстве; λ – длина волны; $n(x)$ – распределение показателя преломления материала оптического волокна вдоль радиальной координаты; $C_{l,m}$ – кон-

станта, определяемая в зависимости от азимутального и радиального порядка моды.

Подставляя (3)–(4) в (5) и интегрируя с использованием табличных интегралов [21], получаем аналитическое выражение для постоянной распространения моды LP_{11} :

$$\beta^2 = k^2 n_c^2 - k^2 NA^2 \cdot Q_1(x_0) + A_I x_0 [k^2 n_c + 2k^2 \Delta n \cdot Q_2(x_0)] + 2k^2 A_I^2 x_0^2 / 27 - 2x_0 / a^2;$$

$$Q_1(x_0) = -(x_0 + 1) \cdot \exp(-x_0); \quad (6)$$

$$Q_2(x_0) = -0.5 \cdot (x_0^2 + x_0 + 0.5) \cdot \exp(-2x_0);$$

$$A_I = n_2 \cdot \frac{P_m}{2\pi a^2}; \quad x_0 = \frac{1}{R_0^2}.$$

Здесь учитывали, что $C_{1,1} = 2$ [10, 11].

Согласно методу приближения Гаусса [7–9], уравнение относительно эквивалентного радиуса пятна моды получаем, дифференцируя выражение для постоянной распространения моды по эквивалентному радиусу пятна моды и приравнявая эту производную нулю. Это эквивалентно уравнению $\partial\beta^2/\partial x_0 = 0$. Дифференцируя (6) по x_0 и приравниваю производную нулю, получаем характеристическое уравнение для моды LP_{11} :

$$V^2 \left\{ Q_1'(x_0) + \frac{A_I}{NA^2} B + \frac{4A_I^2 x_0^2}{27NA^2} \right\} - 2 = 0,$$

где $B = \{0.5n_c + 2\Delta n [Q_2(x_0) + x_0 Q_2'(x_0)]\}$;

$$Q_1'(x_0) = x_0 \cdot \exp(-x_0); \quad (7)$$

$$Q_2'(x_0) = x_0^2 \cdot \exp(-2x_0);$$

$$V^2 = k^2 a^2 NA^2; \quad NA^2 = n_c^2 - n_{cl}^2;$$

$$\Delta n = n_c - n_{cl}.$$

Следующие выражение (8) и уравнение (9) учитывают все составляющие показателя преломления материала, обусловленные нелинейностью Керра. Для определения дисперсионных характеристик моды воспользуемся известными формулами [22]:

$$\tau = \frac{1}{c} \cdot \frac{\partial\beta}{\partial k}; \quad D = -\frac{k}{c\lambda} \cdot \frac{\partial^2\beta}{\partial k^2}; \quad (8)$$

$$S = -\frac{k^2}{c\lambda^2} \cdot \frac{\partial^3\beta}{\partial k^3},$$

где τ – время распространения; D – параметр хроматической дисперсии первого порядка; S – параметр хроматической дисперсии второго порядка; c – скорость света.

Для определения производных в (8) поступаем следующим образом. Предварительно находим производные β^2 , дифференцируя (6) по постоянной распространения k . При этом учтем, что $\partial\beta^2/\partial x_0 \equiv 0$. В результате дифференцирования, получаем:

$$\frac{\partial \beta^2}{\partial k} = \frac{\partial(k^2 n_c^2)}{\partial k} - \frac{\partial(k^2 NA^2)}{\partial k} \cdot Q_1(x_0) + A_I x_0 \cdot \left[\frac{\partial(k^2 n_c)}{\partial k} - 2 \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} Q_2(x_0) \right] + \frac{4}{27} k A_I^2 x_0^2. \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \beta^2}{\partial k^2} = \frac{\partial^2(k^2 n_c^2)}{\partial k^2} + \frac{\partial^2(k^2 NA^2)}{\partial k^2} \cdot Q_1(x_0) + \frac{\partial(k^2 NA^2)}{\partial k} \cdot Q_1'(x_0) \cdot \frac{\partial x_0}{\partial k} + A_I \frac{\partial x_0}{\partial k} \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{\partial(k^2 n_c)}{\partial k} + 2 \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} \cdot Q_2(x_0) \right] + A_I x_0 \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2(k^2 n_c)}{\partial k^2} + 2 \frac{\partial^2(k^2 \Delta n)}{\partial k^2} \cdot Q_2(x_0) + 2 \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} Q_2'(x_0) \frac{\partial x_0}{\partial k} \right] + \frac{4}{27} A_I^2 \left(x_0^2 + 2k x_0 \frac{\partial x_0}{\partial k} \right). \quad (10)$$

