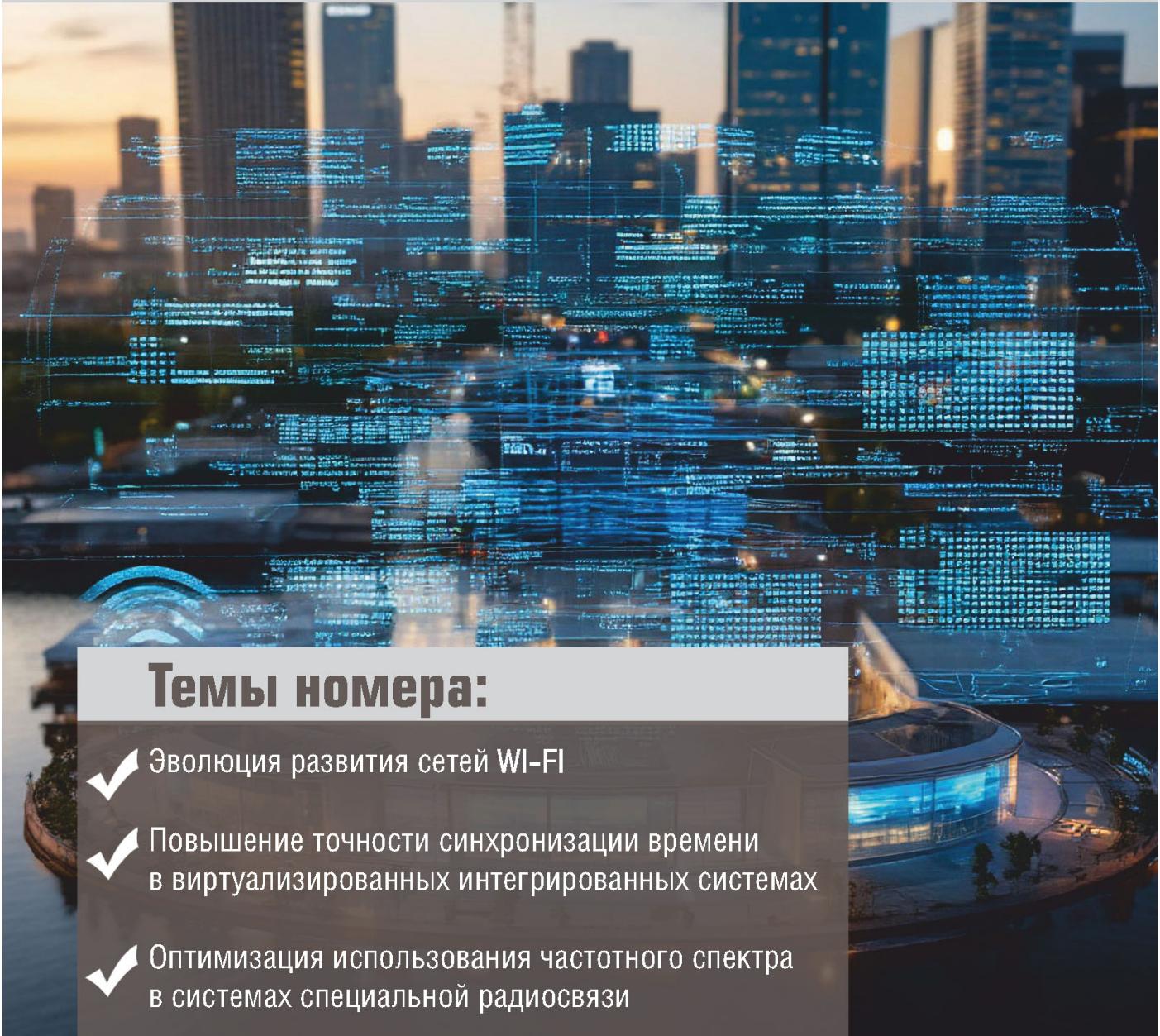




Том 11. № 6  
2025

ISSN 1813-324X (Print)  
ISSN 2712-8830 (Online)

# ТРУДЫ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СВЯЗИ



## Темы номера:

- ✓ Эволюция развития сетей Wi-Fi
- ✓ Повышение точности синхронизации времени в виртуализированных интегрированных системах
- ✓ Оптимизация использования частотного спектра в системах специальной радиосвязи

Vol. 11. Iss. 6  
2025

PROCEEDINGS  
OF TELECOMMUNICATION UNIVERSITIES

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ)

---

Научный журнал

**ТРУДЫ  
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СВЯЗИ**

Том 11. № 6

**Proceedings of Telecommunication Universities**

Vol. 11. Iss. 6

Санкт-Петербург

2025

**Описание журнала**

Научный журнал. Включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (распоряжение Минобрнауки России № 21-р от 12.02.2019), по специальностям (распоряжение № 33-р от 01.02.2022):

**1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

**2.2.6. Оптические и оптико-электронные приборы и комплексы**

**2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения**

**2.2.14. Антенны, СВЧ-устройства и их технологии**

**2.2.15. Системы, сети и устройства телекоммуникаций**

**2.2.16. Радиолокация и радионавигация**

**2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика**

**2.3.6. Методы и системы защиты информации, информационная безопасность**

Журнал позиционирует себя как научный, в связи с этим его целями являются ознакомление научной общественности (научного сообщества) с результатами оригинальных исследований, выполненных ведущими учеными и специалистами и их коллективами, а также апробация научных результатов, полученных при подготовке кандидатских и докторских диссертаций для повышения качества (уровня) проводимых исследований. Издание ставит перед собой задачу расширения инфокоммуникативного пространства взаимодействия российских и зарубежных ученых. Целевой аудиторией журнала являются ученые и специалисты-практики в области связи и телекоммуникаций и смежных направлениях науки и техники, а также профессорско-преподавательский состав и студенты, обучающиеся по программам аспирантуры, магистратуры, специалитета и бакалавриата профильных вузов и кафедр.

**Выпускается с 1960 года. Выходит 6 раз в год. Издается на русском и английском языках.**

**Редакционный совет**

**Киричек Р.В.** д.т.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
**Главный редактор** им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Владыко А.Г.** к.т.н., доцент, Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
**Зам. Главного редактора** им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Буйневич М.В.** д.т.н., проф., Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС России, г. Санкт-Петербург, Россия

**Зеневич А.О.** д.т.н., проф., Белорусская государственная академия связи, г. Минск, Республика Беларусь

**Розанов Н.Н.** д.ф.-м.н., проф., чл.-корр. РАН, АО «Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова» (ГОИ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Дукельский К.В.** д.т.н., доцент, АО «Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова» (ГОИ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Кучерявый Е.** PhD, Технологический университет Тампере, г. Тампере, Финляндия

**Каримов Б.Т.** к.т.н., доцент, Институт электроники и телекоммуникаций, Кыргызский государственный технический университет И. Раззакова (КГТУ), г. Бишкек, Кыргызстан

**Тиамий О.А.** PhD, Университет Илорина, г. Илорин, Нигерия

**Козин И.Д.** д.ф.-м.н., проф., Алматинский университет энергетики и связи, г. Алма-Аты, Казахстан

**Самуилов К.Е.** д.т.н., проф., Российский университет дружбы народов (РУДН), г. Москва, Россия

**Степанов С.Н.** д.т.н., проф., Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), г. Москва, Россия

**Росляков А.В.** д.т.н., проф., Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ), г. Самара, Россия

**Кучерявый А.Е.** д.т.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Канаев А.К.** д.т.н., проф., Петербургский университет путей сообщения имени Александра I (ПГУПС), г. Санкт-Петербург, Россия

**Новиков С.Н.** д.т.н., проф., Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики (СибГУТИ), г. Новосибирск, Россия

**Дворников С.В.** д.т.н., проф., Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного (ВАС), г. Санкт-Петербург, Россия

**Коржик В.И.** д.т.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ), г. Санкт-Петербург, Россия

**Ковалгин Ю.А.** д.т.н., проф., Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича (СПбГУТ), г. Санкт-Петербург, Россия

# **Proceedings of Telecommunication Universities. 2025. Vol. 11. Iss. 6**

Trudy učebnyh zavedenij svâzi. ISSN 1813-324X (Print), ISSN 2712-8830 (Online)

## **Description**

Scientific journal. The journal is included in the List of reviewed scientific publications, in which the main scientific results of dissertations for the degree of candidate of science and for the degree of doctor of science should be published (order of the Ministry of Education and Science of Russia No 21-r of 12 February 2019) in the field of (order of the Ministry of Education and Science of Russia No 33-r of 01 February 2022):

- 1.2.2.** Mathematical modeling, numerical methods and complexes of programs
- 2.2.6.** Optical and optoelectronic devices and complexes
- 2.2.13.** Radio engineering, including television systems and devices
- 2.2.14.** Antennas, microwave devices and its technologies
- 2.2.15.** Systems, networks and telecommunication devices
- 2.2.16.** Radiolocation and radio navigation
- 2.3.1.** System analysis, management and information processing, statistics
- 2.3.6.** Methods and systems of information security, cybersecurity

The journal positions itself as a scientific one, in this regard, its goals are to familiarize the scientific community (scientific community) with the results of original research carried out by leading scientists and specialists and their teams, as well as approbation of scientific results obtained in the preparation of candidate and doctoral dissertations to improve the quality (level) of ongoing research. The publication sets itself the task of expanding the infocommunicative space of interaction between Russian and foreign scientists. The target audience of the journal are scientists and practitioners in the field of communications & telecommunications and related fields of science & technology, as well as faculty and students enrolled in postgraduate, master's, specialisation and bachelor's programs of profiled universities and departments.

**Since 1960. Published 6 times per year. Published in Russian and English.**

## **Editorial Board**

<b>R.V. Kirichek</b> <i>Editor-in-chief</i>	DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications (SPbSUT), Saint Petersburg, Russia
<b>A.G. Vladkyo</b> <i>Deputy editor-in-chief</i>	PhD, associate prof., The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications (SPbSUT), Saint Petersburg, Russia
<b>M.V. Buinevich</b>	DSc, prof., Saint-Petersburg University of State Fire Service of EMERCOM of Russia, Saint Petersburg, Russia
<b>A.O. Zenevich</b>	DSc, prof., Belarusian State Academy of Communications, Minsk, Republic of Belarus
<b>N.N. Rozanov</b>	DSc, prof., member-corr. RAS, Open Joint Stock Company «S.I. Vavilov State Optical Institute» (SOI), Saint Petersburg, Russia
<b>K.V. Dukel'skii</b>	DSc, associate prof., Open Joint Stock Company «S.I. Vavilov State Optical Institute» (SOI), Saint Petersburg, Russia
<b>Y. Koucheryavy</b>	PhD, Tampere University of Technology, Tampere, Finland
<b>B.T. Karimov</b>	PhD, Institute of Electronics and Telecommunications, Kyrgyz State Technical University named after I. Razzakov, Bishkek, Kyrgyzstan
<b>O.A. Tiamiyu</b>	PhD, University of Ilorin, Ilorin, Nigeria
<b>I.D. Kozin</b>	DSc, prof., Almaty University of Power Engineering and Telecommunications, Almaty, Kazakhstan
<b>K.E. Samuilov</b>	DSc, prof., Peoples' Friendship University (RUDN), Moscow, Russia
<b>S.N. Stepanov</b>	DSc, prof., Moscow Technical University of Communication and Informatics (MTUCI), Moscow, Russia
<b>A.V. Roslyakov</b>	DSc, prof., Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics (PSUTI), Samara, Russia
<b>A.E. Koucheryavy</b>	DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunication (SPbSUT), Saint Petersburg, Russia
<b>A.K. Kanaev</b>	DSc, prof., Emperor Alexander I-st Petersburg State Transport University (PSTU), Saint Petersburg, Russia
<b>S.N. Novikov</b>	DSc, prof., Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences (SibSUTIS), Novosibirsk, Russia
<b>S.V. Dvornikov</b>	DSc, prof., Military Academy of Telecommunications named after Marshal Union S.M. Budyonny, Saint Petersburg, Russia
<b>V.I. Korzhik</b>	DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunication (SPbSUT), Saint Petersburg, Russia
<b>Yu.A. Kovalgin</b>	DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunication (SPbSUT), Saint Petersburg, Russia

## РЕГИСТРАЦИОННАЯ ИНФОРМАЦИЯ / REGISTRATION INFORMATION

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций: ПИ № 77-77501 от 17.01.2020 г. (пред. рег. № 77-17986 от 07.04.2004 г.)

Размещение в РИНЦ (elibrary.ru) по договору: № 59-02/2013R от 20.02.2013

Registered by Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media on 17.01.2020: PI No. 77-77501 (prev. reg. on 04.07.2004: No. 77-17986)

Accommodation in RINC (elibrary.ru) by agreement on 20.02.2013: No. 59-02/2013R



Товарный знак № 929373.

Правообладатель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ)

191186, Санкт-Петербург, наб. реки Мойки, 61, литер A

Trademark No. 929373.

Copyright holder:

Federal State Budget-Financed Educational Institution of Higher Education  
«The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications»  
(SPbSUT)

191186, St. Petersburg, emb. Moika River, 61, letter A

## КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ / CONTACT INFORMATION

**Учредитель** Федеральное государственное бюджетное  
**и издатель:** образовательное учреждение высшего  
образования «Санкт-Петербургский  
государственный университет  
телекоммуникаций  
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ)

**Адрес** 191186, Санкт-Петербург,  
**учредителя:** набережная реки Мойки, д. 61, литер A

**Адрес** 193232, Санкт-Петербург,  
**редакции:** пр. Большевиков, 22/1, к. 606/1  
**Тел.:** +7 (812) 326-31-63, м. т. 2022

**E-mail:** [tuzs@sut.ru](mailto:tuzs@sut.ru)  
**Web:** <http://tuzs.sut.ru>  
**VK:** <http://vk.com/spbtuzs>

Ответственный редактор **Татарникова И.М.**

Выпускающий редактор **Яшугин Д.Н.**

Дизайн: **Коровин В.М.**, изображение на обложке  
сгенерировано ИИ Шедеврум <https://shedevrum.ai>

**Publisher:** Federal State Budget-Financed Educational  
Institution of Higher Education  
«The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State  
University of Telecommunications»  
(SPbSUT)

**Publisher** 191186, Saint Petersburg,  
**address:** Moika river embankment, 61-A  
**Post address:** 193232, Saint Petersburg,  
Prospekt Bolshevikov, 22/1  
**Phone:** +7 (812) 326-31-63, local 2022  
**E-mail:** [tuzs@sut.ru](mailto:tuzs@sut.ru)  
**Web:** <http://tuzs.sut.ru>

Executive Editor **Tatarnikova I.M.**  
Commissioning Editor **Yashugin D.N.**  
Design: **Korovin V.M.**, cover image generated  
by AI Шедеврум <https://shedevrum.ai>

## ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ / IMPRINT

Дата выхода в свет: 30.12.2025

Тираж: 1000 экз. Цена свободная.

Отпечатано в типографии

Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет  
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича»

Release date: 30.12.2025

Circulation: 1000 copies. Free price.

Printed in the printing office  
Federal State Budget-Financed  
Educational Institution of Higher Education  
«The Bonch-Bruevich Saint Petersburg  
State University of Telecommunications»



## СОДЕРЖАНИЕ

## CONTENTS

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА

**Кротов К.В.**

Целочисленная оптимизация решений по включению заданий в пакеты и порядкам выполнения пакетов в системе Flow Shop при ограничениях на доступность приборов заданной периодичности

**Krotov K.V.**

Solutions' integer optimization for tasks inclusion in packages and package execution orders in the Flow Shop system under restrictions on the availability of devices with a given frequency

**7**

## ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

**Диязитдинова А.А.**

Усовершенствованная методика совмещения изображений городской местности при съемке беспилотным летательным аппаратом

**Diyazitdinova A.A.**

Enhanced method for image alignment of urban infrastructure images by UAV shooting

**26****Иванов В.С.**

Методика выбора платформы-носителя и оценки времени висения БПЛА для задач оперативного развертывания связи

**Ivanov V.S.**

Methodology for selecting a carrier platform and estimating the vertical vision time of an UAV for operational deployment of communications

**34****Канаев А.К., Алексеев А.И.**

Имитационная модель полумарковского типа для исследования надежности устройств TSN при работе в сетях связи железнодорожного транспорта

**Kanaev A.K., Alekseev A.I.**

Semi-Markov type simulation model for studying the reliability of TSN devices when operating in railway communication networks

**43****Лобеев Д.П., Билятдинов К.З.**

О разработке и применении методики оптимизации использования частотного спектра при проектировании технологических сетей радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD

**Lobeev D.P., Bilyatdinov K.Z.**

Development and application of a Methodology for optimizing frequency spectrum usage in the design of LTE-1800 TDD radio access networks

**53****Маммадов А.М.**

Оптимизация влияния дождевых осадков на эффективность работы открытой лазерной атмосферной связи

**Mammadov A.M.**

Optimization the effect of rainfall on the efficiency of open laser atmosphere communication

**62****Скоробогатова С.А., Викулов А.С., Парамонов А.И.**

Анализ эволюционного развития сетей Wi-Fi за первую четверть 21 века

**Skorobogatova S.A., Vikulov A.S., Paramonov A.I.**

Analysis of Wi-Fi networks evolution during the first quarter of the 21st century

**68****Сторожук Н.Л.**

Повышение точности синхронизации времени за счет тактовой синхронизации в виртуализированных интегрированных системах

**Storozhuk N.L.**

Improving the Accuracy of Time Synchronization Through Frequency Synchronization in Virtualized Integrated Systems

**78**

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

**Израилов К.Е., Буйневич М.В.**

Реверс-инжиниринг программного обеспечения методом смарт-перебора: прототип и эксперимент

**Izrailov K.E., Buinevich M.V.**

Reverse engineering of software using the smart brute force method: prototype and experiment

**88****Коржик В.И., Яковлев В.А., Старостин В.С.**

Криптосистема и протокол передачи конфиденциальных данных без предварительного распределения закрытых и открытых ключей на основе использования процедуры коммутативного шифрования

**Korzhik V.I., Yakovlev V.A., Starostin V.S.**

Cryptosystem and protocol for transmission of confidential data without any preliminary distribution of secret and public keys, based on the use of a commutative encryption procedure

**101**

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ И ИНФОРМАТИКА

### 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ



Научная статья

УДК 004:519.854

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-7-24>

EDN:AOXJEV



# Целочисленная оптимизация решений по включению заданий в пакеты и порядкам выполнения пакетов в системе Flow Shop при ограничениях на доступность приборов заданной периодичности

Кирилл Викторович Кротов, krotov\_k1@mail.ru

Севастопольский государственный университет,  
Севастополь, 299053, Российская Федерация

## Аннотация

Эффективность процессов выполнения заданий разных типов в системах *Flow Shop* обеспечивается формированием пакетов и оптимизацией их порядков для осуществления операций с ними на приборах указанных систем. Процесс выполнения пакетов подвержен влиянию отказов приборов и их простоев, связанных с восстановлением. Влияние отказов и восстановления приборов может быть уменьшено за счет их предварительного технического обслуживания. В течение интервалов времени обслуживания приборы являются недоступными для реализации назначенных им функций. Путем обработки статистических данных могут быть определены интервалы времени между реализациями предварительного технического обслуживания приборов (определены периоды их доступности). По этой причине **актуально** решение задач оптимизации составов пакетов, их включения в интервалы времени доступности приборов, расписаний их выполнения в этих интервалах. При малых размерах задач их решения могут быть определены путем использования математических моделей смешанного целочисленного линейного программирования.

Цель работы состоит в построении новой математической модели смешанного целочисленного линейного программирования, использование которой позволяет определять оптимальные решения рассматриваемого вида. Для достижения цели в работе применены **методы** построения моделей математического программирования. На первом этапе реализовано формирование нелинейной математической модели целочисленного программирования. На втором этапе с целью снижения временных затрат на получение решений проведена линеаризация модели. Для верификации модели осуществлена разработка приложения в программе IBM ILOG CPLEX. В ходе исследований получены **результаты**, которые показали эффективность модели при решении задач планирования выполнения пакетов заданий в конвейерных системах при ограниченной доступности приборов.

**Научная новизна результатов** предполагает, что в модели использован способ передачи заданий между двумя приборами непосредственно в момент времени окончания их выполнения на предшествующем приборе. Их **теоретическая значимость** состоит в получении **новых выражений**, позволяющих определять значения индикаторных переменных при превышении значениями функций заданных границ. На основе этих выражений сформированы ограничения, обеспечивающие требование включения всех заданий разных типов в пакеты в интервалах времени доступности приборов.

**Ключевые слова:** математические модели смешанного целочисленного линейного программирования, предварительное техническое обслуживание приборов, пакеты заданий, конвейерные системы, расписания

**Ссылка для цитирования:** Кротов К.В. Целочисленная оптимизация решений по включению заданий в пакеты и порядкам выполнения пакетов в системе *Flow Shop* при ограничениях на доступность приборов заданной периодичности // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 7–24. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-7-24. EDN:AOXJEV

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-7-24>

EDN:AOXJEV

# Solutions' Integer Optimization for Tasks Inclusion in Packages and Package Execution Orders in the Flow Shop System Under Restrictions on the Availability of Devices with a Given Frequency

✉ Kirill V. Krotov, krotov\_k1@mail.ru

Sevastopol State University,  
Sevastopol, 299053, Russian Federation

## Annotation

The efficiency of the processes of performing tasks of various types in Flow Shop systems is ensured by the formation of packages and optimization of their orders for performing operations with them on the devices of these systems. The process of package execution is affected by instrument failures and downtime associated with recovery. The impact of instrument failures and repairs can be reduced by pre-maintenance. During the maintenance time intervals, the devices are unavailable for the implementation of their assigned functions. By processing statistical data, the time intervals between the pre-maintenance of the devices can be determined (the periods of their availability are determined). For this reason, it is important to solve the problems of optimizing package compositions, their inclusion in the time intervals for the availability of devices, and schedules for their execution in these intervals. With small problem sizes, their solutions can be determined by using mathematical models of mixed integer linear programming.

The purpose of the work is to build a new mathematical model of mixed integer linear programming, the use of which allows us to determine the optimal solutions of the type under consideration. To achieve this goal, the methods of constructing mathematical programming models are used in the work. At the first stage, the formation of a nonlinear mathematical model of integer programming was implemented. At the second stage, in order to reduce the time required to obtain solutions, the model was linearized. To verify the model, an application was developed in the IBM ILOG CPLEX program. In the course of the research, results were obtained that showed the effectiveness of the model in solving the tasks of planning the execution of task packages in conveyor systems with limited availability of devices.

The scientific novelty of the results suggests that the model uses a method for transferring tasks between two devices directly at the end of their execution on the previous device. Their theoretical significance consists in obtaining new expressions that make it possible to determine the values of indicator variables when the function values exceed the specified boundaries. Based on these expressions, constraints are formed that require the inclusion of all tasks of different types in packages in the time intervals of instrument availability.

**Keywords:** mathematical models of mixed integer linear programming, preliminary maintenance of devices, task packages, conveyor systems, schedules

**For citation:** Krotov K.V. Solutions' Integer Optimization for Tasks Inclusion in Packages and Package Execution Orders in the Flow Shop System Under Restrictions on the Availability of Devices with a Given Frequency. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2025;11(6):7–24. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-7-24. EDN:AOXJEV

## Введение

В системах конвейерного типа (системах Flow Shop) возникает необходимость осуществления операции с заданиями, принадлежащими разным типам (количество типов не менее двух). Количество

заданий, принадлежащих одному типу, также не менее двух. В том случае, если время выполнения заданий на приборах одинаково, время переналадки приборов на реализацию действий с ними также одинаково, – значит, они относятся к одному

типу. Повышение эффективности процессов выполнения заданий в системах Flow Shop (в конвейерных системах (КС)) осуществляется за счет формирования из них пакетов, в которые включаются задания одного типа, и оптимизации их порядков для проведения операций с ними на приборах. Задания, включенные в один пакет, обрабатываются на приборах систем Flow Shop последовательно. Переаладка приборов осуществляется при переходе от выполнения однотипных заданий в одном пакете к выполнению заданий другого типа в следующем пакете.

Операции с заданиями, включенными в пакеты, могут быть выполнены в течение интервалов времени функционирования приборов рассматриваемых КС, после окончания каждого из которых реализуется их (приборов) профилактическое техническое обслуживание (ПТО). Цель ПТО состоит в устранении неполадок приборов с целью поддержания их работоспособного состояния. Устранение неполадок приборов позволяет исключить отказы с длительным временем восстановления (ликвидировать значительные отказы приборов), обеспечивает уменьшение количества отказов с малым временем восстановления. Результатом ПТО является повышение эффективности функционирования КС за счет уменьшения простоев приборов, связанных с их восстановлением.

Различают два вида ПТО: 1) плановое, моменты времени начала которого являются заданными и определяются на основе анализа статистической информации об отказах приборов в процессе их функционирования; 2) по состоянию приборов, моменты времени начала которого зависят от интенсивности их работы. При плановом ПТО действия, направленные на поддержание приборов в работоспособном состоянии, реализуются через заданные интервалы времени. Тогда моменты времени начала ПТО являются детерминированными. В течение интервалов времени определенной длительности приборы КС осуществляют выполнение заданий из пакетов, в течение интервалов времени ПТО приборы являются недоступными для выполнения назначенных им функций, и возникает задача оптимизации составов пакетов, оптимизации их включения в интервалы времени доступности приборов, а также оптимизации их порядков для проведения операций с ними в течение указанных интервалов доступности. Так как моменты времени начала ПТО являются заданными (рассматривается первый способ организации ПТО приборов КС), вопрос определения составов пакетов заданий (ПЗ), включения сформированных пакетов в интервалы доступности приборов заданной длительности, формулировки порядков их выполнения внутри этих интервалов имеет детерминированный характер (то есть, осуществляется определен-

ние решений указанного вида для детерминированной задачи).

В настоящее время могут быть определены два подхода к решению задач оптимизации составов ПЗ и их порядков для выполнения на приборах КС. Первый предусматривает оптимизацию количества заданий в пакетах. В этом случае определение характеристик процесса выполнения ПЗ в КС реализуется с учетом того, что между приборами пакеты передаются целиком (перемещение пакетов с предшествующего прибора на последующий осуществляется после окончания выполнения последнего задания в них). Этот подход применен автором в [1] при разработке модели MILP (*аббр. от англ. Mixed Integer Linear Programming*) – оптимизации количества заданий разных типов в пакетах и расписаний выполнения ПЗ в КС. Второй подход предусматривает назначение однотипных заданий в состав пакетов (их распределение по пакетам). Тогда идентификация характеристик процессов выполнения ПЗ в КС осуществляется с учетом того, что задания передаются с предшествующего прибора на последующий при окончании действий с ними на первом из них без ожидания завершения операций с другими заданиями. Если мощности множеств заданий, приборов и реализаций ПТО незначительны, то решение рассматриваемой задачи может быть выполнено путем разработки моделей MILP с последующим применением программ – решателей задач оптимизации. Тогда поиск эффективных решений по распределению заданий в пакеты и расписаний их выполнения в рассматриваемых системах при ограничениях на доступность приборов является актуальным.

#### **Обзор существующих методов решения задач оптимизации расписаний выполнения заданий в обрабатывающих системах разного вида и реализаций ПТО приборов**

В настоящее время исследования, связанные с разработкой математических моделей и методов планирования процессов выполнения заданий в обрабатывающих системах разного типа совместно с ПТО приборов, осуществляются в следующих направлениях:

- 1) оптимизация программ выпуска продукции на производственных предприятиях при условии ПТО обрабатывающих систем [2–5];
- 2) оптимизация расписаний проведения операций с заданиями на приборах обрабатывающих систем совместно с определением моментов времени начала их ПТО [6–14];
- 3) оптимизация порядков заданий для проведения операций с ними на приборах обрабатывающих систем разного вида при известных моментах времени начала их ПТО (периодичности обслуживания) и ограничениях на доступность приборов [15–20].

В [2] рассматривается задача оптимизации производственных программ выпуска продукции в течение периодов времени заданной длительности совместно с планированием ПТО всей обрабатывающей системы. Особенностью модели является учет потери производительности системы при реализации ПТО и восстановления оборудования системы после отказов, а также учет зависимости частоты отказов оборудования от фактического времени функционирования. Модель в [2] является детерминированной, вероятности отказов оборудования системы и стохастическое изменение ее производительности в ней не учитываются. Задача, аналогичная рассмотренной в [2], решается в [3]. В модели принимается во внимание изменение производительности системы при реализации ПТО и восстановлении приборов после отказов, а также изменяющаяся при увеличении времени функционирования системы частота отказов. В [3] исследуются свойства задачи, интерпретация которых позволила применить декомпозицию Данцига – Вульфа, также предложена эвристика «Relax-and-fix with fix-and-optimize».

В [4] рассматривается задача оптимизации производственных программ и планов ПТО (интервалов времени между ПТО). Наряду со стоимостью подготовки производства к выпуску продукции, стоимостью производства и хранения остатков продукции, в критериях учитываются затраты на ПТО и на восстановление системы после отказов. Восстановление системы обеспечивается реализацией двух политик: AGAN, предусматривающей замену оборудования после отказа; ABAO, предусматривающей восстановление оборудования.

При оптимизации производственных программ и планов ПТО в [5] горизонт планирования разбит на периоды, в конце каждого из которых выполняется обслуживание либо замена приборов, либо никакие операции не предпринимаются. Оптимизация осуществляется с учетом: 1) значений показателя надежности системы; 2) затрат на производство и ПТО; 3) доступности системы. При вычислении показателя надежности используется эксплуатационный возраст приборов и их частота отказов.

В [6] представлена модель MILP, использование которой позволяет оптимизировать расписания обработки деталей в системе Hybrid Flow Shop (HFS) при формировании комплектов (сборки узлов, агрегатов, изделий) и проведения ПТО приборов. Этапы решения задачи: 1) определение порядка выпуска изделий в соответствии с правилом Джонсона; 2) определение порядка обработки деталей в системе HFS эвристическим алгоритмом NEH.

В работе [7] решается задача оптимизации расписаний обработки деталей на приборах системы Open Shop с последующей многоуровневой сбор-

кой. Реализации ПТО приборов включены в заданные временные интервалы (временные «окна»). Для оптимизации решений была предложена модель MILP. Предполагается, что вероятности отказов приборов на интервалах между ПТО стремятся к нулю, и отказы в модели не учитываются.

В [8, 9] решается задача оптимизации расписаний выполнения единичных заданий (ЕЗ) в КС с учетом ПТО приборов, их восстановления после отказов и ограниченных ресурсах. Длительности выполнения ЕЗ на приборах КС модифицируются с учетом их восстановления после отказов. Модели в этих исследованиях являются детерминированными, вероятностные параметры отказов приборов не рассматриваются.

В [10] решается задача многокритериальной оптимизации расписаний выполнения ЕЗ и реализаций ПТО параллельных приборов, входящих в состав одной машины. В модели время выполнения заданий модифицируются с учетом ПТО, вероятностей перевода приборов в результате ПТО в требуемое состояние и вероятностей восстановления приборов в исходное состояние после отказа.

В [11] решена задача оптимизации порядка выполнения заданий и реализации ПТО в системе HFS. Горизонт планирования выполнения заданий и реализации ПТО разбит на временные интервалы, каждому из которых сопоставлен вид тарифов на электроэнергию. Разработана двухуровневая модель MILP, в которой на верхнем уровне осуществляется выбор определенных типов ПТО приборов в рассматриваемых периодах времени, нижний уровень осуществляет упорядочивание заданий в интервалах времени между ПТО. Оптимизация осуществляется путем минимизации количества потребляемой энергии, максимизации интервалов времени между ПТО.

В [12] модель обеспечивает оптимизацию расписаний выполнения ЕЗ на независимо функционирующих приборах одной обрабатывающей машины и позиций ПТО в последовательностях выполнения заданий на этих приборах. Поиск эффективных решений осуществляется при учете введенных для каждого задания моментов времени их поступления в систему и директивных сроков. Временные характеристики процесса выполнения заданий на приборах модифицируются с учетом решений по ПТО приборов.

Работа [13] посвящена обоснованию метода решения задачи оптимизации порядков заданий для проведения операций с ними на трех приборах КС и размещения в последовательностях выполнения заданий реализаций ПТО. Разработан алгоритм, предусматривающий: 1) переход от трехприборной задачи к двухприборной; 2) определение для двух приборов порядка выполнения заданий на них с ис-

пользованием правила Джонсона; 3) определение моментов времени, в которые время функционирования приборов превышает задаваемое значение, после которых назначается ПТО.

Работа [14] посвящена задаче поиска эффективных расписаний реализации действий с ЕЗ в системах HFS, в составе которых имеются промежуточные буферы и транспортеры, реализующие перемещение деталей. В рассматриваемой задаче осуществляется планирование ПТО транспортеров. Оптимизация осуществляется путем минимизации недоступности системы при введении граничного значения для ее показателя надежности, а также времени выполнения заданий. Значения показателя надежности, используемые при проверке ограничений, определяются в заданные моменты времени, соответствующие окончанию зафиксированных периодов функционирования системы. Показатель надежности системы определяется с учетом времени наработки транспортеров после окончания последних реализаций их ПТО.

В [15] решена задача оптимизации расписаний выполнения ЕЗ в системе FJS (*аббр. от англ. Flexible Job Shop*) при ограничениях на доступность приборов. Сформирована модель MILP оптимизации назначения ЕЗ для выполнения в интервалах доступности приборов и их порядков для реализации действий с ними на приборах. Получены выражения для модификации длительностей выполнения заданий в том случае, если реализация действий с ними прерывается ПТО.

В [16] рассмотрена задача оптимизации расписаний выполнения ЕЗ в двухприборной КС при отсутствии блокировки приборов и ограничений на доступность приборов. Для каждого прибора задано единственное ПТО, интервалы времени реализации ПТО приборов перекрываются. Вводятся два фиктивных задания, характеристики начала и проведения операций с которыми определяются на основе параметров ПТО. Разработана модель целочисленного программирования, в которой учитывается ПТО как выполнение фиктивных заданий на каждом из приборов.

В [17] рассмотрена задача оптимизации расписаний выполнения ЕЗ в системе Open Shop с ограничениями на доступность приборов. При решении указанной задачи учтено различие в времени транспортировки заданий, что является следствием разных маршрутов их перемещения между приборами.

В [18] сформирована модель MILP оптимизации включения ЕЗ в интервалы доступности приборов и порядка следования этих заданий при выполнении. Особенностью модели является введение отношения предшествования для операций и учет возможности прерывания выполнения операций реализациями ПТО.

В [19] решается задача оптимизации расписаний выполнения ЕЗ на параллельных приборах одной обрабатывающей машины при фиксированных моментах времени начала их ПТО. Наряду с ограничением доступности, вводится ограничение на время функционирования каждого прибора, что позволяет идентифицировать количество ПТО.

В [20] решена задача оптимизации порядков заданий для проведения операций с ними в системах Job Shop при ограничениях на доступность приборов. Особенностью этого исследования является формирование на основе модели выполнения операций с заданиями квантовой бинарной модели, используемой для вычислений на квантовой аналоговой машине.

Итогом выполненного анализа является вывод о том, что отсутствуют результаты исследований, использование которых позволяет осуществлять оптимизацию составов ПЗ и порядков пакетов для проведения операций с ними на приборах КС при учете их ПТО. По этой причине решение проблемы оптимизации распределения заданий по пакетам и расписаний их выполнения в КС с учетом ПТО приборов (при ограничениях на доступность приборов) является актуальным. При этом необходимым условием в рассматриваемой задаче является задание фиксированных интервалов времени между ПТО приборов (длительность этих интервалов является неизменной – детерминированной). Тогда определяемые в ходе оптимизации составы пакетов, решения по включению пакетов в интервалах доступности приборов ограниченной длительности и по порядкам их выполнения в этих интервалах являются детерминированными.

Постановка задачи исследований предполагает, что являются заданными:

1) тип обрабатывающих систем (системы Flow Shop – КС);

2) способ типизации заданий в соответствии с равными значениями времени:

– их выполнения на приборах;

– переналадки приборов на их выполнение;

3) способ выполнения заданий, предусматривающий формирование из них пакетов (в один пакет могут входить задания только одного типа);

4) способ передачи заданий из пакетов между двумя приборами, предусматривающий их перемещение с предшествующего прибора на последующий сразу при окончании выполнения заданий на первом из них;

5) ограничение на интервалы времени доступности приборов.

Перед автором стоит необходимость разработки модели MILP для оптимизации решений по назначению заданий в состав пакетов, включению пакетов в интервалы доступности приборов, определению их порядков для проведения операций с ними

на приборах КС в течение интервалов времени доступности, разработки приложения в программе IBM ILOG CPLEX для полученной модели, проведения исследований с целью верификации модели.

Оптимизация составов ПЗ и расписаний их выполнения реализуется с целью минимизации общей длительности процессов осуществления операций с заданиями разных типов в КС. Аналогичным образом оптимизация указанных решений при учете ограничения на доступность приборов (при заданных длительностях интервалов времени функционирования приборов между ПТО) реализуется с этой же целью (то есть с целью минимизации общей длительности рассматриваемых процессов). С точки зрения классических постановок задач теории расписаний общей длительности процесса осуществления операций с заданиями в КС соответствует критерий  $C_{\max}$ . Основываясь на этих рассуждениях, разработка модели MILP оптимизации рассматриваемых решений осуществляется с учетом требования минимизации критерия  $C_{\max}$  при поставленном ограничении на длительности интервалов времени между ПТО приборов КС.

#### **Математическая модель, применяемая для оптимизации составов пакетов заданий, назначения пакетов в интервалы доступности приборов, порядков пакетов для их выполнения внутри интервалов доступности**

Построение математической модели, позволяющей оптимизировать решения по назначению однотипных заданий в состав пакетов и включению этих пакетов в интервалы времени доступности приборов, предваряется введением обозначений для индексов:

$l$  – индекс прибора;

$b$  – индекс интервала доступности прибора КС, в течение которого он реализует выполнение ПЗ, предшествующий  $b$ -му ПТО прибора;

$j$  – номер (индекс), под которым пакет включен в последовательность выполнения ПЗ в  $b$ -м интервале доступности прибора;

$i$  – индекс (номер) задания, под которым оно входит в пакет, включенный под номером  $j$  в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора;

$w$  – индекс типа заданий, выполняемых в составе пакетов в КС.

Обозначения для параметров модели, которые позволяют охарактеризовать систему, выполняемые в ней задания и пакеты:

$L$  – количество приборов;

$J$  – количество пакетов, которые будут назначены в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов;

$I$  – количество заданий, которые будут назначены в состав пакетов;

$B$  – количество ПТО приборов;

$(B+1)$  – количество интервалов времени, в течение которых приборы доступны для реализации действий с ПЗ;

$W$  – количество типов заданий;

$N^w$  – количество заданий каждого  $w$ -го типа ( $w = 1, \bar{W}$ ).

Обозначения для параметров процесса осуществления операций с заданиями на приборах КС:

$t_{lw}$  – время реализации операций с заданием  $w$ -го типа на  $l$ -м приборе ( $l = 1, L; w = 1, \bar{W}$ );

$p_{lw}$  – время наладки  $l$ -го прибора на осуществление операций с заданием  $w$ -го типа ( $l = 1, L; w = 1, \bar{W}$ ).

Обозначения для ограничений на доступность приборов:

$s_{lb}$  – момент времени начала  $b$ -го интервала недоступности  $l$ -го прибора (начала ПТО) ( $l = 1, L; b = 1, B$ );

$e_{lb}$  – момент времени окончания  $b$ -го интервала недоступности  $l$ -го прибора (окончания ПТО).

Через  $M$  обозначено достаточно большое число. Оценка значения  $M$  в работе не выполнялась. Оно задано равным 1000 ( $M = 1000$ ), чтобы гарантировать:

1) положительные значения правых частей ограничений при условии, что соответствующие значения переменных решения и индикаторных переменных равны 1;

2) отрицательные значения правых частей ограничений при условии, что соответствующие значения переменных решения и индикаторных переменных равны 0.

Введены обозначения переменных, соответствующих решению задачи:

$x_{ijb}^l$  – переменная, характеризующая распределение заданий по пакетам внутри интервалов времени доступности приборов ( $x_{ijb}^l = 1$ , если задание распределено под номером  $i$  в пакет, который включен под номером  $j$  в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора,  $x_{ijb}^l = 0$  в противном случае);

$y_{wjb}^l$  – переменная, характеризующая типы заданий, распределенных по пакетам внутри интервалов времени доступности приборов ( $y_{wjb}^l = 1$ , если пакет, включенный под номером  $j$  в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора, содержит задания  $w$ -го типа,  $y_{wjb}^l = 0$  в противном случае);

$u_{jb}^l$  – переменная, характеризующая включение в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора ПЗ под номером  $j$  ( $u_{jb}^l = 1$ , если в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора ПЗ включен под номером  $j$ ,  $u_{jb}^l = 0$  в противном случае);

$q_{ijb}^l$  – момент времени начала реализации операций с заданием, включенным под номером  $i$  в пакет,

размещенный под номером  $j$  в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора;

$g_{jb}^l$  – момент времени завершения операций на  $l$ -м приборе с ПЗ, включенным под  $j$ -м номером в его  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора;

$C_{\max}$  – момент времени завершения операций со всеми ПЗ в обрабатывающей системе (в КС).

Первым этапом формирования математической модели, используемой для оптимизации решений по назначению заданий в пакеты, по их включению в интервалы доступности приборов и по порядкам пакетов для реализации действий с ними на приборах КС, является построение выражений для определения характеристик процесса выполнения заданий. Учитывается, что количество заданий в пакетах не менее 2, а в любой  $b$ -й интервал доступности каждого  $l$ -го прибора должен быть включен хотя бы один пакет. Рассуждения строятся с учетом номеров  $i$  заданий, под которыми они включены в пакеты, размещаемые под  $j$ -ми номерами в  $b$ -х интервалах доступности приборов. Если задание включено под  $(i=1)$ -м номером в пакет, являющийся  $(j=1)$ -м в  $(b=1)$ -й интервале доступности  $(l=1)$ -го прибора, то значение  $q_{11b}^1$  определяется выражением  $q_{111}^1 \geq \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^1$ . Если задание имеет  $(i=1)$ -й номер в пакете, являющемся  $(j=1)$ -м в  $b$ -м интервале доступности  $(l=1)$ -го прибора, то значение  $q_{11b}^1$  определяется выражением:

$$q_{11b}^1 \geq e_{1,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^1, \quad (b = \overline{2, B+1}).$$

Для  $i$ -х заданий ( $i = \overline{2, I}$ ) в  $j$ -х пакетах ( $j = \overline{1, J}$ ), включенных в  $b$ -е интервалы доступности  $(l=1)$ -го прибора, построение выражений осуществляется на основе подхода с использованием  $M$ -больших чисел [21].

Тогда значение  $q_{ijb}^1$  определяется выражением:

$$q_{ijb}^1 \geq q_{i-1,j,b}^1 + \sum_{w=1}^W t_{1w} y_{w1b}^1 - M \cdot (1 - x_{ijb}^1), \\ (i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}).$$

В выражении предполагается, что вычисление значений  $q_{ijb}^1$  осуществляется при условии включения соответствующего  $i$ -го задания в  $j$ -й пакет в  $b$ -м интервале доступности  $(l=1)$ -го прибора (при  $x_{ijb}^1 = 1$ ).

Моменты времени завершения выполнения  $j$ -х пакетов в  $b$ -х интервалах доступности  $(l=1)$ -го прибора, обозначенные как  $g_{jb}^1$ , определяются как максимумы среди моментов времени завершения операций с входящими в них заданиями:

$$g_{jb}^1 \geq q_{ijb}^1 + \sum_{w=1}^W t_{1w} y_{w1b}^1 - M \cdot (2 - u_{jb}^1 - x_{ijb}^1),$$

$$(i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}).$$

В выражении предполагается, что вычисление значений  $g_{jb}^1$  осуществляется при условии включения  $j$ -го пакета в  $b$ -й интервал доступности ( $l=1$ )-го прибора (при  $u_{jb}^1 = 1$ ) и при включении соответствующего  $i$ -го задания в этот  $j$ -й пакет в  $b$ -м интервале доступности ( $l=1$ )-го прибора (при  $x_{ijb}^1 = 1$ ).

