

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В ЗАДАЧЕ ТРОПОСФЕРНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

С.А. Вавилов¹, М.С. Лытаев²

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, 191123, Российская Федерация

²Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
Адрес для переписки: mikelytaev@gmail.com

Информация о статье

УДК 519.633.2

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Вавилов С.А., Лытаев М.С. Особенности применения нелокальных граничных условий в задаче тропосферного распространения радиоволн // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 1. С. 13–20.

Аннотация: В работе исследуется метод дискретных нелокальных граничных условий для решения задачи численного моделирования распространения ультракоротких радиоволн вблизи поверхности Земли в параксиальном приближении. Представлена модификация указанного подхода для широкоугольного параболического уравнения. Предложенный метод позволяет обходиться без искусственного вводимого понятия поглощающего слоя при пошаговом построении численного решения в полубесконечной области. Выполнено сравнение с методом расщепления Фурье.

Ключевые слова: распространение радиоволн, неоднородная тропосфера, параболическое уравнение, уравнение Гельмгольца, нелокальное граничное условие.

ON APPLICATION OF NON-LOCAL BOUNDARY CONDITIONS FOR TROPOSPHERIC RADIOWAVE PROPAGATION PROBLEMS

S. Vavilov¹, M. Lytaev²

¹St.Petersburg State University, St. Petersburg, 191123, Russian Federation

²The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info

Article in Russian

For citation: Vavilov S., Lytaev M. On application of non-local boundary conditions for tropospheric radio wave propagation problems // Proceedings of educational institutes of communication. 2017. Vol. 3. Iss. 1. PP. 13–20.

Abstract: In this research we are concerned with the method of non-local transparent boundary conditions for the numerical modeling of radio wave propagation near the Earth's surface. A modification of this approach to wide-angle parabolic equation is presented. The considered method does

not require manual selection of the artificial parameters depending on the initial data. A comparison analysis with split-step Fourier method is given.

Keywords: *radiowave propagation, inhomogeneous medium, parabolic equation, Helmholtz equation, non-local boundary conditions.*

Введение

Прогнозирование зон радиовидимости в различных метеорологических условиях является актуальной задачей при проектировании и эксплуатации радиотехнических систем различного назначения [1]. Хорошо известно, что значительное влияние на распространение радиоволн оказывают пространственные изменения показателя преломления тропосферы, который зависит от температуры, влажности и давления [2]. Волноводы, возникающие вдоль трассы распространения, могут как значительно увеличить зону действия радиотехнических систем, так и способствовать возникновению слепых зон. Наиболее заметные аномалии, связанные с процессами испарения воды, наблюдаются над поверхностью моря.

Все бóльшую популярность набирают системы оперативного прогнозирования характеристик распространения радиоволн в неоднородной тропосфере [3], например, AREPS, TEMPER и CARPET [4]. Такие системы способны собирать и обрабатывать метеорологическую информацию из различных источников в реальном времени и обеспечивают наглядное представление полученных результатов моделирования. Важным компонентом такой системы является модуль расчета электромагнитного поля в неоднородной среде. Наибольшую популярность для решения данного класса задач приобрел метод параболического уравнения и основанный на нем алгоритм расщепления Фурье [2].

Анализ вышеупомянутых систем и лежащих в их основе численных алгоритмов показывает, что они обладают серьезными недостатками. Особенности построения численного решения указанной задачи в полубесконечном интервале высот исследованы недостаточно, что приводит к появлению ложных отражений от верхней границы расчетной области. Введение искусственного поглощающего слоя позволяет уменьшить влияние ложных отражений, однако параметры такого слоя определяются исходя из некоторых эмпирических соображений, что делает затруднительным оценку эффективности алгоритма в зависимости от конкретных свойств среды. Альтернативным подходом является введение нелокальных граничных условий, которые позволяют свести исходную задачу к эквивалентной с ограниченной по высоте областью интегрирования. Следует отметить, что метод нелокальных граничных условий широко используется для решения аналогичных задач в гидроакустике и квантовой механике [5]. В задаче тропосферного распространения дополнительную сложность создаёт тот факт, что эффективный индекс преломления, учитывающий эффекты дифракции вокруг поверхности Земли, представляет собой линейно растущую функцию.