$$\frac{\partial^3 \beta^2}{\partial k^3} = \frac{\partial^3(k^2 n_c^2)}{\partial k^3} + \frac{\partial^3(k^2 NA^2)}{\partial k^3} Q_1(x_0) + 2A_I \frac{\partial x_0}{\partial k} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2(k^2 n_c)}{\partial k^2} + 2 \frac{\partial^2(k^2 \Delta n)}{\partial k^2} Q_2(x_0) + 2 \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} Q_2'(x_0) \frac{\partial x_0}{\partial k} \right] + A_I x_0 \left\{ \frac{1}{2} \frac{\partial^3(k^2 n_c)}{\partial k^3} + 2 \frac{\partial^3(k^2 \Delta n)}{\partial k^3} Q_2(x_0) + 4 \frac{\partial^2(k^2 \Delta n)}{\partial k^2} Q_2'(x_0) \frac{\partial x_0}{\partial k} + 2 \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} \left[\left(\frac{\partial x_0}{\partial k} \right)^2 \cdot Q_1''(x_0) + \frac{\partial^2 x_0}{\partial k^2} Q_1'(x_0) \right] \right\} + \frac{8}{27} A_I^2 \cdot \left\{ 2x_0 \frac{\partial x_0}{\partial k} + k \cdot \left[\left(\frac{\partial x_0}{\partial k} \right)^2 + x_0 \frac{\partial^2 x_0}{\partial k^2} \right] \right\}; \quad (11)$$

$$Q_1'(x_0) = (1 - x_0) \cdot \exp(-x_0);$$

$$Q_2''(x_0) = 2x_0(1 - x_0) \cdot \exp(-2x_0).$$

В выражения (9)–(11) входят первая и вторая производные параметра x_0 . Для их определения поступим следующим образом. Продифференцируем уравнение (7) и приведем его к виду:

$$\frac{\partial x_0}{\partial k} \cdot Q_B - Q_A = 0.$$

Получаем:

$$Q_A = \frac{\partial(k^2 NA^2)}{\partial k} \cdot Q_1'(x_0) + \frac{1}{2} A_I \frac{\partial(k^2 n_c)}{\partial k} + A_I \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} [Q_2(x_0) + x_0 Q_2'(x_0)] + \frac{8}{27} k x_0 A_I^2. \quad (12)$$

$$Q_B = k^2 NA^2 \cdot Q_1''(x_0) + 4A_I k^2 \Delta n [2Q_2'(x_0) + x_0 Q_2''(x_0)] + \frac{4}{27} k^2 A_I^2. \quad (13)$$

И, соответственно:

$$\frac{\partial x_0}{\partial k} = \frac{Q_A}{Q_B}. \quad (14)$$

Дифференцируя (14), согласно [13–15] получаем:

$$\frac{\partial^2 x_0}{\partial k^2} = \frac{Q_A' \cdot Q_B - Q_A \cdot Q_B'}{Q_B^2}. \quad (15)$$

Производные Q_A' и Q_B' находим, дифференцируя (12) и (13), соответственно:

$$Q_A' = \frac{\partial^2(k^2 NA^2)}{\partial k^2} Q_1'(x_0) + \frac{\partial x_0}{\partial k} \frac{\partial(k^2 NA^2)}{\partial k} Q_1''(x_0) + \frac{1}{2} A_I \frac{\partial^2(k^2 n_c)}{\partial k^2} + 2A_I \frac{\partial^2(k^2 \Delta n)}{\partial k^2} [Q_2(x_0) + x_0 Q_2'(x_0)] + 2A_I \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} \cdot [3Q_2'(x_0) + x_0 Q_2''(x_0)] + \frac{8}{27} A_I^2 \left(x_0 + 2k \frac{\partial x_0}{\partial k} \right); \quad (16)$$