Для  $(i=1)$ -х заданий в  $j$ -х пакетах в  $b$ -х интервалах доступности ( $l=1$ )-го прибора значения  $q_{1jb}^1$  определяются выражением:

$$q_{1jb}^1 \geq g_{j-1,b}^1 + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^1 - M \cdot (1 - u_{jb}^1), \\ (j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}),$$

то есть при условии, что пакет под  $j$ -м номером включен в  $b$ -й интервал доступности ( $l=1$ )-го прибора (при  $u_{jb}^1 = 1$ ).

Значения  $q_{111}^1$  для  $(i=1)$ -х заданий в  $(j=1)$ -х пакетах в  $(b=1)$ -х интервалах доступности  $l$ -х приборов определяются выражением:

$$q_{111}^1 \geq \max(q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}, \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l),$$

где  $l = \overline{2, L}$ .

В выражении первая компонента операции  $\max$  соответствует моменту времени окончания выполнения  $(i=1)$ -го задания в  $(j=1)$ -м пакете в  $(b=1)$ -м интервале доступности  $(l-1)$ -го прибора, вторая компонента операции  $\max$  соответствует моменту времени окончания наладки  $l$ -го прибора на выполнение заданий в  $(j=1)$ -м пакете в  $(b=1)$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора.

Для  $(i=1)$ -х заданий в  $(j=1)$ -х пакетах в  $b$ -х интервалах доступности  $l$ -х приборов, значение  $q_{11b}^l$  определяется выражением:

$$q_{11b}^l \geq \max(F, H),$$

где

$$F = q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}; H = e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l; \\ b = \overline{2, B+1}, l = \overline{2, L}.$$

В выражении, определяющем значение  $q_{11b}^l$ , первая компонента операции  $\max$  интерпретируется аналогично рассмотренному выше выражению, вторая компонента операции  $\max$  соответствует моменту времени завершения наладки  $l$ -го прибора на выполнение заданий в  $(j=1)$ -м пакете в  $b$ -м интервале его доступности после окончания  $(b-1)$ -го ПТО этого прибора.

Для  $i$ -х заданий ( $i = \overline{2, I}$ ) в  $j$ -х пакетах ( $i = \overline{2, J}$ ) в  $b$ -х интервалах доступности  $l$ -х приборов, значение  $q_{ijb}^l$  определяются выражением:

$$q_{ijb}^l \geq \max(G, N) - M \cdot (1 - x_{ijb}^l), \\ (i = \overline{2, I}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{2, L}),$$

где

$$G = q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}; N = q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l.$$

Значения  $g_{jb}^l$  моментов времени окончания выполнения  $j$ -х ПЗ в  $b$ -х интервалах доступности  $l$ -х приборах определяются следующим образом:

$$g_{jb}^l \geq q_{ijb}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l - M \cdot (2 - u_{jb}^l - x_{ijb}^l), \\ (i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{1, L}).$$

Значения  $q_{1jb}^l$  для ( $i = 1$ )-х заданий в  $j$ -х пакетах, включенных в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов, определяются выражением:

$$q_{1jb}^l \geq \max(D, R) - M \cdot (1 - u_{jb}^l), \\ (j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{2, L}),$$

где

$$D = q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}; R = g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l.$$

Завершение операций со всеми ПЗ в КС определяется путем определения максимума среди моментов времени окончания действий с ними на  $L$ -м приборе:

$$C_{\max} \geq g_{jb}^L (j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}), \\ (j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}).$$

В силу того, что ПЗ должны быть выполнены строго в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов, для значений  $g_{jb}^l$  введены ограничения вида:

$$g_{jb}^l \leq s_{lb} (l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B}; j = \overline{1, J}).$$

Ограничения, соответствующие включению пакетов в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов ( $l = \overline{1, L}$ ):

1) задания с  $i$ -ми номерами могут быть распределены в пакеты только в том случае, если пакеты под  $j$ -ми номерами включены в  $b$ -е интервалы доступности:

$$x_{ijb}^l \leq M u_{jb}^l,$$

где  $l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B + 1}; j = \overline{1, J}; i = \overline{1, I}$ ;

2) в  $j$ -е пакеты ( $j = \overline{1, J}$ ), включенные в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов, должно быть распределено не менее двух заданий:

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l \geq 2 - M \cdot (1 - u_{jb}^l),$$

где  $l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B + 1}; j = \overline{1, J}$ ;

3) в следующие друг за другом пакеты, включенные в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -приборов, распределены задания разных типов:

$$y_{wj}^l + y_{w,j+1,b}^l \leq 1,$$

где  $l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B + 1}; j = \overline{1, J - 1}; w = \overline{1, W}$ ;

4) в каждом  $b$ -м интервале доступности размещается не менее одного ПЗ:

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l \geq 1,$$

где  $l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B + 1}$ ;

5) количество ПЗ в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора равно количеству ПЗ в этом же интервале доступности  $(l + 1)$ -го прибора:

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l = \sum_{j=1}^J u_{jb}^{l+1},$$

где  $b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{1, L - 1}$ ;

6) количество заданий в пакете с  $j$ -м номером в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го и  $(l + 1)$ -го прибора является одинаковым:

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l = \sum_{i=1}^I x_{ijb}^{l+1},$$

где  $j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{1, L - 1}$ ;

7) пакет, включенный под  $j$ -м номером в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора, может содержать задания только одного  $w$ -го типа, и эти задания могут быть добавлены в этот пакет в случае, если он включен в этот  $b$ -й интервал:

$$\sum_{w=1}^W y_{wj}^l = u_{jb}^l,$$

где  $j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{1, L - 1}$ .

Построение дополнительных ограничений, соответствующих распределению заданий по пакетам, реализовано на основе подхода к их синтезу с использованием логических условий [21].

**Вид условия:** если задание содержится под  $(i + 1)$ -м номером в пакете, включенным под  $j$ -м номером в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора ( $x_{i+1,jb}^l = 1$ ), то в этом же пакете должно содержаться задание с  $i$ -м номером ( $x_{ijb}^l = 1$ ).

**Вид логического условия:**

ЕСЛИ  $x_{i+1,jb}^l = 1$ ,

ТО  $x_{ijb}^l = 1$  ( $i = \overline{1, I - 1}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B + 1}; l = \overline{1, L}$ ).

Это условие в виде ограничений интерпретируется следующим образом:

$$x_{ijb}^l - x_{i+1,jb}^l \geq 0, \\ (i = \overline{1, I-1}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}).$$

Аналогичные рассуждения использованы применительно к ПЗ, включенным под  $j$ -м и  $(j+1)$ -м номерами в  $b$ -е интервалы доступности  $l$ -х приборов.

В результате получены ограничения:

$$u_{jb}^l - u_{j+1,b}^l \geq 0, \\ (j = \overline{1, J-1}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}).$$

Для ограничений, определяющих требование включения в пакеты всех заданий каждого  $w$ -го типа в количестве  $N^w$ , введены переменные  $v_{iwjb}^l$  ( $i = \overline{1, I}; w = \overline{1, W}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}$ ):

$$v_{iwjb}^l = 1, \text{ если } y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 1,$$

то есть  $i$ -е задание из пакета, включенного с  $j$ -м номером в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора, относится к  $w$ -му типу;  $v_{iwjb}^l = 0$ , если  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 0$  ( $i$ -е задание из пакета, включенного с  $j$ -м номером в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора, не относится к  $w$ -му типу).

Для ограничений вида  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$  в [21] введена переменная  $y$ :  $y = 1$ , если ограничение выполняется;  $y = 0$  – если нет. Определение значений  $y$  осуществляется в [21] выражениями вида:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b + M \cdot (1 - y), \\ f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b + 1 - My.$$

Введем ограничения вида  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ , которые позволяли бы контролировать типизацию заданий, распределенных по пакетам.

Для определения значений переменной  $y$  при выполнении / не выполнении ограничения вида  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ , получены соответствующие выражения:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b - M \cdot (1 - y), \\ f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b - 1 + My. \quad (1)$$

В рассмотрение введена индикаторная переменная  $v_{iwjb}^l$ , значения которой определяются следующим образом:

1) если  $i$ -е задание назначено в состав  $j$ -го пакета, включенного в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора ( $x_{ijb}^l = 1$ ), и в этот  $j$ -й пакет в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора назначаются задания  $w$ -го типа ( $y_{wjb}^l = 1$ ), то  $v_{iwjb}^l = 1$ ;

2) если  $i$ -е задание назначено в состав  $j$ -го пакета, включенного в  $b$ -й интервал доступности  $l$ -го прибора ( $x_{ijb}^l = 1$ ), но в этот  $j$ -й пакет в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора не назначаются задания  $w$ -го типа ( $y_{wjb}^l = 0$ ), либо в  $j$ -й пакет в  $b$ -м

интервале доступности  $l$ -го прибора назначаются задания  $w$ -го типа ( $y_{wjb}^l = 1$ ), но  $i$ -е задание не назначено в состав  $j$ -го пакета в этом  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора ( $x_{ijb}^l = 0$ ), то  $v_{iwjb}^l = 0$ .

Таким образом, при условии  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 1$  значение индикаторной переменной  $v_{iwjb}^l = 1$ , а при условии  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 0$  – соответственно,  $v_{iwjb}^l = 0$ .

Тогда для условий:  $v_{iwjb}^l = 1$  при  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 1$  и  $v_{iwjb}^l = 0$  при  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l = 0$ , на основе (1) получены ограничения:

$$y_{wjb}^l x_{ijb}^l \geq 1 - M \cdot (1 - v_{iwjb}^l),$$

$$y_{wjb}^l x_{ijb}^l \leq M v_{iwjb}^l,$$

$$(i = \overline{1, I}; w = \overline{1, W}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}).$$

В целом использование переменных  $v_{iwjb}^l$  позволяет контролировать общее количество заданий каждого типа, распределенных по пакетам.

Выражения, определяющие условия включения в состав пакетов всех заданий каждого  $w$ -го типа в количестве  $N^w$  на каждом  $l$ -м приборе, имеют вид:

$$\sum_{b=1}^{B+1} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I v_{iwjb}^l = N^w; \quad w = \overline{1, W}; \quad l = \overline{1, L}.$$

Итоговый вид модели оптимизации назначения заданий в пакеты и включения последних в интервалы доступности приборов:

1) целевая функция:

$$\min C_{\max}; \quad (2)$$

2) ограничения:

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l \geq 2 - M \cdot (1 - u_{jb}^l), \quad (3) \\ l = \overline{1, L}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad j = \overline{1, J};$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l \leq M u_{jb}^l, \quad l = \overline{1, L}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad j = \overline{1, J}; \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l \geq 1, \quad l = \overline{1, L}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad (5)$$

$$\sum_{w=1}^W y_{wjb}^l = u_{jb}^l, \quad j = \overline{1, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{1, L}; \quad (6)$$

$$y_{wjb}^l + y_{w,j+1,b}^l \leq 1, \quad l = \overline{1, L}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad j = \overline{1, J-1}; \quad w = \overline{1, W}; \quad (7)$$

$$x_{ijb}^l - x_{i+1,jb}^l \geq 0, \quad i = \overline{1, I-1}; \quad j = \overline{1, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{1, L}; \quad (8)$$

$$u_{jb}^l - u_{j+1,b}^l \geq 0, \quad j = \overline{1, J-1}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{1, L}; \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l = \sum_{j=1}^J u_{jb}^{l+1}, b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L-1}; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I x_{ijb}^l &= \sum_{i=1}^I x_{ijb}^{l+1}, \\ j &= \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L-1}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} y_{wjb}^l x_{ijb}^l &\geq 1 - M \cdot (1 - v_{iwjb}^l), \\ y_{wjb}^l x_{ijb}^l &\leq M v_{iwjb}^l, \end{aligned} \quad (12)$$

$$i = \overline{1, I}; w = \overline{1, W}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L};$$

$$\sum_{b=1}^{B+1} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I v_{iwjb}^l = N^w, w = \overline{1, W}; l = \overline{1, L}; \quad (13)$$

$$q_{111}^l \geq \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w11}^l; \quad (14)$$

$$q_{11b}^l \geq e_{1,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^l, b = \overline{2, B+1} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} q_{1jb}^l &\geq g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^l - M \cdot (1 - u_{jb}^l), \\ j &= \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} q_{ijb}^l &\geq q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{1w} y_{wj1}^l - M \cdot (1 - x_{ijb}^l), \\ i &= \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} g_{jb}^l &\geq q_{ijb}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj1}^l - M \cdot (2 - u_{jb}^l - x_{ijb}^l), \\ i &= \overline{1, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$q_{111}^l \geq \max(q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1,w} y_{w11}^{l-1}; \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} q_{11b}^l &\geq \max(q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1,w} y_{w1b}^{l-1}; e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l), \\ b &= \overline{2, B+1}; l = \overline{2, L}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} q_{1jb}^l &\geq \max(q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1,w} y_{wj1}^{l-1}, \\ g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj1}^l) - M \cdot (1 - u_{jb}^l), \\ j &= \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$q_{ijb}^l \geq \max(q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1,w} y_{wj1}^{l-1}, \quad (22)$$

$$q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj1}^l) - M \cdot (1 - x_{ijb}^l),$$

$$i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$$

$$C_{\max} \geq g_{jb}^l, j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; \quad (23)$$

$$g_{jb}^l \leq s_{lb}, l = \overline{1, L}; b = \overline{1, B}; j = \overline{1, J}; \quad (24)$$

$$\begin{aligned} q_{ijb}^l &\geq 0; g_{jb}^l \geq 0; i = \overline{1, I}, \\ j &= \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L} \end{aligned} \quad (25)$$

$$x_{ijb}^l \in \{0,1\}, y_{wjb}^l \in \{0,1\}, u_{jb}^l \in \{0,1\}, v_{iwjb}^l \in \{0,1\}, \quad (26)$$

$$i = \overline{1, I}; w = \overline{1, W}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}.$$

### Линеаризация математической модели оптимизации

Модель (2-26) является моделью нелинейного программирования. Нелинейными являются выражения (12) и (19-22). Для линеаризации (12) введены переменные  $z_{iwjb}^l$ :

$$\begin{aligned} z_{iwjb}^l &= y_{wjb}^l x_{ijb}^l, \\ (i &= \overline{1, I}; w = \overline{1, W}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}). \end{aligned}$$

Замена произведения  $y_{wjb}^l x_{ijb}^l$  на  $z_{iwjb}^l$  в (12) обеспечивается ограничениями [22]:

$$\begin{aligned} z_{iwjb}^l &\leq y_{wjb}^l; z_{iwjb}^l \leq x_{ijb}^l; z_{iwjb}^l \geq y_{wjb}^l + x_{ijb}^l - 1; \\ z_{iwjb}^l &\in \{0,1\}. \end{aligned}$$

С целью линеаризации (19) введены переменные  $m_l$  ( $l = \overline{2, L}$ ):

-  $m_l = 1$ , если наладка  $l$ -го прибора на действия с заданиями в пакете с ( $j = 1$ )-м номером в ( $b = 1$ )-м интервале доступности  $l$ -го прибора завершилась не позже, чем окончание выполнения ( $i = 1$ )-го задания в пакете с ( $j = 1$ )-м номером в ( $b = 1$ )-м интервале доступности ( $l - 1$ )-го прибора;

-  $m_l = 0$  в противном случае.

Определение значений переменных  $m_l$  ( $l = \overline{2, L}$ ) и значений характеристик  $q_{111}^l$  ( $l = \overline{2, L}$ ) процесса выполнения ПЗ в КС осуществляется посредством введения в модель следующих выражений (27-30), представляющих собой линеаризацию (19).

Для линеаризации (20) введены переменные  $m_b^l$  ( $l = \overline{2, L}; b = \overline{2, B+1}$ ):

-  $m_b^l = 1$ , если наладка  $l$ -го прибора на проведение операций с заданиями в ( $j = 1$ )-м пакете в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора после окончания его ( $b - 1$ )-го ПТО закончилась не позже окончания выполнения ( $i = 1$ )-го задания в ( $j = 1$ )-м пакете в  $b$ -м интервале доступности ( $l - 1$ )-го прибора;

-  $m_b^l = 0$  в противном случае.

$$\left[ \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l - (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) \right] + Mm_l \geq 0, \quad l = \overline{2, L}. \quad (27)$$

$$\left[ (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) - \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l \right] + M(1 - m_l) \geq 0, \quad l = \overline{2, L}. \quad (28)$$

$$q_{111}^l \geq (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) - M \cdot (2 - u_{11}^l - m_l). \quad (29)$$

$$q_{111}^l \geq \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l - M(1 - u_{11}^l + m_l), \quad l = \overline{2, L}. \quad (30)$$

Определение значений переменных  $m_b^l$  и, соответственно, значений характеристик процесса выполнения ПЗ в КС ( $q_{11b}^l$ ), осуществляется посредством введения в модель следующих выражений (31–34), представляющих собой линеаризацию (20).

Для линеаризации (21) введены переменные  $m_{jb}^l$ :

–  $m_{jb}^l = 1$ , если после окончания выполнения ПЗ с  $(j-1)$ -м номером в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора наладка на проведение операций с заданиями в  $j$ -м пакете в этом же интервале до-

ступности  $l$ -го прибора закончилась не позже окончания выполнения ( $i=1$ )-го задания в пакете с  $j$ -м номером в  $b$ -м интервале доступности ( $l-1$ )-го прибора;

–  $m_{jb}^l = 0$  в противном случае.

Определение значений переменных  $m_{jb}^l$  и, соответственно, значений характеристик процесса выполнения ПЗ в КС ( $q_{1jb}^l$ ) осуществляется посредством введения в модель выражений (35–38), представляющих собой линеаризацию (21).

$$\left[ (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) - (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) \right] + Mm_b^l \geq 0, \quad b = \overline{2, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (31)$$

$$\left[ (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) - (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) \right] + M \cdot (1 - m_b^l) \geq 0, \quad b = \overline{2, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (32)$$

$$q_{11b}^l \geq (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) - M \cdot (2 - u_{1b}^l - m_b^l). \quad (33)$$

$$q_{11b}^l \geq (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) - M(1 - u_{1b}^l + m_b^l), \quad b = \overline{2, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (34)$$

$$\left[ (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) - (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) \right] + Mm_{jb}^l \geq 0, \quad j = \overline{2, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (35)$$

$$\left[ (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) \right] + M(1 - m_{jb}^l) \geq 0, \quad j = \overline{2, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (36)$$

$$q_{1jb}^l \geq (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - M \cdot (2 - u_{jb}^l - m_{jb}^l), \quad j = \overline{2, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (37)$$

$$q_{1jb}^l \geq (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) - M \cdot (1 - u_{jb}^l + m_{jb}^l), \quad j = \overline{2, J}; \quad b = \overline{1, B+1}; \quad l = \overline{2, L}. \quad (38)$$

Для линеаризации (22) в рассмотрение введены переменные  $m_{ijb}^l$ :

$-m_{ijb}^l = 1$ , если действия с  $(i-1)$ -м заданием в  $j$ -м пакете в  $b$ -м интервале доступности  $l$ -го прибора завершились не позже завершения действий с  $i$ -м заданием в  $j$ -м пакете в  $b$ -м интервале доступности  $(l-1)$ -го прибора;

$-m_{ijb}^l = 0$  в противном случае.

Определение значений переменных  $m_{ijb}^l$  и, соответственно, значений характеристик процесса выполнения ПЗ в КС ( $q_{ijb}^l$ ), осуществляется посредством введения в модель выражений (39–42), представляющих собой линеаризацию выражений (22).

$$[(q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l) - (q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1})] + M m_{ijb}^l \geq 0, \quad i = \overline{2,I}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{2,L}. \quad (39)$$

$$[(q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - (q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l)] + M(1 - m_{ijb}^l) \geq 0, \quad i = \overline{2,I}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{2,L}. \quad (40)$$

$$q_{ijb}^l \geq (q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - M \cdot (2 - x_{ijb}^l - m_{ijb}^l). \quad (41)$$

$$q_{ijb}^l \geq (q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l) - M \cdot (1 - x_{ijb}^l + m_{ijb}^l), \quad i = \overline{2,I}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{2,L}. \quad (42)$$

С учетом введенных переменных и выражений (27–42), позволяющих исключить нелинейные выражения (19–22), заменив их на линейные, получен итоговый вид модели MILP, посредством которой оптимизируются решения по назначению заданий в пакеты, включению пакетов в интервалы доступности приборов КС и порядкам выполнения пакетов в интервалах доступности:

1) целевая функция:

$$\min C_{\max}; \quad (43)$$

2) ограничения:

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l \geq 2 - M \cdot (1 - u_{jb}^l), \quad (44)$$

$l = \overline{1,L}; b = \overline{1,B+1}; j = \overline{1,J};$

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l \leq M u_{jb}^l, \quad l = \overline{1,L}; b = \overline{1,B+1}; j = \overline{1,J}; \quad (45)$$

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l \geq 1, \quad l = \overline{1,L}; b = \overline{1,B+1}; \quad (46)$$

$$\sum_{w=1}^W y_{wj}^l = u_{jb}^l, \quad j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L}; \quad (47)$$

$$y_{wj}^l + y_{w,j+1,b}^l \leq 1, \quad l = \overline{1,L}; b = \overline{1,B+1}; j = \overline{1,J-1}; w = \overline{1,W}; \quad (48)$$

$$x_{ijb}^l - x_{i+1,jb}^l \geq 0, \quad i = \overline{1,I-1}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L}; \quad (49)$$

$$u_{jb}^l - u_{j+1,b}^l \geq 0, \quad j = \overline{1,J-1}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L}; \quad (50)$$

$$\sum_{j=1}^J u_{jb}^l = \sum_{j=1}^J u_{jb}^{l+1}, \quad b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L-1}; \quad (51)$$

$$\sum_{i=1}^I x_{ijb}^l = \sum_{i=1}^I x_{ijb}^{l+1}, \quad j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L-1}; \\ z_{iwjb}^l \geq 1 - M \cdot (1 - v_{iwjb}^l), \quad (52)$$

$$z_{iwjb}^l \leq M v_{iwjb}^l, \quad (53)$$

$$i = \overline{1,I}; w = \overline{1,W}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L}; \\ \sum_{b=1}^{B+1} \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I v_{iwjb}^l = N^w, \quad w = \overline{1,W}; l = \overline{1,L}; \quad (54)$$

$$z_{iwjb}^l \leq y_{wj}^l, z_{iwjb}^l \leq x_{ijb}^l, z_{iwjb}^l \geq y_{wj}^l + x_{ijb}^l - 1, \quad (55)$$

$$i = \overline{1,I}; w = \overline{1,W}; j = \overline{1,J}; b = \overline{1,B+1}; l = \overline{1,L};$$

$$q_{111}^1 \geq \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w11}^1 - M \cdot (1 - u_{11}^1); \quad (56)$$

$$q_{11b}^1 \geq e_{1,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^1 - M \cdot (1 - u_{1b}^1), \quad (57)$$

$b = \overline{2,B+1};$

$$q_{1jb}^1 \geq g_{j-1,b}^1 + \sum_{w=1}^W p_{1w} y_{w1b}^1 - M \cdot (1 - u_{jb}^1), \quad (58)$$

$j = \overline{2,J}; b = \overline{1,B+1};$

$$q_{ijb}^1 \geq q_{i-1,j,b}^1 + \sum_{w=1}^W t_{1w} y_{wj}^1 - M \cdot (1 - x_{ijb}^1), \quad (59)$$

$i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1};$

$$g_{jb}^l \geq q_{ijb}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l - M \cdot (2 - u_{jb}^l - x_{ijb}^l), \quad (60)$$

$i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L};$

$$\left[ \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l - (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) \right] + Mm_l \geq 0, \quad (61)$$

$l = \overline{2, L};$

$$\left[ (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) - \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l \right] + M(1 - m_l) \geq 0, \quad l = \overline{2, L}; \quad (62)$$

$$q_{111}^l \geq (q_{111}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w11}^{l-1}) - M \cdot (2 - u_{11}^l - m_l), \quad (63)$$

$$q_{111}^l \geq \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w11}^l - M(1 - u_{11}^l + m_l), \quad l = \overline{2, L}; \quad (64)$$

$$\left[ (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) - (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) \right] + Mm_b^l \geq 0, \quad b = \overline{2, B+1}; l = \overline{2, L}; \quad (65)$$

$$\left[ (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) - (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) \right] + M \cdot (1 - m_b^l) \geq 0, \quad (66)$$

$b = \overline{2, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$q_{11b}^l \geq (q_{11b}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{w1b}^{l-1}) - M \cdot (2 - u_{1b}^l - m_b^l), \quad (67)$$

$$q_{11b}^l \geq (e_{l,b-1} + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{w1b}^l) - M(1 - u_{1b}^l + m_b^l), \quad (68)$$

$b = \overline{2, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$\left[ (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) - (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) \right] + Mm_{jb}^l \geq 0 \quad (69)$$

$j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$\left[ (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) \right] + M(1 - m_{jb}^l) \geq 0, \quad (70)$$

$j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$\begin{aligned} q_{1jb}^l &\geq (q_{1jb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - \\ &\quad - M \cdot (2 - u_{jb}^l - m_{jb}^l), \end{aligned} \quad (71)$$

$j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$\begin{aligned} q_{1jb}^l &\geq (g_{j-1,b}^l + \sum_{w=1}^W p_{lw} y_{wj}^l) - \\ &\quad - M \cdot (1 - u_{jb}^l + m_{jb}^l), \end{aligned} \quad (72)$$

$j = \overline{2, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$\begin{aligned} \left[ (q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l) - (q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) \right] + \\ + Mm_{ijb}^l \geq 0, \end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned} \left[ (q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - (q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l) \right] + \\ + M(1 - m_{ijb}^l) \geq 0, \end{aligned} \quad (74)$$

$i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$q_{ijb}^l \geq (q_{ijb}^{l-1} + \sum_{w=1}^W t_{l-1w} y_{wj}^{l-1}) - M \cdot (2 - x_{ijb}^l - m_{ijb}^l), \quad (75)$$

$$q_{ijb}^l \geq (q_{i-1,j,b}^l + \sum_{w=1}^W t_{lw} y_{wj}^l) - M \cdot (1 - x_{ijb}^l + m_{ijb}^l), \quad (76)$$

$i = \overline{2, I}; j = \overline{1, J}, b = \overline{1, B+1}; l = \overline{2, L};$

$$C_{\max} \geq g_{j,B+1}^l, \quad j = \overline{1, J}; \quad (77)$$

$$g_{jb}^l \leq s_{lb}, \quad j = \overline{1, J}, b = \overline{1, B}; l = \overline{2, L}; \quad (78)$$

$$g_{j,B+1}^l \geq e_{lb}, \quad j = \overline{1, J}; l = \overline{2, L}; \quad (79)$$

$$\begin{aligned} q_{ijb}^l &\geq 0; \quad g_{jb}^l \geq 0; \\ i = \overline{1, I}; j = \overline{1, J}; b = \overline{1, B+1}; l = \overline{1, L}; \end{aligned} \quad (80)$$

$$x_{ijb}^l \in \{0,1\}, y_{wj}^l \in \{0,1\}, u_{jb}^l \in \{0,1\}, v_{iwjb}^l \in \{0,1\}; \quad (81)$$

$$\begin{aligned} z_{iwjb}^l &\in \{0,1\}, i = \overline{1, I}, w = \overline{1, W}, j = \overline{1, J}, \\ b = \overline{1, B+1}, l = \overline{1, L}; \end{aligned} \quad (82)$$

$$\begin{aligned} m_l &\in \{0,1\}, m_b^l \in \{0,1\}, m_{jb}^l \in \{0,1\}, j = \overline{2, J}, \\ b = \overline{1, B+1}, l = \overline{2, L}; \end{aligned} \quad (83)$$

$$m_{ijb}^l \in \{0,1\}, i = \overline{2, I}, j = \overline{1, J}, b = \overline{1, B+1}, l = \overline{2, L}. \quad (84)$$

### Исследование модели MILP оптимизации

Для исследования предложенной модели MILP (43–84) разработано приложение в пакете IBM ILOG CPLEX. В интересах исследования рассмотрены задачи поиска эффективных решений по назначению заданий в состав пакетов, включению ПЗ в интервалы доступности  $l$ -х приборов, порядков пакетов для проведения операций с ними на приборах КС в рамках этих интервалов.

Исследования проводились для параметров модели, которые обобщены в виде отношений времени выполнения заданий  $i$ -го и  $i'$ -го типов на  $l$ -х приборах:

$$\max(t_{ii'})/\min(t_{ii'})$$

и наладки приборов на их выполнение:

$$\max(t_{li'})/\min(t_{li'})$$

Значения отношений:

$$\begin{aligned}\max(t_{ii'})/\min(t_{ii'}) &\in \{1, 2, 4\}, \\ \max(t_{li'})/\min(t_{li'}) &\in \{1, 2, 4, 8\}.\end{aligned}$$

Заданы  $W = 4$  и  $N^w = 12$  ( $w = \overline{1,4}$ ). Исследования выполнялись при  $L = 2$  и  $L = 3$ . Заданы интервалы недоступности приборов  $[s_{1b}; e_{1b}]$  при  $L = 2$  и  $L = 3$ ,

$B = 1$  и  $B = 2$ . В качестве результатов зафиксированы значения критерия  $C_{\max}$ . Значения параметров модели, используемые в исследованиях при  $L = 2$  и  $L = 3$ , и результаты исследований представлены в таблице 1. Результаты исследований обобщены в виде графиков (рисунок 1). Полученные в ходе исследований результаты показали, что сформированная модель MILP позволяет оптимизировать решения по распределению заданий по пакетам, включению полученных пакетов в интервалы доступности приборов и упорядочивать их выполнение внутри этих интервалов доступности.

Результаты показали, что при линейном сдвиге интервалов времени недоступности приборов (с постоянным времененным шагом) для разных значений отношения  $\max(t_{ii'})/\min(t_{ii'})$  фиксируется линейный характер увеличения значений критерия  $C_{\max}$ .

Использование модели позволяет получать решения при количестве приборов  $L = 3$ , количестве типов заданий  $W = 4$ , количестве заданий каждого типа  $N^w = 12$  и количестве ПТО приборов  $B = 2$ . При этом модель позволяет получать результаты как для перекрывающихся, так и для неперекрывающихся интервалов недоступности приборов.

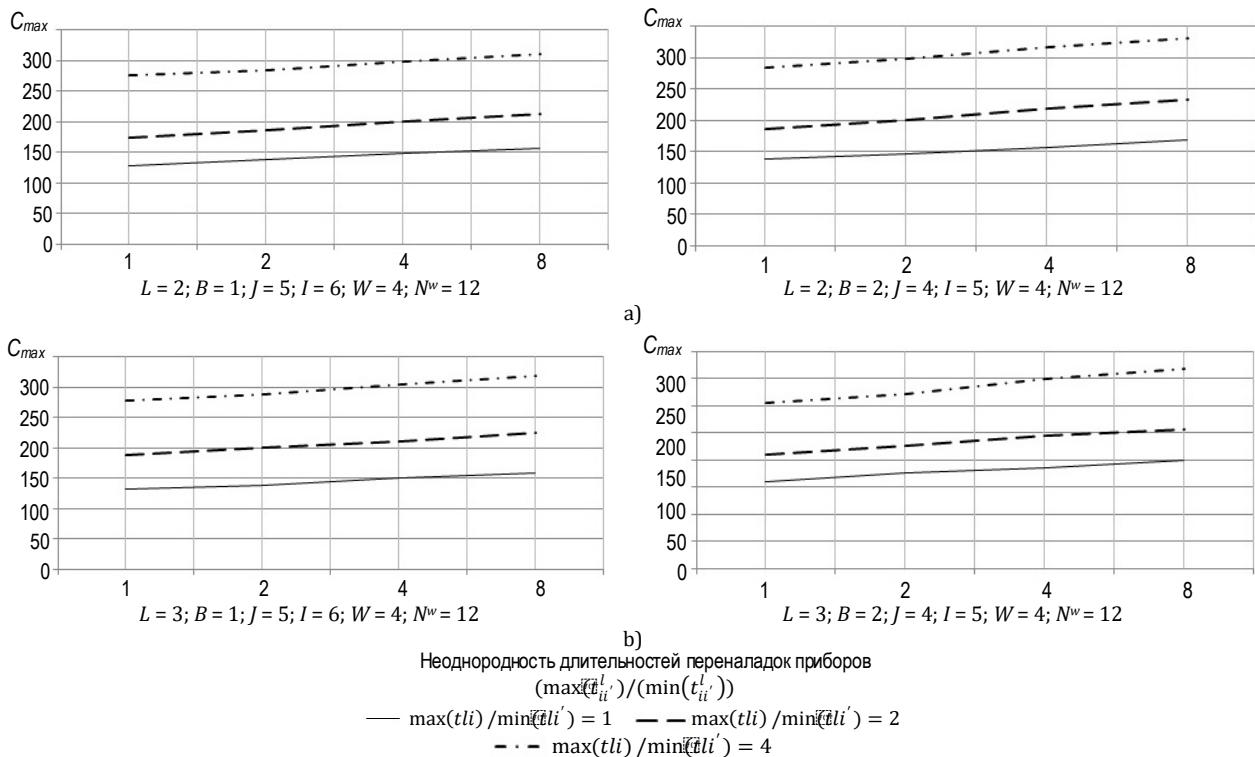


Рис. 1. Зависимости значений  $C_{\max}$  от параметров модели при  $L = 2$  (а) и  $L = 3$  (б)

Fig. 1. Dependences of  $C_{\max}$  Values on Model Parameters at  $L = 2$  (a) and  $L = 3$  (b)

ТАБЛИЦА 1. Значения параметров, использованных в моделях при  $L = 2$  и  $L = 3$ , и полученные результатыTABLE 1. The Values of the Parameters Used in the Models at  $L = 2$  and  $L = 3$ , and the Results Obtained

$\max(t_{ii'}^l)$	$\min(t_{ii'}^l)$	$L = 2$			$L = 3$			$C_{\max}$	
		Интервалы недоступности		$C_{\max}$	Интервалы недоступности		$C_{\max}$		
		( $l = 1$ )-го прибора [ $s_{1b}; e_{1b}$ ]	( $l = 2$ )-го прибора [ $s_{2b}; e_{2b}$ ]		( $l = 1$ )-го прибора [ $s_{1b}; e_{1b}$ ]	( $l = 2$ )-го прибора [ $s_{2b}; e_{2b}$ ]			
$L = 2, B = 1, J = 5, I = 6, W = 4, N^w = 12$					$L = 3, B = 1, J = 5, I = 6, W = 4, N^w = 12$				
1	1	[60;67]	[65;72]	128	[60;67]	[65;72]	[70;77]	132	
	2	[70;77]	[75;82]	137	[70;77]	[75;82]	[80;87]	141	
	4	[80;87]	[85;92]	148	[80;87]	[85;92]	[90;97]	152	
	8	[90;97]	[95;102]	157	[90;97]	[95;102]	[100;107]	161	
2	1	[70;77]	[80;87]	173	[70;77]	[80;87]	[90;97]	187	
	2	[80;87]	[90;92]	185	[80;87]	[90;92]	[100;107]	200	
	4	[90;97]	[100;107]	201	[90;97]	[100;107]	[110;117]	211	
	8	[100;107]	[110;117]	212	[100;107]	[110;117]	[120;127]	225	
4	1	[120;127]	[130;137]	273	[120;127]	[130;137]	[145;152]	278	
	2	[130;137]	[140;147]	283	[130;137]	[140;147]	[155;162]	289	
	4	[140;147]	[150;157]	298	[145;152]	[155;162]	[165;172]	308	
	8	[160;167]	[170;177]	310	[160;167]	[170;177]	[180;187]	320	
$L = 2, B = 2, J = 4, I = 5, W = 4, N^w = 12$					$L = 3, B = 2, J = 4, I = 5, W = 4, N^w = 12$				
1	1	[40;47];[80;87]	[45;52];[85;92]	139	[40;47];[80;87]	[45;52];[85;92]	[50;57];[90;97]	160	
	2	[45;52];[90;97]	[50;57];[95;102]	146	[45;52];[90;97]	[50;57];[95;102]	[55;62];[100;107]	176	
	4	[50;57];[100;107]	[55;62];[105;112]	157	[50;57];[100;107]	[55;62];[105;112]	[60;67];[110;117]	186	
	8	[55;62];[110;117]	[60;67];[115;122]	168	[55;62];[110;117]	[60;67];[115;122]	[65;72];[120;127]	200	
2	1	[50;57];[110;117]	[60;67];[120;127]	185	[50;57];[110;117]	[60;67];[120;127]	[70;77];[130;137]	209	
	2	[60;67];[120;127]	[70;77];[130;137]	200	[60;67];[120;127]	[70;77];[130;137]	[80;87];[140;147]	227	
	4	[65;72];[130;137]	[75;82];[140;147]	219	[65;72];[130;137]	[75;82];[140;147]	[85;92];[150;157]	244	
	8	[75;82];[140;147]	[85;92];[150;157]	233	[75;82];[140;147]	[85;92];[150;157]	[95;102];[160;167]	256	
4	1	[80;87];[170;177]	[90;97];[180;187]	283	[80;87];[170;177]	[90;97];[180;187]	[100;107];[190;197]	305	
	2	[90;97];[180;187]	[100;107];[190;197]	298	[90;97];[180;187]	[100;107];[190;197]	[110;117];[200;207]	323	
	4	[100;107];[200;207]	[110;117];[210;217]	316	[100;107];[200;207]	[110;117];[210;217]	[120;127];[220;227]	349	
	8	[110;117];[210;217]	[120;127];[220;227]	330	[110;117];[210;217]	[120;127];[220;227]	[130;137];[230;237]	368	

## Заключение

С целью поддержания приборов в процессе функционирования в работоспособном состоянии, исключения отказов приборов со значительными длительностями их восстановления, уменьшения количества отказов приборов с малыми длительностями восстановления реализуется их (приборов) предварительное техническое обслуживание, что позволяет устранять неполадки и обеспечивает (при исключении отказов со значительными длительностями восстановления приборов и уменьшении количества отказов с малыми длительностями восстановления) увеличение общей производительности процессов выполнения заданий в КС. Особенностью рассмотренной в работе задачи является необходимость учета ПТО приборов,

выполняемого через заданные фиксированные интервалы времени, а также необходимость выполнения однотипных заданий в составе пакетов. Для решения задач указанного вида с незначительной размерностью их параметров в первую очередь разработана модель нелинейного программирования, которая затем линеаризована с целью увеличения производительности процесса вычислений. Использование указанной модели позволяет оптимизировать распределение заданий по пакетам, включение пакетов в интервалы доступности приборов и порядок выполнения пакетов на приборах внутри интервалов доступности.

В отличие от большинства существующих моделей и методов, полученная модель позволяет:

- 1) оптимизировать составы пакетов для их последовательного выполнения на приборах;
- 2) учитывать при оптимизации способ расчета временных характеристик процессов, предусматривающий передачу заданий из пакетов с предшествующего прибора на последующий непосредственно в момент времени завершения их выполнения на первом из указанных приборов;
- 3) включать пакеты в интервалы доступности приборов и упорядочивать их внутри этих интервалов доступности.

Сформированы новые обобщенные выражения, позволяющие определять значения индикаторных переменных при выполнении / не выполнении условий превышения значениями функции заданных граничных значений. На основе этих выражений и введенных в модель индикаторных переменных сформированы ограничения, обеспечивающие включения всех заданий разных типов в различные

пакеты внутри интервалов доступности приборов. Указанные результаты также являются особенностями сформированной модели и дальнейшим развитием способов построения моделей MILP решения оптимизационных задач.

Проведенные исследования показали, что с использованием предложенной модели могут быть оптимизированы рассматриваемые решения при условии как перекрывающихся, так и неперекрывающихся интервалов недоступности приборов. Полученные результаты показали работоспособность разработанной модели MILP при оптимизации рассматриваемых решений. Сформированная в работе модель MILP может быть использована при планировании процессов в гибких производственных системах конвейерного типа, реализующих выпуск широкой номенклатуры деталей, при учете ПТО их приборов.