Постановка задачи

Задача распространения электромагнитных волн вблизи поверхности Земли заключается в нахождении комплексного поля в переменных Пекериса [2]. Функция $V(x, z)$ удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + k^2 m^2(x, z)V = 0, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\mu$ – волновое число в вакууме;

μ – длина волны;

$m^2(x, z) = 1 + 2N(x, z) + 2z/R$;

$N(x, z)$ – индекс преломления среды;

R – радиус Земли.

Далее предполагается, что $N(x, z) = 0$ при $z > z_b$. Для обозначения индекса преломления часто используется М-профиль [2], который выражается через функцию m как:

$$M = (m - 1)10^6.$$

Функция $V(x, z)$ также удовлетворяет импедансному граничному условию:

$$\left. \left(\frac{\partial V}{\partial z} + qV \right) \right|_{z=0} = 0, \quad (2)$$

где q – комплексное число с положительной мнимой частью.

Характерной особенностью рассматриваемой задачи является то, что волновое поле порождается начальным условием:

$$V(0, z) = V_0(z) \quad (3)$$

с известной функцией $V_0(z)$, отвечающей диаграмме направленности излучающей антенны в дальней зоне. В качестве $V_0(z)$ обычно выбирается Гауссов пучок, определяемый соотношением [2]:

$$V_0(z) = \frac{k\beta}{2\sqrt{\pi} \log 2} \exp(-ik\theta_0) \exp\left(-\frac{\beta^2}{8 \log 2} k^2(z - z_0)^2\right),$$

где z_0 – высота антенны;

β – угол раствора;

θ_0 – угол наклона.

Метод параболического уравнения

После совершения замены $U(x, z) = e^{-ikx}V(x, z)$, отвечающей параксиальному приближению, уравнение (1) запишется относительно функции $U(x, z)$ в виде:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 2ik \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + k^2(m^2(x, z) - 1)U = 0.$$

Решение для волн, распространяющихся в положительном направлении вдоль оси x , может быть формально записано следующим образом:

$$U(x + \Delta x, z) = e^{ik\Delta x(\sqrt{1+L}-1)}U(x, z),$$

$$L = \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + m^2(x, z) - 1.$$

Раскладывая операторную экспоненту при помощи аппроксимации Паде [2]:

$$e^{ik\Delta x(\sqrt{1+L}-1)} \approx \frac{4i + (i - k\Delta x)L}{4i + (i + k\Delta x)L'}$$

и заменяя оператор L конечно-разностным аналогом $L_h u_j^n = (h^2 k^2)^{-1} \Delta^2 u_j^n + 2N(n\Delta x, jh) + 2jh/R$ с учетом граничного условия (2), приходим к численной схеме Кранка-Николсона:

$$(4i + (i + k\Delta x)L_h)u_j^{n+1} = (4i + (i - k\Delta x)L_h)u_j^n \quad (4)$$

где $u_j^m = U(m\Delta x, jh)$, h – шаг сетки по переменной z .

Данная аппроксимация соответствует одному из вариантов широкоугольного параболического уравнения и является пригодной для углов распространения до 40° , что дает возможность использовать данный подход в среде с горизонтальными препятствиями [4].

Дискретное нелокальное граничное условие

Применяя z -преобразование по продольной переменной n , уравнение (4) при $j \geq B = \lceil z_b/h \rceil$ запишется следующим образом:

$$\left(4i + (i + k\Delta x) \left(\frac{1}{h^2 k^2} \Delta^2 + \frac{2j}{R} \right) \right) \xi \hat{u}_j(\xi) =$$

$$= \left(4i + (i - k\Delta x) \left(\frac{1}{h^2 k^2} \Delta^2 + \frac{2j}{R} \right) \right) \hat{u}_j(\xi), \quad (5)$$

где $\hat{u}_j(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} u_j^n \xi^{-n}$.

Следуя работе [6], решение уравнения (5) может быть записано в явном виде:

$$\hat{u}_j(\xi) = J_{j+\frac{2+d(\xi)}{c}}\left(\frac{2}{c}\right),$$

$$c = -\frac{2k^2h^3}{R},$$

$$d(\xi) = \frac{2k^2((Bh^3 + 2R\Delta x^2)(1 - \xi) + ikB\Delta xh^3(1 + \xi))}{R(1 - \xi + ik\Delta x(1 + \xi))},$$

где J – функция Бесселя первого рода.