$$Q_B' = \frac{\partial(k^2 NA^2)}{\partial k} Q_1''(x_0) + k^2 NA^2 Q_1'''(x_0) \frac{\partial x_0}{\partial k} + 2A_I \frac{\partial(k^2 \Delta n)}{\partial k} [2Q_2'(x_0) + x_0 Q_2''(x_0)] + 2A_I k^2 \Delta n \frac{\partial x_0}{\partial k} [3Q_2''(x_0) + x_0 Q_2'''(x_0)] + \frac{8}{27} k A_I^2; \quad (17)$$

$$Q_1'''(x_0) = (x_0 - 2) \cdot \exp(-x_0);$$

$$Q_2'''(x_0) = 2(2x_0^2 - 4x_0 + 1) \cdot \exp(-2x_0).$$

Производные постоянной распространения β рассчитываем по формулам, которые следуют из известных соотношений для производной от величины во второй степени [22–24]:

$$\frac{\partial \beta}{\partial k} = \frac{1}{2\beta} \cdot \frac{\partial \beta^2}{\partial k}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial k^2} = \frac{1}{\beta} \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \beta^2}{\partial k^2} - \left(\frac{\partial \beta}{\partial k} \right)^2 \right]; \quad (19)$$

$$\frac{\partial^3 \beta}{\partial k^3} = \frac{1}{2\beta} \cdot \left(\frac{\partial^3 \beta^2}{\partial k^3} - 6 \frac{\partial \beta}{\partial k} \cdot \frac{\partial^2 \beta^2}{\partial k^2} \right). \quad (20)$$

Решение уравнения (7) позволяет определять эквивалентный радиус пятна моды LP_{11} , зная который по аналитическим формулам (6), (8)–(20) можно рассчитать дисперсионные характеристики этой моды – время распространения и хроматическую дисперсию первого и второго порядков. Таким образом, методом приближения Гаусса получены аналитические выражения, позволяющие рассчитывать дисперсионные характеристики моды LP_{11} ступенчатого волоконного световода с керровской нелинейностью.

В целях апробации были выполнены расчеты дисперсионных параметров по формулам (8)–(20) для оптического волокна SMF28 [25]. Расчеты производились на длине волны 1310 нм и 1550 нм. На рисунке 1 приведены графики зависимости времени распространения от интенсивности оптического излучения.

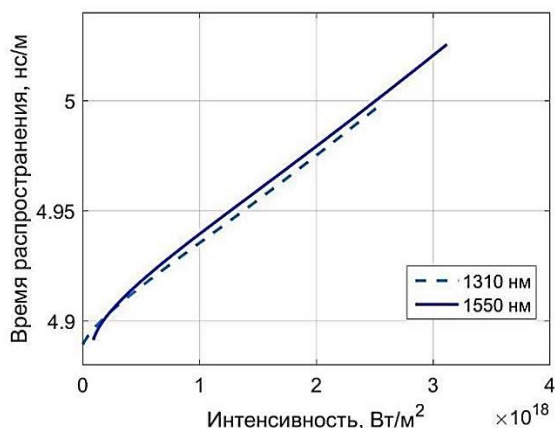


Рис. 1. Графики зависимости времени распространения моды LP_{11} от интенсивности

На рисунке 2 приведены зависимости от интенсивности оптического излучения параметра хроматической дисперсии первого порядка, а на рисунке 3 – второго порядка.

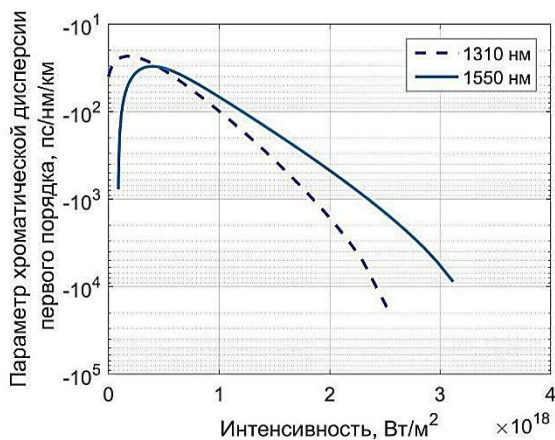


Рис. 2. Графики зависимости от интенсивности хроматической дисперсии первого порядка моды LP_{11}

Благодарности

Работа подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-6001515 мол_а_дк и гранта Президента РФ в рамках научного проекта МД-9418.2016.8.