#### Список источников

1. Кротов К.В. Модели смешанного целочисленного линейного программирования оптимизации включения заданий в пакеты и порядков проведения операций с ними в конвейерных системах // Информационно-управляющие системы. 2024. № 6. С. 46–57. DOI:10.31799/1684-8853-2024-6-46-57. EDN:EFCACX
2. Aghezzaf E.-H., Khatab A., Tam P.L. Optimizing production and imperfect preventive maintenance planning's integration in failure-prone manufacturing systems // Reliability Engineering and System Safety. 2016. Vol. 145. PP. 190–198. DOI:10.1016/j.ress.2015.09.017. EDN:VENHRR
3. Tam P.L., Aghezzaf E.-H., Khatab A., Le C.H. Integrated Production and Imperfect Preventive Maintenance Planning An Effective MILP-based Relax-and-Fix/Fix-and-Optimize Method // Proceedings of the 6th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2017, Porto, Portugal, 23–25 February 2017). 2017. Vol. 1. PP. 483–490 DOI:10.5220/0006285504830490
4. Shehni A.A., Cheaitou A., Alsyouf I. Integrated Production and Maintenance Planning: A Comparison Between Block Policies // Proceedings of the 10th International Conference on Industrial Engineering and Operations Management (Dubai, UAE, 10–12 March 2020). PP. 1765–1773. URL: <https://www.ieomsociety.org/ieom2020/papers/300.pdf> (Accessed 08.12.2025)
5. Moghaddam K.S. A Multi-Objective Modeling Approach for Integrated Manufacturing and Preventive Maintenance Planning // Operations and Supply Chain Management. 2021. Vol. 14. Iss. 1. PP. 83–99. DOI:10.31387/oscsm0440288
6. Hosseini S.M.H. Modeling the hybrid flow shop scheduling problem followed by an assembly stage considering aging effects and preventive maintenance activities // International Journal of Supply and Operations Management. 2016. Vol. 3. Iss. 1. PP. 1215–1233.
7. Chansombat S., Pongcharoen P., Hicks C. A mixed-integer linear programming model for integrated production and preventive maintenance scheduling in the capital goods industry // International Journal of Production Research. 2019. Vol. 57. Iss. 1. PP. 61–82. DOI:10.1080/00207543.2018.1459923
8. Boufellouh R., Belkaid F. Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling under a global resource constraint: Application to the permutation flow shop problem // Computers and Operations Research. 2020. Vol. 122(3). P. 104943. DOI:10.1016/j.cor.2020.104943. EDN:TFBTAM
9. Al-Shayea A., Fararah E., Nasr E.A., Mahmoud H.A. Model for Integrating Production Scheduling and Maintenance Planning of Flow Shop Production System // IEEE Access. 2020. Vol. 8. 2020. PP. 208826–208834. DOI:10.1109/ACCESS.2020.3038719. EDN:WKJARC
10. Fattahi P., Fazlollahtabar H. A Joint Optimization Model for Production Scheduling and Preventive Maintenance Interval // International Journal of Engineering. Transactions B: Applications. 2021. Vol. 34. Iss. 11. PP. 2508–2516.
11. Forghani A., Lotfi M.M., Ranjbar M., Sadegheih A. Hierarchical framework for maintenance and production scheduling of continuous ball mills in tile industries under TOU electricity pricing // Journal of Cleaner Production. 2021. Vol. 327. P. 129440. DOI:10.1016/j.jclepro.2021.129440. EDN:RMVTBA
12. Chen Y., Guan Z., Wang Ch., Chou F.-D., Yue L. Bi-objective optimization of identical parallel machine scheduling with flexible maintenance and job release times // International Journal of Industrial Engineering Computations. 2022. Vol. 13. PP. 457–472. DOI:10.5267/j.ijiec.2022.8.003. EDN:XQSOFO
13. Kumar T.J., Thangaraj M. An ordered precedence constrained flow shop scheduling problem with machine specific preventive maintenance // Journal of Project Management. 2023. Vol. 8. PP. 45–56. DOI:10.5267/j.jpm.2022.8.002. EDN:GGFBCY
14. Esfeh M. K., Shojaei A.A., Javanshir H., Damghani K.K. Solving a bi-objective flexible flow shop problem with transporter preventive maintenance planning and limited buffers by NSGA-II and MOPSO // International Journal of Nonlinear Analysis and Applications. 2022. Vol. 31. Iss. 1. PP. 217–246. DOI:10.22075/ijnaa.2021.24335.2719

15. Lunardi W.T., Cherri L.H., Voos H. A Mathematical Model and a Firefly Algorithm for an Extended Flexible Job Shop Problem with Availability Constraints // Proceedings of the 17th International Conference Artificial Intelligence and Soft Computing (ICAISC 2018, Zakopane, Poland, 3–7 June 2018). Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer, 2018. Vol. 10841. PP. 548–560. DOI:10.1007/978-3-319-91253-0\_51
16. Labidi M., Kooli A., Ladhari T., Gharbi A., Suryahatmaja U.S. A Computational Study of the Two-Machine No-Wait Flow Shop Scheduling Problem Subject to Unequal Release Dates and Non-Availability Constraints // IEEE Access. 2018. Vol. 6. PP. 16294–16304. DOI:10.1109/ACCESS.2018.2815598. EDN:YHVJLF
17. Barjouei A.S., Barabadi A., Tavakkoli-Moghaddam R. Non-Preemptive Open Shop Scheduling Considering Machine Availability // Proceedings of International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM, Macao, China, 15–18 December 2019). IEEE, 2019. PP. 1280–1284. DOI:10.1109/IEEM44572.2019.8978648
18. Lunardi W.T., Birgin E.G., Laborie Ph., Ronconi D.P., Voos H. Mixed Integer linear programming and constraint programming models for the online printing shop scheduling problem // Computers & Operations Research. 2020. Vol. 123. P. 105020. DOI:10.1016/j.cor.2020.105020. EDN:WXRELS
19. Gencsi M. Metaheuristic Algorithms for Related Parallel Machines Scheduling Problem with Availability and Periodical Unavailability Constraints // Acta Polytechnica Hungarica. 2024. Vol. 21. Iss. 2. PP.89–110. DOI:10.12700/aph.21.2.2024.2.5. EDN:SESBKT
20. Aggoune R., Deleplanque S. Addressing Machine Unavailability in Job Shop Scheduling: A Quantum Computing Approach // In: Sevaux M., Olteanu A.L., Pardo E.G., Sifaleras A., Makboul S. (eds) Metaheuristics. Proceedings of the 15th International Conference (MIC 2024, Lorient, France, 4–7 June 2024). Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer, 2024. Vol. 14753. PP. 234–245. DOI:10.1007/978-3-031-62912-9\_23
21. Williams H.P. Model Building in Mathematical Programming. John Wiley & Sons, 2013. 432 p.
22. Asghari M., Fathollahi-Fard A.M., Mirzapour Al-e-Hashem S.M.J., Dulebenets M.A. Transformation and Linearization Techniques in Optimization: A State-of-the-Art Survey // Mathematics. 2022. Vol. 10. Iss. 2. P. 283 DOI:10.3390/math10020283. EDN:ABRVQM

## References

- Krotov K.V. Models of mixed integer linear programming for optimizing the inclusion of tasks in packages and the order of operations with them in pipeline systems. *Information and Control Systems*. 2024;6:46–57. (in Rus.) DOI:10.31799/1684-8853-2024-6-46-57. EDN:EFCACX
- Aghezzaf E.-H., Khatab A., Tam P.L. Optimizing production and imperfect preventive maintenance planning's integration in failure-prone manufacturing systems. *Reliability Engineering and System Safety*. 2016;145:190–198. (in Russ.) DOI:10.1016/j.ress.2015.09.017. EDN:VENHRR
- Tam P.L., Aghezzaf E.-H., Khatab A., Le C.H. Integrated Production and Imperfect Preventive Maintenance Planning An Effective MILP-based Relax-and-Fix/Fix-and-Optimize Method. *Proceedings of the 6th International Conference on Operations Research and Enterprise Systems, ICORES 2017, 23–25 February 2017, Porto, Portugal, vol.1*. 2017. p.483–490 DOI:10.5220/0006285504830490
- Shehni A.A., Cheaitou A., Alsyouf I. Integrated Production and Maintenance Planning: A Comparison Between Block Policies. *Proceedings of the 10th International Conference on Industrial Engineering and Operations Management, 10–12 March 2020, Dubai, UAE*. p.1765–1773. URL: <https://www.ieomsociety.org/ieom2020/papers/300.pdf> [Accessed 08.12.2025]
- Moghaddam K.S. A Multi-Objective Modeling Approach for Integrated Manufacturing and Preventive Maintenance Planning. *Operations and Supply Chain Management*. 2021;14(1):83–99. DOI:10.31387/oscm0440288
- Hosseini S.M.H. Modeling the hybrid flow shop scheduling problem followed by an assembly stage considering aging effects and preventive maintenance activities. *International Journal of Supply and Operations Management*. 2016;3(1):1215–1233.
- Chansombat S., Pongcharoen P., Hicks C. A mixed-integer linear programming model for integrated production and preventive maintenance scheduling in the capital goods industry. *International Journal of Production Research*. 2019;57(1):61–82. DOI:10.1080/00207543.2018.1459923
- Boufellouh R., Belkaid F. Bi-objective optimization algorithms for joint production and maintenance scheduling under a global resource constraint: Application to the permutation flow shop problem. *Computers and Operations Research*. 2020;122(3):104943. DOI:10.1016/j.cor.2020.104943. EDN:TFBTAM
- Al-Shayea A., Fararah E., Nasr E.A., Mahmoud H.A. Model for Integrating Production Scheduling and Maintenance Planning of Flow Shop Production System. *IEEE Access*. 2020;8:208826–208834. DOI:10.1109/ACCESS.2020.3038719. EDN:WKJARC
- Fattahi P., Fazlollahtabar H. A Joint Optimization Model for Production Scheduling and Preventive Maintenance Interval. *International Journal of Engineering, Transactions B: Applications*. 2021;34(11):2508–2516.
- Forghani A., Lotfi M.M., Ranjbar M., Sadegheih A. Hierarchical frame-work for maintenance and production scheduling of continuous ball mills in tile industries under TOU electricity pricing. *Journal of Cleaner Production*. 2021;327:129440. DOI:10.1016/j.jclepro.2021.129440. EDN:RMVTBA
- Chen Y., Guan Z., Wang Ch., Chou F.-D., Yue L. Bi-objective optimization of identical parallel machine scheduling with flexible maintenance and job release times. *International Journal of Industrial Engineering Computations*. 2022;13:457–472. DOI:10.5267/j.ijiec.2022.8.003. EDN:XQSOFO
- Kumar T.J., Thangaraj M. An ordered precedence constrained flow shop scheduling problem with machine specific preventive maintenance. *Journal of Project Management*. 2023;8:45–56. DOI:10.5267/j.jpm.2022.8.002. EDN:GGFBCY
- Esfeh M.K., Shojaei A.A., Javanshir H., Damghani K.K. Solving a bi-objective flexible flow shop problem with transporter preventive maintenance planning and limited buffers by NSGA-II and MOPSO. *International Journal of Nonlinear Analysis and Applications*. 2022;31(1):217–246. DOI:10.22075/ijnaa.2021.24335.2719

15. Lunardi W.T., Cherri L.H., Voos H. A Mathematical Model and a Firefly Algorithm for an Extended Flexible Job Shop Problem with Availability Constraints. *Proceedings of the 17th International Conference Artificial Intelligence and Soft Computing, ICAISC 2018, 3–7 June 2018, Zakopane, Poland. Lecture Notes in Computer Science, vol.10841*. Cham: Springer; 2018. p.548–560. DOI:10.1007/978-3-319-91253-0\_51
16. Labidi M., Kooli A., Ladhari T., Gharbi A., Suryahatmaja U.S. A Computational Study of the Two-Machine No-Wait Flow Shop Scheduling Problem Subject to Unequal Release Dates and Non-Availability Constraints. *IEEE Access*. 2018;6:16294–16304. DOI:10.1109/ACCESS.2018.2815598. EDN:YHVJLF
17. Barjouei A.S., Barabadi A., Tavakkoli-Moghaddam R. Non-Preemptive Open Shop Scheduling Considering Machine Availability. Proceedings of International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM, 15–18 December 2019, Macao, China. IEEE; 2019. p.1280–1284. DOI:10.1109/IEEM44572.2019.8978648
18. Lunardi W.T., Birgin E.G., Laborie Ph., Ronconi D.P., Voos H. Mixed Integer linear programming and constraint programming models for the online printing shop scheduling problem. *Computers & Operations Research*. 2020;123:105020. DOI:10.1016/j.cor.2020.105020. EDN:WXRELS
19. Gencsi M. Metaheuristic Algorithms for Related Parallel Machines Scheduling Problem with Availability and Periodical Unavailability Constraints. *Acta Polytechnica Hungarica*. 2024;21(2):89–110. DOI:10.12700/aph.21.2.2024.2.5. EDN:SESBK
20. Aggoune R., Deleplanque S. Addressing Machine Unavailability in Job Shop Scheduling: A Quantum Computing Approach. In: Sevaux M., Olteanu A.L., Pardo E.G., Sifaleras A., Makboul S. (eds) *Metaheuristics. Proceedings of the 15th International Conference, MIC 2024, 4–7 June 2024, Lorient, France. Lecture Notes in Computer Science, vol.14753*. Cham: Springer; 2024. p.234–245. DOI:10.1007/978-3-031-62912-9\_23
21. Williams H.P. *Model Building in Mathematical Programming*. John Wiley & Sons, 2013. 432 p.
22. Asghari M., Fathollahi-Fard A.M., Mirzapour Al-e-Hashem S.M.J., Dulebenets M.A. Transformation and Linearization Techniques in Optimization: A State-of-the-Art Survey. *Mathematics*. 2022;10(2):283 DOI:10.3390/math10020283. EDN:ABRVQM

Статья поступила в редакцию 14.10.2025; одобрена после рецензирования 25.11.2025; принята к публикации 03.12.2025.

The article was submitted 14.10.2025; approved after reviewing 25.11.2025; accepted for publication 03.12.2025.

## Информация об авторе:

КРОТОВ  
Кирилл Викторович

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Информационные технологии и системы» Севастопольского государственного университета  
 <https://orcid.org/0000-0002-9670-6141>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.

## ЭЛЕКТРОНИКА, ФОТОНИКА, ПРИБОРОСТРОЕНИЕ И СВЯЗЬ

**2.2.6 – Оптические  
и оптико-электронные приборы  
и комплексы**

**2.2.13 – Радиотехника, в том числе системы  
и устройства телевидения**

**2.2.14 – Антенны, СВЧ-устройства  
и их технологии**

**2.2.15 – Системы, сети и устройства  
телекоммуникаций**

**2.2.16 – Радиолокация и радионавигация**

Научная статья

УДК 621.397

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-26-33>

EDN:BEKYTQ



# Усовершенствованная методика совмещения изображений городской местности при съемке беспилотным летательным аппаратом

Альфия Асхатовна Диязитдинова, [a.diyazitdinova@psuti.ru](mailto:a.diyazitdinova@psuti.ru)

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,  
Самара, 443010, Российская Федерация

## Аннотация

**Актуальность.** Сокращение вычислительной сложности процедуры совмещения изображений является актуальной областью исследования. В статье рассматривается задача обработки изображений городской местности, полученных при съемке беспилотным летательным аппаратом. Разработка быстродействующей методики совмещения позволит строить цифровую карту местности по изображениям, снимаемым несколькими летательными аппаратами за ограниченное время (в идеале в режиме реального времени), что может быть использовано для решения оперативных задач.

**Цель (исследования).** Снижение вычислительной сложности процедуры совмещения за счет предварительной оценки параметров по ограниченной выборке так называемых точек интереса.

**Методы:** аналитический обзор релевантных научных публикаций, эксперимент, алгоритмизация.

В ходе **решения** научной задачи была разработана методика совмещения изображений, снятых беспилотным летательным аппаратом, для создания цифровой карты местности; была предложена модификация ранее разработанной методики, позволяющая снизить вычислительную сложность при обработке изображений, основанная на предположении об ограниченности диапазона изменения параметров трансформаций; отмечено преимущество усовершенствованной методики и удовлетворительные результаты проверки на данных натурной видеосъемки.

**Результат.** Предложена усовершенствованная методика совмещения изображений, которая характеризуется меньшим временем обработки, чем исходная. Экспериментальная проверка показала снижение времени в два раза (с 50 до 23 с), а также удовлетворительный результат совмещения 100 пар снимков. Научная новизна работы определяется авторским подходом к сужению диапазона коэффициента масштабирования и угла поворота при сопоставлении фрагментов совмещаемых изображений. Подход предложен **впервые**.

**Значимость (теоретическая).** Было подтверждено предположение, что фрагменты изображения городской местности, снятые беспилотным летательным аппаратом, имеют ограниченный диапазон трансформации по коэффициенту масштабирования и углу поворота.

**Значимость (практическая).** Результаты исследований могут быть использованы при создании системы технического зрения для формирования цифровой карты местности в режиме реального времени, обеспечивающей решение оперативных задач по обнаружению и отслеживанию перемещения объектов интереса.

**Ключевые слова:** совмещение, беспилотный летательный аппарат, изображение, точки интереса, геометрические ограничения, уникальные фрагменты, масштабный коэффициент, угол поворота, быстродействие

**Ссылка для цитирования:** Диязитдинова А.А. Усовершенствованная методика совмещения изображений городской местности при съемке беспилотным летательным аппаратом // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 26–33. DOI:[10.31854/1813-324X-2025-11-6-26-33](https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-26-33). EDN:BEKYTQ

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-26-33>

EDN:BEKYTQ

# Enhanced Method for Image Alignment of Urban Infrastructure Images by UAV Shooting

 Alfiya A. Diyazitdinova, a.diyazitdinova@psuti.ru

Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics,  
Samara, 443010, Russian Federation

## Annotation

**Relevance.** Reducing the computational cost of image alignment procedures is an important field of research. The article considers the problem of processing urban infrastructure images obtained by UAV. The development of a high-speed method will make it possible to construct a digital map of an area by images from several UAVs in a limited time (ideally in real-time), which can be used to solve operational problems.

**Purpose of the work.** Reducing the computational cost of the alignment procedure by preliminary estimating the parameters based on a limited sample of interest points.

**Methods used:** analytical review of relevant scientific publications, experiment, algorithmization.

The method for Image Alignment of Urban Infrastructure Images by UAV Shooting to make a digital map was developed to **solve** a scientific problem; the previously developed technique was enhanced; it reduced the computational complexity of image processing; the basis of the enhancement was the assumption that the transformation parameters range is limited; the advantage of the enhanced methodology were noted in the research.

**Results.** An enhanced method of image alignment is proposed, which is characterized by shorter processing time than the original one. Experimental testing showed a reduction in time by half (from 50 s to 23 s), as well as a satisfactory result in combining 100 pairs of images.

The work scientific novelty is determined by the author's approach to narrowing the range of the scaling coefficient and rotation angle for fragments matched of the alignment images. The approach is proposed for the first time.

**Theoretical significance.** The assumption was confirmed that fragments of the image of urban infrastructure taken by UAV have a limited range of transformation of scaling and rotation.

**Practical significance.** The research results can be used to make a machine vision system for digital map constructions in real-time. It provides a solution to operational problems of objects detecting and tracking the movement.

**Keywords:** alignment, unmanned aerial vehicle, image, points of interest, geometric restriction. unique fragment, scale, rotate angle, computational cost

**For citation:** Diyazitdinova A.A. Enhanced Method for Image Alignment of Urban Infrastructure Images by UAV Shooting. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2025;11(6):26–33. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-26-33. EDN:BEKYTQ

## Введение

Широкое практическое применение беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) стимулировало развитие многих областей науки в радиотехнике. Кроме традиционных направлений, связанных с приемом и передачей сигналов по радиоканалам, стремительно развиваются исследования в области обработки изображений, снимаемых видеокамерой БПЛА. Обработка изображений используется для оперативного управления, а также для сбора информации об объектах контроля, содержа-

щихся на изображениях [1–3]. В данной работе рассматривается задача совмещения изображений городской местности, снятых БПЛА. Актуальность исследования связана с построением цифровой карты местности по изображениям, которые существенно отличаются по размеру и ориентацией (примечание: отличаются масштабным коэффициентом и углом поворота) за ограниченное время (в идеале – в режиме реального времени). Решение этой проблемы позволит проводить съемку несколькими БПЛА, и за короткий промежуток вре-

мени обеспечит построение цифровой карты местности, которая может быть использована для решения оперативных задач.

Несомненно, поставленная задача должна решаться в комплексе, который охватывает технические, организационные и методико-теоретические вопросы. Например, желательно использовать камеры, оснащенные видеоматрицами с близкими техническими параметрами, чтобы снимаемые изображения мало отличались яркостными характеристиками (контрастностью и мощностью шума). Это, в свою очередь, обеспечивает стабильность обработки данных и высокую помехозащищенность. Ракурс съемки различных БПЛА должен обеспечивать достаточную зону перекрытия сцен, чтобы была практическая возможность совмещения изображения. А методы распознавания образов должны обеспечить разработку способов и алгоритмов совмещения, обладающих высоким быстродействием. Исследованию последнего вопроса посвящена данная работа.

### Обзор работ

Вопрос совмещения изображений и проблема обеспечения высокого быстродействия являются известными и широко освещаются в научном сообществе.

В работах [4, 5] предложена идея распознавания так называемых точек интереса и формирования их описателей (дескрипторов). Дескрипторы используются для сопоставления точек интереса, после чего проводится расчет параметров модели совмещения по сопоставленным парам точек. Дополнительно для борьбы с неверно сопоставленными точками применяется метод RANSAC [6], благодаря чему погрешность совмещений снижается, обеспечивая приемлемый для практики результат. Недостатком этих методов является высокое время обработки при вычислении дескрипторов.

В работах [7, 8] представлены методы, ориентированные на совмещение контуров подстилающей поверхности. Метод основан на распознавании особых точек на контурах, но без необходимости расчета дескрипторов. Совмещение определяется в результате проверки гипотез, а метрикой сравнения служит количество совпадающих контурных точек. Недостатком метода является узкая практическая применимость, связанная с выделением контуров на изображениях подстилающей поверхности, фактически, границ рек, озер, полей, лесов и т. д. При анализе изображений, содержащих произвольные сцены, формируемые контуры не обеспечивают требуемую помехозащищенность.

Алгоритм быстрого совмещения изображений представлен в работе [9]. Высокая скорость обеспечивается за счет предварительного распознава-

ния прямых линий. Соответственно, если на изображении отсутствуют объекты, которые могут быть описаны прямыми линиями, то разработанный алгоритм будет неработоспособен.

Также известна работа [10], в которой совмещаются изображения, полученные со спутников. Однако различия по масштабному коэффициенту не должны превышать 2 %, а различия по углу поворота – 5 градусов. Это ограничивает возможности практического применения разработанного метода.

Анализ работ по решаемой задаче позволил выбрать общую стратегию построения методики совмещения.

Во-первых, было определено, что для решения поставленной задачи следует ориентироваться на распознавание точек интереса на изображениях, так как оценка параметров модели совмещения путем предварительного сопоставления в вычислительном плане более экономична, чем пиксельное сравнение изображений.

Во-вторых, необходимо уменьшить время, связанное с сопоставлением точек, которые зависят от времени вычисления дескриптора и количества точек. Уменьшение количества точек может вести к снижению помехозащищенности, поэтому перспективным является уменьшение времени и вычисление дескриптора.

Дескриптор содержит информацию о фрагментах, а фрагменты различных изображений могут отличаться размерами и ориентацией (коэффициентом масштабирования углом поворота). Для сравнения двух фрагментов дескриптор должен быть независимым от масштаба и поворота, поэтому процедура его вычисления занимает значительное время, чтобы учсть широкие диапазоны изменений этих параметров. Если найдется способ, чтобы сузить эти диапазоны, то это позволит сократить время вычисления дескриптора, и, соответственно, повысить скорость совмещения.

На основании этих положений проводится разработка и усовершенствование методики совмещения изображений, представленной в работах [11, 12].

### Исходная методика совмещения

Пусть даны изображения  $F(x, y)$  и  $G(x', y')$ , которые связаны между собой проективной моделью преобразования:

$$x = \frac{h_{11} \cdot x' + h_{12} \cdot y' + h_{13}}{h_{31} \cdot x' + h_{32} \cdot y' + 1}, \quad (1)$$

$$y = \frac{h_{21} \cdot x' + h_{22} \cdot y' + h_{23}}{h_{31} \cdot x' + h_{32} \cdot y' + 1}. \quad (2)$$

Совмещение означает оценку 8 параметров:  $\{h_{11} \dots h_{32}\}$ .

Выражения (1) и (2) являются линейными относительно неизвестных параметров  $\{h_{11} \dots h_{32}\}$ , поэтому для их оценки достаточно составить 8 линейных уравнений. В контексте обработки необходимо сопоставить четыре точки между изображениями (примечание: каждая точка имеет две координаты, соответственно, 4 точки  $\times$  2 координаты = 8 координат, которые необходимы для составления 8 линейных уравнений). В качестве точек можно использовать точки интереса: Harris, SUSAN, SPDN, Shi-Tomasi и т. д.

Если обозначить  $N$  и  $M$  как количество точек на совмещаемых изображениях, то количество вариантов из четырех точек можно вычислить по выражению:

$$V = C_M^4 \cdot A_N^4, \quad (3)$$

где  $C$  – сочетание;  $A$  – размещение.

Каждому варианту можно поставить в соответствие некоторую метрику [13] (например, коэффициент корреляции общего фрагмента, среднее квадратичное отклонение, количество совпадающих точек и т. д.), и в соответствии с критерием выбрать наиболее правдоподобный вариант.

Данный подход требует значительных вычислительных ресурсов и времени, что связано с перебором большого количества гипотез, поэтому были предложены и экспериментально проверены ряд процедур, которые позволили уменьшить количество гипотез.

#### Предварительное сопоставление точек интереса

Чтобы учитывать различия в масштабе и повороте, использовалось логарифмически-полярное представление, которое исключает необходимость формирования множества шаблонов [11, 14]. На рисунке 1 показан пример сравнения фрагментов изображений городской местности, снятых БПЛА с помощью логарифмически-полярной системы координат.

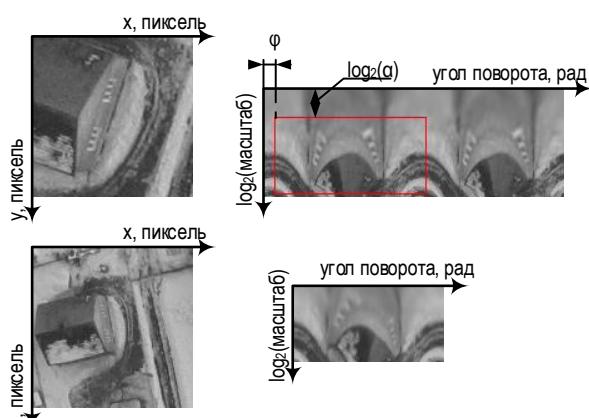


Рис. 1. Сравнение фрагментов с использованием логарифмически-полярного представления

Fig. 1. Fragments Comparing in Log-Polar Coordinate System

*Удаление точек интереса, соответствующих «неуникальным» фрагментам*

Суть этой процедуры заключается в том, что если фрагмент изображения  $F(x, y)$  похож одновременно на несколько фрагментов  $G(x', y')$ , то он приводит к кратному увеличению числа проверяемых гипотез. Поэтому для уменьшения вычислительной сложности данную точку выгоднее убрать из анализа, чем проверять гипотезы, большая часть которых заведомо является ошибочной.

#### Использование геометрических ограничений

Положение 4 точек на изображении  $F(x, y)$  будет соответствовать определенному положению 4 точек на  $G(x', y')$ . На рисунке 2 показан пример, иллюстрирующий эту идею.

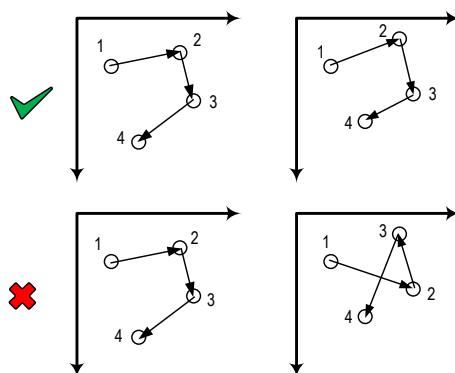


Рис. 2. Геометрические ограничения

Fig. 2. Geometric Restrictions

В работе [15] представлены способы задания геометрических ограничений.

Все вышеперечисленные усовершенствования позволили значительно сократить время обработки. Однако оно остается значительным. Время обработки [12] одной пары изображений размером 2272×1704 пикселей представлено в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1. Время обработки в зависимости от процессора и метрики сравнения

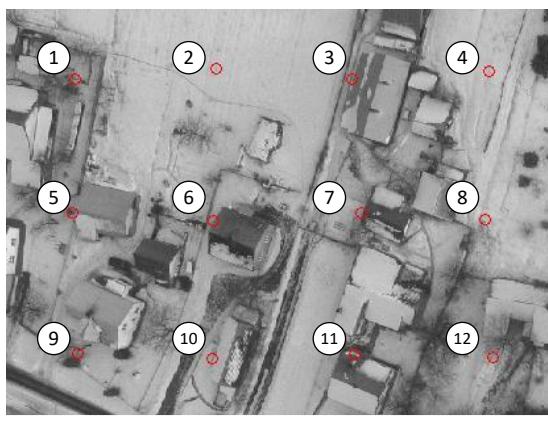
TABLE 1. Processing Time on Different Processors with Different Metrics

№ п/п	Процессор	Метрика	Время, с
1	i7-2760QM	коэффициент корреляции	390
2		количество совпадающих точек	62
3	i7-3770	коэффициент корреляции	310
4		количество совпадающих точек	50

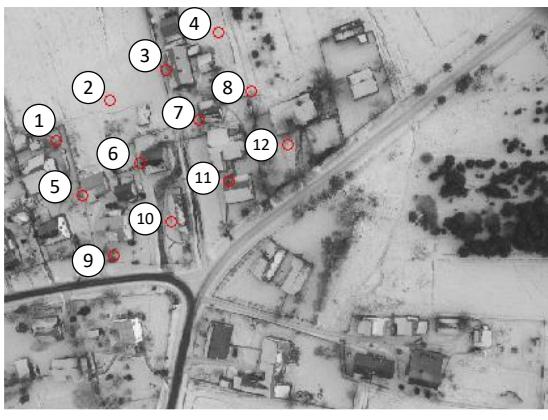
Как можно видеть из таблицы 1, время обработки можно значительно сократить за счет метрики сравнения и при переходе на более скоростные процессоры. Однако даже для самого наилучшего варианта время составляет порядка 50 с. Поэтому было предложено еще одно усовершенствование, которое направлено на сокращение времени сравнения фрагментов.

### Усовершенствование методики

Суть усовершенствования заключается в следующем: точки интереса, которые были распознаны на изображении  $F(x, y)$ , делятся на две группы. Первая группа точек сопоставляется с точками изображения  $G(x', y')$ , полагая, что масштаб и угол поворота могут меняться в широких диапазонах. После сопоставления оцениваются эти параметры. Вторая группа точек сопоставляется с точками изображений с учетом более узкого диапазона изменений масштаба и поворота, которые были определены по точкам первой группы. Это позволяет сократить количество вычислений для сравнения фрагментов. На рисунке 3 представлены примеры совмещаемых изображений и сопоставленные точки интереса. Если совместить фрагменты, соответствующие точкам интереса, независимо друг от друга, и оценить масштаб и угол поворота (примечания, параметры совмещения фрагментов), то можно заметить, что эти параметры распределены в достаточно узком диапазоне (рисунок 4). Полученный результат позволяет усовершенствовать процедуру, сократив время обработки.



a)



b)

Рис. 3. Сопоставленные точки на совмещаемых изображениях: а) точки интереса на первом изображении; б) соответствующие им точки на втором изображении

*Fig. 3. Points Matching of Images:  
a) Interest Points of the First Image; b) the Corresponding Points of the Second Image*

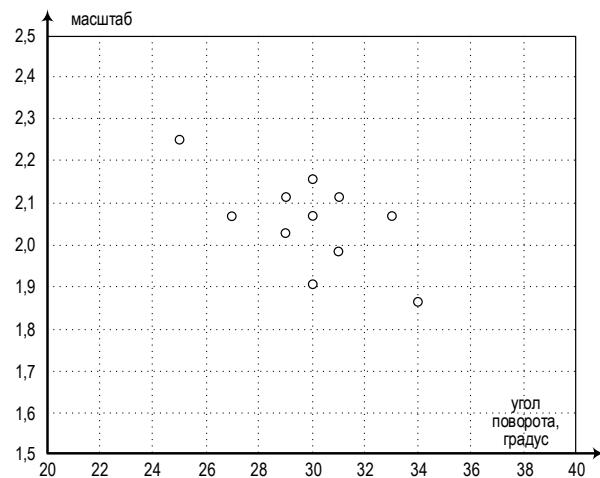


Рис. 4. Масштаб и угол поворота для совмещения фрагментов, совпадающих точкам интереса

*Fig. 4. Scale and Rotation Angle for Image Fragments Superposition*

На рисунке 5 приведен пример сокращения вычислений.

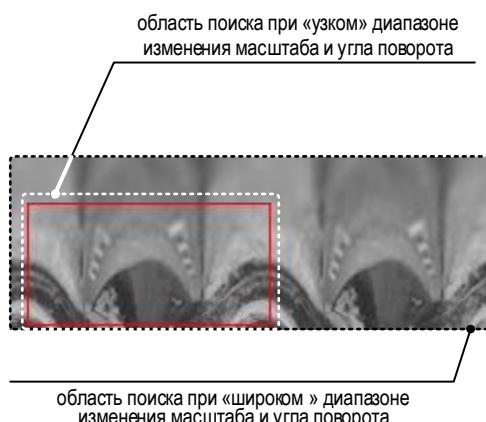


Рис. 5. Сокращение вычислений за счет уменьшения области поиска: «широкая» область поиска отмечена черной рамкой, «узкая» – белой

*Fig. 5. Reducing Computation Costs by Reducing the Search Space: the "Wide" Search Area is Marked with a Black Border, the "Narrow" Search Area is Marked with a White Border*

С учетом этого усовершенствования методику совмещения можно описать пошагово.

**Шаг 1.** Распознавание точек интереса на изображении  $F(x, y)$  и  $G(x', y')$ .

**Шаг 2.** Разделение точек интереса  $F(x, y)$  на две группы.

**Шаг 3.** Сопоставление точек первой группы  $F(x, y)$  с точками  $G(x', y')$  при «широком» диапазоне масштаба и поворота и удаление «не уникальных» точек из группы.

**Шаг 4.** Оценка параметров масштаба и угла поворота (примечание: для оценки в работе использовалась медиана).

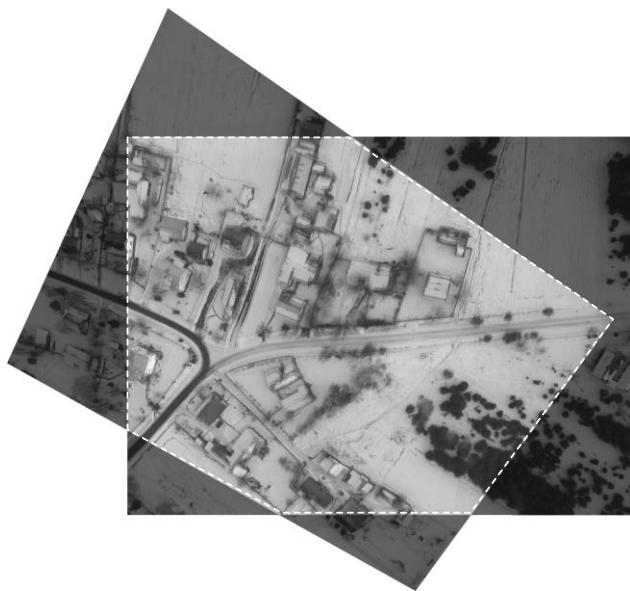
**Шаг 5.** Сопоставление точек второй группы  $F(x, y)$  при «узком» диапазоне масштаба и поворота, затем – удаление «не уникальных» точек из группы.

*Шаг 6.* Формирование гипотез, определяемых 4 точками с учетом геометрических ограничений, и расчет метрики.

*Шаг 7.* Итоговая оценка параметров проективного совмещения в соответствии с критерием выбора по метрике.

## Эксперимент

Разработанная методика была реализована в виде программы, которая проверялась на изображениях со сценами городской местности, снятых БПЛА. В ходе проверки было обработано 100 пар снимков, которые показали удовлетворительный результат совмещения. На рисунке 6 представлен пример совмещения.



**Рис. 6. Результат обработки**

*Fig. 6. Experiment*

Время обработки изображения (см. таблицу 1) составило 23 с на процессоре i7-3770 с метрикой «количество совпадающих точек». Таким образом, оно уменьшилось более чем в два раза (по сравнению с аналогичным вариантом, время которого составляло 50 с).

## Выводы и результаты

В работе представлена усовершенствованная методика, которая позволяет уменьшить вычислительную сложность на алгоритмическом уровне за счет уменьшения интервала поиска для коэффициента масштабирования и угла поворота.

Подобные процедуры можно применить не только при сравнении фрагментов в логарифмически-полярном представлении, как это реализовано в данной работе, но и при использовании дескрипторов [4, 5]. Сокращение времени обработки более чем в два раза по сравнению с первоначальной методикой и удовлетворительные экспери-

ментальные результаты показывают целесообразность и эффективность предложенного усовершенствования.

С теоретической точки зрения было подтверждено предположение, что фрагменты изображения городской местности, снятые летательным аппаратом, имеют ограниченный диапазон трансформации по коэффициенту масштабирования и углу поворота.

Один из практических выводов, который следует из приведенного исследования, заключается в том, что при совмещении изображений параметры трансформации у фрагментов, представляющие собой окрестности точек интереса, меняются в ограниченном диапазоне. Полученное знание можно рассматривать как дополнительный источник информации или как ограничение, которое можно использовать для снижения вычислительной сложности при сравнении фрагментов. Вместо независимого сравнения фрагментов, как это идеологически заложено в методах совмещения по дескрипторам, можно ограничиться обработкой относительно небольшого числа «точек интереса», чтобы на последующих этапах упростить расчеты дескрипторов и процедуру их сравнения.

Результаты исследований могут быть использованы при создании системы технического зрения для формирования цифровой карты местности в режиме реального времени, обеспечивающей решение оперативных задач по обнаружению и отслеживанию перемещения объектов интереса.

Дальнейшие исследования будут проводиться в направлении сокращения вычислительной сложности при сравнении фрагментов и уменьшения количества точек интереса, используемых для определения значений масштаба и поворота на этапе предварительной обработки.

Для кардинального сокращения вычислительной сложности (в 10 и более раз), которое необходимо для режима реального времени, планируется разработать методику, соединяющую полученные результаты со следующими приемами обработки:

- использование проекций изображений (одномерных сигналов, полученных путем суммирования яркости пикселей вдоль столбцов и строк изображений), что в вычислительном плане выгоднее, так как исходные изображения содержат больше отсчетов (пикселей), чем проекции;

- применение метода пирамид для многократного уменьшения количества пикселей в изображениях и использования приема последовательного уточнения параметров трансформаций при переходе на более высокий уровень пирамиды по стратегии так называемого «жадного алгоритма»;

- учет ограничений, связанных с преобразованием «прямых линий в прямые» при проективных трансформациях [9].

**Список источников**

1. Федосов В.П., Ибадов Р.Р., Ибадов С.Р. Модифицированный метод постобработки карты глубины изображений для задач безаварийного вождения беспилотных летательных аппаратов в городской инфраструктуре // Радиотехника. 2023. Т. 87. № 9. С. 113–123. DOI:10.18127/j00338486-202309-10. EDN:TTOLWC
2. Васильева Д.В., Дворников С.В. Структуризация первичных признаков изображений систем мониторинга окружающей среды // Радиотехника. 2024. Т. 88. № 8. С. 5–17. DOI:10.18127/j00338486-202408-01. EDN:CXJBKD
3. Наумов И.И., Ибадов Р.Р., Трехсвятский П.В., Азнабаев М.И. Применение беспилотных летательных аппаратов для осмотра линий электропередач // Радиотехника. 2025. Т. 89. № 3. С. 169–180. DOI:10.18127/j00338486-202503-15. EDN:OJDJYE
4. Lowe D.G. Object recognition from local scale-invariant features // Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision (ICCV, Kerkyra, Greece, 20–27 September 1999). IEEE, 1999. PP. 1150–1157. DOI:10.1109/ICCV.1999.790410
5. Bay H., Tuytelaars T., Gool L.V. SURF: Speeded up robust features // Proceedings of the 9th European Conference on Computer Vision (ECCV, Graz, Austria, 7–13 May 2006). Lecture Notes in Computer Science. 2006. Vol. 3951. PP. 404–417. DOI:10.1007/11744023\_32
6. Raguram R., Frahm J.M., Pollefeys M. A Comparative Analysis of RANSAC Techniques Leading to Adaptive Real-Time Random Sample Consensus // Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision (ECCV, Marseille, France, 12–18 October 2008). Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. Vol. 5303. PP. 500–513. DOI:10.1007/978-3-540-88688-4\_37
7. Ефимов А.И., Новиков А.И. Алгоритм поэтапного уточнения проективного преобразования для совмещения изображений // Компьютерная оптика. 2016. Т. 40. № 2. С. 258–265. DOI:10.18287/2412-6179-2016-40-2-258-265. EDN:VWWCHP
8. Сунгатуллина Д., Крылов А. Быстрый алгоритм совмещения контуров изображений, связанных изотропным аффинным преобразованием // 24-я Международная конференция по компьютерной графике и зрению (Графикон'2014, Ростов-на-Дону, Российская Федерация, 30 сентября – 03 октября 2014). Автономная некоммерческая организация Научное общество «Графикон», 2014. С. 92–95. EDN:ZBWXUN
9. Volegov D.B., Yurin D.V. Rough image registration via detected straight lines // Proceedings of the 16th International Conference on Computer Graphics and Vision (GraphiCon 2006, Novosibirsk, Russian Federation, 01–05 July 2006). 2006. PP. 463–466. EDN:RLZMQD
10. Гошин Е.В., Котов А.П., Фурсов В.А. Двухэтапное формирование пространственного преобразования для совмещения изображений // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 4. С. 886–891. DOI:10.18287/0134-2452-2014-38-4-886-891. EDN:TCGBNN
11. Осипов О.В., Диязитдинова А.А. Совмещение сигналов для повышения качества телевизионного изображения многокамерной системы видеонаблюдения // Радиотехника. 2020. Т. 84. № 12(23). С. 72–78. DOI:10.18127/j00338486-202012(23)-08. EDN:ZVQUIB
12. Диязитдинова А.А. Усовершенствование методики проективного совмещения изображений // Инфокоммуникационные технологии. 2022. Т. 20. № 4. С. 89–96. DOI:10.18469/ikt.2022.20.4.12. EDN:TDSXFE
13. Ташлинский А.Г., Коваленко Р.О., Ибрагимов Р.М. Использование взаимной информации как меры подобия при стохастической привязке изображений // VII Международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2021, Самара, Российская Федерация, 20–24 сентября 2021). Самара: Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, 2021. С. 20882-1-20882-2. EDN:NXXCXP
14. Диязитдинова А.А. Повышение помехоустойчивости при оценке параметров проективного совмещения телевизионных сигналов // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2021. Т. 24. № 1. С. 58–66. DOI:10.18469/1810-3189.2021.24.1.58-66. EDN:BYZTCS
15. Диязитдинова А.А. Критерии совмещения изображений в двухкамерной системе технического зрения // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии. 2024. Т. 16. № 2. С. 307–314. DOI:10.17725/rensit.2024.16.307. EDN:BBZVWW

**References**

1. Fedosov V.P., Ibadov R.R., Ibadov S.R. Modified depth map post-processing method for problems of accident-free UAV driving in urban infrastructure. *Journal Radioengineering*. 2023;87(9):113–123. (in Russ.) DOI:10.18127/j00338486-202309-10. EDN:TTOLWC
2. Vasilyeva D.V., Dvornikov S.V. Structurization of primary features of environmental monitoring systems images. *Journal Radioengineering*. 2024;88(8):5–17. (in Russ.) DOI:10.18127/j00338486-202408-01. EDN:CXJBKD
3. Naumov I.I., Ibadov R.R., Trekhsvyatsky P.V., Aznabaev M.I. Unmanned aerial vehicles for inspection of power lines. *Journal Radioengineering*. 2025;89(3):169–180. (in Russ.) DOI:10.18127/j00338486-202503-15. EDN:OJDJYE
4. Lowe D.G. Object recognition from local scale-invariant features. *Proceedings of the 7th International Conference on Computer Vision*, ICCV, 20–27 September 1999, Kerkyra, Greece. IEEE; 1999. p.1150–1157. DOI:10.1109/ICCV.1999.790410
5. Bay H., Tuytelaars T., Gool L.V. SURF: Speeded up robust features. *Proceedings of the 9th European Conference on Computer Vision*, ECCV, 7–13 May 2006, Graz, Austria. *Lecture Notes in Computer Science*, vol.3951. 2006. p.404–417. DOI:10.1007/11744023\_32
6. Raguram R., Frahm J.M., Pollefeys M. A comparative analysis of RANSAC techniques leading to adaptive real-time random sample consensus. *Proceedings of the 10th European Conference on Computer Vision*, ECCV, 12–18 October 2008, Marseille,

- France. Lecture Notes in Computer Science, vol.5303. Berlin, Heidelberg: Springer; 2008. p.500–513. DOI:10.1007/978-3-540-88688-4\_37
7. Efimov A.I., Novikov A.I. An algorithm for multistage projective transformation adjustment for image superimposition. *Computer Optics*. 2016;40(2):258–265. (in Russ.) DOI:10.18287/2412-6179-2016-40-2-258-265. EDN:VWWCHP
8. Sungatullina D., Krylov A. A fast algorithm for aligning the contours of images related by an isotropic affine transformation. *Proceedings of the XXIVth International Conference on Computer Graphics and Vision, Graphicon'2014, 30 September – 03 October 2014, Rostov-on-Don, Russian Federation*. Graphicon Publ.; 2014. p.92–95. (in Russ.) EDN:ZBWXUN
9. Volegov D.B., Yurin D.V. Rough image registration via detected straight lines. *Proceedings of the 16th International Conference on Computer Graphics and Vision International Conference on Computer Graphics and Vision, GraphiCon 2006, 01–05 July 2006, Novosibirsk, Russian Federation*. 2006. p.463–466. (in Russ.) EDN:RLZMQD
10. Goshin Ye.V., Kotov A.P., Fursov V.A. Two-stage formation of a spatial transformation for image matching. *Computer Optics*. 2014;38(4):886–891. DOI:10.18287/0134-2452-2014-38-4-886-891. (in Russ.) EDN:TCGBNN
11. Osipov O.V., Diyazitdinova A.A. Signal superposition for improving quality of television video surveillance system. *Journal Radioengineering*. 2020;84(12):72–78. (in Russ.) DOI:10.18127/j00338486-202012(23)-08. EDN:ZVQUB
12. Diyazitdinova A.A. Improvement of methodology for homography superposition of images. *Infokommunikacionnye technologii*. 2022;20(4):89–96. (in Russ.) DOI:10.18469/ikt.2022.20.4.12. EDN:TDSXFE
13. Tashlinsky A.G., Kovalenko R.O., Ibragimov R.M. Using Mutual Information as a Measure of Similarity in Stochastic Image Matching. *Proceedings of the VII International Conference and Youth School on Information Technologies and Nanotechnology, 20–24 September 2021, Samara, Russian Federation*. Samara: Samara National Research University Publ.; 2021. p.20882-1–20882-2. (in Russ.) EDN:NXXCXP
14. Diyazitdinova A.A. Improving noise immunity of homography superposition for television signals. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2021;24(1):58–66. (in Russ.) DOI:10.18469/1810-3189.2021.24.1.58-66. EDN:BYZTCS
15. Diyazitdinova A.A. Criteria for image superposition in a two-camera technical vision system. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information technologies*. 2024;16(2):307–314. (in Russ.) DOI:10.17725/rensit.2024.16.307. EDN:BBZVWW

Статья поступила в редакцию 14.09.2025; одобрена после рецензирования 24.09.2025; принята к публикации 08.10.2025.