Совершая обратное z -преобразование, приходим к дискретному нелокальному граничному условию:

$$u_{B-1}^n - s_B^0 u_B^n = \sum_{m=1}^{n-1} u_B^{n-m} s_B^m,$$

где коэффициенты свертки s_B^n определяются следующим образом:

$$s_B^n = \frac{\tau^n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\hat{u}_{B+1}(\xi)}{\hat{u}_B(\xi)} \exp(iny) dy.$$

Описанные в [6] способы вычисления коэффициентов свертки в некоторых случаях приводят к неустойчивым результатам. Для эффективного вычисления обратного z -преобразования был использован адаптивный алгоритм численного интегрирования, основанный на аппроксимации подынтегральной функции полиномами Чебышева произвольного порядка [7]. Для вычисления отношения функций Бесселя под интегралом используется алгоритм Ленца [8]. Следует отметить, что коэффициенты свертки не зависят от постоянно изменяющихся параметров среды и могут быть вычислены заранее для использования в системах прогнозирования реального времени, где требуется высокая скорость расчетов.

Анализ результатов

Сравнение описанного метода будет проводиться с программой PE-TOOL [4], осуществляющей решение задачи методом расщепления Фурье для аналогичной широкоугольной аппроксимации. Будем использовать следующие расчетные параметры: $\Delta x = 10$ м, $\Delta z = 0,03$ м, высота расчетной области $z_b = 300$ м, высота антенны $z_0 = 30$ м, горизонтальная поляризация. Параметр

условия на нижней границе (2) соответствует морской поверхности. Высота поглощающего слоя метода расщепления Фурье составляла 300 м. Сначала рассмотрим случай однородной тропосферы при $N(x, z) = 0$. На рис. 1 изображен график распределения поля $10\log_{10}|V|$ на высоте 30 м.

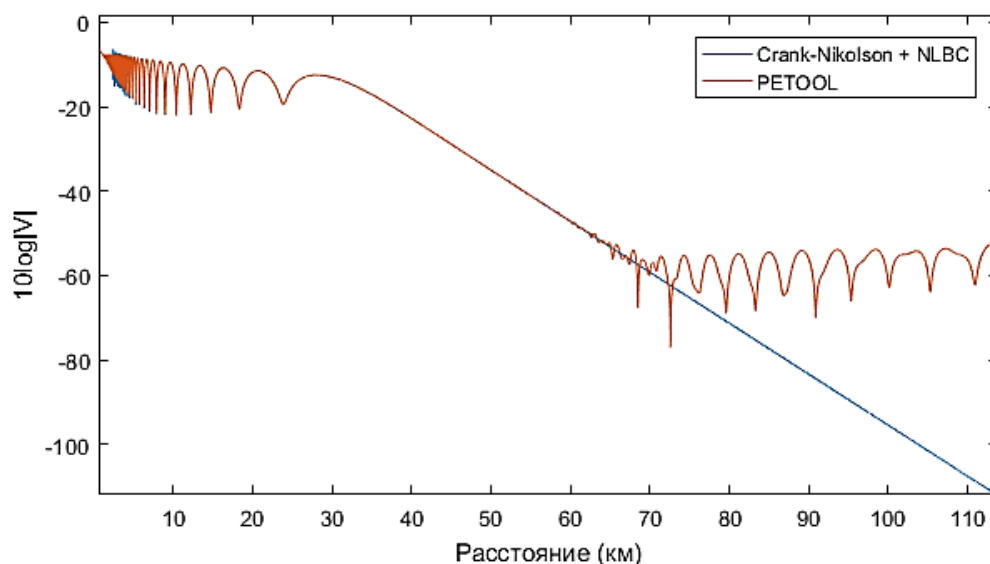


Рисунок 1. Ложные отражения метода расщепления Фурье

Как можно видеть, оба метода демонстрируют почти идеальное совпадение на расстояниях до 60 км, однако далее метод расщепления Фурье приводит к результатам, не соответствующим общепринятым представлениям о дифракции вокруг поверхности Земли [2]. Следует отметить, что путем увеличения высоты расчетной области или выбором подходящей весовой функции для поглощающего слоя всегда удастся добиться совпадения с предложенным методом, однако это приводит к увеличению вычислительных затрат.