Список используемых источников

1. Debord B., Alharbi M., Vincetti L., Husakou A., Fourcade-Dutin C., Hoenninger C., Mottay E., G r me F., Benabid F. Multi-Meter Fiber-Delivery and Pulse Self-Compression of Milli-Joule Femtosecond Laser and Fiber-Aided Laser-Micromachining // Optics Express. 2014. Vol. 22. Iss. 9. PP. 10735–10746.
2. Pouysegur J., Guichard F., Weichelt B., Delaigue M., Zaouter Y., H nninger C., Mottay E., Georges P., Druon F. Single-Stage Yb:YAG Booster Amplifier Producing 2.3 mJ, 520 fs Pulses at 10 kHz // Proc. Advanced Solid State Lasers. 2015.
3. Debord B., G r me F., Paul P.-M., Husakou A., Benabid F. 2.6 mJ Energy and 81 GW Peak Power Femtosecond Laserpulse Delivery and Spectral Broadening in Inhibited Coupling Kagome Fiber // CLEO. 2015.
4. Крюков П.Г. Фемтосекундные импульсы. Введение в новую область лазерной физики. М.: Физматлит, 2008. 208 с.
5. Stingl A. Femtosecond future // Nature Photonics. 2010. No. 4. Iss. 158.

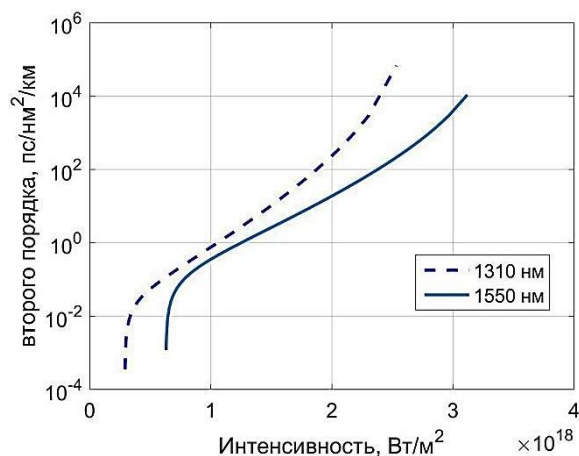


Рис. 3. Графики зависимости от интенсивности хроматической дисперсии второго порядка моды LP_{11}

Как следует из графиков, нелинейность существенно влияет на дисперсионные характеристики кварцевого ступенчатого оптического волокна. Однако если время распространения при изменении интенсивности в несколько раз изменяется на (1–10)%, то хроматическая дисперсия первого порядка более чем на порядок, а хроматическая дисперсия второго уже на два порядка и более. При этом зависимость времени распространения оптического излучения в ступенчатом волоконном световоде от интенсивности практически линейная, а зависимости параметров хроматической дисперсии носят более сложный характер.

Таким образом, в работе получены аналитические выражения для дисперсионных характеристик фундаментальной моды ступенчатого волоконного световода с керровской нелинейностью. Описан вывод, представлены результаты расчетов зависимостей от интенсивности оптического излучения времени распространения, параметров хроматической дисперсии первого и второго порядков для фундаментальной моды оптического волокна типа SMF28 на длинах волн 1310 нм и 1550 нм. Показано, что нелинейность существенно влияет на дисперсионные характеристики кварцевого ступенчатого оптического волокна.