The article was submitted 14.09.2025; approved after reviewing 24.09.2025; accepted for publication 08.10.2025.

## Информация об авторе:

ДИЯЗИТДИНОВА  
Альфия Асхатовна

кандидат технических наук, доцент кафедры информационных систем и технологий  
Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики

ID <https://orcid.org/0000-0001-8940-4543>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.

Научная статья



УДК 654.165

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42>

EDN:DDIGSG

# Методика выбора платформы-носителя и оценки времени висения БПЛА для задач оперативного развертывания связи

✉ Вячеслав Сергеевич Иванов, Ivanovmirea1@yandex.ru

МИРЭА – Российский технологический университет,  
Москва, 119454, Российская Федерация

## Аннотация

**Целью исследования** является выбор и обоснование летно-технических характеристик беспилотной платформы для интеграции с портативной ретрансляционной станцией в целях создания мобильных сетей связи.

**Актуальность** задачи обусловлена растущей потребностью в надежных и гибких системах связи при ликвидации последствий широкого спектра чрезвычайных ситуаций, а также для обеспечения связью временных объектов, удаленных или труднодоступных районов. Скорость и автономность развертывания становятся критическими факторами эффективности действий аварийно-спасательных служб.

**Методология работы** включает сравнительный анализ рынка электрических БПЛА по критериям грузоподъемности и времени полета, а также детальный аэродинамический расчет времени висения с учетом массы, энергопотребления полезной нагрузки, температуры и ветра.

**Результат.** Установлено, что легкие коммерческие БПЛА не обладают необходимой грузоподъемностью для транспортировки стандартного ретрансляционного оборудования массой 3–10 кг. Показано, что наиболее подходящими носителями являются тяжелые сельскохозяйственные дроны. На основе проведенных расчетов выявлена и проанализирована нелинейная зависимость времени висения от массы полезной нагрузки, демонстрирующая ее критическое влияние на продолжительность работы комплекса. Главный вывод заключается в том, что для существенного увеличения времени работы и расширения операционных возможностей комплекса необходима целенаправленная миниатюризация и оптимизация энергопотребления ретрансляционного оборудования.

**Научная новизна** работы заключается в разработке алгоритмического подхода к формированию конфигурации мобильного ретрансляционного комплекса и установлении количественной нелинейной зависимости времени висения от массы полезной нагрузки для тяжелых сельскохозяйственных БПЛА.

**Практическая значимость** результатов исследования состоит в предоставлении инженерам и проектировщикам основанной методики для выбора конкретной платформы-носителя и совместного ретрансляционного оборудования. Разработанные рекомендации и алгоритм выбора позволяют сформировать работоспособный, экономически эффективный комплекс, готовый к оперативному развертыванию силами МЧС, служб охраны правопорядка и другими подразделениями, решающими задачи в условиях дефицита времени и разрушенной инфраструктуры.

**Ключевые слова:** БПЛА, ретранслятор, мобильная система связи, квадрокоптер, радиосвязь

**Ссылка для цитирования:** Иванов В.С. Методика выбора платформы-носителя и оценки времени висения БПЛА для задач оперативного развертывания связи // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 34–42. DOI:[10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42](https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42). EDN:DDIGSG

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42>

EDN:DDIGSG

# Methodology for Selecting a Carrier Platform and Estimating the Vertical Vision Time of an UAV for Operational Deployment of Communications

 Vyacheslav S. Ivanov, Ivanovmirea1@yandex.ru

MIREA – Russian Technological University,  
Moscow, 119454, Russian Federation

## Annotation

**The purpose of the study** is to select and justify the flight and technical characteristics of an unmanned platform for integration with a portable relay station in order to create mobile communication networks.

**The relevance** of this task is due to the need for prompt restoration of communication during the elimination of the consequences of emergencies, when the stationary infrastructure is damaged.

**The methodology** of the work includes a comparative analysis of the market of electric UAVs by the criteria of load-lifting and flight time, as well as a detailed aerodynamic calculation of the hovering time, taking into account the mass and energy consumption of the payload.

**Results.** It has been established that light commercial platforms do not have the necessary load capacity for standard repeaters. It has been shown that heavy agricultural UAVs are capable of carrying repeaters weighing up to 10 kg. Based on the analysis of the obtained non-linear dependence of flight time on load weight, it has been concluded that the miniaturization of repeaters is critical.

**The scientific novelty** of the work lies in the development of an algorithmic approach to configuring a mobile relay complex and establishing a quantitative non-linear dependence of the hovering time on the payload mass for heavy agricultural UAVs.

**The practical significance** of the results is to substantiate the choice of a specific carrier platform and relay equipment for creating an operational complex suitable for rapid deployment by emergency services and other forces.

**Keywords:** UAV, repeater, mobile communication system, quadrocopter, radio communication

**For citation:** Ivanov V.S. Methodology for Selecting a Carrier Platform and Estimating the Vertical Vision Time of an UAV for Operational Deployment of Communications. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(6):34–42. (in Russ.) DOI:[10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42](https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-34-42). EDN:DDIGSG

## Введение

Беспилотные летательные аппараты перестали быть узкоспециализированным инструментом и прочно вошли в арсенал современных технологий, трансформируя подходы к решению задач в самых разных отраслях. Сегодня с их помощью эффективно решаются задачи мониторинга сельскохозяйственных угодий, выполнения аэрофотосъемки и картографии, инспекции промышленных объектов, доставки грузов и проведения поисково-спасательных операций. Особое место занимает использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) в сфере телекоммуникаций и радио-

связи. Возможность быстро поднять антенну или целый ретранслятор на значительную высоту делает их идеальным инструментом для создания мобильных сетей связи. Это критически важно при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций (лесные пожары, наводнения, землетрясения), когда стационарная инфраструктура выведена из строя; для обеспечения связи на массовых мероприятиях или при проведении работ в удаленных районах, не охваченных стабильным покрытием. Ключевой проблемой при создании подобных комплексов является необходимость подъема полезной нагрузки (радиооборудования), обладаю-

щего значительным весом и энергопотреблением. Это выдвигает жесткие требования к грузоподъемности и времени полета платформы-носителя. Целью данной работы является выбор оптимальной летной платформы и расчет ее летно-технических характеристик для интеграции с портативной ретрансляционной станцией.

Потенциал БПЛА как платформ связь активно изучается как академическими учреждениями, так и коммерческими компаниями. В научной литературе рассматриваются различные аспекты этой задачи, включая оптимизацию размещения БПЛА-ретрансляторов для максимизации зоны покрытия [1], управление группировками дронов для создания устойчивых самоорганизующихся сетей [2] и проблемы энергоэффективности [3]. Известны практические реализации: например, проект Facebook Aquila был нацелен на создание высотного БПЛА на солнечной энергии для предоставления интернета в удаленных регионах. Компания Google Loon использовала стратостаты, однако концепция использования летательных аппаратов для связи схожа. В коммерческом сегменте компаний, такие как American Robotics и Sharper Shape, интегрируют модули связи в свои промышленные БПЛА для инспекции критической инфраструктуры. В начале марта 2025 г. чешская компания Primoco UAV SE представила беспилотный летательный аппарат с интегрированными мобильными базовыми станциями. Модель Primoco One 150 предназначена для создания временной зоны покрытия мобильной связи в труднодоступных районах, на массовых мероприятиях и в зонах чрезвычайных ситуаций (<https://clck.ru/3QkKev>). Существуют отечественные и зарубежные решения, основанные на «привязных» БПЛА, способных обеспечивать связь в заданном районе на протяжении суток. Ученые Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН разработали БПЛА «Альбатрос», который может находиться в воздухе 24 часа и поднимать 10 кг полезной нагрузки на высоту до 100 м [4]. В 2023 г. на выставке «Навигация и связь в особых условиях» компания «Беспилотные системы» представила дрон с оборудованием для доступа к сотовой связи. Заявлено, что беспилотник может подниматься на высоту около 100 м (питание он получает от источника по кабелю, поэтому в воздухе БПЛА может находиться днями и даже неделями), где принимает сигнал от удаленных базовых станций и ретранслирует его в радиусе до 100 км (<https://www.ixbt.com/news/2023/03/23/v-rossii-pokazali-letajushuju-bazovuju-stanciju-onamozhet-obespechit-dostup-k-mobilnoj-seti-v-radiusе-do-100-km.html>). DJI Matrice 600 использует сразу 6 интеллектуальных аккумуляторов и систему управления электропитанием, что обеспечивает быструю настройку и максимальную производи-

тельность платформы. БПЛА не может летать на большие расстояния во время сцепки с платформой питания, при этом он может автономно выполнять поставленные ему задачи на протяжении долгого времени (<https://www.karneev.com/staty/privayznye-bpla-vs-avtonomnye-bpla-sravnenie-tehnologiy-i-oblastery-primeneniya/?ysclid=mih9eh54b183032352>). Однако их применение все равно ограничено рельефом местности, так как система обеспечения питания находится на передвижной наземной станции [5].

В Российской Федерации интерес к подобным системам также высок, что связано с наличием обширных территорий со слаборазвитой телекоммуникационной инфраструктурой и потребностями силовых ведомств [6]. Ключевой проблемой, объединяющей все эти исследования и разработки, является необходимость подъема полезной нагрузки (радиооборудования), обладающего значительным весом и энергопотреблением. Это выдвигает жесткие требования к грузоподъемности и времени полета платформы-носителя, а также к оптимальному выбору и конфигурации целевого оборудования.

Мобильный комплекс оперативного развертывания системы связи состоит из четырех блоков (рисунок 1): несущей платформы, ретрансляционного блока, дополнительного оборудования, наземного сегмента.



Рис. 1. Структурная схема комплекса

Fig. 1. Block Diagram of the Complex

Несущая платформа – квадрокоптер с системой питания и полетным контроллером, необходимым для управления полетом с наземной станции.

Ретрансляционный блок – ретранслятор с антенной, обеспечивающий прием и передачу сигнала, а также микроконтроллер, который осуществляет сбор данных и переключение режимов работы ретранслятора.

Дополнительное оборудование – кронштейны, предназначенные для крепления ретрансляционного блока, а также различные кабели: силовые, кабели данных, коаксиальные кабели.

Наземный сегмент – станция, управляющая полетом коптера и отслеживанием телеметрии, портативные и мобильные абонентские радиостанции.

### Обзор и анализ электрических БПЛА

Для выбора оптимальной платформы был проведен анализ рынка российских и зарубежных электрических мультироторных БПЛА по следующим критериям: максимальная грузоподъемность (WLL, *аббр. от англ. Working Load Limit*), примерное время полета с максимальной нагрузкой ( $T_{\max}$ ), надежность, доступность и стоимость (таблица 1).

**ТАБЛИЦА 1. Характеристики моделей коптеров компании**  
TABLE 1. Characteristics Copter Models

Модель БПЛА	Производитель	WLL, кг	$T_{\max}$ , мин.	Цена, руб.
DJI Matrice 30	DJI (Китай)	1,6	~40	~700 000
DJI Matrice 350 RTK	DJI (Китай)	2,7	~55	~1350 000
DJI Agras T30	DJI (Китай)	30	~10	~1800 000
DJI Agras T40	DJI (Китай)	40	~12	~2400 000
Альбатрос D5	Альбатрос (Россия)	8	~15	~1800 000
Кошеч	Доминанта (Россия)	20	~10	~150 000
Агди 30	Агродинамика (Россия)	39	~15	~1500 000
VECTOR AGR HD 580	Агро Технологии (Россия)	80	~6,5	~3200 000

*DJI Matrice 30* обеспечен складной конструкцией, позволяющей осуществить быстрое развертывание. К недостаткам можно отнести меньшее время полета по сравнению с M350 RTK. Используется для оперативных работ в сложных и чрезвычайных ситуациях: поисково-спасательные операции (ПСР), патрулирование, инспекции.

*DJI Matrice 350 RTK* отличается высочайшей надежностью и точностью за счет наличия RTK-модуля, который обеспечивает сантиметровую точность позиционирования. Из минусов можно отметить сравнительно невысокую грузоподъемность для своего класса. Применяется в задачах для картографии, топографии, инспекции объектов.

*DJI Agras T30* отличается низкой стоимостью по сравнению с T40. При этом грузоподъемность и максимальное время полета также меньше – 10 мин. с полезной нагрузкой 30 кг. Используется для сельскохозяйственных работ на средних по площади полях. Оптимальен для фермерских хозяйств, где не требуется максимальная производительность T40.

*DJI Agras T40* имеет большую грузоподъемность – 40 кг. Полностью защищен от воздействия агрес-

сивных химикатов. Из недостатков можно выделить очень короткое время полета на одной зарядке (10–12 мин.), большую массу. Применяется для высокоеффективного и точного внесения жидких и твердых средств защиты растений, удобрений на больших площадях в агробизнесе.

*Альбатрос D5* отличается дальностью действия до 50 км и продолжительностью полета до 1 ч. Главная сфера применения – точная доставка специализированных модулей в заранее заданную точку в условиях, где критически важны оперативность развертывания, скрытность и минимальная зависимость от наземной инфраструктуры.

*Кошеч* выделяется в своем классе модульной архитектурой, заточенной под многоразовое использование. Основная сфера применения платформы – выполнение задач, где критически важна доставка специализированного модуля к заданным координатам с последующим возвратом базовой системы. Имеет невысокую стоимость и большую грузоподъемность для своего класса (20 кг).

*Агди 30* – шестивинтовой гексакоптер, обеспеченный пропеллерами радиусом 22,5 дюйма, что обеспечивает высокую стабильность и подъемную силу. К недостаткам можно отнести значительное сокращение времени полета при увеличении полезной нагрузки. Используется для продолжительного мониторинга, аэрофотосъемки и наблюдения в условиях, где важна максимальная продолжительность полета без нагрузки.

*Vector HD 580* – квадрокоптер с большими пропеллерами (31 дюйм), отличающийся высокой эффективностью и минимальным падением времени полета при увеличении нагрузки. К недостаткам можно отнести меньшее количество двигателей, что снижает резервирование системы по сравнению с гексакоптерами. Применяется для точных инспекционных работ, картографирования и задач, где важна стабильность полета при средней и высокой полезной нагрузке.

Исходя из проведенного анализа, необходимо определить требования, предъявляемые к выбору коптера:

- грузоподъемность (коптер должен поднять в воздух ретрансляционное оборудование и находиться с ним требуемое время в воздухе);

- время полета (целесообразно выбрать БПЛА, который сможет обеспечить связь продолжительное время);

- цена (наименьшая стоимость коптера, способного выполнить поставленные задачи, будет дополнительным плюсом).

Для выбора платформы-носителя необходимо определиться с целевой нагрузкой – ретранслятором УКВ-диапазона (таблица 2).

**ТАБЛИЦА 2. Сравнительные характеристики портативных ретрансляторов УКВ-диапазона**  
*TABLE 2. Comparative Characteristics of Portable VHF Repeaters*

Модель	Производитель	Диапазон частот, МГц	Выходная мощность, Вт	Масса, кг	Потребляемый ток (в режиме передачи), А	Стандарт защиты
Motorola SLR 1000	Motorola Solutions (США)	136–174 / 400–527	5 / 10 (выбор)	4,5	~1,5	IP 57
Kirisun DR700	Kirisun (Китай)	136–174 / 400–470	5 / 10 (выбор)	~3,0	~1,7	IP 55
Terек PT-2800 DMR	ИШМ (Россия)	136–174 / 400–470	10	~8,5	~2,5	IP 67
Hytera HR-655	Hytera (Китай)	136–174 / 400–470	5 / 10 / 15 (выбор)	~4,5	~2,8	IP 54

К данному оборудованию предъявляется ряд жестких требований, обусловленных спецификой применения на БПЛА [7]:

– масса и габариты (оборудование должно быть максимально легким и компактным, чтобы не превышать лимиты полезной нагрузки дрона и не ухудшать его аэродинамику);

– энергопотребление (ретранслятор должен потреблять минимальную мощность, так как он питается от бортовых аккумуляторов БПЛА, что напрямую влияет на время полета);

– надежность и автономность (аппаратура должна быть рассчитана на работу в широком диапазоне температур, вибрационных нагрузках и не требовать постоянного вмешательства оператора);

– функциональность (достаточная выходная мощность (5–10 Вт) для создания зоны покрытия приемлемого радиуса и поддержка необходимых функций).

Kirisun DR700 имеет важное преимущество – масса составляет всего 3 кг. При этом корпус устойчив к дождю, ветру и влажности. Терек PT-2800 DMR обладает наивысшей степенью защиты среди рассматриваемых моделей, однако большая масса затрудняет его использование. Motorola SLR 1000 и Hytera HR-655 не отличаются друг от друга по весу, однако имеют разные степени защиты, первая модель тут предпочтительнее. Исходя из выбранных ретрансляторов, можно сделать вывод, что БПЛА DJI Matrice 350 RTK и DJI Matrice 30 не подходят для решения поставленной задачи из-за малой грузоподъемности. Проведем более подробный сравнительный анализ характеристик и теоретический расчет времени висения четырех моделей, имеющих наибольшую грузоподъемность: БПЛА DJI Agras T30, DJI Agras T40, Агди 30, Vector HD 580, а также рассмотрим характеристики полезной нагрузки (таблица 3).

**ТАБЛИЦА 3. Характеристики платформ-носителей**

*TABLE 3. Characteristics of Platforms*

Параметры/платформы-носители	DJI Agras		Агди 30	Vector HD580
	T30	T40		
Максимальная взлетная масса, кг	76,5	101	67	150

Параметры/платформы-носители	DJI Agras		Агди 30	Vector HD580
	T30	T40		
Собственная масса (без АКБ), кг	26,4	38	27,5	41
Масса двух аккумуляторов, кг	20,2 (аккумуляторы BAX501)	24 (аккумуляторы BAX601)	18,2 (аккумуляторы tattu 14S)	27 (аккумуляторы 18S)
Максимальная полезная нагрузка, кг	30	40	30	80
Емкость АКБ, мАч	29000	30000	28000	30000
Напряжение АКБ, В	51,8	52,2	53,2	68,4
Энергия АКБ, Вт*ч	3004	3132	2979,2	4104

*Примечание:* АКБ – аккумуляторная батарея

### Расчет времени висения

Рассмотрим ключевые характеристики потенциальных платформ-носителей:

Расчет энергии аккумуляторных батарей проводится по формуле:

$$E = \frac{C * V}{1000}, \quad (1)$$

где  $C$  – емкость АКБ (мАч);  $V$  – напряжение АКБ (мАч).

Время нахождения коптера в воздухе зависит от множества технических и внешних параметров и состоит из времени, затраченного на взлет и посадку, перелет и маневры. К внешним параметрам относятся:

– погодные условия (ветер, температура воздуха, осадки);

– рельеф и высота полета (высота над уровнем моря и турбулентность);

– режим полета (скорость полета, динамика маневров, полет до точки или висение в точке).

Расчет мощности, потребляемой для создания подъемной силы, основан на фундаментальных аэродинамических соотношениях для роторных систем [8]. Общий подход к энергетическому балансу и оценке времени полета электрических БПЛА подробно рассмотрен в [9]. Методика учета

разрядных характеристик литий-полимерных аккумуляторов соответствует принципам, изложенным в современных исследованиях.

Проведем расчет времени висения коптера в точке без учета времени, затраченного на взлет и посадку, перелет и маневры. Подробно опишем расчет для коптера DJI Agras T30, ретранслятора Motorola SLR 1000.

1) Расчет полной массы:

$$m = m_b + m_r + m_k = 46,6 + 4,5 + 0,5 = 51,6 \text{ кг}, \quad (2)$$

где  $m_b$  – масса БПЛА и аккумуляторов (кг);  $m_r$  – масса ретранслятора и антенны (кг);  $m_k$  – масса крепежной системы (кронштейн, кабели)  $\sim 0,5$  кг.

2) Расчет требуемой тяги и мощности. В режиме висения тяга равна весу аппарата (<https://clck.ru/3QkKev>):

$$T = m * g = 51,6 * 9,8 = 505,6 \text{ Н}, \quad (3)$$

где  $m$  – полная масса (кг);  $g$  – ускорение свободного падения ( $\text{м}/\text{с}^2$ ).

Мощность, которую двигатели должны передать воздуху, можно рассчитать по формуле:

$$P_m = \frac{T^{3/2}}{\sqrt{2 * \rho * S * \eta_v}} \frac{11405,5}{2 * 1,225 * 0,729 * 6 * 0,7} = 4960 \text{ Вт}, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность воздуха ( $\text{кг}/\text{м}^3$ );  $\eta_v$  – коэффициент полезного действия винтов  $\sim 0,7$ ;  $S$  – площадь, ометаемая пропеллерами ( $\text{м}^2$ ):

$$S = \pi * R^2 = 3,14 * 0,4822 = 0,729, \quad (5)$$

где  $R$  – радиус одного винта; если винтов несколько, учитывается суммарная площадь.

3) Электрическая мощность, потребляемая от аккумулятора (Вт):

$$P_e = \frac{P_m}{\eta_d * \eta_e} = \frac{4960}{0,7} = 7086, \quad (6)$$

где  $\eta_d$  – коэффициент полезного действия (КПД) двигателей;  $\eta_e$  – КПД регуляторов оборотов (ESC, *аббр. от англ. Electronic Speed Controller*); общий КПД системы (двигатель + ESC) часто находится в диапазоне 60–75 % (0,6–0,75).

4) Общая электрическая мощность с учетом полезной нагрузки (Вт):

$$P_{\text{общ}} = P_e + P_h = 7086 + 100 = 7186, \quad (7)$$

где  $P_h$  – мощность, потребляемая полезной нагрузкой (Вт).

5) Расчет среднего тока потребления (А):

$$I = \frac{P_{\text{общ}}}{U} = \frac{7186}{51,8} = 138,7 = 7186, \quad (8)$$

где  $U$  – номинальное напряжение аккумуляторной батареи (В).

6) Расчет времени висения в точке:

$$t = \frac{C * \kappa}{I} * 60 = \frac{58000 * 0,8}{1387800} * 60 = 20,06 \text{ мин.}, \quad (9)$$

где  $C$  – емкость аккумулятора (мАч);  $\kappa$  – коэффициент разряда аккумулятора  $\sim 0,8$ ;  $I$  – средний ток потребления (мА).

Проведем дополнительный расчет, учитываящий влияние внешних факторов на БПЛА, а именно температуры и ветра. Температура, в первую очередь, влияет на плотность воздуха и на эффективность аккумуляторов.

Плотность воздуха рассчитаем по формуле:

$$\rho = \frac{P}{R * T}, \quad (10)$$

где  $P$  – атмосферное давление (Па);  $R$  – удельная газовая постоянная для сухого воздуха, равная 287,05 Дж/(кг·К);  $T$  – абсолютная температура в Кельвинах ( $T = t^\circ\text{C} + 273,15$ ).

В таблице 4 приведены расчеты времени висения, мощности, передаваемой воздуху двигателями, электрической мощности и общей электрической мощности с учетом полезной нагрузки, а также теоретические значения температурного коэффициента, снижаемого емкость аккумуляторов. Температурный коэффициент емкости  $k_t$  – это безразмерный параметр, характеризующий относительное изменение доступной электрической емкости электрохимического источника тока при отклонении температуры от номинального значения. Значения температурного коэффициента взяты из экспериментальных данных для литий-ионных аккумуляторов [10]. При снижении температуры до  $-20^\circ\text{C}$  доступная емкость падает до 60–65 % от номинальной, при  $0^\circ\text{C}$  составляет 80–85 %, а при повышенных температурах ( $+45^\circ\text{C}$ ) наблюдается незначительное снижение – до 95–98 %.

ТАБЛИЦА 4. Значения времени висения при разных температурах

TABLE 4. Hanging Time Values at Different Temperatures

$t, ^\circ\text{C}$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$	$\tau$	$P_m, \text{Вт}$	$t_\theta, \text{мин.}$	$t^*, \%$
-30	1,453	0,5	4554	10,91	-45,1
-20	1,395	0,6	4648	12,83	-35,5
-10	1,342	0,7	4739	14,69	-26,1
0	1,293	0,8	4828	16,48	-17,1
10	1,247	0,9	4916	18,21	-8,44
20	1,204	1	5003	19,89	0
30	1,164	1	5089	19,56	-1,65

*Условные обозначения:*  $t$  – температура;  $\rho$  – плотность воздуха;  $\tau$  – температурный коэффициент;  $P_m$  – мощность, передаваемая воздуху двигателями;  $t_\theta$  – время висения;  $t^*$  – изменение относительно значений при температуре  $20^\circ\text{C}$

Формула расчета времени висения, учитывая температурный коэффициент, имеет вид:

$$t = \frac{C * k * k_t}{I} * 60. \quad (11)$$

Для расчета времени висения БПЛА с учетом встречного ветра необходимо рассчитать индуцированную скорость:

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2 * \rho * S}}. \quad (12)$$

Это скорость воздуха при прохождении через несущий винт, которая изменяется на диске винта в зависимости от условий полета.

Затем проводится расчет мощности, требуемой для висения в ветровых условиях:

$$P_B = P_m \sqrt{1 + \frac{v^2}{v_i^2}}; v_i = \sqrt{\frac{T}{2 * \rho * S}}, \quad (13)$$

где  $v$  – скорость встречного ветра (м/с).

Формула для расчета электрической мощности примет вид:

$$P_3 = \frac{P_B}{\eta_d * \eta_e}. \quad (14)$$

В таблице 5 приведены расчеты времени висения и мощности, необходимой для висения в воздухе.

**ТАБЛИЦА 5. Значения времени висения при различных скоростях ветра**

TABLE 5. Values of Hovering Time at Different Wind Speeds

$v$ , м/с	$P_B$ , Вт	$t_B$ , мин	$t^{**}$ , %
0	4960	20,06	0
5	5175	19,24	-12,86
10	5771	17,28	-13,85
15	6646	15,02	-25,1

**Условные обозначения:**  $v$  – скорость ветра;  $P_B$  – мощность, требуемая для висения;  $t^{**}$  – изменение относительно значений при ветре 0 м/с, °С

Расчеты демонстрируют, что время висения БПЛА с ретранслятором существенно зависит от внешних условий. Для надежного планирования миссий необходимо учитывать как температурные условия (особенно в холодном климате), так и ветровую обстановку. Также важно принимать во внимание, что приведенные расчеты верны для случаев, когда БПЛА достиг заданной точки. Расчет максимального времени полета с учетом перемещения до точки маневров остался за рамками данной статьи.

В рамках исследования предложен алгоритмический подход к формированию конфигурации мобильного ретрансляционного комплекса (рисунок 2). Процедура выбора начинается с определения системных требований: целевой продолжительности работы в воздухе и объема финансирования

вания. На основе этих данных производится предварительный отбор кандидатов – платформы-носителя и целевой нагрузки. Критическим шагом является верификация соответствия массы оборудования грузоподъемности БПЛА; в случае ее превышения рассматриваются либо облегченные аналоги нагрузки, либо более мощные носители. После этого выполняется расчет теоретического времени висения. Если результат не удовлетворяет техническому заданию, цикл подбора повторяется. Финальным этапом является экономическая валидация выбранной конфигурации на предмет соответствия бюджетным ограничениям.

Проведен расчет зависимости времени висения БПЛА от массы полезной нагрузки. На рисунке 3 видно, что для задач с малой нагрузкой (до 15 кг) экономически целесообразно использовать модель Агди 30. Для работ с средней и высокой нагрузкой (15–30 кг) оптимальным выбором является Vector HD 580 благодаря его устойчивости к увеличению массы. Agras T30 может быть компромиссным решением для смешанных задач при ограниченном бюджете, Agravas T40 не показывает достаточного преимущества в продолжительности полета при полной загрузке для оправдания более высокой стоимости.

Таким образом, миниатюризация полезной нагрузки остается критически важным фактором для увеличения эффективности любой из рассмотренных платформ. Поэтому при выборе платформы-носителя необходимо выбрать решение, которое будет удовлетворять с точки зрения стоимости и доступности на рынке.

### Заключение

Проведенное исследование подтверждает практическую целесообразность использования тяжелых сельскохозяйственных БПЛА: DJI Agras T30, Agras T40, Агди 30 и Vector HG 580 для оперативного развертывания узлов радиосвязи. В отличие от более легких платформ, они способны нести ретрансляционное оборудование массой до 8–10 кг без критического сокращения времени работы.

Расчеты показали, что комплекс на базе модели DJI Agras T30 и ретранслятора массой 4,5 кг способен обеспечить работу в режиме висения в течение 20 мин. С учетом энергозатрат на перелет до точки, практическое время работы составит 11–15 мин., что достаточно для решения ключевых задач в зоне чрезвычайной ситуации.

Безусловно, для практической реализации подобных комплексов необходимо выполнить ряд задач:

- подбор полезной нагрузки, исходя из минимальной массы и энергопотребления;

- закрепление нагрузки так, чтобы не смещать центр тяжести БПЛА за допустимые пределы; крепление должно гасить вибрации от двигателей;

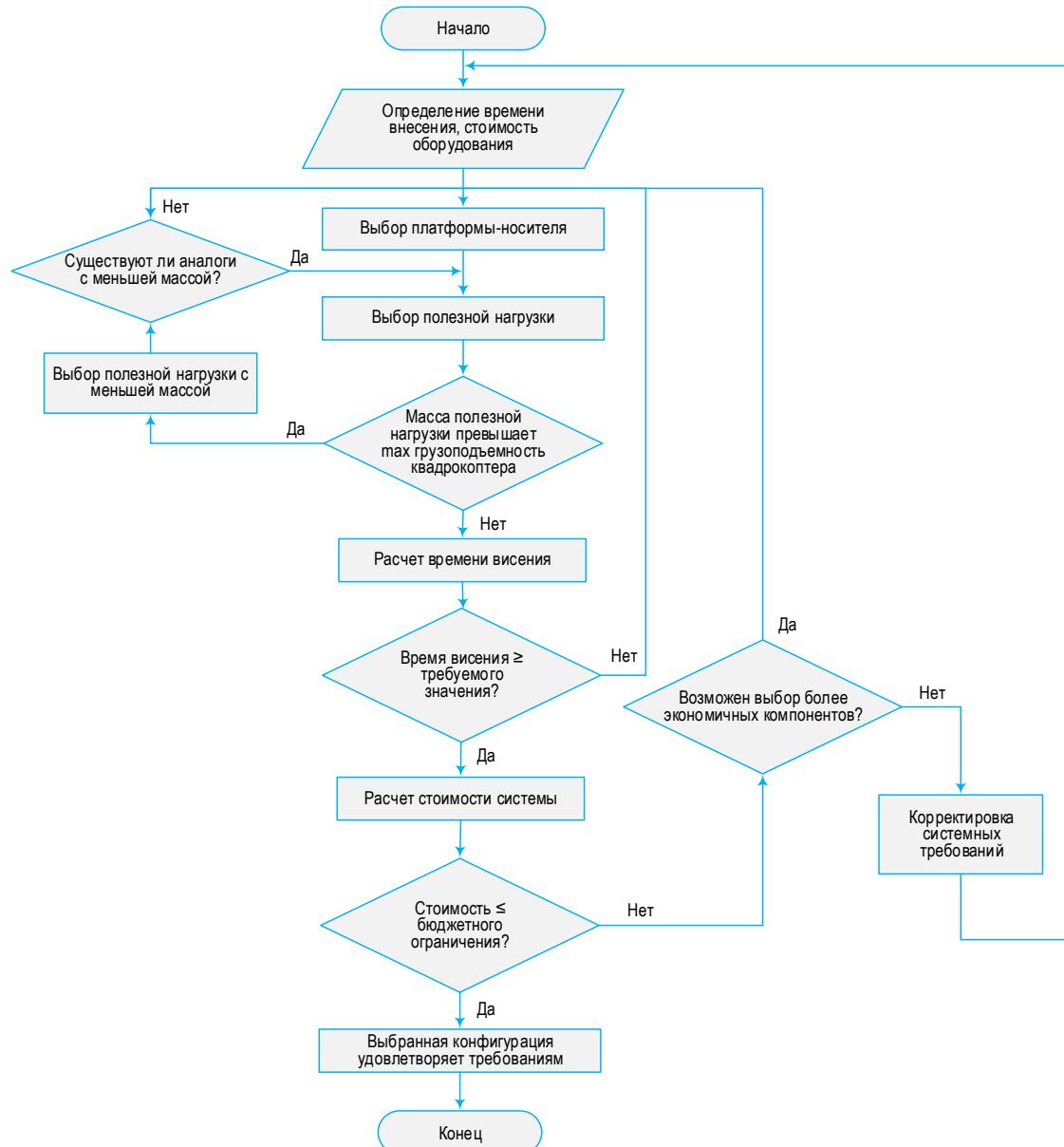


Рис. 2. Алгоритм формирования конфигурации мобильного ретрансляционного комплекса

Fig. 2. Algorithm for Configuring a Mobile Relay Complex

– точное соответствие диапазона частот ре-транслируемым каналам связи, правильно подобрана антенна (коэффициент стоячей волны, диаграмма направленности антенны);

– обеспечение эффективного теплоотвода для ретрансляционного блока; в замкнутом корпусе БПЛА при отсутствии обдува это приводит к перегреву, тепловому пробою и деградации компонентов;

– ретранслятор должен быть экранирован от БПЛА; помехи от регуляторов оборотов могут полностью исказить чувствительный вход приемника УКВ, сделав систему неработоспособной; мощный передатчик УКВ может создавать наводки в цепях управления и питания, вызывая сбои в работе автопилота.

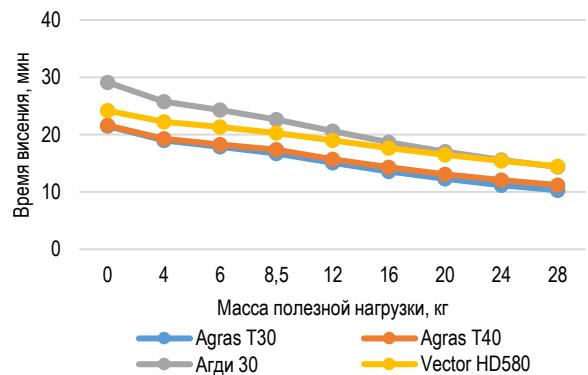


Рис. 3. График зависимости времени висения БПЛА от массы полезной нагрузки

Fig. 3. Graph of UAV Hovering Time Versus Payload Weight

Развитие алгоритмов автономного полета и управления ретрансляцией позволит развертывать сеть связи с минимальным участием оператора, что критически важно в условиях чрезвычайной ситуации. Таким образом, представленное решение расчета времени висения мобильного

ретранслятора является работоспособным и может быть эффективно использовано силами МЧС, охраны правопорядка и другими службами, требующими быстрого развертывания мобильной и гибкой сети связи.

#### Список источников

1. Al-Hourani A., Kandeepan S., Lardner S. Optimal LAP Altitude for Maximum Coverage // IEEE Wireless Communications Letters. 2014. Vol. 3. Iss. 6. PP. 569–572. DOI:10.1109/LWC.2014.2342736
2. Mozaffari M., Saad W., Bennis M., Debbah M. Mobile Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) for Energy-Efficient Internet of Things Communications // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2017. Vol. 16. Iss. 11. PP. 7574–7589. DOI:10.1109/TWC.2017.2751045
3. Lyu J., Zeng Y., Zhang R., Lim T.J. Placement Optimization of UAV-Mounted Mobile Base Stations // IEEE Communications Letters. 2016. Vol. 21. Iss. 3. PP. 604–607. DOI:10.1109/LCOMM.2016.2633248
4. Бурмистров А. Беспилотник на поводке. Профессор Владимир Вишневский о привязных высотных платформах // Научная Россия. 2024. URL: <https://scientificrussia.ru/articles/bespilotnik-na-povodke-professor-vladimir-visnevskij-o-privaznyh-vysotnyh-platformah> (дата обращения 29.12.2024)
5. Ozdemir U., Aktas Y.O., Vuruskan A., Dereli Y., Tarhan A.F., Demirbag K., et al. Design of a Commercial Hybrid VTOL UAV System // Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2014. Vol. 74. PP. 371–393. DOI:10.1007/s10846-013-9900-0. EDN:ZSTJLI
6. Давлюд И.И. Расчет основных эксплуатационных характеристик привязной высотной системы корабельного базирования // Russian Technological Journal. 2024. Т. 12. № 4. С. 40–50. DOI:10.32362/2500-316X-2024-12-4-40-50. EDN:ECAQGY
7. Чан Т.З., Кучеряный А.Е. Оптимизация использования ресурсов воздушных базовых станций на основе методов искусственного интеллекта // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 1. С. 62–68. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-1-62-68. EDN:RVENVC
8. Джонсон У. Теория вертолета. Пер. с англ. М.: Издательство «Курьер», 2012. 784 с.
9. Nonami K., Kendoul F., Suzuki S., Wang W., Nakazawa D. Autonomous Flying Robots: Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles. Springer, 2010. 329 p.
10. Wang J., Liu P., Hicks-Garner J., Sherman E., Soukiazian S., Verbrugge M., et al. Cycle-life model for graphite-LiFePO<sub>4</sub> cells // Journal of Power Sources. 2011. Vol. 196. Iss. 8. PP. 3942–3948. DOI:10.1016/j.jpowsour.2010.11.134

#### References

1. Al-Hourani A., Kandeepan S., Lardner S. Optimal LAP Altitude for Maximum Coverage. *IEEE Wireless Communications Letters*. 2014;3(6):569–572. DOI:10.1109/LWC.2014.2342736.
2. Mozaffari M., Saad W., Bennis M., Debbah M. Mobile Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) for Energy-Efficient Internet of Things Communications. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2017;16(11):7574–7589. DOI:10.1109/TWC.2017.2751045
3. Lyu J., Zeng Y., Zhang R., Lim T.J. Placement Optimization of UAV-Mounted Mobile Base Stations. *IEEE Communications Letters*. 2016;21(3):604–607. DOI:10.1109/LCOMM.2016.2633248
4. Burmistrov A. A Drone on a Leash. Professor Vladimir Vishnevsky on Tethered High-Altitude Platforms. *Nauchnaya Rossiya*. 2024. (in Russ.) URL: <https://scientificrussia.ru/articles/bespilotnik-na-povodke-professor-vladimir-visnevskij-o-privaznyh-vysotnyh-platformah> [Accessed 29.12.2024]
5. Ozdemir U., Aktas Y.O., Vuruskan A., Dereli Y., Tarhan A.F., Demirbag K., et al. Design of a Commercial Hybrid VTOL UAV System. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. 2014;74:371–393. DOI:10.1007/s10846-013-9900-0. EDN:ZSTJLI
6. Davlyud I.I. Calculation of the Main Performance Characteristics of a Tethered High-Altitude Ship-Based System. *Russian Technological Journal*. 2024;12(4):40–50. DOI:10.32362/2500-316X-2024-12-4-40-50. EDN:ECAQGY
7. Tran T.D., Kucheryavy A.E. Resource Optimization of Airborne Base Stations Using Artificial Intelligence Methods. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(1):62–68. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-1-62-68. EDN:RVENVC
8. Johnson W. *Helicopter Theory*. New York: Dover Publications; 1994.
9. Nonami K., Kendoul F., Suzuki S., Wang W., Nakazawa D. *Autonomous Flying Robots: Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*. Springer; 2010. 329 p.
10. Wang J., Liu P., Hicks-Garner J., Sherman E., Soukiazian S., Verbrugge M., et al. Cycle-life model for graphite-LiFePO<sub>4</sub> cells. *Journal of Power Sources*. 2011;196(8):3942–3948. DOI:10.1016/j.jpowsour.2010.11.134

Статья поступила в редакцию 07.10.2025; одобрена после рецензирования 05.12.2025; принята к публикации 25.12.2025.

The article was submitted 07.10.2025; approved after reviewing 05.12.2025; accepted for publication 25.12.2025.

#### Информация об авторе:

<b>ИВАНОВ Вячеслав Сергеевич</b>	кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоэлектронных средств МИРЭА – Российский технологический университет  <a href="https://orcid.org/0000-0001-9827-1690">https://orcid.org/0000-0001-9827-1690</a>
--------------------------------------	---

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.

Научная статья

УДК 621.39

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-43-52>

EDN:CFAOSQ



# Имитационная модель полумарковского типа для исследования надежности устройств TSN при работе в сетях связи железнодорожного транспорта

Andrey Konstantinovich Kanaev, kanaev@pgups.ru

Artem Igorevich Alekseev, alekseevartem.ig@gmail.com

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I,  
Санкт-Петербург, 190031, Российская Федерация

## Аннотация

**Актуальность:** технология сетей TSN является перспективным и активно разрабатываемым институтом IEEE направлением, которое дает возможность эффективно использовать стандарт Ethernet для надежной своевременной передачи трафика разного характера и различной степени критичности к задержкам.

**Цель:** разработка имитационной полумарковской модели для исследования надежности устройств TSN, позволяющей гибко оценивать вероятностные характеристики надежности и их изменения в динамике.

**Методы:** имитационное моделирование с использованием языка программирования Python, а также методы теории марковских и полумарковских процессов, методы обработки данных временных рядов.

**Результаты:** разработана полумарковская модель, благодаря которой можно учесть сложные неявные зависимости между прошлыми состояниями устройства и текущими вероятностями переходов, разработан вариант сценария работы модели, включающий в себя набор различных влияющих факторов, а также показано, что предлагаемая модель позволяет получать динамическую картину изменения показателей надежности устройства, отличную от результатов, получаемых с помощью традиционных аналитических подходов. Кроме того, произведена верификация результатов имитационного моделирования, определен метод их сглаживания и обоснован его выбор, а также показана весьма малая величина отклонения статистических результатов имитационной модели от аналитических.

**Новизна** заключается в отличии предлагаемого подхода к оценке показателей надежности устройств, основанного на статистическом имитационном моделировании, от классических методов, а также создании комплексных многофакторных сценариев поведения устройства.

**Практическая значимость:** результаты работы показывают возможность применения имитационного моделирования для прогнозирования в задачах надежности, динамического учета с его помощью сложных процессов деградации и восстановления устройства в ходе эксплуатации и, таким образом, могут быть в дальнейшем использованы при оценке показателей надежности различных телекоммуникационных и других технических устройств.