Далее применим полученный алгоритм для моделирования эффекта аномального распространения, связанного с испарением воды над поверхностью моря. На рис. 2 изображен М-профиль индекса преломления для волновода испарения. Параметры такого волновода обычно восстанавливаются по метеорологическим параметрам – температуре, влажности и давлению при помощи теории подобия Монина-Обухова [9]. Еще одним подходом к определению профиля индекса преломления является анализ обратного рассеяния от морской поверхности [10].

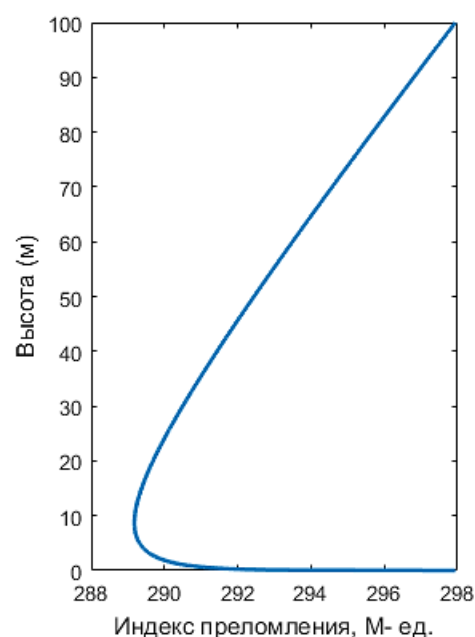


Рисунок 2. М-профиль волновода испарения

Как видно из рис. 3, наличие волновода испарения способно значительно увеличить зону радиовидимости вблизи поверхности моря.

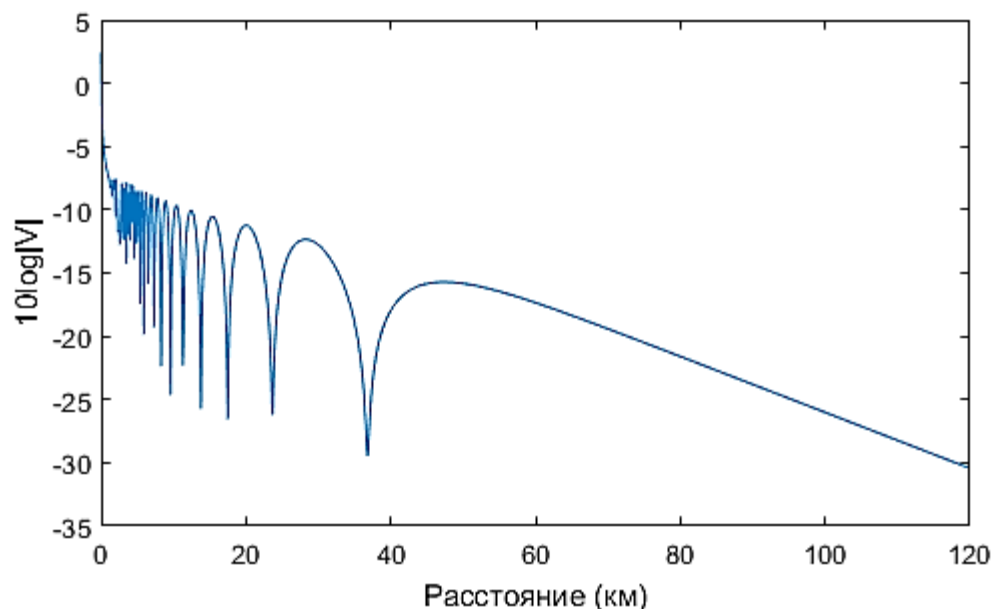


Рисунок 3. Распределение поля на высоте 30 м

Продemonстрируем работу алгоритма для приподнятого волновода [4] при наличии горизонтального препятствия. Распределение электромагнитного поля изображено на рис. 4. Детали реализации схемы Кранка-Николсона для горизонтально неоднородной среды в однонаправленном приближении описаны в [2].