6. Sibbett W., Lagatsky A.A., Brown C.T.A. The Development and Application of Femtosecond Laser Systems // Optics Express. 2012. Vol. 20. Iss. 7. PP. 6989–7001.
7. Snyder A.W. Understanding Monomode Optical Fibres // Proceedings of IEEE. 1981. Vol. 69. Iss. 1. PP. 6–13.
8. Love J.D. and Hussey C.D. Variational Approximations for Higher-Order Modes of Weakly-Guiding Fibers // Optical and Quantum Electronics. 1984. Vol. 16. Iss. 1. PP. 41–48.
9. Снайдер А., Лав Дж. Теория диэлектрических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
10. Бурдин В.А., Бурдин А.В. Решение для произвольной направляемой моды круглого оптического волокна на основе метода приближения Гаусса // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 65–72.
11. Burdin V.A., Bourdine A.V. Dispersion Characteristics of Step Index Single Mode Optical Fiber with Kerr Nonlinearity // SPIE Proceedings. 2017. Vol. 10342.
12. Кульчин Ю.Н., Змеу С.Б., Субботин Е.П., Никитин А.И. Волоконные лазеры // Вестник ДВО РАН. 2015. № 3. С. 67–78.
13. Бурдин В.А., Бурдин А.В., Дмитриев Е.В. Необходимые условия нелинейного возбуждения моды высшего порядка в одномодовом оптическом волокне // Оптика и спектроскопия. 2017. Т. 123. № 2. С. 181–188.
14. Ding Y., et al. On-Chip Two-Mode Division Multiplexing Using Tapered Directional Coupler-Based Mode Multiplexer and Demultiplexer // Optics Express. 2013. Vol. 21. Iss. 8. PP. 10376–10382.
15. Birks T.A., Gris-Sánchez I., Yerolatsitis S., Leon-Saval S.G., Thomson R.R. The Photonic Lantern // Advances in Optics and Photonics. 2015. Vol. 7. PP. 107–167.
16. Berdague S., Facq P. Mode Division Multiplexing in Optical Fibers // Applied Optics. 1982. Vol. 21. Iss. 11. PP. 1950–1955.
17. Карпеев С.В., Павельев В.С., Дюпарре М., Людге Б., Шротер З. Возбуждение мод ступенчатого волновода с помощью бинарных фазовых ДОЭ // Компьютерная оптика. 2002. Вып. 24. С. 99–101.
18. Сойфер В.А. и др. Дифракционная компьютерная оптика. М.: Физматлит, 2007. 736 с.
19. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996. 328 с.
20. Petermann K. Fundamental Mode Microbending Loss in Graded-Index and W Fibres // Optical and Quantum Electronics. 1977. Vol. 9. PP. 167–175.
21. Градштейн И., Рыжик И. Таблицы интегралов. М.: Физматгиз, 1962. 1100 с.
22. Okamoto K. Fundamentals of optical waveguides. San Diego: Academic Press, 2000.
23. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1977. 228 с.
24. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
25. Листвин А.В., Листвин В.Н., Швырков Д.В. Оптические волокна для линий связи. М.: ЛЕСАР арт, 2003. 288 с.

* * *

DISPERSION CHARACTERISTICS OF THE LP_{11} MODE OF A STEP-INDEX OPTICAL FIBER WITH KERR NONLINEARITY

A. Bourdine¹, V. Burdin¹

¹Povolzhskiy State University of Telecommunication & Informatics,
Samara, 443010, Russian Federation

Article info

Article in Russian

For citation: Bourdine A., Burdin V. Dispersion Characteristics of the LP_{11} Mode of a Step-Index Optical Fiber with Kerr Nonlinearity // Proceedings of Telecommunication Universities. 2017. Vol. 3. Iss. 4. PP. 16-20.

Abstract: *The work presents the derivation of analytical expressions for the dispersion characteristics of the LP_{11} mode of a step-index optical fiber with a Kerr nonlinearity for propagation conditions of this mode. The solution was obtained by using the Gauss approximation method. The estimates of the dependences from the optical intensity in the fiber of the propagation time and the chromatic dispersion of the first and second orders of the LP_{11} mode of a step-index optical fiber with a Kerr nonlinearity are presented.*

Keywords: *optical fiber, lightguide, mode, mode spot radius, Gaussian approximation method, step-index profile, Kerr nonlinearity, time of mode propagation, chromatic dispersion.*