**Ключевые слова:** чувствительные ко времени сети, сети Ethernet, надежность сетей связи, имитационное моделирование, марковские цепи, полумарковские цепи

**Ссылка для цитирования:** Канаев А.К., Алексеев А.И. Имитационная модель полумарковского типа для исследования надежности устройств TSN при работе в сетях связи железнодорожного транспорта // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 43–52. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-43-52. EDN:CFAOSQ

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-43-52>

EDN:CFAOSQ

# Semi-Markov Type Simulation Model for Studying the Reliability of TSN Devices When Operating in Railway Communication Networks

Andrey K. Kanaev, kanaev@pgups.ru  
Artem I. Alekseev, alekseevartem.ig@gmail.com

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University,  
St. Petersburg, 190031, Russian Federation

## Annotation

**Relevance:** *TSN technology is a promising direction of the Ethernet standard actively developed by IEEE which allows Ethernet to be effectively used for reliable timely transmission of traffic of various types and varying degrees of delay criticality.*

**Purpose:** *development of a semi-Markov simulation model for studying the reliability of TSN devices which allows to flexibly estimate probabilistic reliability characteristics and their dynamical changes.*

**Methods:** *simulation modeling in Python programming language, methods of the theory of Markov and semi-Markov processes, methods of time series data processing.*

**Results:** *a semi-Markov model has been developed that allows considering complex implicit dependencies between past device states and current transition probabilities; a variant of the model's operation scenario has been developed that includes a set of various influencing factors, and it has also been shown that the proposed model provides a dynamic view of device reliability parameters changes that differs from the results obtained using traditional analytical approaches. In addition, the simulation results have been verified, the smoothing method has been chosen and its choice has been justified, and a very small deviation of the statistical results of the simulation model from the analytical ones has been shown.*

**Novelty:** *the novelty lies in the difference between classical methods and the proposed approach to estimating device reliability parameters based on statistical simulation, as well as in the creation of complex multifactorial scenarios of device behavior.*

**Practical significance:** *the results of the work show the possibility of using simulation modeling for forecasting reliability problems, dynamically accounting for complex processes of degradation and restoration of a device during operation and, thus, can be further used in estimating the reliability parameters of various telecommunications and other technical devices.*

**Keywords:** *time-sensitive networking, Ethernet networks, communication networks reliability, simulation modeling, Markov chains, semi-Markov chains*

**For citation:** Kanaev A.K., Alekseev A.I. Semi-Markov Type Simulation Model for Studying the Reliability of TSN Devices When Operating in Railway Communication Networks. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2025;11(6):43–52. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-43-52. EDN:CFAOSQ

## Введение

Безопасность является одним из ключевых требований, предъявляемых к перевозочному процессу на железнодорожном транспорте. Это обуславливает повышенное внимание, уделяемое вопросам надежности всех технических систем, применяемых при его осуществлении. Технологические сети связи железнодорожного транспорта являются одной

из таких систем и также требуют бесперебойного функционирования при передаче различной критической информации [1, 2]. На сегодняшний день основой построения технологической сети связи остаются системы синхронной цифровой иерархии, обеспечивающие коммутацию каналов, объединяемых в цифровые потоки различного уровня. Эти системы ориентированы главным образом на фор-

мирование типовых каналов с постоянной пропускной способностью, достаточной для передачи голосовой информации [2].

Вместе с тем постоянно расширяется сегмент, использующий пакетную передачу информации и включающий, в частности, сети передачи данных и IP-телефонии. К недостаткам традиционных технологий пакетной коммутации, ограничивающим их применение в ответственных областях, таких, как, например, оперативно-технологическая связь, относят не в полной мере высокую надежность и неопределенность задержек доставки информации [3]. Однако в настоящее время существует ряд решений, позволяющих преодолеть эти недостатки пакетных сетей. Одним из таких решений является технология сетей, чувствительных ко времени (TSN, *аббр. от англ.* Time-Sensitive Networking), разрабатываемая институтом IEEE.

В рамках технологии TSN, расширяющей классический Ethernet, предлагаются механизмы классификации и контроля трафика, управления задержками, строгой синхронизации и обеспечения резервирования. Все вместе они призваны обеспечить возможность передачи в сетях Ethernet критической информации с гарантированно низкими задержками и высокой достоверностью доставки. Этот факт делает данную технологию потенциально применимой в пакетных сетях технологической связи железнодорожного транспорта, что было более подробно рассмотрено в [4].

Основой достижения высокой надежности в сетях TSN является механизм дублирования кадров (FRER, *аббр. от англ.* Frame Replication and Elimination for Reliability), определяемый стандартом 802.1CB [5]. Сами по себе отдельные сетевые устройства TSN в данном стандарте не рассматриваются, поэтому в отношении них могут быть применены общие подходы теории надежности, в рамках которой поведение технического устройства чаще всего характеризуется потоком отказов, подчиняющимся экспоненциальному закону с данной интенсивностью. При этом обычно предполагается, что в течение всего периода эксплуатации эта интенсивность постоянна, а старение в этот период не оказывается на надежности устройства [1, 6].

Такое представление, однако, может быть несколько ограниченным в контексте современных телекоммуникационных устройств, являющихся, в сущности, сложными компьютерными системами. К таковым, среди прочего, относятся и сетевые устройства TSN. Поэтому целью настоящей работы является разработка детализированной модели, которая позволяла бы комплексно и динамически учитывать различные факторы, влияющие на изменение показателей надежности устройства TSN.

Актуальность работы, таким образом, обуславливается, с одной стороны, потенциальной применимостью технологии TSN для модернизации технологических сетей связи железнодорожного транспорта, и, с другой стороны, ограниченностью традиционных моделей надежности технических устройств.

### Методы, применяемые при построении модели

В работе используется имитационный подход к моделированию в сочетании с аппаратом марковских и полумарковских процессов. Разрабатываемая модель является продолжением и расширением ранее выполненной работы, представленной в [7]. В ней были предложены два варианта расширенного множества состояний, характеризующего сетевое устройство TSN с точки зрения надежности, и построены соответствующие графы переходов, представленные на рисунке 1, где 1 – исправное состояние (рисунок 1а) / исходное состояние (рисунок 1б); 2 – отказ ПО; 3 – критический отказ ПО; 4 – аппаратный отказ; 5 – критический аппаратный отказ; 6 – послеремонтное состояние (рисунок 1б).

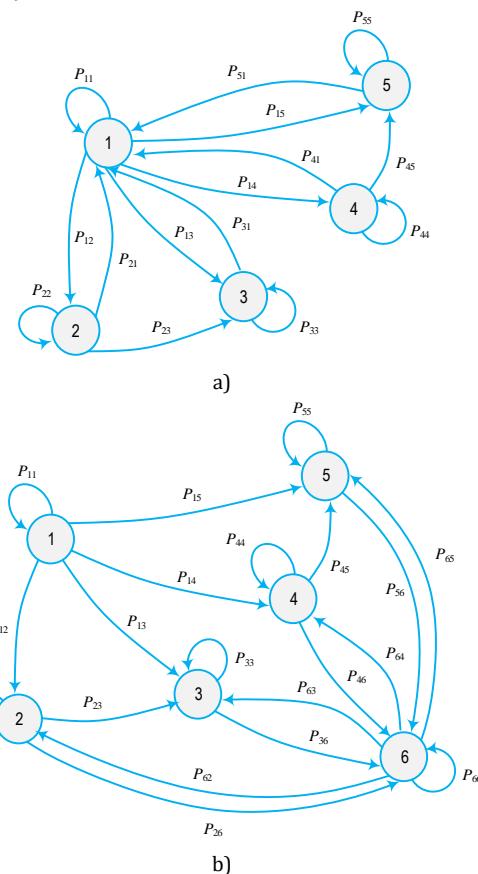


Рис. 1. Варианты графа переходов марковской цепи, характеризующей устройство TSN: без учета (а) и с учетом (б) послеремонтного состояния

Fig. 1. Variants of the Transition Graph of the Markov Chain Describing a TSN Device: without (a) and with (b) Post-Repair State

В качестве показателя надежности устройства в модели рассматривались вероятности его исправного состояния в различные моменты времени. Также был представлен алгоритм работы имитационной марковской модели, приведены результаты ее реализации и выполнена верификация с помощью аналитического расчета. Основным результатом работы является подтверждение соответствия поведения предлагаемой имитационной модели расчетным результатам.

В модели [7], в соответствии с марковским свойством процесса, вероятности переходов между состояниями остаются неизменными, а будущее состояние системы зависит только от текущего ее состояния, но не от пути попадания в него [8, 9]. В настоящей работе предлагается расширение модели за счет включения в нее функции пересчета вероятностей в зависимости от тех или иных условий. Это изменение нарушает марковское свойство, вводя зависимость между текущими вероятностями смены состояния и последовательностью прошлых переходов, поэтому новая модель будет не марковской, а полумарковской.

Включение в модель такой зависимости позволяет учесть влияние различных факторов на бесперебойность работы устройства на каждом шаге модели и, таким образом, сформировать динамическую картину изменения показателей надежности. Например, можно учесть следующие явления:

- старение и износ системы как постепенный процесс, распределенный во времени;
- постепенное снижение вероятности исправного состояния системы после многократных ремонтов;
- повышение вероятности перехода отказа в критический в случае, если он не был устранен достаточно оперативно;
- повышение вероятности программных ошибок непосредственно после обновления программного обеспечения;
- повышение вероятности устранения отказа в случае, если он не устранен в течение длительного времени и для восстановления системы привлекаются дополнительные силы;
- повышение вероятности отказов исправного устройства TSM при его работе в цепочке с отказавшим (возникновение зависимых отказов).

Таким образом, введение в модель условий изменения вероятностей переходов позволяет в динамике рассмотреть различные сценарии поведения устройства и влияния на него тех или иных факторов. Имитационный характер модели, в свою очередь, дает возможность статистически получить вероятностные характеристики надежности с учетом введенных неявных зависимостей, которые трудно отразить в традиционных аналитических моделях.

## Методы, применяемые при построении модели

Как видно из работы [7], в некоторых точках статистически полученные вероятности исправности устройства значительно отклоняются от аналитической кривой, что придает результатам моделирования зашумленный вид и затрудняет их интерпретацию. Вместе с тем относительно небольшое увеличение объема выборки (с 1000 до 5000 реализаций), как показали пробные расчетные эксперименты, все еще не позволяет в достаточной степени уменьшить отклонения. Дальнейшее же ее увеличение (до 10000 и более реализаций) приводит к значительному увеличению времени моделирования и затрудняет ее многократный запуск при варьировании входных данных. Поэтому в рамках текущей работы предлагается выбрать подходящий метод обработки результатов, чтобы даже при относительно небольшом объеме выборки иметь возможность получить графики с приемлемой степенью отклонения. Затем выбранным способом предлагается обработать имеющиеся результаты [7], чтобы на их примере проверить эффективность сглаживания и оценить точность выбранного метода моделирования. Это позволит далее обоснованно считать достоверными результаты, получаемые в рамках расширенной модели и обработанные аналогичным образом.

В качестве способа сглаживания статистических данных выбрано простое скользящее среднее. Оно удобно для реализации в рамках построенной модели, так как вычисляется по простой формуле для каждого элемента временного ряда. Кроме того, в отличие от регрессионных моделей, такое сглаживание не требует выбора вида кривой, характеризующей зависимость, и с достаточной общностью может применяться при варьированих входных данных, даже если они значительно изменят получаемый статистический результат.

Для вычисления скользящего среднего в случае нечетного размера интервала сглаживания используется формула [10]:

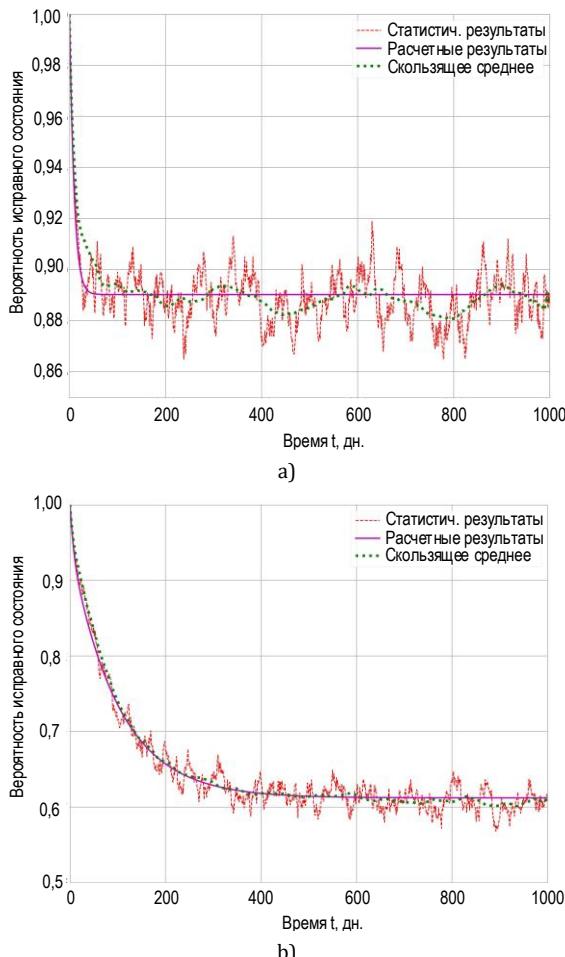
$$\bar{p}_{i+m} = \frac{\sum_{k=0}^{2m} p_{i+k}}{2m + 1}, \quad (1)$$

где  $\bar{p}_{i+m}$  – скользящее среднее, соответствующее  $(i + m)$ -му элементу ряда, лежащему в середине интервала сглаживания,  $i \geq 1$ ;  $p_{i+k}$  – суммируемые значения временного ряда, лежащие в пределах интервала сглаживания;  $2m + 1$  – размер интервала (окна) сглаживания.

Следует отметить, что скользящее среднее с данным интервалом сглаживания нельзя вычислить для первых и последних  $m$  значений ряда. В то же время, так как получаемый ряд содержит большое количество элементов, для его сглажива-

ния необходим выбор интервала значительной величины, и отбрасывание начальных и конечных элементов ряда сделает результат несколько неполным. По этой причине предлагается использовать укороченный интервал для первых значений ряда, постепенно увеличивая его вплоть до выбранной величины  $2m + 1$ , и, аналогично, уменьшать его при приближении к концу ряда.

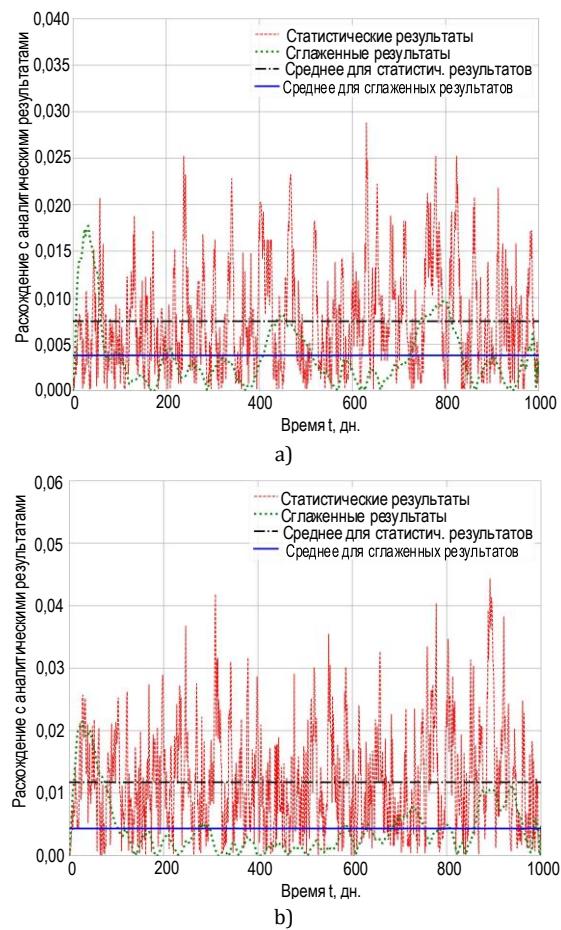
На рисунке 2 представлены результаты сглаживания статистических графиков вероятности исправного состояния устройства. Они получены с помощью модели [7] при тех же исходных данных для двух вариантов графа переходов, приведенных на рисунке 1. Величина интервала сглаживания для скользящего среднего выбрана равной 109. Из представленных графиков видно, что сглаживание значительно снижает случайные отклонения от среднего для вероятности, вычисленной по результатам моделирования, и приближает ее к расчетным значениям.



**Рис. 2. Результаты сглаживания статистических вероятностей, полученных с помощью имитационной марковской модели для случаев: без учета (а) и с учетом (б) послеремонтного состояния**

*Fig. 2. Results of Statistical Probabilities Smoothing Got with the Markov Simulation Model for Cases: without (a) and with (b) Post-Repair State*

На рисунке 3 приведены графики модуля расхождения исходных и сглаженных значений вероятности со значениями, полученными аналитически (вновь для двух вариантов графа переходов). Также на графиках показаны средние значения расхождения для несглаженных и сглаженных результатов. Для варианта, представленного на рисунке 3а, эти значения составляют соответственно 0,0076 и 0,0036, а для варианта на рисунке 3б – 0,0113 и 0,0045. Кроме того, из общего поведения графиков видно, что в обоих случаях сглаженные результаты лежат значительно ниже необработанных, и, за вычетом всплесков в начале и конце ряда, не превышают среднего отклонения исходных статистических данных.



**Рис. 3. Расхождение по модулю статистических (несглаженных и сглаженных) результатов моделирования с аналитическими для случаев: без учета (а) и с учетом (б) послеремонтного состояния**

*Fig. 3. Difference between Statistical (Unsmoothed and Smoothed) and Analytical Modeling Results in Absolute Values for Cases: without (a) and with (b) Post-Repair State*

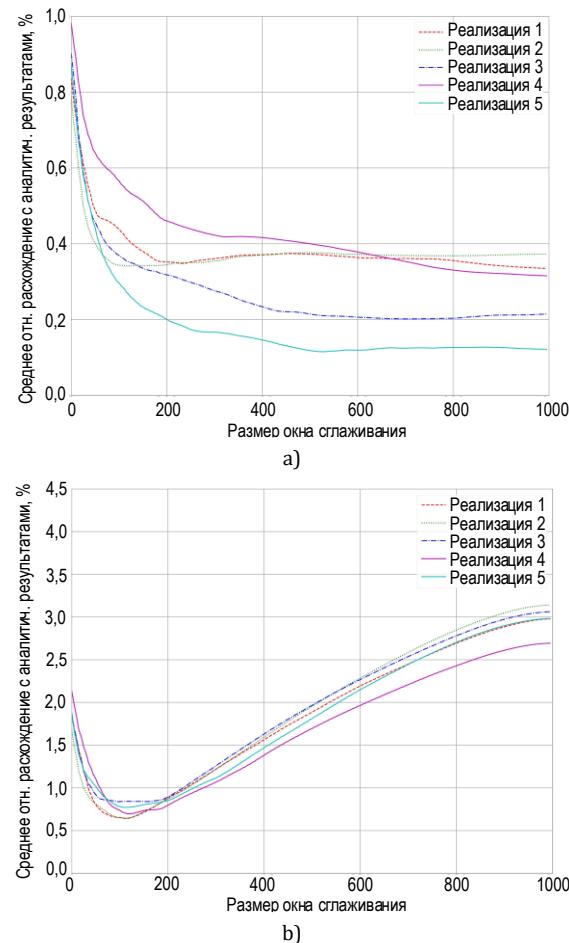
Чтобы продемонстрировать обоснованность выбора окна сглаживания, определим, как от него зависит отклонение сглаженных результатов от аналитических. Очевидно, что при слишком малом размере окна сглаженная зависимость, ввиду большой частотности исходного временного ряда,

будет в значительной мере повторять его поведение и даст незначительный эффект от усреднения. При слишком большом размере окна, напротив, могут быть сглажены существенные изменения вероятности. Для определения наиболее подходящего диапазона значений, в пределах которого следует выбирать величину окна сглаживания, предлагается использовать значение среднего относительного отклонения сглаженных значений от аналитических.

На рисунке 4 показаны графики изменения среднего относительного отклонения сглаженных результатов от аналитических в зависимости от выбранного размера окна, полученные для 5 реализаций для каждого из вариантов графа модели. Из рисунка 4а видно, что для модели без послеремонтного состояния имеется тенденция к уменьшению относительного отклонения по мере увеличения размера окна, при больших значениях ( $> 400$ ) отклонение в целом стабилизируется. Наряду с этим достигаемые в различных реализациях минимумы заметно отличаются друг от друга. Следует отметить, что получаемые графики имеют представленный вид в силу того, что вероятности состояний марковского процесса, как можно видеть из рисунка 2а, быстро достигают финитных значений и далее не изменяются. Поэтому усреднение с помощью окна все большего размера в случае статистической модели, которая также стремится к этим финитным значениям, в сущности (если отбросить быстрый переходный участок в начале графика) представляет собой вычисление статистического среднего по возрасташющей выборке. Поэтому находимая статистически вероятность исправного состояния с увеличением окна сначала все больше сходится к аналитическому значению, а затем стабилизируется и перестает существенно изменяться.

Поведение графиков (см. рисунок 4б) для варианта модели, включающего в себя послеремонтное состояние, заметно отличается. Так как в данном случае переходный участок составляет значительную часть всего процесса, сглаживание с окном слишком большого размера во всех пяти реализациях приводит к росту относительного отклонения статистического результата от аналитического. По этой причине в данном случае можно выделить диапазон размеров окна, в котором получается наилучший результат сглаживания. Как видно из рисунка 4б, в различных реализациях минимум достигается при величине окна порядка 100–200 значений.

Принимая во внимание, что в случае графиков, представленных на рисунке 4а, в названном диапазоне относительное отклонение в 4 из 5 рассмотренных реализаций близко к стабилизации, в этом случае также можно считать этот диапазон дающим сглаженные результаты приемлемой точности.



**Рис. 4. Зависимость относительного расхождения по модулю сглаженных результатов моделирования с аналитическими от размера окна сглаживания**

*Fig. 4. Relative Difference (in Absolute Values) between Smoothed and Analytical Modeling Results Depending on the Size of Smoothing Window*

Таким образом, на основании рассмотренных вариантов модели, которые характеризуются различной резкостью изменения графиков статистической вероятности, можно с достаточной общностью заключить, что предлагаемый метод моделирования совместно со сглаживанием на основе скользящего среднего с размером окна порядка 100–200 значений позволяет получить оценку вероятности исправного состояния устройства со средним относительным отклонением порядка 0,5–0,8 %.

#### Алгоритм работы и исходные данные полумарковской модели

Так как полумарковская модель опирается на ранее разработанную марковскую, алгоритм работы из [7] расширен с учетом вносимых в него изменений и представлен на рисунке 5.

В качестве входных параметров модели задаются:

- одномерный массив *states*, определяющий набор возможных состояний;

- квадратная матрица переходов *trans\_matrix* между состояниями;
- начальное состояние системы *init\_state*;
- модельное время наблюдения *t*;
- логическая переменная *semi*, указывающая на полумарковский характер процесса;
- функция *semi\_func*, выполняющая преопределение вероятностей в матрице переходов.

Выходным параметром модели, в свою очередь, является последовательность состояний *state\_seq*, полученная в результате имитации. Многократное выполнение алгоритма позволяет получить статистику и по ней определить вероятностные характеристики надежности устройства TSN.

В основе полумарковской модели лежит вариант графа переходов (см. рисунок 1а). Предлагается рассмотреть сценарий поведения устройства, реализуемый функцией *semi\_func*, который включает в себя следующие факторы, влияющие на надежность устройства:

1) постепенный износ устройства, происходящий в ходе работы (т. е. в состояниях 1, 2 и 4) и ведущий к небольшому равномерному повышению вероятности аппаратных отказов;

2) необратимая деградация устройства вследствие происходящих аппаратных отказов (т. е. при переходах из состояний 4 и 5 в состояние 1), ведущая к повышению вероятности возникновения новых;

3) периодическое обновление ПО, которое может внести новые ошибки и повышает вероятность программных отказов; после обновления в модели вводится контрольный период, в течение которого фиксируются программные отказы; каждое возникновение и восстановление отказа ПО в рамках этого периода рассматривается как выпуск исправляющего обновления, при этом вероятность новых программных отказов несколько снижается; вероятность программных отказов возвращается к значениям до обновления либо по истечении контрольного периода, либо после 4 исправлений; если же в рамках этого периода не возникло программных отказов, предполагается, что обновление не создало ошибок и, напротив, повысило стабильность работы системы, снизив вероятность программных ошибок в будущем;

4) периодическая плановая диагностика и ремонт устройства, несколько снижающие вероятность будущих аппаратных отказов.

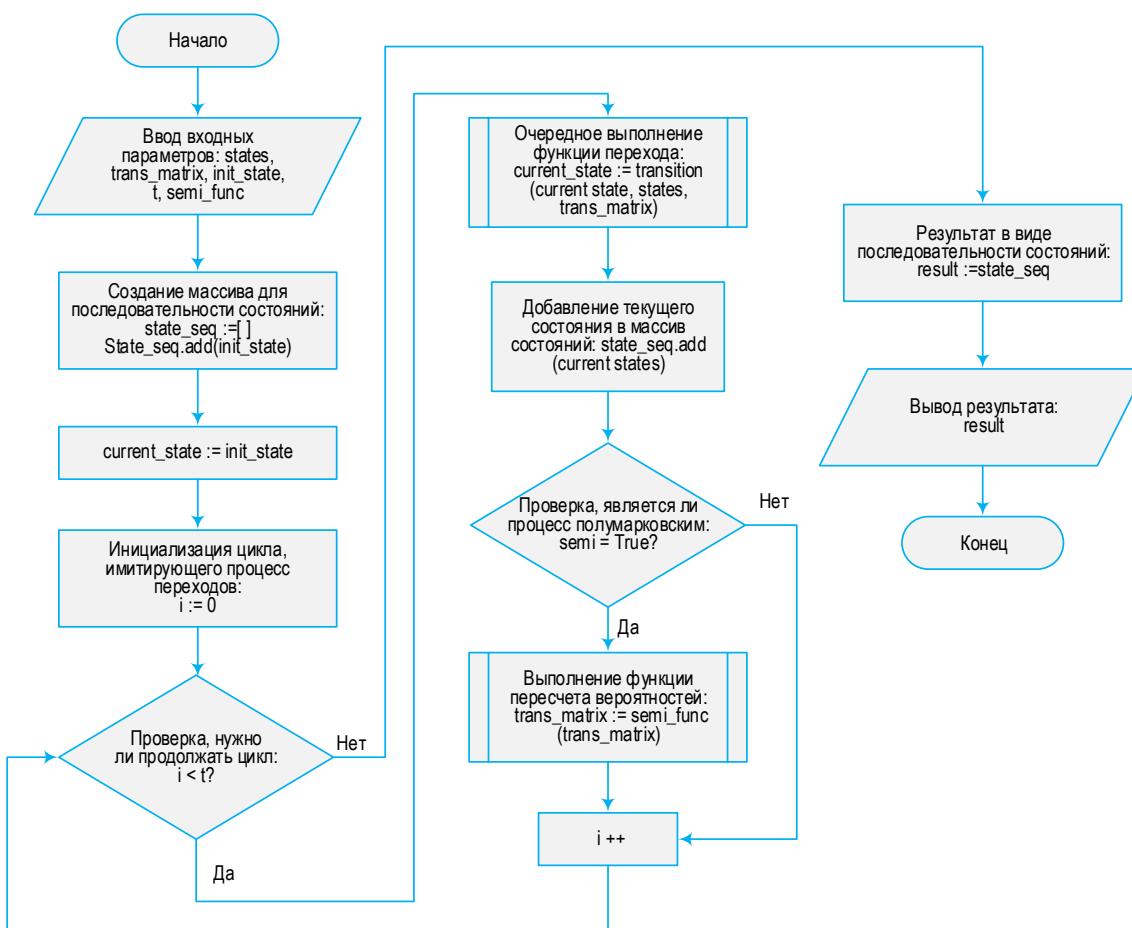


Рис. 5. Алгоритм работы полумарковской модели

Fig. 5. Semi-Markov Model Operation Algorithm

Описанные изменения вероятностей переходов между состояниями устройства TSN реализуются в модели за счет пересчета при заданных условиях первой строки матрицы переходов. Изменение вероятностей в этой строке происходит путем сложения ее с векторами, элементами которых являются приращения вероятностей. Для каждого из вышеописанных факторов в модели задается свой вектор приращений.

Предлагаемый сценарий включает в себя разноплановые факторы, как повышающие, так и понижающие вероятности отказов устройства, и позволяет, таким образом, построить динамическую модель для определения показателей надежности. При моделировании предлагается использовать исходные данные, приведенные в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1. Исходные данные для моделирования

TABLE 1. Initial Data for Modeling

Параметр	Значение
Модельное время одной реализации $t$ , дн.	1000
Шаг моделирования, дн.	1
Размер выборки $N$	1000
Периодичность выпуска обновлений ПО $T_{\text{ПО}}$ , дн.	90
Периодичность плановых диагностики и ремонта $T_{\text{ДР}}$ , дн.	30
Вектор начальных вероятностей устройства $B$	(1 0 0 0 0)
Исходная матрица переходов $M$	$\begin{pmatrix} 0,99 & 0,004 & 0,002 & 0,003 & 0,001 \\ 0,05 & 0,85 & 0,10 & 0,00 & 0,00 \\ 0,10 & 0,00 & 0,90 & 0,00 & 0,00 \\ 0,05 & 0,00 & 0,00 & 0,85 & 0,10 \\ 0,10 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,90 \end{pmatrix}$
Векторы приращений вероятностей, учитывающие:	
постепенный износ устройства $\Delta_1$	$(-8 \cdot 10^{-5} \ 0 \ 0 \ 5 \cdot 10^{-5} \ 3 \cdot 10^{-5})$
снижение надежности из-за произошедшего некритического аппаратного отказа $\Delta_2$	$(-1 \cdot 10^{-4} \ 0 \ 0 \ 6 \cdot 10^{-5} \ 4 \cdot 10^{-5})$
снижение надежности из-за произошедшего критического аппаратного отказа $\Delta_3$	$(-1 \cdot 10^{-4} \ 0 \ 0 \ 5 \cdot 10^{-5} \ 5 \cdot 10^{-5})$
снижение надежности после обновления ПО $\Delta_4$	$(-3 \cdot 10^{-4} \ 2 \cdot 10^{-4} \ 1 \cdot 10^{-4} \ 0 \ 0)$
рост надежности в случае, когда обновление ПО не создало ошибок $\Delta_5$	$(3 \cdot 10^{-4} \ -2 \cdot 10^{-4} \ -1 \cdot 10^{-4} \ 0 \ 0)$
рост надежности после плановых диагностики и ремонта $\Delta_6$	$(1 \cdot 10^{-3} \ 0 \ 0 \ 6 \cdot 10^{-4} \ 4 \cdot 10^{-4})$

Кроме того, убывание вероятности исправного состояния вследствие износа и прошлых отказов ограничивается значением  $p_{11} = 0,95$ . Вероятность исправного состояния устройства TSN в данной работе рассматривается в качестве показателя надежности, как и в ранее разработанной модели [7]. Следует отметить, однако, что небольшое изменение алгоритма подсчета статистики позволяет также получить с помощью этой модели другие показатели надежности, например, вероятность нахождения в состояниях 1, 2 или 4).

## Результаты моделирования

Для иллюстрации работы рассматриваемой имитационной модели и получения представления об общем характере имитируемого процесса можно рассмотреть несколько реализаций. Их графики представлены на рисунке 6. Из них видно, что в рамках предложенного сценария вероятность исправного состояния устройства снижается вследствие различных факторов, которые частично компенсируются периодически проводимыми плановыми ремонтами. Нижняя граница убывания вероятности, заложенная в сценарий, достигается приблизительно за 750–800 дней функционирования. Таким образом, графики соответствуют заложенным в алгоритм закономерностям, что говорит о корректной работе модели.

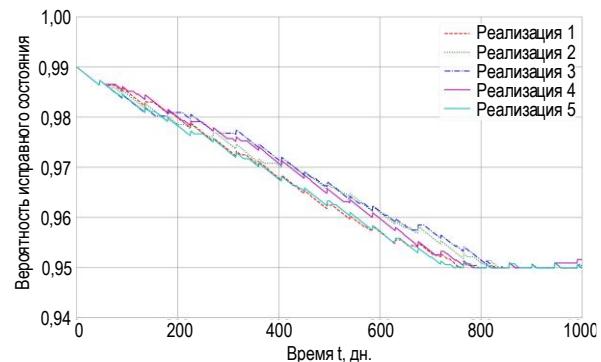
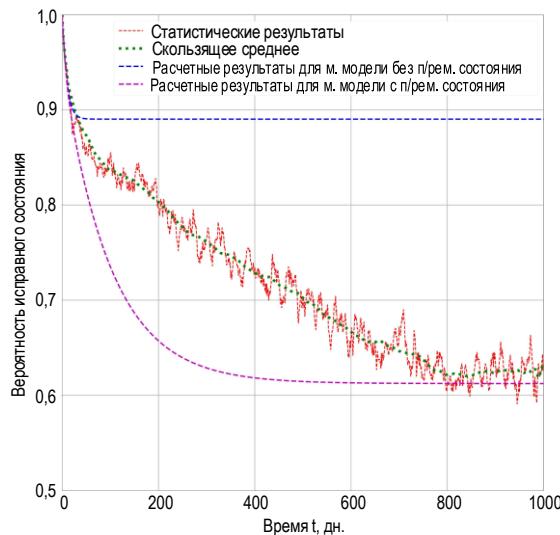


Рис. 6. Примеры реализаций полумарковской модели

Fig. 6. Semi-Markov Model Realization Examples

На рисунке 7 представлен результат моделирования в виде статистической вероятности исправного состояния устройства, полученной на основе генерированной выборки реализаций. Для сравнения на нем также приведены аналитические кривые для двух ранее описанных вариантов марковской модели. График, соответствующий полумарковской модели, лежит между двумя аналитическими кривыми, убывая и достигая нижней границы вероятности более плавно, чем они достигают своих стационарных значений. При этом следует учесть, что названная граница  $p_{11} = 0,95$ , заложенная в полумарковскую модель, равна вероятности  $p_{66}$  сохранения послеремонтного состоя-

ния, которое является основным во втором варианте марковской модели (нижняя кривая на графике). Вместе с тем, видно, что полученное статистически значение вероятности исправного состояния приближается к аналитической кривой, соответствующей этой марковской модели. На основании этого можно заключить, что предлагаемая полумарковская модель, с одной стороны, сходится к ранее предложенной марковской и, с другой стороны, позволяет более тонко задать траекторию переходного процесса снижения вероятности, учитывая в ней различные влияющие факторы.



**Рис. 7. Статистическая вероятность, полученная в результате моделирования**

*Fig. 7. Statistical Probability Got as the Modeling Result*

Важно отметить, что предлагаемый сценарий является лишь одним из множества наборов условий, которые можно учесть в рамках модели. В них могут быть добавлены новые факторы, изменены или исключены вклады уже имеющихся факторов, что в совокупности делает предлагаемый подход к оценке показателей надежности весьма гибким. Кроме того, следует упомянуть, что в силу отсутствия широкого опыта эксплуатации оборудования TSN предложенные для моделирования исходные данные не являются результатом обобщения реальной статистики и выбраны ориентиро-

#### Список источников

1. Сапожников В.В., Сапожников В.В., Ефанов Д.В., Шаманов В.И. Надежность систем железнодорожной автоматики, телемеханики и связи: учеб. пособие. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2017. 318 с. EDN:YOYVNZ
2. Шмыгинский В.В., Глушко В.П., Казанский Н.А. Многоканальная связь на железнодорожном транспорте: учебник для вузов ж.-д. транспорта. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2008. 704 с. EDN:QNVNDX
3. Кудряшов В.А., Павловский Е.А. Передача дискретных сообщений на железнодорожном транспорте: учеб. пособие. М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2017. 319 с.
4. Алексеев А.И., Канаев А.К. Сети, чувствительные ко времени, и их использование на железнодорожном транспорте // Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио. 2023. № 1(78). С. 202–205. EDN:KBPMAZ
5. IEEE Std. 802.1CB™-2017. IEEE Standard for Local and Metropolitan Networks – Frame Replication and Elimination for Reliability.

вочно. Так как задачей настоящего исследования является собственно разработка модели и проверка ее работоспособности, такое допущение можно считать правомерным.

#### Заключение

В работе описано построение имитационной полумарковской модели надежности сетевых устройств TSN, основанной на пересчете вероятностей переходов между состояниями модели в соответствии с заданным набором условий. Данний подход, как показывают результаты моделирования, позволяет формировать динамические сценарии изменения вероятностей, учитывающие разнообразные влияющие факторы, варьировать их и оценивать поведение устройства в различных случаях. При этом с помощью модели может быть получена статистическая оценка вероятности, которая постепенно сходится к расчетным результатам, получаемым в предположении о марковском характере процесса, но при этом формирует более плавную картину переходного периода.

Кроме того, в рамках разработки модели выбран метод сглаживания и произведена оценка точности имитационного подхода к определению показателей надежности сетевых устройств. Абсолютное отклонение сглаженных результатов моделирования от теоретических значений в рассмотренных вариантах модели составляет порядка 0,005. Относительное расхождение аналитических и сглаженных статистических результатов при использовании определенных в работе размеров окна сглаживания весьма невелико и составляет порядка 0,5–0,8 %.

Дальнейшая работа по улучшению полумарковской модели и способов ее применения может быть направлена на разработку альтернативных сценариев изменения вероятностей переходов между состояниями устройства, а также на исследование показателей надежности некоторого участка сети, состоящего из ряда устройств TSN, надежность которых, в свою очередь, будет описываться предложенной в настоящей работе моделью.

6. Токликишвили А.Г. Надежность технических систем и техногенный риск: учеб. пособие. Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2019. 65 с.
7. Алексеев А.И., Канаев А.К. Имитационная модель функционирования устройств TSN для исследования их надёжности в условиях применения на сетях связи железнодорожного транспорта // Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио. 2025. №1(80). С. 196–199. EDN:QKLUMK
8. Галажинская О.Н., Моисеева С.П. Теория случайных процессов. Ч. 2. Марковские процессы: учеб. пособие. Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. 126 с.
9. Шихеева В.В. Теория случайных процессов. Марковские цепи: учеб. пособие. М.: Изд. Дом МИСиС, 2013. 70 с.
10. Грешилов А.А., Стакун В.А., Стакун А.А. Математические методы построения прогнозов. М.: Радио и связь, 1997. 112 с.

## References

1. Sapozhnikov V.V., Sapozhnikov V.V., Efanov D.V., Shamanov V.I. Reliability of Railway Automation, Telemechanics and Communication Systems. Moscow: Training and Methodological Center of Railway Transport Publ.; 2017. 318 p. (in Russ.) EDN:YOYVNZ
2. Shmytinsky V.V., Glushko V.P., Kazansky N.A. *Multichannel Communication in Railway Transport*. Moscow: Training and Methodological Center of Railway Transport Publ.; 2008. 704 p. (in Russ.) EDN:QNVNDX
3. Kudryashov V.A., Pavlovsky E.A. *Transmission of Discrete Messages on Railway Transport*. Moscow: Training and Methodological Center of Railway Transport Publ.; 2017. 319 p. (in Russ.)
4. Alekseev A.I., Kanaev A.K. Time-Sensitive Networking and Its Using on Railway Transport. *Scientific and Technical Conference of the St. Petersburg Scientific and Technical Association of the Russian Electronic Networks named after A.S. Popov, dedicated to Radio Day*. 2023;1(78):202–205. (in Russ.) EDN:KBPMAZ
5. IEEE Std. 802.1CB™-2017. *IEEE Standard for Local and Metropolitan Networks – Frame Replication and Elimination for Reliability*.
6. Toklikishvili A.G. *Reliability of Technical Systems and Man-Made Risk*. Vladivostok: Far Eastern Federal University Publ.; 2019. 65 p. (in Russ.)
7. Alekseev A.I., Kanaev A.K. Simulation Model of TSN Devices Operation for Studying Their Reliability Under Conditions of Usage in Railway Transport Communication Networks. *Scientific and Technical Conference of the St. Petersburg Scientific and Technical Association of the Russian Electronic Networks named after A.S. Popov, dedicated to Radio Day*. 2025;1(80):196–199. (in Russ.) EDN:QKLUMK
8. Galazhinskaya O.N., Moiseeva S.P. *Theory of Random Processus. Part 2. Markov Processes*. Tomsk: Tomsk State University Publ.; 2016. 126 p. (in Russ.)
9. Shikheeva V.V. *Theory of Random Processes. Markov Chains*. Moscow: MISIS University Publ.; 2013. 70 p (in Russ.)
10. Greshilov A.A., Stakun V.A., Stakun A.A. *Mathematical Methods for Constructing Forecasts*. Moscow: Radio i svyaz' Publ.; 1997. 112 p. (in Russ.)

Статья поступила в редакцию 01.11.2025; одобрена после рецензирования 16.11.2025; принята к публикации 05.12.2025.

The article was submitted 01.11.2025; approved after reviewing 16.11.2025; accepted for publication 05.12.2025.

## Информация об авторах:

<b>КАНАЕВ Андрей Константинович</b>	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Электрическая связь» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I  <a href="https://orcid.org/0000-0002-1578-2629">https://orcid.org/0000-0002-1578-2629</a>
<b>АЛЕКСЕЕВ Артём Игоревич</b>	аспирант кафедры «Электрическая связь» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I  <a href="https://orcid.org/0000-0002-6595-2024">https://orcid.org/0000-0002-6595-2024</a>

Канаев А.К. является членом редакционного совета журнала «Труды учебных заведений связи» с 2016 г., но не имеет никакого отношения к решению опубликовать эту статью. Статья прошла принятую в журнале процедуру рецензирования. Об иных конфликтах интересов авторы не заявляли.

Kanaev A.K. has been a member of the journal "Proceedings of Telecommunication Universities" Editorial Council since 2016, but has nothing to do with the decision to publish this article. The article has passed the review procedure accepted in the journal. The authors have not declared any other conflicts of interest.

Научная статья

УДК 654.16

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-53-61>

EDN:RTUYNI



# О разработке и применении методики оптимизации использования частотного спектра при проектировании технологических сетей радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD

✉ Дмитрий Петрович Лобеев<sup>1</sup> lobeev1@mail.ru

✉ Камиль Закирович Билятдинов<sup>2</sup>, inib@pgups.ru

<sup>1</sup>Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I,  
Санкт-Петербург, 190031, Российская Федерация

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,  
Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

## Аннотация

**Актуальность** обусловлена одновременно техническими, отраслевыми и регуляторными факторами. Технологическая радиосвязь – базовый элемент обеспечения безопасности и управляемости движением поездов; при этом действующие решения на базе GSM-R достигают пределов по пропускной способности и функциональности. Дефицит и фрагментация спектра в диапазоне 1800 МГц, а также необходимость его совместного использования с иными радиосетями диктуют потребность в спектрально эффективных методиках планирования и снижении взаимных помех. Существующие практики радиопланирования слабо адаптированы к особенностям железных дорог, что повышает риски недополучения покрытия и невыполнения нормативов по задержкам. Предлагаемая в работе комплексная методика для LTE-1800 TDD обеспечивает измеримое снижение взаимных помех, расширение зон устойчивой связи, выполнение требований по задержке и рациональное использование радиоспектра. Тем самым тема имеет высокую практическую значимость для проектирования железнодорожных участков и поэтапной миграции к FRMCS/5G. Основная цель исследования состоит в разработке и обосновании комплексной методики проектирования технологических сетей железнодорожной радиосвязи на базе стандарта LTE-1800 TDD при ограниченном частотном ресурсе и жестких требованиях к надежности и задержкам.

**Результаты:** достигнуто снижение взаимных помех до 30 %, увеличение радиуса устойчивой связи до 15 % за счет оптимизации антенных систем, гарантировано выполнение требований к задержке сигнала <50 мс для систем управления; показана эффективность адаптивного выбора ширины полосы. Адаптивное многоэтапное планирование LTE-1800 TDD для технологической радиосвязи на железной дороге обеспечивает измеримое улучшение помехоустойчивости, покрытия и задержек при ограниченном спектре и может служить практическим стандартом проектирования.

**Научная новизна:** предложена интегрированная методика с адаптивным ветвлением и набором прикладных поправочных коэффициентов для железнодорожной среды, обеспечивающая совместное выполнение требований по задержкам, устойчивости и спектральной эффективности при дефиците частотного ресурса.