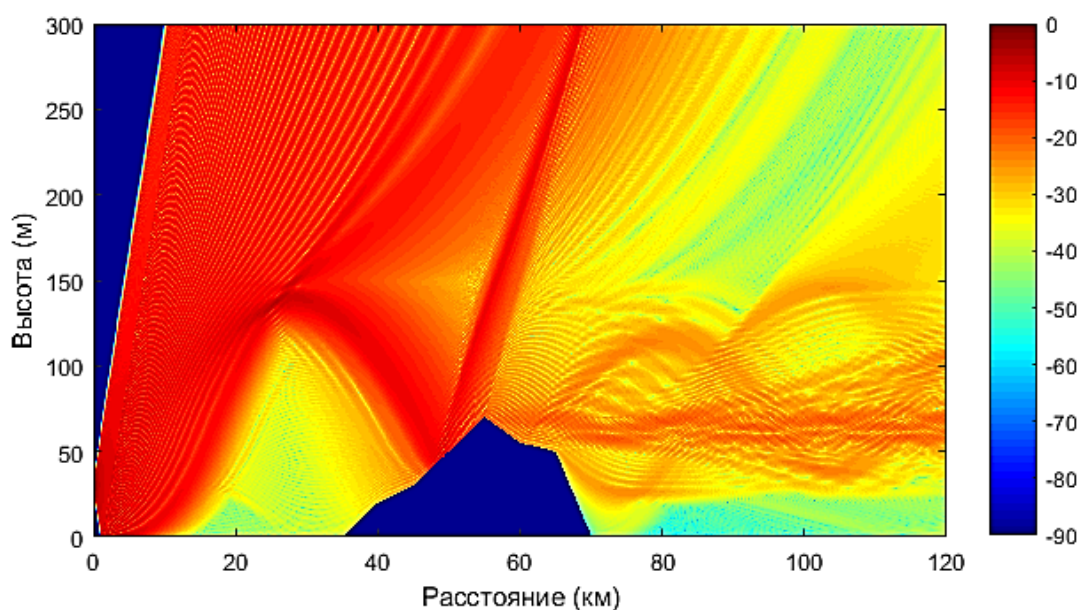


Рисунок 4. Распределение поля $10\log|V|$

Заключение

Таким образом, предлагаемый подход позволяет строить численное решение задачи на любых расстояниях без введения искусственного поглощающего слоя и прочих эмпирических приемов. Предложенные алгоритмы не требуют ручного подбора расчетных параметров в зависимости от входных данных, а максимальная точность в 110 дБ при решении задачи в стандартной арифметике двойной точности достигается автоматически. В дальнейшем планируется обобщить предложенный подход для произвольной аппроксимации Паде и подробнее исследовать особенности решения задачи в горизонтально неоднородной среде.

Список используемых источников

1. Zhang P., Bai L., Wu Z., Guo L. Applying the Parabolic Equation to Tropospheric Ground-wave Propagation: A review of recent achievements and significant milestones // *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. 2016. Vol. 58. Iss. 3. PP. 31–44.
2. Levy M. *Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation*. London. IET. 2000. 347 p.
3. Светличный В.А., Смирнова О.В. Применение геоинформационных систем для оперативного прогнозирования радиолокационной наблюдаемости объектов // *Информация и космос*. 2014. № 4. С. 73–76.
4. Ozgun O., Apaydin G., Kuzuoglu M., Sevgi L. PETOOL: MATLAB-based one-way and two-way split-step parabolic equation tool for radiowave propagation over variable terrain // *Computer Physics Communications*. 2011. Vol. 182. Iss. 12. PP. 2638–2654.
5. Feshchenko R., Popov A. Exact transparent boundary conditions for the parabolic wave equations with linear and quadratic potentials // *Wave Motion*. 2017. Vol. 68. PP. 202–209.
6. Ehrhardt M., Mickens R. E. Solutions to the discrete Airy equation: Application to parabolic equation calculations // *Journal of computational and applied mathematics*. 2004. Vol. 172. Iss. 1. PP. 183–206.
7. Dominguez V., Graham I., Smyshlyaev V. Stability and error estimates for Filon–Clenshaw–Curtis rules for highly oscillatory integrals // *IMA Journal of Numerical Analysis*. 2011. Vol. 31. Iss. 4. PP. 1253–1280.
8. Lentz W. Generating Bessel functions in Mie scattering calculations using continued fractions // *Applied Optics*. 1976. Vol. 15. Iss. 3. С. 668–671.
9. Иванов В.К., Шаляпин В.Н., Левадный Ю.В. Определение высоты волновода испарения по стандартным метеорологическим данным // *Известия РАН. Серия «Физика атмосферы и океана»*. 2007. Т. 43. №. 1. С. 42–51.
10. Fountoulakis V., Earls C. Duct heights inferred from radar sea clutter using proper orthogonal bases // *Radio Science*. 2016. Vol. 51. Iss. 10. PP. 1614–1626.