**Практическая значимость:** методика внедрена в реальное проектирование, повышая надежность критических сервисов и эффективность использования спектра.

**Ключевые слова:** железнодорожный транспорт, LTE, высокоскоростные магистрали, проектирование технологических сетей радиосвязи, радиосвязь

**Ссылка для цитирования:** Лобеев Д.П., Билятдинов К.З. О разработке и применении методики оптимизации использования частотного спектра при проектировании технологических сетей радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 53–61. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-53-61. EDN:RTUYNI

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-53-61>

EDN:RTUYNI

# Development and Application of a Methodology for Optimizing Frequency Spectrum Usage in the Design of LTE-1800 TDD Radio Access Networks

 **Dmitriy P. Lobeev<sup>1</sup>** , lobeev1@mail.ru

 **Kamil Z. Bilyatdinov<sup>2</sup>**, inib@pgups.ru

<sup>1</sup>Petersburg State Transport University of Emperor Alexander I,  
St. Petersburg, 190031, Russian Federation

<sup>2</sup>Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,  
St. Petersburg, 190000, Russian Federation

## Annotation

**Relevance** of the research topic is simultaneously driven by technical, industry, and regulatory factors. First, mission-critical operational radiocommunications are a fundamental element in ensuring the safety and controllability of railway infrastructure; at the same time, current GSM-R-based solutions are reaching their limits in capacity and functionality. Second, spectrum scarcity and fragmentation in the 1785–1805 MHz band, as well as the need for its coexistence with other radio networks, necessitate spectrally efficient planning methods and the reduction of mutual interference. Existing radio planning practices are generally poorly adapted to the specifics of railways, increasing the risks of coverage shortfalls, degradation of handover performance, and failure to meet latency regulations. The comprehensive methodology proposed in this study for LTE-1800 TDD delivers measurable reductions in mutual interference, expands zones of reliable coverage, ensures compliance with <50 ms latency for critical services, and enables rational use of scarce spectrum. Accordingly, the topic has high practical relevance for the modernization of existing lines, the design of new sections, and the phased migration to FRMCS/5G.

**The main objective of the study** is to develop and substantiate a comprehensive methodology for designing digital systems of operational railway radiocommunications based on the LTE-1800 TDD standard under limited spectrum resources and stringent requirements for reliability and latency.

**Results:** mutual interference reduced by up to 30 %, the radius of reliable coverage increased by up to 15 % through antenna system optimization, guaranteed compliance with <50 ms signal delay requirements for control systems; the effectiveness of adaptive bandwidth selection is demonstrated. Adaptive multi-stage LTE-1800 TDD planning for operational railway communications delivers measurable improvements in interference immunity, coverage, and latency under spectrum constraints and can serve as a practical design standard.

**Scientific novelty:** an integrated methodology with adaptive branching and a set of application-specific correction factors for the railway environment is proposed, ensuring simultaneous fulfillment of latency, robustness, and spectral efficiency requirements amid spectrum scarcity.

**Practical significance:** the methodology has been implemented in real-world design practice, improving the reliability of critical services and the efficiency of spectrum use.

**Keywords:** railway transport, LTE, high-speed highways, radio access network design, radio communications

**For citation:** Lobeev D.P., Bilyatdinov K.Z. Development and Application of a Methodology for Optimizing Frequency Spectrum Usage in the Design of LTE-1800 TDD Radio Access Networks. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(6):53–61. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-53-61. EDN:RTUYNI

## Введение

Развитие цифровых систем технологической железнодорожной радиосвязи на основе стандарта

LTE-1800 TDD стало ключевым фактором повышения безопасности и эффективности обеспечения движением поездов [1, 2]. Однако проектиро-

вание таких систем сталкивается с комплексными вызовами:

1) ограниченность частотного ресурса (диапазон 1785–1805 МГц регулируется Решением ГКРЧ № 18-46-02 от 11.09.2018 г., разрешающим полосу не более 10 МГц);

2) взаимные помехи в зонах пересечения смежных сетей;

3) жесткие требования к задержкам сигнала (<50 мс для систем управления) и пропускной способности (видеонаблюдение, телеметрия) [3, 4].

В условиях роста скоростных магистралей и плотности движения традиционные подходы к проектированию не обеспечивают устойчивой радиосвязи [5]. Неоптимальный учет электромагнитной совместимости (ЭМС), рельефа местности или типа трафика приводит к обрывам каналов связи, снижению скорости передачи данных и рискам для обеспечения безопасности движения.

Целью работы является разработка оптимальной и адаптивной методики проектирования технологических сетей радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD, оптимизирующей использование частотного спектра и гарантирующей бесперебойность связи, решающей задачи развертывания и модернизации цифровых систем технологической железнодорожной радиосвязи в условиях сложного частотного рельефа и регуляторных ограничений. Методика обеспечивает рациональное использование ограниченного частотного ресурса, снижение времени задержки передачи сигналов автоматизированного управления и увеличение зоны обслуживания базовой станции (БС). Кроме того, предлагаемая методика является основой для разработки аналитической модели технологической сети радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD, которая в свою очередь применяется как компонент компьютерного моделирования работы сети в различных условиях, что существенно повышает качество реальных сетей железнодорожной радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD.

Для достижения цели исследования были поставлены и решены следующие задачи.

**Задача 1.** Создание алгоритма анализа проектных условий с учетом:

- топографии местности (городская застройка, открытое пространство и др.);

- помеховой обстановки (включая пересечения со смежными цифровыми системами);

- нормативных ограничений.

**Задача 2.** Разработка системы расчета параметров сети:

- потерь в антенно-фидерных трактах (АФТ);

- коэффициента ошибок передачи;

- зон обслуживания БС и Handover.

**Задача 3.** Внедрение ветвящейся логики выбора режимов работы (этапы V–VIII) в зависимости от:

- требуемой пропускной способности;
- необходимости георезервирования ядра;
- уровня электромагнитных помех и др.

**Задача 4.** Обзор существующих решений и их ограничения.

Современные методы проектирования решают частные задачи, но не предлагают комплексного подхода:

- частотное планирование не учитывает динамику движения поездов;
- модели ЭМС игнорируют специфику пересечения сетей;
- расчет зон покрытия БС часто абстрагируется от реального рельефа местности.

Предлагаемая методика устраняет данные недостатки за счет интеграции географических частотных и аппаратных параметров, жесткой привязки к стандарту ГОСТ Р 55892-2018, а также – адаптации под сценарии «сложной обстановки ЭМС».

**Задача 5.** Детальное описание методики.

Структура методики состоит из 8 этапов с ветвлением на этапах IV–VIII.

**Этап I. Анализ проектируемого участка**

На этом этапе производится оценка рельефа с применением поправочного коэффициента – для городской застройки используются формулы, учитывающие высоты БС, протяженность трассы и несущую частоту; расчет интегральных помех при пересечении диапазонов.

Далее выявляются точки пересечения со смежными системами, работающими в одинаковых стандартах на аналогичной частоте.

**Этап II. Сбор исходных данных**

Выполняется классификация типов трафика (таблица 1), расчет коэффициента ошибок и моделирование потерь в АФТ.

**ТАБЛИЦА 1. Задержки в зависимости от типа данных**

TABLE 1. Latency Variation by Traffic Type

Тип данных	Требования к задержке, мс	Примеры
Критичный	<50	Управление движением
Стандартный	50–200	Голосовая связь
Фоновый	>200	Видеозапись

**Этап III. Оценка пропускной способности**

Ключевые критерии оценки пропускной способности:

- скорость передачи данных;

- потери пакетов: допустимый порог составляет не более 1 %;

– SINR (аббр. от англ. Signal to Interference + Noise Ratio – отношение сигнал на помеху + шум): минимальное значение 15 дБ;

– ширина полосы частоты: ограничена 10 МГц (ГКРЧ).

#### Этапы IV–VIII. Адаптивное проектирование

Предполагается несколько сценариев развития в зависимости от требований к проектируемой системе.

##### *Сценарий 1. Низкие требования к системе*

Выбор варианта ширины полосы частоты 1.4, 3 или 5 МГц (Этап V), далее произвести расчет зоны обслуживания БС, а затем определение зоны Handover.

##### *Сценарий 2. Для высокоскоростных магистралей*

На этапе VI делается выбор ширины полосы частоты (5/10 МГц с учетом необходимости георезервирования ядра), затем на этапе VII делается вывод о необходимости применения технологии скоординированной многоточечной передачи СоMP (аббр. от англ. Coordinated Multi-Point) для синхронизации сот.

##### *Сценарий 3. «Сложная обстановка ЭМС»*

На этапе VIII производится активация «оптимального» режима работы сети – разделение приема-передачи для подавления помех.

Научная новизна данной методики связана с:

– ветвящейся архитектурой методики, где этапы V–VIII динамически адаптируются под результаты этапов I–IV;

– «оптимальным» режимом работы сети для условий сильных помех, снижающим интерференцию до 40 % и улучшающим SINR до 19 дБ на горных участках;

– интеграцией технологии СоMP в этап VII, повышающей пропускную способность на участках со скоростями выше 250 км/ч, а также снижение задержки управления на 30 %.

Для высокоскоростных магистралей обязательным является этап VII. В зонах с высоким уровнем помех ЭМС – приоритет этапа VIII. Рекомендуется проводить калибровку поправочных коэффициентов каждые 6 месяцев.

#### Алгоритм методики

Для организации работы сети и эффективного использования частотного спектра при проектировании цифровых систем технологической железнодорожной радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD была разработана методика оптимизации использования частотного ресурса.

Данная методика имеет сложную структуру и включает в себя множество операций и алгоритмов для создания работоспособной и высокоэффективной сети – исследование проектируемого участка; анализ исходных данных, предъявляемых к проектируемой сети; предварительный расчет

критериев пропускной способности; выбор ширины полосы частоты с последующим выбором режима работы сети.

В зависимости от данных, полученных в результате I–IV этапов предлагаемой методики, действия могут варьироваться:

– на V этапе осуществляется поиск приемлемой ширины полосы пропускания, с последующим выбором режима работы и расчетом зон обслуживания и Handover;

– на VI этапе производится выбор ширины полосы пропускания, с последующими операциями по настройке сети;

– на VII этапе рассчитываются зоны обслуживания и Handover, а также выбирается режим TDD (формируется методика);

– на VIII этапе производится выбор режима работы сети в зависимости от ситуации ЭМС с последующим расчетом зон обслуживания и Handover, а также – выбор режима TDD (формируется методика).

#### Этапы методики

Этап I включает в себя следующие операции: исследование характера рельефа местности, анализ и расчет помех на рассматриваемом участке, а также наличие точек пересечения со смежными системами, работающими в этом же частотном диапазоне. Схематично данный этап представлен на рисунке 1.

Исследование характера рельефа местности подразумевает собой выделение конкретной трассы и применение определенного коэффициента в зависимости от ее типа: городская застройка, сельская местность, свободное пространство и др. [6, 7].

Поправочный коэффициент для городской застройки определяется по выражению:

$$L_p = 4.56 - 13.82 \lg(h_{BC}) + 53.73 \lg(f) - \\ - [1.1 \lg(f) - 0.7 * h_{AC} - 4.78 [\lg(f)]^2 + \\ + [44.9 - 6.55 \lg(h_{BC})] \lg(d)]. \quad (1)$$

где  $h_{BC}$  – высота базовой станции;  $f$  – частота радиоволн;  $h_{AC}$  – высота абонентской станции;  $d$  – протяженность трассы.

На этапе I производится отбор радиоэлектронных средств (РЭС) по частотному критерию (выбираются все РЭС, использующие передающие полосы частот, пересекающиеся с приемными полосами частот рецептора помех):

$$\left( f_t + \frac{B_{-Nt}}{2} > f_r - \frac{B_{Hr}}{2} \right) \text{AND} \left( f_t - \frac{B_{-Nt}}{2} < f_r + \frac{B_{Hr}}{2} \right), \quad (2)$$

где  $B_{(-Nt)}$  – ширина спектра помехи с учетом маски спектра по уровню –60, –50, 40 дБ и др.;  $f_t$  – центральная частота передачи РЭС-источника помех (МГц);  $B_{Hr}$  – полоса пропускания РЭС-рецептора

помех (МГц);  $f_r$  – центральная частота приема РЭС-рецептора помех (МГц).

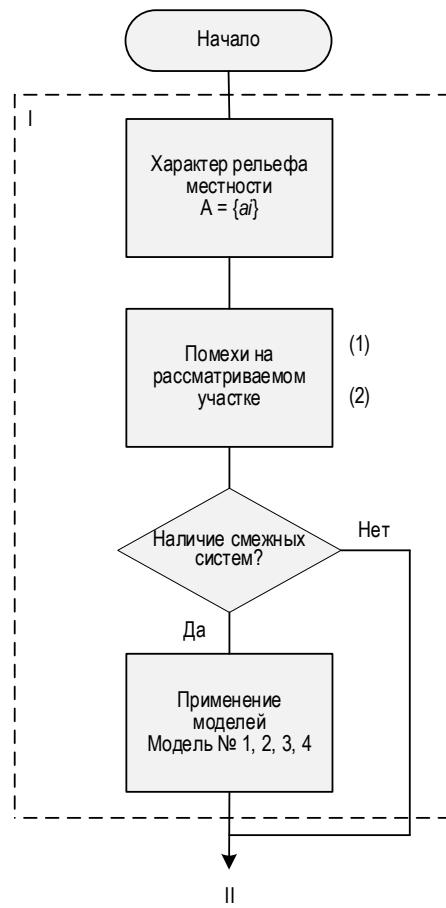


Рис. 1. Этап I методики

Fig. 1. Stage I of the Methodology

Формулы (1, 2) уже включены в поправочные коэффициенты в зависимости от характера рельефа местности, которые формируются, исходя из влияния помех на рассматриваемом участке.

Также помехи могут вноситься от смежных систем, работающих в местах пересечений двух диапазонов. Чтобы избежать потерь пропускной способности и обрывов каналов связи, были разработаны модели проектирования цифровых систем в местах пересечения со смежными цифровыми системами технологической железнодорожной радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD. Исходя из работы сети в той или иной ширине полосы пропускания смежной системы, выбирается необходимая модель проектирования. При отсутствии смежных систем необходимо определить протяженность проектируемой трассы. Здесь могут быть варианты протяженности: длинная (более 10 км) и короткая (до 10–15 км).

Согласно заданию, на стадии проектирования необходим сбор исходных данных. Их сбор предусмотрен этапом II. Первоначально необходимо

узнать тип данных, которые необходимо будет передавать в проектируемой сети. Как правило, основными типами являются голос и речь, данные, информационно-управляющие сигналы. Также могут применяться видеопередача, местоположение поезда на участке, аудиотрансляция и др. [8] (рисунок 2).

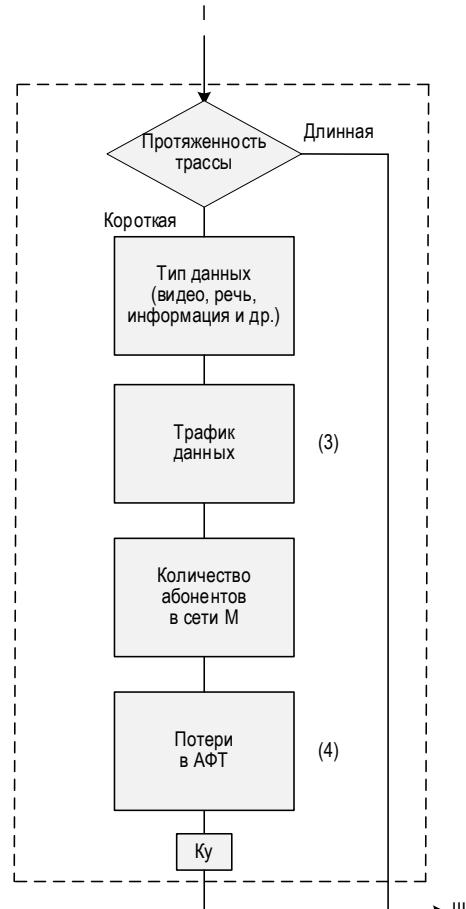


Рис. 2. Этап II методики

Fig. 2. Stage II of the Methodology

Опираясь на тип передаваемых данных, можно рассчитать коэффициент ошибок при передаче в зависимости от объема данных (трафик данных):

$$K_{\text{ош}} = \frac{N_{\text{ош}}}{N}, \quad (3)$$

где  $N_{\text{ош}}$  – количество ошибок;  $N$  – количество переданной информации.

Зная тип и трафик данных, необходимо получить данные о количестве абонентов, которые будут зарегистрированы в сети.

Далее можно рассчитать потери в АФТ, для чего можно применить одну из стандартных формул:

$$W_{\text{АФТ}} = W_c * L + W_{CC} * N + W_{\text{доп}}, \quad (4)$$

где  $W_c$  – погонное затухание сигнала в кабеле на рабочей частоте (дБ/м);  $L$  – длина кабеля (м);

$W_{cc}$  – потери в разъеме (дБ);  $N$  – количество разъемов (шт.);  $W_{\text{доп}}$  – потери в дополнительном АФТ (дБм).

При этом важно ориентироваться на оборудование, которое будет использовано при проектировании цифровой системы технологической железнодорожной радиосвязи, так как у любого устройства будут свои поправочные коэффициенты, которые будут влиять на изменение параметров расчета (например, коэффициент усиления антенны).

После получения и формирования исходных данных необходимо провести предварительный расчет критерии пропускной способности. Это будет происходить на следующем этапе методики.

Этап III является одним из ключевых. Выделяются 4 критерия оценки пропускной способности (рисунок 3).

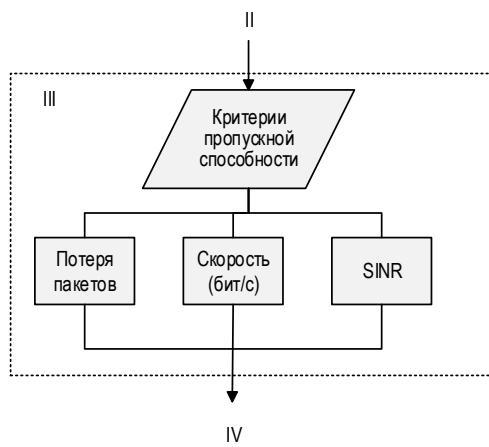


Рис. 3. Этап III методики

Fig. 3. Stage III of the Methodology

Скорость передачи данных для технологии LTE – главная особенность, поскольку именно из-за нее данная технология является самой перспективной при проектировании. При оценивании пропускной способности важно знать процент потери пакетов, которые не были доставлены при передаче [9]. Также весомым критерием является SINR. Его положительное значение означает, что уровень полезного сигнала выше уровня шума, и наоборот, отрицательное значение SINR будет означать преимущество уровня шума над уровнем полезного сигнала. Чем выше значение SINR, тем лучше качество сигнала [10]. Ключевым критерием для данной методики является ширина полосы пропускания. Согласно стандарту LTE, возможно 6 вариантов используемой полосы: 1.4, 3, 5, 10, 15 и 20 МГц.

Но ввиду ограничений по Решению ГКРЧ №18-46-02 от 11.09.2018 г. возможно использовать полосы шириной не более 10 МГц. Здесь уже возможны различные варианты, которые будут рассмотрены на следующих этапах методики.

Этап IV включает в себя несколько этапов, так как является основополагающим при реальном проектировании цифровых систем технологической железнодорожной радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD. В зависимости от требуемых критериев пропускной способности, исходных данных и длины проектируемой трассы, необходимо сделать выбор ширины используемой полосы частоты.

Важно отметить, что этапы V–VIII зависят лишь от выбора, сделанного по результатам предыдущих этапов, и не могут выполняться одновременно. Именно поэтому они включены в общий этап IV (рисунок 4).

В случае, если проектируемый участок не требует высоких скоростей передачи данных и обладает стандартными требованиями по типу и объему данных, можно перейти к этапу V и выбрать один из вариантов ширины полосы частоты (1.4, 3 или 5 МГц).

После выбора ширины полосы частоты следует расчет зоны обслуживания БС по формуле (5), где  $P_{\Pi}$  – мощность передатчика (Вт);  $\alpha_{\text{пер}}$  – затухание передающего тракта (дБ);  $l$  – длина фидера (м);  $\alpha_l$  – затухание фидера (дБ/м);  $K_y$  – коэффициент усиления антенны (дБи);  $f_{\text{нec}}$  – несущая частота (МГц);  $h_{\text{БС}}$  – высота подвеса антенны (м);  $K$  – поправочный коэффициент, в зависимости от ширины полосы частоты, (дБ);  $A$  – затухания, включающие потери на свободное пространство, потери в кабеле, потери при подключении антенн (дБ);  $D$  – расстояние между приемником и передатчиком с учетом рельефа местности (км).

Из выражения (5) получаем радиус зоны обслуживания:

$$r = 10^{\lg R}. \quad (6)$$

После расчета зоны обслуживания БС следует расчет зоны Handover по формуле [11]:

$$r_{HO} = 2 * r - 0.15 * r, \quad (7)$$

где  $r$  – длина зоны обслуживания БС в месте пересечения двух смежных технологических сетей радиосвязи (км);  $0.15 * r$  – зона перекрытия, 15 % перегона (км).

$$\lg R = \frac{(10P_{\Pi} + 30 - \alpha_{\text{пер}} - l * \alpha_l + K_y - 69.55 - 26.16 \log f_{\text{нec}} + 13,82 h_{\text{БС}} + a(h_2) + 2^{\log \frac{f_{\text{нec}}}{28}} + 5.4 - K - A * D - P_{\text{нор}} + K_y)}{(44.9 - 6.55 \log h_{\text{БС}})}. \quad (5)$$

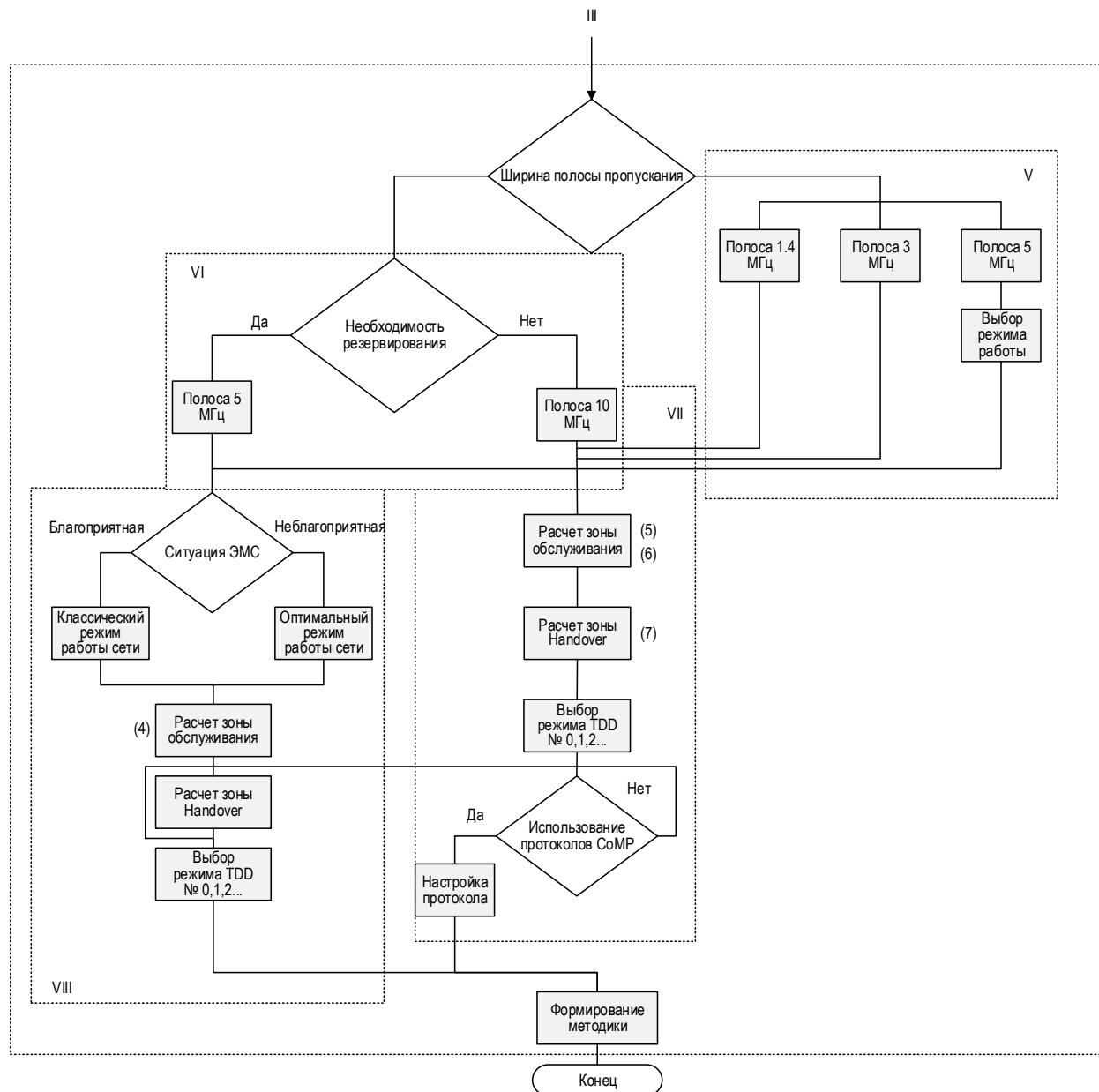


Рис. 4. Этап IV–VIII методики

Fig. 4. Stage IV–VIII of the Methodology

Далее следует выбор варианта конфигурации TDD, исходя из аналитики использования трафика. Как правило, на высокоскоростных магистралях необходимо проектировать более «сложные» трассы, обладающие повышенными скоростями передачи данных и нагрузкой на сеть, подобные варианты ширины полосы частоты будут наименее задействованы при проектировании [12]. Одним из условий проектирования цифровых систем технологической радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD на высокоскоростных магистралях является необходимость георезервирования ядра сети. Согласно требованиям по техническому заданию обеспечения георезервирования, допускается ширина полосы либо 5, либо 10 МГц. Данный выбор

производится на этапе VI методики и также является ключевым при создании системы технологической радиосвязи. В зависимости от использования георезервирования ядра и, соответственно, выбора используемой ширины полосы частоты, последует переход на следующий этап методики.

При использовании ширины полосы 10 МГц (георезервирование ядра не требуется) происходит переход на этап VII. В него включены расчет зон обслуживания БС и Handover, а также выбор режима конфигурации TDD. При этом данный этап может включать применение и технологии скординированной многоточечной передачи CoMP. После вывода об использовании / неиспользовании технологии выполняется настройка БС.

В случае необходимости георезервирования ядра сети и использования ширины полосы 5 МГц необходимо оценить ситуацию ЭМС на проектируемом участке. Если она благоприятная (нет поражающих факторов и внутренних помех системы), то используется классический режим работы сети в двух полосах по 5 МГц, работающих либо только на передачу, либо только на прием. В случае, если ситуация ЭМС критична (большое количество препятствующих факторов), то необходимо использовать «оптимальный» режим работы сети – усовершенствованный способ классического режима работы сети, являющийся «ключевой особенностью» предлагаемой методики проектирования. «Оптимальный» режим дает возможность «разнести» прием и передачу от БС, что существенно снизит помехи в системе и позволит увеличить дальность радиосвязи на обслуживаемом участке [13].

Вслед за выбором режима работы сети следует расчет зон обслуживания БС и Handover, а также выбор конфигурации TDD. Эти процессы происходят на этапе VII.

После прохождения всех восьми этапов формулируется вывод о формировании методики и внедрении ее в эксплуатацию.

## Заключение

Таким образом, в статье подробно описан алгоритм работы методики оптимизации использования частотного спектра при проектировании цифровых систем технологической железнодорожной радиосвязи стандарта LTE-1800 TDD. Данная методика рекомендована к использованию на железнодорожном транспорте (особенно при проектировании высокоскоростных железнодорожных магистралей), поскольку предполагает использование нескольких вариантов проектирования цифровой сети и оптимизирует самый редкий ре-

урс – частотный, являющийся основополагающим для сетей стандарта LTE.

Методика решает триединую задачу: рациональное использование спектра, снижение уровня помех, гарантированный уровень качества обслуживания.

## Дальнейшие рекомендации

Внедрение методики продемонстрировало весьма ощутимые показатели оптимизации, которые существенно улучшают работу системы.

Однако были выявлены некоторые недостатки: не учитывается динамическое перераспределение спектра в реальном времени; требуется ручной ввод данных геоинформационных систем.

Таким образом, можно сформулировать дальнейшие направления модернизации. Во-первых, создание экосистемы (совместно с искусственным интеллектом) для прогнозирования помех на базе цифровых двойников. Во-вторых, автоматизация сбора данных с датчиков подвижного состава.

Стоит отметить, что скорость движения поездов на высокоскоростной железнодорожной магистрали заявлена свыше 400 км/ч. Безусловно, при таких скоростях движения будет возникать доплеровский сдвиг частоты, который приведет к обрывам связи на железнодорожном участке, что критично для обеспечения безопасности движения поездов. На текущий момент установлено, что без компенсации негативного воздействия доплеровского сдвига частоты работа сети на заявленных скоростях невозможна. В связи с этим ведутся разработки такого способа, при котором было бы возможно нивелировать эффект Доплера, но для отечественного оборудования на данный момент решений не найдено. Поэтому предлагаемая методика должна быть усовершенствована рабочим способом компенсации негативного воздействия эффекта Доплера на скоростях свыше 400 км/ч.

## Список источников

1. Росляков А. Поколения сетей фиксированной связи F1G-F5G. Часть 1 // Первая Миля 2022. № 8(108). С. 34–40. DOI:10.22184/2070-8963.2022.108.8.34.40. EDN:FHVCQW
2. Росляков А.В. Поколения сетей фиксированной связи F1G-F5G. Часть 2 // Первая Миля. 2023. № 1(109). С. 36–46. DOI:10.22184/2070-8963.2023.109.1.36.46. EDN:ODRGNG
3. Привалов А.А., Болдинов А.М., Привалов А.А. Математическая модель процесса передачи команд управления по радиоканалам автоматизированных систем // Информация и космос. 2023. № 4. С. 71–83. EDN:JQXUQN
4. Петров А.Г., Васильев М.Н. Роль автоматизированных систем управления на железнодорожном транспорте и всей транспортной системе страны // Специальная техника и технологии транспорта. 2023. № 18. С. 7–11. EDN:ISWFZT
5. Шнепс-Шнеппе М.А., Федорова Н.О., Сукачников Г.В., Куприяновский В.П. Цифровая железная дорога и переход от сети GSM-R к LTE-R и 5G-R-состоится ли он? // International Journal of Open Information Technologies. 2017. № 1. С. 71–79. EDN:XNRUKL
6. Лобеев Д.П., Билятдинов К.З. Научно-технические предложения по проектированию радиосетей стандарта LTE-1800 TDD // Век качества. 2025. № 2. С. 301–312. EDN:VUBZLJ
7. Юркин Ю.В., Маслова А.А. Расчет зоны покрытия при проектировании сети мобильной связи // Автоматика. Связь. Информатика. 2024. № 8. С. 2–5. DOI:10.62994/AT.2024.8.8.001. EDN:QWVDND
8. Олифер В., Олифер Н. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Юбилейное издание. СПб.: Электроника, фотоника, приборостроение и связь

Питер, 2024. 1008 с.

9. Скрынников В.Г. Радиоподсистемы UMTS/LTE. Теория и практика. М.: Издательство «Спорт и Культура – 2000». 2012. 864 с. EDN:QMXKHV
10. Бабков В.Ю., Голант Г.З., Русаков А.В. Системы мобильной связи: термины и определения. М.: Горячая линия – Телеком, 2011. 160 с.
11. Лобеев Д.П., Роенков Д.Н. Особенности организации радиоканала в цифровых сетях технологической железнодорожной радиосвязи стандарта LTE // Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. ПОПОВА, посвященная дню радио. 2024. № 1(79). С. 274–277. EDN:HEWVCO
12. Zhu X., Chen S., Hu H., Su X. TDD-based mobile communication solutions for high-speed railway scenarios // IEEE Wireless Communications. 2013. Vol. 20. Iss. 6. PP. 22–29. DOI:10.1109/MWC.2013.6704470
13. Тараненко А.Ю., Гриценко А.А., Лобеев Д.П. Оптимизация использования частотного спектра // Автоматика, связь, информатика. 2025. № 1. С. 9–12. DOI:10.62994/AT.2025.1.1.002. EDN:AUZIRU

## References

1. Roslyakov A. Generations of fixed networks F1G-F5G. Part 1. *First Mile*. 2022;8(108):34–40. (in Russ.) DOI:10.22184/2070-8963.2022.108.8.34.40. EDN:FHVCQW
2. Roslyakov A.V. Generations of F1G-F5G fixed networks. Part 2. *First Mile*. 2023;1(109):36–46. (in Russ.) DOI:10.22184/2070-8963.2023.109.1.36.46. EDN:ODRGNG
3. Privalov A., Boldinov A., Privalov A. Mathematical model of the process of transmission of control commands over radio channels of automated systems. *Information and Space*. 2023;4:71–83. (in Russ.) EDN:JQXUQN
4. Petrov A.G., Vasiliev M.N. The role of automatic control systems in railway transport and the transport system of Russia. *Special equipment and transport technologies*. 2023;18:7–11. (in Russ.) EDN:ISWFZT
5. Schneps-Schneppé M.A., Fedorova N.O., Sukonnikov G.V., Kupriyanovsky V.P. Digital railway and the transition from the GSM-R network to the LTE-R and 5G-R – whether it takes place? *International Journal of Open Information Technologies*. 2017;1:71–79. (in Russ.) EDN:XNRUKL
6. Lobeev D.P., Bilyatdinov K.Z. Scientific and technical proposals for designing radio networks of the LTE-1800 TDD standard. *Age of Quality*. 2025;2:301–312. (in Russ.) EDN:VUBZLJ
7. Yurkin Yu.V., Maslova A.A. Calculation of coverage area when designing a mobile communication network. *Automation, Communications, Informatics*. 2024;8:2–5. (in Russ.) DOI:10.62994/AT.2024.8.8.001. EDN:QWVDND
8. Olifer V., Olifer N. *Computer Networks. Principles, Technologies, Protocols. Anniversary Edition*. St. Petersburg: Peter Publ.; 2024. 1008 p. (in Russ.)
9. Skrynnikov V.G. *UMTS/LTE Radio Subsystems Theory and Practice*. Moscow: Sports and culture Publ., 2012. 864 p. (in Russ.) EDN:QMXKHV
10. Babkov V.Yu., Golant G.Z., Rusakov A.V. *Mobile Communication Systems: Terms and Definitions*. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom Publ.; 2011. 160 p. (in Russ.)
11. Lobeev D.P., Roenkov D.N. Features of the radio channel organization in digital networks of LTE standard technological railway radio communication. *Scientific and Technical Conference of the St. Petersburg NTO RES Named after A.S. Popov, Dedicated to Radio Day*. 2024;1(79)274–277. (in Russ.) EDN:HEWVCO
12. Zhu X., Chen S., Hu H., Su X. TDD-based mobile communication solutions for high-speed railway scenarios. *IEEE Wireless Communications*. 2013;20(6):22–29. DOI:10.1109/MWC.2013.6704470
13. Taranenko A.Y., Gritsenko A.A., Lobeev D.P. Optimization of the use of the frequency spectrum in railway transport. *Automation, Communications, Informatics*. 2025;1:9–12. (in Russ.) DOI:10.62994/AT.2025.1.1.002. EDN:AUZIRU

Статья поступила в редакцию 14.09.2025; одобрена после рецензирования 24.09.2025; принята к публикации 08.10.2025.

The article was submitted 14.09.2025; approved after reviewing 24.09.2025; accepted for publication 08.10.2025.

## Информация об авторах:

<b>ЛОБЕЕВ Дмитрий Петрович</b>	аспирант кафедры «Электрическая связь» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I  <a href="https://orcid.org/0009-0006-1256-4753">https://orcid.org/0009-0006-1256-4753</a>
<b>БИЛЯТДИНОВ Камиль Закирович</b>	доктор технических наук, кандидат военных наук, профессор, профессор кафедры инновации и интегрированных систем качества Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения  <a href="https://orcid.org/0000-0003-4027-1449">https://orcid.org/0000-0003-4027-1449</a>

Авторы сообщают об отсутствии конфликтов интересов.

The authors declare no conflicts of interests.

Научная статья

УДК 535.317

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-62-67>

EDN:RLJIOJ



# Оптимизация влияния дождевых осадков на эффективность работы открытой лазерной атмосферной связи

Афлатун Масим Маммадов, [aflatunmasimoglu@gmail.com](mailto:aflatunmasimoglu@gmail.com)

Национальное аэрокосмическое агентство,  
Баку, 1115, Азербайджанская Республика

## Аннотация

**Актуальность.** Системы открытой лазерной атмосферной связи подвергнуты воздействию погодных условий. Вопросам влияния дождей на эффективность открытой лазерной атмосферной связи посвящено большое количество модельных теоретических и экспериментальных исследований. Вместе с тем до сих пор не рассмотрена проблема выбора показателей открытой лазерной атмосферной оптической связи звездообразной структуры с учетом необходимости минимизации потерь сигнала.

**Целью** проводимого исследования является разработка методики оптимизации звездообразной структуры открытой лазерной атмосферной связи в интересах минимизации суммарных потерь оптического сигнала из-за ограничений видимости на множестве расстояний между центром и периферийными узлами.

**Сущность метода** заключается в составлении и решении вариационной оптимизационной задачи по оценке суммарных потерь по всем направлениям звездообразной структуры системы передачи данных с использованием выбранной известной модели ослабления оптического сигнала из-за воздействия дождя (в этой модели в явном виде фигурирует показатель видимости на дистанциях от центра до периферийного узла).

**Эксперименты.** Проведенные апробационные экспериментальные исследования в целом подтвердили достоверность моделей, взятых за основу проводимого исследования.

**В результате** проведенных теоретических модельных исследований получено выражение для вычисления максимально достижимых суммарных потерь оптического сигнала в звездообразной структуре открытой лазерной атмосферной сети связи. Кроме того, выявлено, что в звездообразной структуре открытой лазерной атмосферной связи максимальные суммарные потери оптического сигнала в случае принятия интегрального ограничения на вновь введенную функциональную зависимость между дистанциями от периферийного узла до центра и локальной видимостью возникают в том случае, когда расстояние от передающего центра до периферийных узлов приема пропорциональны квадратному корню локальной видимости.

**Практическая значимость.** На базе полученных результатов выработаны рекомендации по определению дистанции установки узлов приема от центра. Намечается реализация полученных результатов в проектируемой открытой лазерной атмосферной сети связи «Центр – пригородные узлы» на Апшеронском полуострове.

**Ключевые слова:** дождевые осадки, оптимизация, потери оптического сигнала, атмосфера, лазерная связь

**Ссылка для цитирования:** Маммадов А.М. Оптимизация влияния дождевых осадков на эффективность работы открытой лазерной атмосферной связи // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 62–67. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-62-67. EDN:RLJIOJ

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-62-67>

EDN:RLJIOJ

# Optimization the Effect of Rainfall on the Efficiency of Open Laser Atmospheric Communication

 **Aflatun M. Mammadov**, [aflatunmasimoglu@gmail.com](mailto:aflatunmasimoglu@gmail.com)

National Aerospace Agency,  
Baku, 1115, Republic of Azerbaijan

## Annotation

**Relevance.** Open laser atmospheric communication systems are affected by weather conditions. A large number of model theoretical and experimental studies have been devoted to the influence of rains on the effectiveness of open laser atmospheric communication. However, the issue of choosing the parameters of an open laser atmospheric optical communication system with a star-shaped structure, taking into account the need to minimize signal loss, has not yet been considered.

**The aim of the study** is to develop a method for optimizing the star-shaped structure of open laser atmospheric communication in order to minimize the total loss of the optical signal due to visibility limitations at many distances between the center and peripheral nodes.

**The essence of the method** consists in compiling and solving a variational optimization problem for estimating the total losses in all directions of the star-shaped structure of the data transmission system using a selected well-known model of attenuation of the optical signal due to the effect of rain (in this model, the visibility indicator at distances from the center to the peripheral node is explicitly included).

**Experiments.** The conducted **approbation experimental** studies have generally confirmed the reliability of the models used as the basis of the conducted research.

As a **result** of theoretical model studies, an expression was obtained for calculating the maximum achievable total optical signal losses in star-shaped open laser atmospheric communication networks. In addition, it was found that in the star-shaped structure of open laser atmospheric communication, the maximum total losses of the optical signal in the case of accepting the integral constraint on the newly introduced functional dependence between the distances from the peripheral node to the center and local visibility occur in the case when the distance from the transmitting center to the peripheral receiving nodes is proportional to the square root of local visibility.

**Practical significance.** Based on the results obtained, recommendations have been developed for determining the distance of the reception nodes from the center. It is planned to implement the results obtained in the projected open laser atmospheric communication network "Center-suburban hubs" on the Absheron Peninsula.

**Keywords:** rainfall, optimization, optical signal loss, atmosphere, laser communication

**For citation:** Mammadov A.M. Optimization the Effect of Rainfall on the Efficiency of Open Laser Atmospheric Communication. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(6):62–67. (in Russ.) DOI:[10.31854/1813-324X-2025-11-6-62-67](https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-62-67). EDN:RLJIOJ

## Введение

Как отмечается в работе [1] системы открытой лазерной атмосферной связи подвергнуты влиянию погодных условий. Основными погодными факторами, влияющими на качество открытой лазерной атмосферной связи, являются туман и осадки. Вопросам влияния дождей на эффективность открытой атмосферной связи посвящена обширная литература (см., например, [2–6]). В ра-

боте [2] исследована проблема зависимости максимальной дальности связи и степени ослабления оптического сигнала в таких системах от интенсивности осадков. В [3] показаны результаты исследования влияния дождей на прохождение по открытой атмосферной линии оптического луча длиной волны 810 нм на расстоянии 700 м. Согласно этим результатам, потери сигнала увеличивались с усилением интенсивности дождя. В

работе [4] предлагается модель для вычисления степени ослабления сигнала в системе открытой лазерной атмосферной связи с учетом закона распределения дождевых капель по размерам.

В общем случае, как отмечается в работе [5], ослабление оптического сигнала из-за дождя определяется по формуле:

$$\tau_{\text{rain}} = \exp(-(0,05556 + 0,00848R - 3,66 \cdot 10^{-5} \cdot R^2)l), \quad (1)$$

где  $R$  – интенсивность дождя;  $l$  – дистанция.

В работе [6] была поставлена задача оптимального выбора дистанций расположения приемных узлов от центрального узла в звездообразной структуре системы открытой лазерной атмосферной связи в зависимости от интенсивности дождей в зоне функционирования всей системы.

Вместе с тем, до сих пор не решена проблема выбора показателей открытой лазерной атмосферной оптической связи звездообразной структуры с учетом минимизации потерь сигнала. В интересах поиска этого решения прежде всего рассмотрим более детально модели учета потерь сигнала из-за осадков, изложенные в [2–4].

### Существующие модели

Как отмечается в работе [2], потери оптического сигнала в рассматриваемых системах не зависят от длины волны и определяются по формуле:

$$\delta_{\text{rain}} = \frac{2,9}{V}, \quad (2)$$

$$L_{\text{rain}} = 10 \log(\exp(-\delta_{\text{rain}} \cdot d)), \quad (3)$$

где  $L_{\text{rain}}$  – потери из-за дождя (дБ);  $V$  – видимость;  $\delta_{\text{rain}} = 2,9/V$  – коэффициент ослабления (1/км);  $d$  – дистанция от излучателя до приемного узла.

На рисунке 1 приведен график зависимости ослабления от интенсивности дождя.

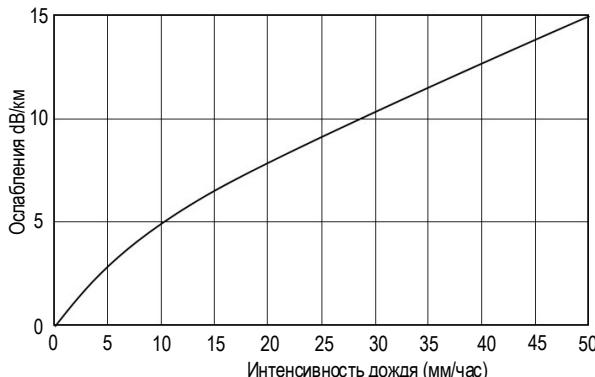


Рис. 1. График зависимости ослабления оптического сигнала в системах открытой лазерной атмосферной связи от интенсивности дождя [2]

Fig. 1. Graph of the Dependence of Optical Signal Attenuation in Open Laser Atmospheric Communication Systems on Rain Intensity [2]

В работе [2] также изложена эмпирическая модель для вычисления степени ослабления оптического сигнала из-за влияния дождей –  $A$  (дБ/км), согласно которой:

$$A = 1,076 \cdot K^{0,67}. \quad (4)$$

При этом суммарные потери на дистанции длиной  $d$  определяются как:

$$L_{\text{rain}} = A \cdot d = 1,076 \cdot K^{0,69} \cdot d. \quad (5)$$

В работе [3] приведена подобная формулировка степени ослабления оптического сигнала из-за влияния дождей:

$$A = k \cdot R^\alpha, \quad (6)$$

где коэффициенты  $k$  и  $\alpha$  зависят от характеристик дождя и могут быть определены экспериментальным путем; в таблице 1 приведены их значения, измеренные в Японии и Франции.

ТАБЛИЦА 1. Значения  $k$  и  $\alpha$ , измеренные в разных странах

TABLE 1. Values of  $k$  and  $\alpha$  Measured in Different Countries

Страны	$k$	$\alpha$
Япония	1,58	0,63
Франция	1,076	0,67

В работе [4] представлены модель Аин и модель Мопфема. Согласно первой, если в течение года процент дождей с интенсивностью  $R$  превышает значение  $P$ , то степень ослабления из-за таких дождей может быть вычислена по выражению:

$$A(P) = k \cdot R(P)^\alpha \cdot Lr, \quad (7)$$

где  $L$  – длина пути прохождения оптического луча от центра до периферийного узла;  $r$  – фактор сокращения этого пути:

$$r = \frac{1}{1 + L/L(R)}, \quad (8)$$

$$L(R) = \frac{2623}{R(P) - 6,2}. \quad (9)$$

В модели Мопфема допускается, что интенсивность дождя равна  $R = 0,01$ , и при заданной вероятности  $P$  за год вычисляется степень ослабления:

$$A(P) = k \cdot R_{0,01}^\alpha \log(P, L), \quad (10)$$

где

$$\log(P, L) = \text{LexP} \left( -\frac{R(P)}{1 - 100R(P)} \right), \quad (11)$$

при этом выражение (10) верно, если  $L \leq 7$  км.

Вместе с тем, все рассмотренные выше модели характеризуют случай моделирования систем с одним передатчиком и одним приемником.

Для звездообразных структур систем открытой лазерной атмосферной связи (рисунок 2), где используется один передающий узел и  $n$  приемных

узлов, применение указанных моделей проблематично, т. к. требует большого количества вычислений. Если учесть, что такие вычисления в конечном случае преследуют цель построения оптимальной модели, то актуальной оказывается разработка методики оптимизации звездообразных структур систем открытой атмосферной оптической связи (решение оптимизационной задачи с целью минимизации суммарных потерь оптического сигнала из-за ограниченной видимости на множестве расстояний между центром и периферийными узлами).

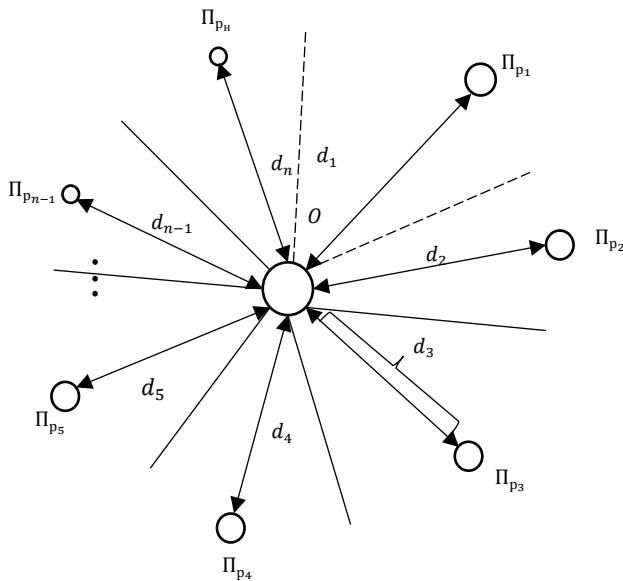


Рис. 2. Звездообразная структура открытой лазерной атмосферной оптической связи

Fig. 2. Star-Shaped Structure of an Open Laser Atmospheric Optical Communication System

### Предлагаемое решение

В качестве модели оптимизации выберем (3), так как именно в этой модели явно фигурирует показатель видимости на множестве дистанций от центра до периферийных узлов.

Рассмотрим множество дистанций  $d_i$  – расстояний между периферийными узлами  $i$  и центральным узлом  $O$  – используемых в системе:

$$D = \{d_i\}, i = 1, n \quad (12)$$

где

$$d_i = d_{i-1} + \Delta d, \Delta d = \text{const.} \quad (13)$$

При этом условия (12) и (13) не означают равенство расстояний от центра до периферийных узлов; здесь речь идет о равенстве приращений этих расстояний.

Модель (3) с учетом (2) представим в следующем виде:

$$L_{\text{rain}} = 10 \log \left[ \exp \left( \frac{1}{\delta_{\text{rain}} \cdot d} \right) \right], \quad (14)$$

или

$$L_{\text{rain}} = 10 \log \left[ \frac{1}{\exp \left( \frac{V}{2,9 \cdot d} \right)} \right]. \quad (15)$$

Таким образом, (15) можно записать в виде выражения:

$$L_{\text{rain}} = \frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot d}, \quad c_1 = \text{const.} \quad (16)$$

Постоянная  $c_1$  определяется как:

$$c_1 = 10 \cdot C_0, \quad (17)$$

где  $C_0$  – постоянная, возникающая из-за наличия основания логарифма в (15) и  $e = 2,7$ .

Введем на рассмотрение функциональную связь между  $d_i$  и  $v_i$ , где  $v_i$  – видимость в секторе, характеризуемом дистанцией  $d_i$ .

При этом предполагаем существование упорядоченного множества:

$$V = \{v_i\}, i = \overline{1, n}, \quad (18)$$

где

$$v_i = v_{i-1} + \Delta v, \Delta v = \text{const}, \quad (19)$$

$$d_i = \psi(v_i). \quad (20)$$

На базе выражений (18) и (20) построим следующий дискретный функционал цели  $F_1$ , который должен быть сведен к минимуму путем подбора функции (20):

$$F_1 = \sum_{i=1}^n -\frac{c_1 \cdot v_i}{2,9 \cdot \psi(v_i)}. \quad (21)$$

От вышеизложенной дискретной модели условно перейдем на непрерывную модель.

В этом случае функционал  $F_1$  принимает следующий вид:

$$F_{1H} = \int_{\gamma}^{v_{\max}} -\frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \psi(v)} dv. \quad (22)$$

Для вычисления оптимального вида функции  $\psi(v)$  введем на нее следующее интегральное ограничение:

$$\int_{\gamma}^{v_{\max}} \psi(v) dv = C_0, \quad C_0 = \text{const.} \quad (23)$$

С учетом выражений (22) и (23) сформируем целевой функционал безусловной вариационной оптимизации  $F_2$ :

$$F_2 = - \int_0^{\tau_{\max}} \frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \psi(v)} dv - \lambda \left[ \int_0^{\tau_{\max}} \psi(v) dv - C_0 \right], \quad (24)$$

где  $\lambda$  – множитель Лагранжа.

Согласно методу Эйлера, решение оптимизационной задачи (24) удовлетворяет условию:

$$\frac{\left\{ \frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \psi(v)} - \lambda \psi(v) \right\}}{d\psi(\lambda)} = 0. \quad (25)$$

Из условия (25) получаем:

$$\frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \psi^2(v)}, \lambda = 0. \quad (26)$$

$$\psi(v) = \sqrt{\frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \lambda}}. \quad (27)$$

При решении (27)  $F_2$  достигает максимума, что легко проверить по критерию Лагранжа. Согласно этому критерию применительно к рассматриваемой задаче, если производная выражения (26) по функции  $\psi(v)$  оказывается отрицательной величиной, то  $F_2$  при полученном решении достигает максимума. Для вычисления значения  $\lambda$  можно воспользоваться выражениями (23) и (27).

### Обсуждение

Таким образом, рассмотрена и решена задача минимизации потерь оптического сигнала из-за ограниченной видимости в открытой лазерной атмосферной системе связи звездообразной структуры. Сформирована вариационная оптимизационная задача оценки суммарных потерь во всем направлениям звездообразной структуры системы.

С учетом выражений (27) и (22) вычислим максимально достижимую величину суммарных потерь:

$$F_{1H} = \int_{\gamma}^{F_{max}} \frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \sqrt{\frac{c_1 \cdot v}{2,9 \cdot \lambda_\alpha}}} dv, \quad (28)$$

где  $\lambda_\alpha$  – вычисленное на базе выражений (23) и (27) значение  $\lambda$ .

### Список источников

1. Mazin A.A., Ali A. Performance Analysis of Fog Effect on Free Space Optical Communication System // IOSR Journal of Applied Physics. 2015. Vol. 7. Iss. 2. PP. 16–24. DOI:10.9790/4861-07211624
2. Twati M.O., Badi M.M., Adam A.F. Analysis of Rain Effects on Free Space Optics Based on Data Measured in the Libyan Climate // International Journal of Information and Electronics Engineering. 2014. Vol. 4. Iss. 6. DOI:10.7763/IJIEE.2014.V4.485
3. Mustafa F.H., Supaat S.M., Charde N.M. Effect of Rain Attenuations on Free Space Optic Transmission in Kuala Lumpur // Proceeding of the International Conference on Advanced Science, Engineering and Information Technology 2011 (Bangi, Malaysia, 14–15 January 2011). 2011. DOI:10.18517/ijaseit.1.4.70
4. Korai U.A., Luini L., Nebuloni R. Model for the Prediction of Rain Attenuation Affecting Free Space Optical Links // Electronics. 2018. Vol. 7. Iss. 12. P. 407. DOI:10.3390/electronics7120407
5. Forin D.M., Incerti G., Beleffi G.M.T., Teixeira A.L.J., Costa L.N., Andre P.S.B., et al. Free space optical technologies // In: Bouras C.J. (ed.) Trends in Telecommunications Technologies. 2010. PP. 257–296. URL: [http://book.itep.ru/depository/opts\\_commun/InTech-Free\\_space\\_optical\\_technologies.pdf](http://book.itep.ru/depository/opts_commun/InTech-Free_space_optical_technologies.pdf) (Accessed 09.12.2025)
6. Маммадов А.М., Ибрагимова А.Э.Г. Вопросы учета атмосферных и метеорологических факторов при построении систем открытой атмосферной оптической связи // Телекоммуникации и связь. 2025. № 3(6). С. 65–69. DOI:10.21681/3034-4050-2025-3-65-69. EDN:VLSRW

Из выражения (28) получаем минимальные потери сигнала в системе:

$$F_{1Hmin} = \frac{2 \cdot \sqrt{c_1}}{3\sqrt{2,9}} \cdot \int_0^{v_{max}} \sqrt{v} \sqrt{\lambda_\alpha} dv = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 \cdot \lambda_\alpha}{2,9}} \cdot v_{max}^{\frac{3}{2}}$$

Видно, что максимальные потери сигнала в системе ( $F_{1H}$ ) возможны в том случае, когда дистанции от передающего центра до периферийных узлов приема пропорциональны квадратному корню локальной видимости.

В теоретическом плане адекватность предложенной модели оптимизации (24) обеспечивается тем, что она основана на известной классической модели (3) и на решении классической вариационной задачи. В экспериментальном плане намечается реализация полученных результатов в проектируемой открытой лазерной атмосферной сети связи «Центр – пригородные узлы» на Ашхеронском полуострове. Исследование такой сети позволит экспериментально проверить адекватность полученных в настоящей статье теоретических результатов.

### Заключение и основные выводы

Показано, что в звездообразной структуре открытой лазерной атмосферной связи максимальные суммарные потери оптического сигнала в случае принятия интегрального ограничения на вновь введенную функциональную зависимость между дистанциями от периферийного узла до центра и локальной видимостью возникают в том случае, когда дистанции от передающего центра до периферийных узлов приема пропорциональны квадратному корню локальной видимости.

На основании вышеуказанного заключения сделан вывод о нецелесообразности установки узлов приема на определяемой выражением (27) дистанции от центра до периферийных узлов.

**References**

1. Mazin A.A., Ali A. Performance Analysis of Fog Effect on Free Space Optical Communication System. *IOSR Journal of Applied Physics*. 2015;7(2):16–24. DOI:10.9790/4861-07211624
2. Twati M.O., Badi M.M., Adam A.F. Analysis of Rain Effects on Free Space Optics Based on Data Measured in the Libyan Climate. *International Journal of Information and Electronics Engineering*. 2014;4(6). DOI:10.7763/IJIEE.2014.V4.485
3. Mustafa F.H., Supaat S.M., Charde N.M. Effect of Rain Attenuations on Free Space Optic Transmission in Kuala Lumpur. *Proceeding of the International Conference on Advanced Science, Engineering and Information Technology 2011, 14–15 January 2011, Bangi, Malaysia*. 2011. DOI:10.18517/ijaseit.1.4.70
4. Korai U.A., Luini L., Nebuloni R. Model for the Prediction of Rain Attenuation Affecting Free Space Optical Links. *Electronics*. 2018;7(12):407. DOI:10.3390/electronics7120407
5. Forin D.M., Incerti G., Beleffi G.M.T., Teixeira A.L.J., Costa L.N., Andre P.S.B., et al. Free space optical technologies. In: Bouras C.J. (ed.) *Trends in Telecommunications Technologies*. 2010. p.257–296. URL: [http://book.itep.ru/depository/optsocomm/InTech-Free\\_space\\_optical\\_technologies.pdf](http://book.itep.ru/depository/optsocomm/InTech-Free_space_optical_technologies.pdf) [Accessed 09.12.2025]
6. Memmedov A.M., Ibragimov A.E. Issues of Taking into Account Atmospheric and Meteorological Factors in the Construction of Open Atmospheric Systems Optical Communication. *Telekommunikacii i svyaz*. 2025;3(6):65–69. (in Russ.) DOI:10.21681/3034-4050-2025-3-65-69. EDN:VLSPRW

Статья поступила в редакцию 27.09.2025; одобрена после рецензирования 18.11.2025; принятая к публикации 04.12.2025.

The article was submitted 27.09.2025; approved after reviewing 18.11.2025; accepted for publication 04.12.2025.

**Информация об авторе:**

**МАММАДОВ** | аспирант Национального аэрокосмического агентства (Азербайджанская Республика)  
**Афлатун Масим** |  <https://orcid.org/0009-0000-5355-0493>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.

Обзорная статья

УДК 004.725.5

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-68-77>

EDN:YUSEEH



## Анализ эволюционного развития сетей Wi-Fi за первую четверть 21 века

Светлана Алексеевна Скоробогатова, [skorobogatova.sa@sut.ru](mailto:skorobogatova.sa@sut.ru)

Антон Сергеевич Викулов, [vikulov.as@sut.ru](mailto:vikulov.as@sut.ru)

Александр Иванович Парамонов, [paramonov@sut.ru](mailto:paramonov@sut.ru)

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

### Аннотация

**Актуальность.** Технология беспроводной передачи данных на основе стандарта IEEE 802.11 в настоящее время занимает одно из важнейших мест в сетях беспроводного доступа. С момента своего появления в 1997 г. к настоящему времени она прошла 28 лет активной технологической эволюции. WiMAX, существовавшая с 2001 г., практически исчезла из-за развития LTE, в то время как технология Bluetooth, появившаяся в 1999 г., продолжает развиваться. Обе технологии имели шанс заменить Wi-Fi. WiMAX первоначально должна была заполнить пробел между медленными сотовыми сетями и Wi-Fi, предлагая компромисс между мобильностью и скоростью. Bluetooth нашла свою нишу в M2M-сегменте. На сегодняшний день наблюдается выход на рынок дополнения IEEE 802.11be, а также первые результаты работы рабочей группы IEEE в рамках планов по выходу следующего дополнения – IEEE 802.11bn. За все прошедшее время было внесено множество улучшений на всех уровнях стека протоколов, и есть основания ожидать, что новое дополнение станет в некотором смысле технологически революционным.

**Целью** данной работы является выявление закономерностей в технологической эволюции стандарта IEEE 802.11 за прошедший период развития.

**Методы.** Анализ профессиональной и научной литературы, текстов стандартов и практики их использования в отрасли.

В ходе **решения** поставленной задачи в работе представлен обзор основных улучшений, сделанных в рамках стандарта за прошедшие годы, рассмотрены основные направления текущего этапа развития. Основное внимание уделяется цикличности технологической эволюции стандарта IEEE 802.11.

**Новизна** состоит в выявлении и описании закономерностей развития стандарта и его применения на практике.

**Теоретическая значимость** состоит в результатах анализа тенденций развития протоколов в рамках эволюции технологии. Также показано, что принятие новых дополнений стандарта IEEE 802.11 носит циклический характер, сочетающий революционные прорывы с эволюционными изменениями.

**Практическая значимость.** Полученный результат может быть использован в задачах анализа и прогнозирования дальнейшего эволюционных изменений технологии в свете ожидаемого перехода к восьмому поколению стандарта.

**Ключевые слова:** беспроводные сети, IEEE 802.11, эволюция стандартов

**Ссылка для цитирования:** Скоробогатова С.А., Викулов А.С., Парамонов А.И. Анализ эволюционного развития сетей Wi-Fi за первую четверть 21 века // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 68–77. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-68-77. EDN:YUSEEH

Review article  
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-68-77>  
EDN:YUSEEH

# Analysis of Wi-Fi Networks Evolution During the First Quarter of the 21st Century

✉ Svetlana A. Skorobogatova, skorobogatova.sa@sut.ru  
✉ Anton S. Vikulov, vikulov.as@sut.ru  
✉ Alexandr I. Paramonov, paramonov@sut.ru

The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

## Annotation

**Relevance.** Wireless data transmission technology based on the IEEE 802.11 standard currently occupies a key place in wireless access networks. Since its introduction in 1997, it has undergone 28 years of active technological evolution. WiMAX, which existed since 2001, has virtually disappeared due to the development of LTE, while Bluetooth, which appeared in 1999, continues to evolve. Both technologies had the potential to replace Wi-Fi. WiMAX was initially intended to fill the gap between slow cellular networks and Wi-Fi, offering a compromise between mobility and speed. Bluetooth found its niche in the M2M segment. Today, we are seeing the rollout of the IEEE 802.11be amendment to the market, and the first results from the IEEE working group on the upcoming IEEE 802.11bn update. Over the years, standard has seen significant improvements across all layers of the protocol stack, and there is reason to expect that the new amendment will be, in some sense, technologically revolutionary.

**The aim** of this work is to identify patterns in the technological evolution of the IEEE 802.11 standard over the past period of development.

**Methods.** Analysis of professional and scientific literature, standards texts, and industry practices.

Speaking about its **objective**, this paper presents an overview of the key improvements made to the standard over the years past and examines the main areas of its current development. The focus is on the cyclical nature of the technological evolution of the IEEE 802.11 standard.

Its **novelty** lies in identifying and describing the patterns of the standard's development and its practical application. Its **theoretical significance** lies in the analysis of protocol development trends within the technology's evolution. It also demonstrates that the adoption of new additions to the IEEE 802.11 standard is cyclical, combining revolutionary breakthroughs with evolutionary changes.

**Practical significance:** The obtained results can be used to analyze and forecast further evolutionary changes in the technology in light of the expected transition to the eighth generation of the standard.

**Keywords:** wireless networks, IEEE 802.11, standards evolution

**For citation:** Skorobogatova S.A., Vikulov A.S., Paramonov A.I. Analysis of Wi-Fi Networks Evolution During the First Quarter of the 21st Century. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(6):68–77. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-68-77. EDN:YUSEEH

## 1. Введение

Рубеж XX и XXI вв. был ознаменован появлением и последующим бурным развитием разнообразных сетевых технологий. Среди них особое место занимают беспроводные технологии передачи данных, такие как Bluetooth, WiMAX, Wi-Fi, Zigbee, LoRaWAN и другие, не говоря уже о многочисленных мобильных сотовых технологиях. Однако сейчас, в конце

первой четверти XXI в., стандарт IEEE 802.11 несомненно занял ведущую позицию в технологиях беспроводных локальных вычислительных сетей (БЛВС). Необходимо отметить, что если ранее можно было в некотором смысле отождествлять сети стандарта IEEE 802.11 [1] и продукты, сертифицируемые Wi-Fi Alliance, то к 2024 г. стандарт

включает в себя достаточно много технологий, которые к термину «Wi-Fi», строго говоря, не относятся. Это, например, дополнения стандарта IEEE 802.11ad/ay («WiGig») и IEEE 802.11ah («Wi-HaLow»). Кроме того, несколько лет назад в рамках Wi-Fi Alliance появилось разделение Wi-Fi на так называемые «поколения»: сети, удовлетворяющие дополнению IEEE 802.11n (HT, *аббр. от англ. High Throughput*), стали именовать Wi-Fi 4; дополнение IEEE 802.11ac (VHT, *аббр. от англ. Very High Throughput*), относят к Wi-Fi 5; дополнение IEEE 802.11ax (HE, *аббр. от англ. High Efficiency*), относят к Wi-Fi 6; выходящее в данный момент дополнение IEEE 802.11be (EHT, *аббр. от англ. Extremely High Efficiency*), относят к Wi-Fi 7. В этом смысле обсуждаемое в статье будущее дополнение IEEE 802.11bn (UHR, *аббр. от англ. Ultra High Reliability*) должно стать восьмым поколением стандарта, т. е. Wi-Fi 8.

Сети Wi-Fi широко используются в различных областях:

- гостевой доступ в интернет для мобильных устройств;
- доступ к локальным сетям для корпоративных пользователей;

- промышленная автоматизация и телеметрия;
- эксплуатация устройств Интернета вещей (IoT, *аббр. от англ. Internet of Things*);
- различные варианты работы M2M-систем (*аббр. от англ. Machine-to-Machine*) и во многих других.

Первоначальная версия стандарта IEEE 802.11 была утверждена 26 июня 1997 г. [2]. С момента своего появления стандарт уже прошел 28-летний путь эволюционного развития, и сейчас множество рабочих групп IEEE активно работают над его совершенствованием. Эволюция стандарта тесно связана с развитием различных сервисов, набор которых также развивался вместе с индустрией телекоммуникаций.

28 лет – это значительный срок в текущей истории беспроводных локальных сетей. Для сравнения можно упомянуть технологию IEEE 802.16 (WiMAX), которая появилась в декабре 2001 г., но практически исчезла из-за развития сотовых сетей LTE. С другой стороны, можно отметить стек технологий IEEE 802.15 Bluetooth, который активно развивается с момента выхода на рынок в 1999 г. (рисунок 1).

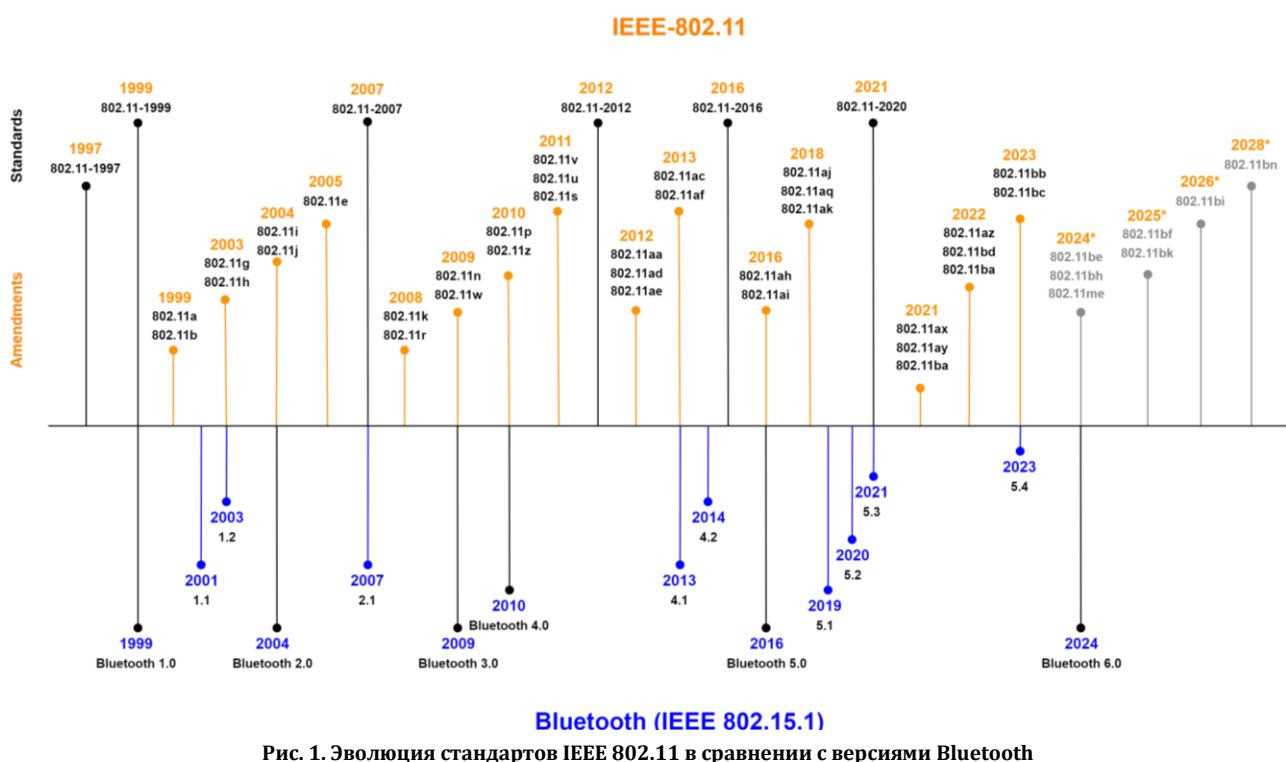


Рис. 1. Эволюция стандартов IEEE 802.11 в сравнении с версиями Bluetooth

Fig. 1. Evolution of IEEE 802.11 Standards in Comparison with Bluetooth Versions

Обе упомянутые технологии беспроводного доступа имели шансы заместить Wi-Fi. Технология широкополосного доступа стандарта 802.16 в момент своего появления потенциально закрывала «пробел» между существовавшими на тот момент низкоскоростными сотовыми сетями передачи данных, предоставляемыми высокую мобильность

пользователей, и уже существовавшими тогда сетями Wi-Fi, где скорости передачи были выше, а мобильность пользователей наоборот – ниже. В то же время IEEE 802.15 занял прочную нишу в M2M-сегменте беспроводных решений.

Аналогичные параллели можно провести и с другими технологиями беспроводного доступа, перечисленными выше, что показывает в некоторой степени родственность путей развития беспроводных технологий радиодоступа. Однако в данной работе предлагается сфокусироваться на цикличности технологической эволюции стандарта IEEE 802.11.

## 2. Эволюция IEEE 802.11 до ЕНТ

Давно подмечено, что эволюция, как правило, имеет спиралевидную траекторию. При этом попытки реализации некоторых парадигм могут иметь место на разных уровнях развития. Так, подходы, которые производители оборудования безуспешно пытались внедрить 10–15 лет назад и которые по разным причинам не имели успеха на рынке, могут быть положительно восприняты рынком в наше время. Возможных причин тому может быть много – от более доступных вычислительных ресурсов до востребованности функционала с точки зрения конечных приложений и бизнес-требований. С. Лем в философском трактате «Сумма технологий» провел параллель между эволюцией биологических видов и аналогичным развитием технологий [3]. Авторы данного исследования соглашаются с таким сравнением и далее будут неоднократно ссылаться на эту идею. Так, например, попытку обсудить эволюционную или революционную природу дополнений IEEE 802.11 предприняли ученые из Fluke Corporation (<https://sti.eduscol.education.fr/sites/sti.eduscol.education.fr.sti/files/ressources/techniques/5868/5868-livre-blanc-airmagnet-norme-802.11ac.pdf>), рассматривая дополнение стандарта IEEE 802.11ac вскоре после его окончательного принятия [4].

Говоря о ресурсах канала стандарта IEEE 802.11, можно с некоторой долей условности выделить три основных типа ресурсов: спектральный, временный и энергетический (мощностной). Под спектральным ресурсом обычно понимаются доступные частотные диапазоны и соответствующие номера каналов, которые можно использовать при частотном планировании распределенных БЛВС. Временный ресурс можно интерпретировать как необходимость временного разделения передач различных видов трафика (в том числе трафик управления) различными клиентскими устройствами (КУ), так и – обеспечения требуемых разнородных временных интервалов между передачами. Так, к временному ресурсу в основном относится работа уровня MAC (аббр. от англ. Medium Access Control), которая распределяет доступное время канала между клиентскими устройствами, обеспечивая множественный доступ (CSMA / CA). Также к временному ресурсу можно с некоторыми оговорками отнести рост скоростей модуляции, обеспечиваемый последовательным расширением списка

MCS. Наконец, энергетический (или мощностной) ресурс позволяет КУ получать сигнал с достаточным уровнем принимаемой мощности, чтобы обеспечить необходимое соотношение сигнал / шум (SNR, аббр. от англ. Signal-to-Noise Ratio) для работы на требуемой схеме модуляции и кодирования (MCS, аббр. от англ. Modulation and Coding Scheme). Здесь должны быть учтены разнообразные характеристики процессов приема, передачи и распространения сигнала, такие как коэффициенты усиления антенн, ослабление сигнала в среде и многие другие.

Необходимо сказать, что до дополнения IEEE 802.11be (ЕНТ) в стандарт в целом было внесено множество важных технологических улучшений. А все изменения в рамках трех обозначенных типов ресурсов теперь заметны в нескольких ключевых областях: скорости передачи данных, особенностях использования спектра, возможных однопользовательских и многопользовательских режимах, а также механизмах MAC. Далее представлен краткий обзор этих улучшений.

### 2.1. Повышение скоростей передачи данных

Основным способом более эффективно использовать временный ресурс канала является рост канальной скорости передачи данных (скорости кодирования согласно MCS). Эволюция скоростей MCS с развитием стандарта отражает значительные достижения в технике модуляции и, как следствие, общих сетевых возможностях. Первоначальная реализация [1] использовала модуляцию DSSS для передачи данных с двумя скоростями: 1 и 2 Мбит/с, но с тех пор и до момента появления IEEE 802.11ax и 802.11be значения возможных скоростей передачи имели практически экспоненциальный рост (рисунок 2). Примечательно, что темпы роста скоростей Wi-Fi во многом коррелируют с эмпирическим законом Нильсена, согласно которому пропускная способность пользовательских каналов увеличивается примерно на 50 % ежегодно. Сопоставление реальных значений с прогнозируемыми по закону Нильсена показывает, что до 2013 г. скорости в Wi-Fi опережали прогнозы. В то же время общая динамика позволяет с определенной долей уверенности экстраполировать тренд на последующие годы.

Начиная с IEEE 802.11a, стандарт в рамках OFDM использует квадратурно-амплитудную модуляцию (QAM, аббр. от англ. Quadrature Amplitude Modulation) от BPSK и QPSK до 4096-QAM, при которой передается 12 бит на символ на каждой поднесущей. Кроме того, благодаря внедрению MIMO (аббр. от англ. Multiple-Input and Multiple-Output) стало возможным применить несколько пространственно-временных потоков (STS, аббр. от англ. Space-Time Stream), что дополнительно потенциально повысило скорости передачи данных.

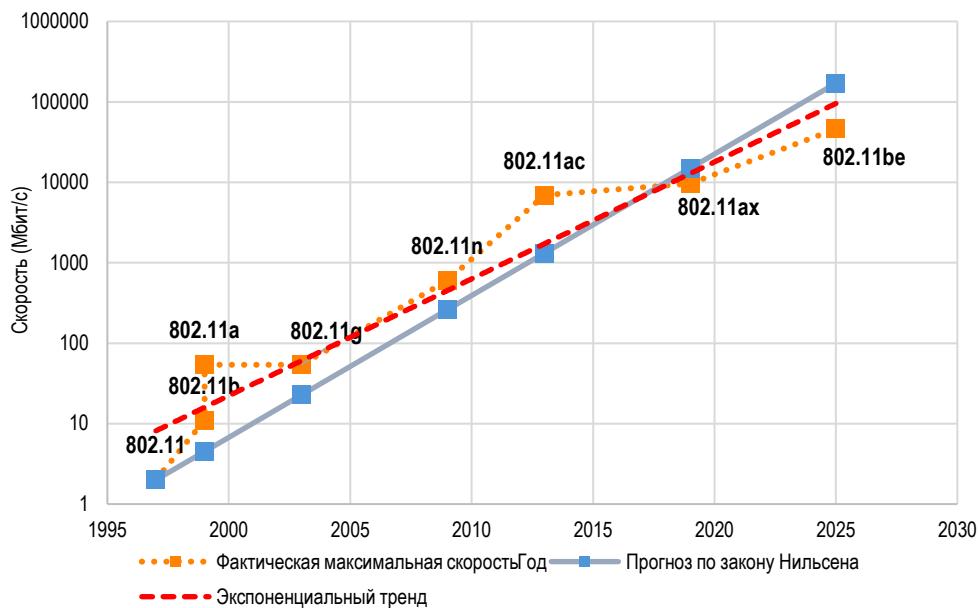


Рис. 2. Рост скоростей передачи IEEE 802.11 за время развития стандарта

Fig. 2. Growth of IEEE 802.11 Data Transfer Rates Over the Course of Standard Development

Если на ранних этапах стандарта допускался только один пространственно-временной поток, то современные реализации могут обрабатывать до 8 потоков. Необходимо отметить, что поддержка числа STS большего, чем 4, все еще остается достаточно затратным функционалом, а потому редко встречающимся среди КУ. Ширина и плотность расположения поднесущих в рамках спектральной маски канала также имели должное развитие с соответствующим повышением канальной скорости.

## 2.2. Развитие использования спектра и управление мощностью

Эволюция возможностей использования спектрального ресурса – это важнейший аспект [5] развития стандарта. Прогресс в этой области сыграл ключевую роль в удовлетворении растущих требований к числу устройств и скоростям передачи данных. Изначально [1] сети Wi-Fi допускали работу только в нелицензируемом диапазоне ISM (2,4 ГГц), который был доступен с конца 80-х гг. для нужд медицины, промышленности и науки, но использование этого диапазона для потребностей сетей 802.11 было существенно ограниченным ввиду того, что было возможным применить только три канала шириной 20 МГц, доступных для частотного планирования распределенной сети. Как следствие, диапазон частот ISM между 2400 и 2484 МГц (регулируется решением ГКРЧ № 15-35-09-1 от 16 октября 2015 г.) быстро стал переполненным с ростом числа самых различных устройств, что приводит к росту негативных эффектов разнородных помех и соответствующему снижению производительности.

Последовательное введение в стандарт поддиапазонов UNII-1 (5150–5250 МГц), UNII-2 (5250–5350 МГц), UNII-2ext (5490–5730 МГц) и UNII-3 (5730–5855 МГц) спектра частот 5 ГГц предоставило больше каналов. Сравнительно недавнее введение диапазона 6 ГГц стало важной вехой, добавившей ресурс поддиапазонов UNII-5,6,7,8 (5925–7115 МГц).

Еще одним фактором является возможная ширина канала. Она последовательно менялась от каналов шириной 20 МГц (802.11a/g) до 40 МГц (802.11n) и до 80 и 160 МГц (802.11ac/ax). Пропорционально растет и теоретически достижимая канальная скорость передачи, что отражено выше на рисунке 2. Также от этого зависит выбор частотного плана, как аспект использования спектрального ресурса.

Необходимо также отметить разнообразные дополнения, которые предлагают использование иных диапазонов спектра с отличными от IEEE 802.11a/g/n/ac/ax спектральными масками каналов. Так, дополнение IEEE 802.11af регламентирует работу в «телеизионном» диапазоне 54–790 МГц, а в близком ему IEEE 802.11ah работа идет на нелицензируемых частотах субгигагерцового диапазона – 900 МГц. Дополнение IEEE 802.11u предполагало работу режимов IEEE 802.11n (HT) на лицензируемых частотах 3650–3700 МГц. Миллиметровый диапазон 57–71 ГГц (57–66 ГГц в РФ) используется дополнениями IEEE 802.11ad и 802.11ay (WiGig). Ближний инфракрасный диапазон с длинами волн 800–1000 нм используется дополнением IEEE 802.11bb (Li-Fi). Кроме того, существует достаточно много разнородных проприетарных разработок,

которые основываются на стандартах описывающего семейства и решают достаточно узкоспециализированные задачи<sup>1,2</sup>.

В рамках управления спектральным ресурсом существует механизм балансировки КУ между диапазонами (band steering), который имеет целью обеспечивать подключение двухдиапазонных КУ в диапазон 5 ГГц, таким образом повышая производительность всей сети в целом. Развитием этого подхода стало дополнение стандарта IEEE 802.11v, нацеленное улучшить процесс перехода КУ между точками доступа (ТД), при котором клиенту сообщается о рекомендованных ТД для дальнейшей работы.

Во всех случаях доступный для частотного планирования набор каналов и возможные мощности излучения определяются конкретным регуляторным доменом, которые были введены в дополнении IEEE 802.11d. С точки зрения допустимой мощности излучения одним из важнейших дополнений является IEEE 802.11h-2003, в рамках которого были регламентированы механизмы управления мощностью излучения TPC (аббр. от англ. Transmit Power Control) и DFS (аббр. от англ. Dynamic Frequency Selection). Последний нацелен на минимизацию создаваемых помех в диапазоне 5 ГГц для систем навигации, однако этот механизм в РФ не имеет существенного значения, поскольку реализация уличного покрытия в этих частотах требует согласования у регулятора.

BSS (аббр. от англ. Basic Service Set) Coloring – это еще одна важная функция, введенная в дополнении 802.11ax. Она потенциально снижает помехи между перекрывающимися сетями, присваивая различные цветовые коды соседним BSS, что помогает минимизировать вероятность коллизии и улучшает производительность в некоторых условиях работы.

### 2.3. Эволюция многопользовательских режимов

Первоначальные реализации стандарта до дополнения IEEE 802.11n включительно предусматривали одновременное взаимодействие только двух устройств (ТД и КУ) в канале, ввиду факта разделенности среды передачи. Тем не менее, было очевидно, что более эффективно использовать временной ресурс канала также можно путем одновременной работы нескольких пользователей. Поэтому с момента своего появления стандарт IEEE 802.11 претерпел существенные улучшения в поддержке одновременной многопользовательской работы. Первым шагом был механизм многопользовательского MIMO (MU-MIMO), впервые представленный в IEEE 802.11ac (в так называемой «второй волне» – wave 2), который

для исходящего трафика использовал технологию «формирования луча» Transmit Beamforming (TxBF).

Ортогональное частотное разделение с множественным доступом (OFDMA, аббр. от англ. Orthogonal Frequency Division Multiple Access), введенное в 802.11ax, делит канал на группы поднесущих (или иначе на ресурсные блоки, далее – RU, аббр. от англ. Resource Units,), что позволяет нескольким пользователям одновременно принимать и передавать данные. Это позволяет существенно увеличить пропускную способность ячейки сети. Этот подход в ЕНТ получил дальнейшее развитие.

Уровень MAC стандарта IEEE 802.11 развивался от начального механизма CSMA / CA с одноранговыми сетями до разнообразных сложных инфраструктур. Введение понятия о качестве обслуживания (QoS, аббр. от англ. Quality of Service) в дополнении IEEE 802.11e позволило приоритизировать данные с учетом их чувствительности к задержке, обеспечивая более плавную работу и меньшую задержку для таких приложений.

### 2.4. Эволюция подходов к безопасности

Развитие подходов к безопасности в рамках IEEE 802.11 последовательно отвечало растущим требованиям обеспечения конфиденциальности беспроводной связи. С ростом распространенности и значимости беспроводных сетей необходимость в надежных мерах безопасности увеличилась, чтобы противостоять растущим угрозам кибератак, утечек данных и несанкционированного доступа. Далее рассмотрим, как эти протоколы безопасности развивались с течением времени.

Исторически первым протоколом был Wired Equivalent Privacy (WEP), представленный в 1997 г. WEP стремился обеспечить конфиденциальность данных, сравнимую с проводными сетями, используя потоковый алгоритм RC4 для шифрования. Однако вскоре выяснилась уязвимость алгоритма шифрования и методов управления ключами, которая позволяла злоумышленникам легко взламывать ключи WEP. В результате достаточно быстро WEP был признан устаревшим. Чтобы устранить уязвимости WEP, в 2003 г. был представлен стандарт WPA (аббр. от англ. Wi-Fi Protected Access), который использовал протокол TKIP (аббр. от англ. Temporal Key Integrity Protocol) для динамической генерации ключей и предлагал усовершенствованные методы аутентификации, включая PSK (аббр. от англ. Pre-Shared Key) для домашних сетей и протокол EAP (аббр. от англ. Extensible Authentication Protocol) для корпоративных.

<sup>1</sup> BreezeAIR – «Точка-Точка». URL: <https://telrad.com/wp-content/uploads/2020/05/%D0%9E%D0%B1%D0%BE%D1%80%D1%83%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA-B5-BreezeAIR-%D0%A0%D0%A0%D0%9B-v1.pdf> (Accessed 19.11.2025)

<sup>2</sup> 5 GHz PMP 450m Access Point. URL: [https://brandcentral.cambiumnetworks.com/m/78445047c05bf04b/original/Cambium\\_Networks\\_data\\_sheet\\_5GHz\\_PMP\\_450m.pdf](https://brandcentral.cambiumnetworks.com/m/78445047c05bf04b/original/Cambium_Networks_data_sheet_5GHz_PMP_450m.pdf) (Accessed 19.11.2025)

Стандарт IEEE 802.11w [6], принятый в 2009 г., усилил защиту управляющих кадров, ранее уязвимых для атак (например, деаутентификации). Он предотвращает вмешательство в работу сети, блокируя попытки злоумышленников выдавать себя за легитимные устройства и отправлять вредоносные команды управления.

В рамках стандарта WPA поддерживаются различные типы EAP, соответствующие разным требованиям безопасности. Их краткая характеристика представлена в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1. Типы EAP и их актуальность

TABLE 1. EAP Types and Their Relevance

Тип EAP	Описание	Статус
EAP-TLS	Использует сертификаты для взаимной аутентификации, требует управление сертификатами	Актуален
EAP-TTLS	Требует серверный сертификат, аутентификация клиента через защищенный туннель	Актуален
EAP-PEAP	Аналогичен EAP-TTLS, но с дополнительной защитой учетных данных внутри туннеля TLS	Актуален
EAP-SIM	Аутентификация с использованием SIM-карт, применяется в мобильных сетях	Актуален
EAP-FAST	Использует защищенные данные (PAC) для аутентификации без сертификатов	Актуален
LEAP (Lightweight EAP)	Метод Cisco, признан небезопасным	Устаревший
EAP-MD5	Аутентификация по паролю, уязвим к атакам перебора	Устаревший

В 2018 г. Wi-Fi Alliance представил стандарт WPA3, призванный устранить уязвимости, присущие предыдущим поколениям, и повысить общий уровень защиты беспроводных сетей (<https://www.wi-fi.org/file/wpa3-specification>). Одним из ключевых нововведений стало внедрение протокола SAE (аббр. от англ. Simultaneous Authentication of Equals), заменившего PSK и обеспечивающего устойчивость к атакам перебора благодаря использованию более надежного обмена ключами на основе криптографии Диффи – Хеллмана. WPA3 также реализует механизм, благодаря которому даже при компрометации долгосрочного ключа злоумышленник не сможет расшифровать данные прошлых сеансов. Также стандарт включает технологии, упрощающие безопасную настройку и подключение устройств с ограниченными ресурсами, что особенно актуально для IoT.

## 2.5. Эволюция механизмов «мобильности» устройств

С развитием стандартов Wi-Fi все большее значение приобретает мобильность КУ – их способность быстро и незаметно для пользователя переключаться между ТД без потери соединения. Такие переходы называются по-разному в зависимости от контекста: handover – когда клиент перемещается между точками доступа внутри одной сети (ESS), и roaming – когда переход происходит между различными сетями или контроллерами. На практике чаще встречается именно handover, так как большинство Wi-Fi-сетей построены централизованно и управляются единым контроллером.

До появления стандарта 802.11g, призванного ускорить процесс переключения между точками, производители реализовывали собственные решения, среди которых наиболее известен механизм ОКС (аббр. от англ. Opportunistic Key Caching). Он позволял повторно использовать ключи безопасности при подключении к другим точкам в пределах одной сети, сокращая задержки при переходе ([https://www.cisco.com/c/en/us/td/docs/wireless/controller/9800/17-2/config-guide/b\\_wl\\_17\\_2\\_cg/opportunistic\\_key\\_caching.pdf](https://www.cisco.com/c/en/us/td/docs/wireless/controller/9800/17-2/config-guide/b_wl_17_2_cg/opportunistic_key_caching.pdf)).

Развитие стандартов продолжилось с появлением дополнений IEEE 802.11, направленных на повышение мобильности КУ:

1) 802.11k (Radio Recourse Management) позволяет точкам доступа предоставлять КУ информацию о соседних точках [7];

2) 802.11r (Fast BSS Transition) обеспечивает быстрое и безопасное переключение между точками доступа одной БЛС; позволяет предварительно устанавливать ключи безопасности, что значительно сокращает время переключения и дает возможность пользователю перемещаться по сети без заметных прерываний в соединении [8];

3) 802.11v (Wireless Network Management) позволяет точкам доступа передавать КУ информацию о состоянии сети, что помогает устройствам принимать решения о переключении на другую точку доступа для оптимизации соединения [9].

Важно понимать, что даже при наличии всех технических возможностей для быстрого перехода (handover), таких как поддержка 802.11k, 802.11r и 802.11v, корректно настроенная инфраструктура и наилучшие параметры сети – окончательное решение о переходе всегда остается за клиентом. Устройство самостоятельно анализирует множество факторов, таких как уровень сигнала, качество канала, параметры безопасности и так далее.

### 3. Обзор текущего состояния стандарта IEEE 802.11 и рабочих групп

На декабрь 2025 г. актуальными являются следующие документы, разработанные рабочими группами IEEE 802.11 ([https://www.ieee802.org/11/Reports/802.11\\_Timelines.htm](https://www.ieee802.org/11/Reports/802.11_Timelines.htm)):

- IEEE 802.11-2024 – основное тело стандарта с последними дополнениями;
- IEEE 802.11ax – High Efficiency WLAN (так называемый Wi-Fi 6);
- IEEE 802.11ay – Next Generation 60 GHz (технология следующего поколения для диапазона 60 ГГц);
- IEEE 802.11az – Next Generation Positioning (технология позиционирования следующего поколения);
- IEEE 802.11ba – Wake Up Radio;
- IEEE 802.11bb – Li-Fi;
- IEEE 802.11bc – Enhanced Broadcast Service (расширение широковещательных услуг);
- IEEE 802.11bd – Enhancements for Next Generation V2X (улучшения для следующего поколения V2X (Vehicle-to-Everything));
- IEEE 802.11be – Extremely High Throughput (так называемый Wi-Fi 7);
- IEEE 802.11bf – WLAN Sensing;
- IEEE 802.11bh – Randomized and Changing MAC Addresses (рандомизация и изменение MAC-адресов);
- IEEE 802.11bk – 320 MHz Positioning (позиционирование на частоте 320 МГц).

Отметим, что ранее ожидалось, что дополнение стандарта IEEE 802.11be будет завершено к концу 2024 г., при этом решения на его основе присутствовали на рынке и ранее. Кроме того, несколько документов других рабочих групп находятся на различных стадиях разработки:

- IEEE 802.11bi – Enhanced Data Privacy (улучшенная конфиденциальность данных);
- IEEE 802.11bn – Ultra High Reliability (так называемый Wi-Fi 8);
- IEEE 802.11bp – Ambient Power Communication (связь с использованием окружающей энергии);
- IEEE 802.11bq – Integrated Millimeter Wave (связь в диапазоне 45-70 ГГц);
- IEEE 802.11br – Enhanced Light Communication (связь с использованием света);
- IEEE 802.11bt – Post Quantum Cryptography (пост-квантовая криптография).

Следующее крупное обновление основного тела стандарта ожидается ориентировочно в 2028 г. в рамках работы рабочей группы IEEE 802.11mf – Accumulated Maintenance Changes.

Далее мы рассмотрим ожидаемое в будущем дополнение UHR с учетом текущего состояния стандарта (НЕ и ЕНТ).

### 4. Укрупненный анализ развития стандарта с точки зрения цикла «эволюция / революция»

Развитие стандарта IEEE 802.11 представляет собой циклический процесс, где каждый этап сочетает элементы «революции» и «эволюции». Жизненный цикл дополнений стандарта IEEE 802.11 составляет около 5 лет, и на каждом этапе появляются новые функциональные возможности, внедряются новые технологии и улучшаются имеющиеся.

Стандарт 802.11-1997/802.11b-1999 можно рассматривать как исходную отправную точку развития. Появившееся в 1999 г. дополнение 802.11a было, в некотором смысле, революционным, так как в его рамках был предложен новый частотный диапазон, QAM-модуляция и OFDM. Следующее дополнение 802.11g в большей степени можно характеризовать как эволюционное, так как оно объединяло скоростные преимущества 802.11a с распространенностью диапазона 2,4 ГГц.

Появление технологий MIMO, агрегирования каналов и TxBF в дополнении 802.11n имело преимущественно революционный характер с точки зрения организации механизмов взаимодействия КУ с БЛВС. В то же время дополнение 802.11ac было скорее эволюционным развитием, внося поддержку большего числа пространственных потоков, большей возможной ширины частотного канала, а также развития MU-MIMO. Дополнение 802.11ax напротив – внося улучшения в части OFDMA, одновременной работы в двух частотных диапазонах, а также другие нововведения канального и физического уровня, – снова вносило революционный характер.

Наконец последнее в настоящий момент дополнение 802.11be также имеет эволюционный характер ввиду развития и улучшения нововведений, сделанных на предыдущем этапе. От разрабатываемого к 2028 г. дополнения 802.11bn отрасль ожидает революционных изменений, в основе которых лежат совместная работа нескольких точек доступа и глубокая переработка механизмов кодирования.

Процесс эволюции стандартов IEEE 802.11 требует баланса между внедрением новых технологий и поддержанием совместимости с существующими системами. Это включает в себя решения сложных технических задач, таких как моделирование, проектирование и тестирование. Неудачное внедрение стандарта 802.11a показало, что рынок не был готов к высокой стоимости оборудования [10], а потребители не увидели достаточно преимуществ от нового стандарта. Этот опыт подчеркивает важность оценки потребностей рынка и готовности инфраструктуры к новым технологиям.

## 5. Выводы

Подытоживая вышесказанное, необходимо отметить, что, во-первых, IEEE 802.11 – это зрелый стандарт с длительной историей, который прошел значительный путь развития и продолжает эволюционировать в ответ на растущие требования в области скорости, эффективности и функциональности. Его популярность не вызывает сомнений, и ретроспективный анализ всех этапов его развития интересен как для решения актуальных задач, так и для прогнозирования будущих изменений в технологии.

Во-вторых, технология Wi-Fi прошла долгий путь эволюции, начиная с низких скоростей передачи только в рамках ISM-диапазона и вплоть до современных многофункциональных режимов с поддержкой многих диапазонов, подходов и архитектур.

В-третьих, темпы роста стандартизованных предельных скоростей передачи в сетях Wi-Fi во многом коррелируют с эмпирическим законом

Нильсена, согласно которому пропускная способность пользовательских каналов увеличивается примерно на 50 % ежегодно. Эта тенденция наблюдается в течении последних 25 лет, и мы не видим оснований к отказу от нее.

В-четвертых, эволюция стандарта демонстрирует цикличность, где каждый новый этап поочередно представляет собой либо революционные изменения, либо усовершенствование уже существующих технологий, что оказывает существенное влияние на проектирование и функциональность сетей.

В-пятых, в работе продемонстрированы вехи четвертьвековой эволюции технологии Wi-Fi от ранних версий до ключевых современных нововведений, которые ожидает отрасль.

Важной научной задачей остается обеспечение обратной совместимости с предыдущими версиями стандартов. Это требует разработки решений, которые позволят старым и новым устройствам работать в единой сети, сохраняя при этом качество связи.

## Список источников

1. 802.11-1997 – IEEE Standard for Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications. DOI:10.1109/IEEESTD.1997.85951
2. 802.11-2020 – IEEE Standard for Information Technology--Telecommunications and Information Exchange between Systems – Local and Metropolitan Area Networks – Specific Requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications.
3. Лем С. Сумма технологий. М.: Мир, 1964.
4. IEEE 802.11ac-2013 – IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications – Amendment 4: Enhancements for Very High Throughput for Operation in Bands below 6 GHz. DOI:10.1109/IEEESTD.2013.7797535
5. Vikulov A., Paramonov A., Tatarnikova T. Geometrical Approach to the Plane Tessellation in the IEEE 802.11 Networks Channel Planning // Proceedings of the 21st International Conference (NEW2AN 2021), and 14th Conference (ruSMART 2021), St. Petersburg, Russia, 26–27 August 2021. Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. Lecture Notes in Computer Science. Cham: Springer, 2022. Vol. 13158. PP. 449–469. DOI:10.1007/978-3-030-97777-1\_38. EDN:GLRQL
6. 802.11w-2009 – IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Amendment 4: Protected Management Frames. DOI:10.1109/IEEESTD.2009.5278657
7. 802.11k-2008 – IEEE Standard for Information technology – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Amendment 1: Radio Resource Measurement of Wireless LANs. DOI:10.1109/IEEESTD.2008.4544755
8. 802.11r-2008 – IEEE Standard for Information technology – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Amendment 2: Fast Basic Service Set (BSS) Transition. DOI:10.1109/IEEESTD.2008.4573292
9. 802.11v-2011 – IEEE Standard for Information technology – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Amendment 8: IEEE 802.11 Wireless Network Management. DOI:10.1109/IEEESTD.2011.5716530
10. Gain B. 802.11a liftoff delayed by cost and other problems // EE Times. 2002. URL: <https://www.eetimes.com/802-11a-liftoff-delayed-by-cost-and-other-problems> (Accessed 13.05.2025)

## References

1. 802.11-1997 – IEEE Standard for Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. DOI:10.1109/IEEESTD.1997.85951
2. 802.11-2020 – IEEE Standard for Information Technology – Telecommunications and Information Exchange Between Systems – Local and Metropolitan Area Networks – Specific Requirements – Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications.

3. Lem S. *Summa Technologiae*. Kraków: Wydawnictwo Literackie, 1964.
4. 802.11ac-2013 – IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements – Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications – Amendment 4: Enhancements for Very High Throughput for Operation in Bands below 6 GHz. DOI:10.1109/IEEESTD.2013.7797535
5. Vikulov A., Paramonov A., Tatarnikova T. Geometrical Approach to the Plane Tessellation in the IEEE 802.11 Networks Channel Planning. *Proceedings of the 21st International Conference, NEW2AN 2021, and 14th Conference, ruSMART 2021, St. Petersburg, Russia, 26–27 August 2021. Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. Lecture Notes in Computer Science*, vol.13158. Cham: Springer; 2022. p.449–469. DOI:10.1007/978-3-030-97777-1\_38. EDN:GLRRQL
6. 802.11w-2009 – IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements. Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. Amendment 4: Protected Management Frames. DOI:10.1109/IEEESTD.2009.5278657
7. 802.11k-2008 – IEEE Standard for Information Technology – Local and Metropolitan Area Networks – Specific Requirements. Part 11: Wireless LAN MAC and PHY Specifications. Amendment 1: Radio Resource Measurement of Wireless LANs. DOI:10.1109/IEEESTD.2008.4544755
8. 802.11r-2008 – IEEE Standard for Information Technology – Local and Metropolitan Area Networks – Specific Requirements. Part 11: Wireless LAN MAC and PHY Specifications. Amendment 2: Fast Basic Service Set (BSS) Transition. DOI:10.1109/IEEESTD.2008.4573292
9. 802.11v-2011 – IEEE Standard for Information Technology – Local and Metropolitan Area Networks – Specific Requirements. Part 11: Wireless LAN MAC and PHY Specifications. Amendment 8: IEEE 802.11 Wireless Network Management. DOI:10.1109/IEEESTD.2011.5716530
10. Gain B. 802.11a liftoff delayed by cost and other problems. *EE Times*. 2002. URL: <https://www.eetimes.com/802-11a-liftoff-delayed-by-cost-and-other-problems> [Accessed 13 May 2025]

Статья поступила в редакцию 22.05.2025; одобрена после рецензирования 23.06.2025; принята к публикации 13.11.2025.

The article was submitted 22.05.2025; approved after reviewing 23.06.2025; accepted for publication 13.11.2025.

## Информация об авторах:

<b>СКОРОБОГАТОВА Светлана Алексеевна</b>	аспирант кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  <a href="https://orcid.org/0009-0000-1013-617X">https://orcid.org/0009-0000-1013-617X</a>
<b>ВИКУЛОВ Антон Сергеевич</b>	кандидат технических наук, доцент кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  <a href="https://orcid.org/0000-0002-6671-9267">https://orcid.org/0000-0002-6671-9267</a>
<b>ПАРАМОНОВ Александр Иванович</b>	доктор технических наук, доцент, профессор кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  <a href="https://orcid.org/0000-0002-4104-3504">https://orcid.org/0000-0002-4104-3504</a>

Авторы сообщают об отсутствии конфликтов интересов.

The authors declare no conflicts of interests.

Научная статья

УДК 621.395.44

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-78-86>

EDN:QTKDTT



# Повышение точности синхронизации времени за счет тактовой синхронизации в виртуализированных интегрированных системах

Николай Леонидович Сторожук, storozhuk.nl@sut.ru

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

## Аннотация

**Актуальность.** В последние годы для промышленной автоматизации в качестве базовой архитектуры все чаще находят применение виртуализированные интегрированные системы, в телекоммуникационных сетях которых используется технология TSN, как наиболее подходящая для критически важных приложений, предъявляющих жесткие требования по скорости и гарантированности доставки информации. Качественные параметры сетей TSN, в свою очередь, зависят от точности ее временной синхронизации, поэтому разработка методов повышения точности синхронизации времени устройств сети с коммутацией пакетов является актуальной научно-практической задачей.

**Цель:** рассмотреть способы повышения точности синхронизации времени в сетях виртуализированных интегрированных систем, использующих технологию TSN, и то, как влияет на это тактовая сетевая синхронизация, которую обеспечивает применение технологии синхронного Ethernet.

**Методы:** влияние тактовой сетевой синхронизации на точность привязки шкалы времени оценивается по результатам имитационного моделирования процессов временной и тактовой синхронизации в среде AnyLogic.

**Результат:** в работе показана цепочка взаимодействия информационных и телекоммуникационных технологий, а также обеспечивающих подсистем, показывающих в совокупности принципы работы сложных встраиваемых компьютерных систем и способ определения их характеристик на основе моделирования, также представлены результаты имитационного моделирования, показывающие, что высокая точность привязки шкалы времени и стабильность ее удержания может достигаться путем совместной реализации частотной и временной синхронизации, что играет важную роль в сценариях применения TSN.

**Новизна:** разработана имитационная модель процессов временной и тактовой синхронизации, позволяющая оценить преимущества использования тактовой сетевой синхронизации в сетях TSN с точки зрения повышения точности синхронизации времени сетевых устройств.

**Практическая значимость.** Реализация частотной синхронизации в сети с поддержкой технологии TSN позволяет достигать высокой точности синхронизации времени сетевых устройств при использовании меньшего количества синхросообщений, что уменьшает объем служебного трафика. При этом возможно использовать менее стабильные задающие генераторы, так как их частота постоянно корректируется, а это повлечет уменьшение затрат.

**Ключевые слова:** синхронизация времени, TSN, PTP, gPTP, SyncE, ПЭИВЧ, уПЭИВЧ, шкала времени

**Ссылка для цитирования:** Сторожук Н.Л. Повышение точности синхронизации времени за счет тактовой синхронизации в виртуализированных интегрированных системах // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 78–86. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-78-86. EDN:QTKDTT

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-78-86>

EDN:QTKDTT

# Improving the Accuracy of Time Synchronization Through Frequency Synchronization in Virtualized Integrated Systems

 Nikolay L. Storozhuk, storozhuk.nl@sut.ru

The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

## Annotation

**Relevance.** In recent years, virtualized integrated systems have widely become the base architectural solution for industrial automation systems. TSN technology is being used in their telecommunications networks, as it is the most suitable solution for mission-critical applications with stringent requirements for speed and guaranteed information delivery. The quality of TSN networks, in turn, depends on the accuracy of their time synchronization. Therefore, developing methods to improve the accuracy of time synchronization of packet-switched network devices is a pressing scientific and practical challenge.

**Purpose of the work:** to examine ways to improve the accuracy of time synchronization in networks of virtualized integrated systems using TSN technology, and the impact of network clock synchronization provided by synchronous Ethernet technology.

**Methods used:** the impact of network clock synchronization on the accuracy of timescale reference is assessed using the results of simulation modeling of time and clock synchronization processes in the AnyLogic environment.

**Results:** the paper presents a chain of interactions between information and telecommunication technologies, as well as supporting telecommunication subsystems, demonstrating in aggregate the operating principles of complex embedded computer systems and a method for determining their characteristics based on modeling. The results of simulation modeling are also presented, demonstrating that high accuracy of time scale binding and stability of its retention can be achieved through the joint implementation of frequency and time synchronization, which plays an important role in TSN application scenarios.

**Practical significance:** implementing frequency synchronization in a network supporting TSN technology enables high-precision time synchronization of network devices while using fewer synchronization messages to reduce the amount of service traffic. This allows that to save costs less stable clock generators may be used, as their frequency is consistently adjusted.

**Keywords:** time synchronization, TSN, PTP, gPTP, SyncE, PRTC, ePRTC, time scale

**For citation:** Storozhuk N.L. Improving the Accuracy of Time Synchronization Through Frequency Synchronization in Virtualized Integrated Systems. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(6):78–86. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-78-86. EDN:QTKDTT

## Введение

Встраиваемые компьютерные системы стали широко применяться в последние десятилетия в области промышленной автоматизации, например, для замены традиционных механических или гидравлических систем, а также для добавления новых опций и сервисов. В течение многих лет встраиваемые системы, специализированные для конкретного применения, создавались на основе составной архитектуры, предполагающей, что

между всеми аппаратными узлами происходят однозначные взаимодействия. Такие системы обеспечивают высокий уровень надежности при простой архитектуре, но при этом для каждой добавленной функции требуется введение нового аппаратного узла. В связи с этим для критически важных систем приходится увеличивать количество таких узлов с целью повышения отказоустойчивости. В последние годы в качестве базовой архитектуры для современных встраиваемых систем

нашли применение виртуализированные интегрированные системы (ВИС), в которых выделяется облако виртуальных ресурсов для широкого спектра функций, в том числе и для приложений с разным уровнем критичности.

ВИС были представлены в качестве базовой архитектуры для современных встраиваемых систем. В них выделяется облако виртуальных ресурсов для широкого спектра функций, в том числе и для приложений с разным уровнем критичности. Виртуализация обеспечивает продуктивный и адаптируемый метод использования аппаратных ресурсов.

### Принципы функционирования ВИС

Виртуализация обеспечивает продуктивный и адаптивный метод использования аппаратных ресурсов. Благодаря созданию виртуализированных версий физических компонентов, таких как сети, хранилища и серверы, можно управлять несколькими отдельными средами на одном физическом компьютере или во всей распределенной системе. Виртуальные ресурсы могут иметь различные ограничения по надежности и быстродействию, что позволяет конфигурировать систему под любую функцию, как критическую. Критическая функция должна иметь эксклюзивный доступ к общим ресурсам в определенные временные интервалы, однако это не должно приводить к ограничению возможностей некритических функций. Разворачивание функции в облаке информационных и сетевых ресурсов устраняет пространственные зависимости. Таким образом, это позволяет использовать плоскую архитектуру в дополнение к иерархической структуре. Кроме того, ВИС требует ограниченного количества модификаций для поддержки любого конкретного применения с определенной структурой и свойствами приложения. Это также приводит к экономии средств и времени на верификацию и сопровождение. На рисунке 1 представлена упрощенная структура ВИС [1].

ВИС является вычислительная среда, в которой на базе одних и тех же аппаратных ресурсов работает множество изолированных друг от друга виртуальных машин, что дает следующие преимущества:

- гибкость (инфраструктура быстро подстраивается и адаптируется под потребности бизнеса);
- экономическая эффективность (снижаются затраты на техническое обеспечение и обслуживание оборудования);
- повышение производительности (рабочие процессы ускоряются, так как вычислительные мощности настроены под конкретные задачи);
- бесперебойность работы программ (виртуальная инфраструктура устойчива к авариям и техническим сбоям).

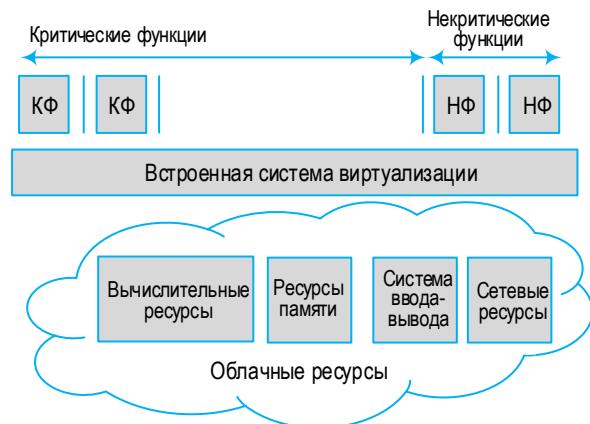


Рис. 1. Архитектура виртуализированной интегрированной системы

*Fig. 1. Architecture of a Virtualized Integrated System*

Существенными проблемами ВИС являются постоянные изменения конфигурации и высокая сложность управления из-за общих ресурсов. При разработке ВИС создается высоконадежная распределенная платформа с возможностью ее реконфигурации, которая может интегрировать критически важные функции информационной безопасности для большого количества телекоммуникационных ресурсов и позволяет разделить программные и аппаратные компоненты.

К архитектуре ВИС на системном уровне предъявляются требования по обеспечению:

- возможности оптимизации времени и стоимости проектирования, реализации, проверки, развертывания, обновления, реконфигурации и технического обслуживания;
- высокой надежности платформы для критически важных приложений;
- отказоустойчивости;
- возможности интеграции функций с наивысшим уровнем критичности с некритичными функциями без ухудшения производительности и безопасности;
- возможности независимой проверки и сертификации;
- соблюдения строгих требований к задержкам и надежности доставки информации критически важных приложений;
- возможности первоначального развертывания платформы и изменения конфигурации программных и аппаратных компонентов системой управления конфигурацией;
- взаимодействия между аппаратными и программными компонентами различных производителей.

Так как в ВИС различные критические и некритические функции могут быть размещены в любом месте вычислительных ресурсов, любая из них может находиться в разных узлах или его разделах. Следовательно, для связи между функциями

необходима детерминированная сеть, которая играет ключевую роль в ВИС в силу ее распределенного характера. Кроме того, ее нефункциональные характеристики, включая надежность, доступность, целостность, безопасность и ремонтопригодность, являющиеся неотъемлемой составной частью показателей качества передачи информации, зависят от сетевого оборудования. Правильный выбор нужного оборудования из массы предлагаемых устройств подразумевает понимание нормативных требований, которым должны удовлетворять создаваемые линии [2].

Кроме того, сетевые технологии ВИС оказывают значительное влияние на процесс ее функционирования, так как по сети обмениваются трафиком различные сервисы, а каждый класс трафика может иметь свои требования к скорости доставки и безопасности. Таким образом, сеть должна гарантировать детерминированные и надежные коммуникационные услуги для критически важных функций, и в то же время обслуживать менее значимые сервисы. Для этого в сети ВИС используется временное и пространственное разделение коммуникационных ресурсов [1].

#### Требования к сетевой технологии, используемой ВИС

Для обеспечения работы ВИС, в состав которой входят, в том числе, чувствительные к задержкам передачи информации компоненты, сеть Ethernet должна содержать систему реального времени, включающую необходимые аппаратные средства, операционную систему и прикладное программное обеспечение.

Производительность системы реального времени поддается оценке значительно труднее, чем в системах, использующих последовательные операции. Если операция исполняется с известной скоростью, то скорость работы системы реального времени зависит от управляемых ею технических процессов и событий окружающей среды. Общая производительность системы должна быть достаточной для того, чтобы выполнять все операции и выдавать результаты за установленное время. Иными словами, система реального времени всегда должна быть готова к максимальной нагрузке, которую может создать технический процесс, так как корректность ее работы определяется не только по результатам вычислений, но и по моменту времени, в который эти результаты были получены [3].

Системы реального времени делятся на две категории: системы жесткого и мягкого реального времени. Первые ни при каких условиях не допускают задержек реакции, так как в случае опоздания результаты могут оказаться бесполезны или может произойти катастрофа. Для системы мягкого

реального времени задержка реакции не критична, хотя и может привести к увеличению стоимости результатов и снижению производительности.

Каждая система реального времени обменивается данными с управляемыми объектами, с их исполнительными механизмами и датчиками. Кроме того, компьютерная система реального времени может быть распределенной и состоять из нескольких узлов, которые взаимодействуют через сетевую инфраструктуру. Услуги узла распределенной системы могут быть определены как набор сообщений. Узел отправляет эти сообщения, реагируя на входные данные, течение времени и свое состояние. Таким образом, работа узла тесно зависит от сетевых сервисов реального времени. Структура распределенных систем реального времени показана на рисунке 2.

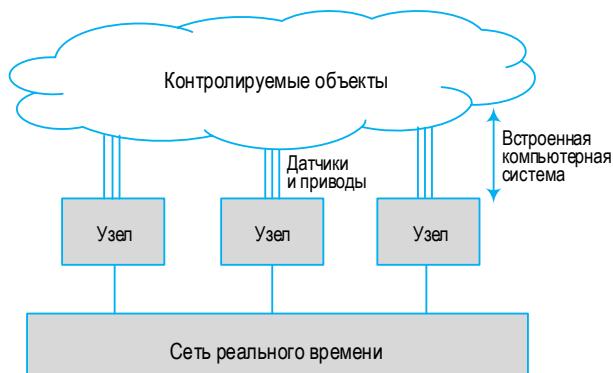


Рис. 2. Структура распределенной системы реального времени  
Fig. 2. Structure of a Distributed Real-Time System

На сегодняшний день применительно к телекоммуникационной сети ВИС наиболее оптимальна технология TSN (аббр. от англ. Time-Sensitive Networking – сеть, чувствительная ко времени). При использовании этой технологии сеть Ethernet может обеспечить прогнозируемый уровень задержки пакетов и низкий уровень их потери, а также возможность установки гарантированной полосы пропускания. Назначение технологии TSN состоит в унификации принципов построения коммуникаций путем объединения классического стандарта Ethernet с технологией реального времени в соответствии с требованиями современных ВИС.

При разработке технологии TSN основной упор был сделан на три составляющие:

- 1) точную временнюю синхронизацию;
- 2) детерминированную задержку;
- 3) контролируемую и масштабируемую пропускную способность [4].

Ключевым аспектом TSN является конвергенция синхронного, асинхронного трафика различных уровней критичности в одной сети. Кроме того, эта технология обеспечивает высокую надежность, отказоустойчивую синхронизацию часов и

повышение производительности. Таким образом, сети TSN представляют собой стандартизованные механизмы для обеспечения своевременной передачи данных в сетях Ethernet [5].

### Проблемы синхронизации времени в сетях TSN

Процедура синхронизации времени в сетях TSN использует информацию, передаваемую сообщениями обобщенного протокола точного времени (gPTP, *аббр. от англ.* generalized Precision Time Protocol), являющегося профилем протокола точного времени (PTP, *аббр. от англ.* Precision Time Protocol) [6]. Протокол gPTP сужает список опций PTP до критически важных для приложений, чувствительных ко времени, и допускает синхронизацию времени только через Ethernet.

По сравнению с протоколом PTP профиль gPTP имеет следующие преимущества:

- способность обрабатывать топологии крупных сетей, вводя иерархические тактовые домены, что позволяет эффективно синхронизировать их между несколькими уровнями сетевой иерархии;

- обладание продвинутыми механизмами отказоустойчивости для обеспечения надежной синхронизации даже при сбоях в сети или отказах устройств;

- поддержка нескольких временных доменов;
- стандарт IEEE 1588, описывающий профиль PTP, допускает реализацию устройствами синхронизации частоты, а стандарт IEEE 802.1AS, в котором описан профиль gPTP, в свою очередь, не требует применения методов физической регулировки частоты генераторов в силу их медленной сходимости, однако предписывает применять логическую синхронизацию для всех устройств.

Процедура логической синхронизации заключается в вычислении каждым устройством сети отношения частоты его собственных часов к частоте часов соседнего устройства. Последовательное умножение этих отношений для всех устройств, составляющих маршрут между данным устройством и мастером, позволяет получить отношение частоты данного устройства к частоте мастера. Для этого используется информация, передаваемая для расчета коэффициента коррекции частоты генератора. Данный механизм позволяет минимизировать дрейф локальных часов. Но он основан на обмене информацией между взаимодействующими часами, следовательно, значения задержек при передаче служебной информации могут влиять на значение коэффициента коррекции. Исключить влияние задержек, которые могут возникать при логической подстройке частоты генератора, позволяет использование технологии SyncE (*аббр. от англ.* Synchronous Ethernet – синхронного Ethernet), обеспечивающей передачу тактовых сигналов через физический уровень Ethernet, с целью предоставления сигнала синхро-

низации сетевым ресурсам [7]. Главное преимущество SyncE заключается в том, что он реализован на физическом уровне, и на него не оказывают влияния нагрузка трафика, потеря пакетов или вариация их задержки [8].

### Преимущества совместной частотной и временной синхронизации

Высокая точность привязки шкалы времени и стабильность ее удержания может достигаться путем совместной реализации частотной и временной синхронизации, что играет важную роль в сценариях применения TSN. Одним из наиболее важных условий при этом выступает использование соответствующего источника шкалы времени. Таким источником может быть первичный эталонный источник времени и частоты (ПЭИВЧ) или улучшенный ПЭИВЧ (уПЭИВЧ), которые могут синхронизироваться от сигналов глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС), а также отличаются повышенной точностью и устойчивостью к отказам [9]. Их появлению способствовало повышение требования к качеству синхросигналов для критически важных инфраструктур.

Так как по сравнению с ПЭИВЧ к уПЭИВЧ предъявляются более высокие требования, он дополнительно оснащен входом, на который непосредственно подключается цезиевый или водородный первичный эталонный источник (ПЭИ), он же – первичные эталонные часы (PRC, *аббр. от англ.* Primary Reference Clock) [10]. Благодаря этой функции уПЭИВЧ устойчив к длительным отключениям сигналов ГНСС и может обеспечивать точность синхронизации до 14 дней или более, используя сигнал от ПЭИ, а ПЭИВЧ не имеет такой возможности и при потере сигнала от ГНСС быстро переходит в режим удержания, что приводит к ухудшению параметров синхросигнала. Если уПЭИВЧ работает на уровне ядра сети, он обеспечивает частотную, фазовую и временную синхронизацию часов в данной сети или определенной ее части [11]. Функциональная схема уПЭИВЧ приводится на рисунке 3. При необходимости на физических интерфейсах уПЭИВЧ могут быть скомбинированы различные логические интерфейсы, на вход должен поступать сигнал от ПЭИ (слева), также он должен обеспечивать, как минимум, один выход эталонной частоты и дополнительно передавать информацию, отражающую статус часов.

Блок восстановления времени получает на вход информацию от приемника ГНСС, генерирует частоту, фазу и время. Блок локального генератора синхронизируется от ПЭИ и обеспечивает эталонную шкалу времени в блоке локальной шкалы времени. Далее на ее основе генерируется сигнал фазовой и временной синхронизации. При пропадании входного сигнала и переходе в режим удержания он должен функционировать от ПЭИ.

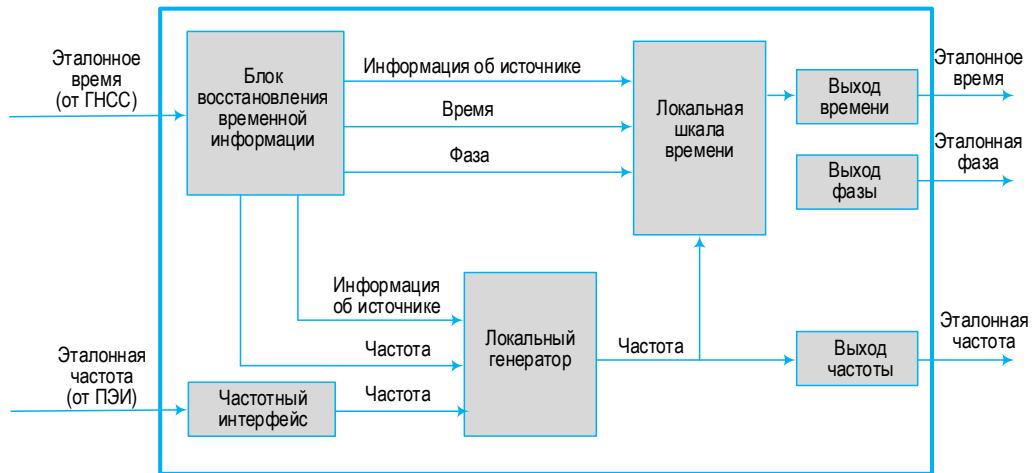


Рис. 3. Функциональная схема уПЭИВЧ  
Fig. 3. Functional Diagram of the ePRTC

Для современных телекоммуникационных сетей предпочтительным вариантом обеспечения частотной, фазовой и временной синхронизации служит комбинированная модель, которая сочетает оборудование, поддерживающее технологию SyncE и работающее с PTP. Данное решение позволяет достигать более высокой точности синхронизации, чем при использовании стандартного решения на основе PTP [12]. Синхронизацию на физическом уровне обеспечивают часы PTP с высокостабильным источником частоты, получаемой от ПЭИ, что важно для повышения точности фазовой и временной синхронизации.

В оборудовании Ethernet тактовую синхронизацию обеспечивает улучшенный генератор сетевого элемента SyncE<sup>1</sup>. Восстановление тактовой частоты ведомыми часами при использовании улучшенного генератора сетевого элемента позволяет минимизировать накопленные джиттер и вандер, вызываемые нестабильностью температуры или другими внешними условиями [13]. Восстановленная тактовая частота передается далее остальным устройствам, расположенным ниже по уровню в сети.

Топология сети, построенной по стандарту TSN, представляет собой сложную структуру, включающую множество узлов, которые взаимодействуют по принципу ведущий-ведомый. Исполнительные устройства, которые выступают потребителем синхронизации, подстраивают собственную шкалу от пересылающего экземпляра PTP, граничных часов (BC, *аббр. от англ. Boundary Clock*), который получает сигналы синхронизации от более высокого по уровню пересылающего экземпляра PTP или непосредственно от экземпляра гроссмейстерских часов (GM, *аббр. от англ. Grandmaster – грандмастер*). Следовательно, целесообразно исследовать поведение оконечного экземпляра PTP в составе цепи синхронизации. Для этого рассмотрим простую конфигурацию, которая содержит экземпляр грандмастер, пересылающий и оконечный экземпляры PTP. На рисунке 4 показана упрощенная схема взаимодействия данных устройств.

Экземпляр грандмастер непосредственно подключен к источнику эталонной шкалы времени, которым может выступать уПЭИВЧ, и синхронизирует с ним свою шкалу. Пересылающий экземпляр PTP выступает ведущими часами для оконечного устройства, которое синхронизирует с ним свою шкалу.

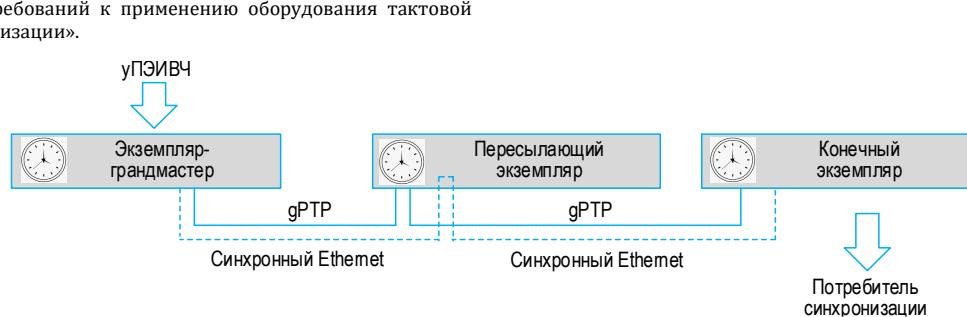


Рис. 4. Рассматриваемая схема взаимодействия  
Fig. 4. The Interaction Scheme Under Consideration

Под дрейфом часов понимается величина сдвига шкалы времени в процессе работы, обусловленная относительной нестабильностью внутреннего генератора и определяемая в относительных единицах.

### **Имитационное моделирование временной и тактовой синхронизации**

Для определения влияния тактовой синхронизации на точность привязки времененной шкалы было проведено имитационное моделирование этих процессов в среде AnyLogic.

При моделировании использовались следующие ограничения и допущения:

- разрешающая способность часов (экземпляра грандмастера, пересылающего и конечного экземпляров PTP) составляет 8 нс;
- пересылающий экземпляр имеет дрейф локальных часов  $\alpha_1$ ;
- конечный экземпляр имеет дрейф локальных часов  $\alpha_2$ ;
- на сети, кроме PTP, реализуется технология SyncE, то есть поддержка частотной синхронизации;
- при использовании SyncE дрейф локальных часов снижается до  $\alpha_{\text{подстр}} = 10^{-13}$ ;
- экземпляр грандмастера реализует циклы синхронизации с интервалом отправки сообщений  $T_{\text{syncGM}}$ , а пересылающий экземпляр обеспечивает периодичность  $T_{\text{syncBC}}$ .

Моделирование проводилось для двух ситуаций:

1) при отсутствии подстройки по частоте (SyncE):

- при фиксированных интервалах  $T_{\text{syncGM}} = T_{\text{syncBC}}$ , равных 10 мс, для дрейфа локальных часов  $\alpha_1 = \alpha_2$ , обусловленного относительной нестабильностью (точностью) генераторов  $10^{-5}$  ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^{-5}$ );

- при фиксированных интервалах  $T_{\text{syncGM}} = T_{\text{syncBC}}$ , равных 20 мс, для дрейфа  $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^{-5}$ ;

- при фиксированных интервалах  $T_{\text{syncGM}} = T_{\text{syncBC}}$ , равных 20 мс, при неодинаковом дрейфе  $\alpha_1 = 10^{-8}$ ,  $\alpha_2 = 10^{-5}$ , обусловленном различной нестабильностью генераторов;

- при одинаковой точности ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 10^{-8}$ ) и неодинаковых интервалах посылки ( $T_{\text{syncGM}} < T_{\text{syncBC}}$ );

2) при включении режима поддержки частотной синхронизации (для одинаковых интервалов посылки): 10, 20 и 200 мс (последнее значение – для длительных значений интервалов).

### **Результаты моделирования**

На основании проведенного моделирования можно сказать, что при работе устройств без поддержки SyncE точность привязки локальной шкалы времени определяется относительной нестабильностью внутреннего генератора и интервала

лом посылки сообщений ведущими часами. При невысоком качестве часов пересылающего и конечного экземпляров PTP (оснащаемых генератором с нестабильностью до  $1 \times 10^{-5}$ ) наблюдается дрейф часов относительно экземпляра грандмастера, при этом дрейф часов конечного относительно пересылающего практически отсутствует. Данное поведение одинаково для интервалов 10 и 20 мс.

Если точность генератора конечного экземпляра ниже, чем у пересылающего, то при одинаковом периоде опроса ( $T_{\text{syncGM}} = T_{\text{syncBC}}$ ) наблюдается дрейф часов конечного относительно пересылающего экземпляра и экземпляра грандмастера, что говорит о еще большем снижении точности привязки локальной шкалы времени.

Следует заметить, что неравенство интервалов посылки сообщений, которые генерируются экземпляром грандмастера и пересылающим экземпляром оказывает влияние на процесс привязки. Если интервалы между циклами не равны, расхождение между часами пересылающего и конечного экземпляров PTP сильно возрастает до того, как пересылающий подстраивает свои часы под GM, затем конечный экземпляр начинает выравнивать свои часы, минимизируя накопленное на начальной фазе расхождение.

Если сеть поддерживает синхронизацию локальных часов по частоте, можно говорить о том, что дрейф часов практически отсутствует. Изменение интервала опроса в небольших пределах не оказывает воздействия на точность привязки, так как часы сохраняют стабильный временной интервал, в течение которого расхождение частот генераторов незначительно. Если интервалы имеют очень большую длительность, процесс подстройки выполняется аналогично, а наблюдаемое расхождение можно считать незначительным, несмотря на более продолжительный интервал корректирования часов.

### **Заключение**

На основании произведенного моделирования можно сказать, что наличие SyncE позволяет обеспечивать высокую точность и стабильность шкалы времени, что соответствует различным интервалам между циклами синхронизации. Частотная синхронизация обеспечивает постоянство сдвига частот внутренних генераторов, что позволяет реже обмениваться синхросообщениями, в результате чего снижается нагрузка на канал передачи и, в целом, на сеть.

Если устройства в сети не поддерживают синхронизацию по частоте на физическом уровне, основным параметром, который влияет на точность привязки локальной шкалы времени, служит от-

носительная нестабильность внутреннего генератора. При невысокой точности генераторов передающего и конечного экземпляров их шкалы могут практически не различаться, но при этом сильно дрейфовать относительно GM, что неприемлемо для сети с высокими требованиями по точности синхронизации.

Следовательно, реализация частотной синхронизации в сети с поддержкой технологии TSN позволяет достигать высокой точности привязки локальной шкалы времени, при этом используя меньшее количество сообщений синхронизации. Это снижает нагрузку на сеть, минимизирует за-

держки и позволяет обеспечивать детерминированность в отношении времени передачи. Также при частотной подстройке возможно использовать менее стабильные внутренние генераторы, так как их частота постоянно корректируется, а применение данных генераторов экономически более доступно. При этом необходимо учитывать, что реализация такого подхода с технической стороны более сложна. Каждое устройство должно аппаратно поддерживать механизмы обработки физического сигнала частоты (технологию SyncE), передаваемого по всей сети.

### Список источников

1. Pahlevan M. Time Sensitive Networking for Virtualized Integrated Real-Time Systems. D.Sc Dissertation. Siegen: University of Siegen, 2019. 188 p.
2. Галчихин В.И., Сторожук Н.Л., Шитников В.И. Расчет норм на показатели ошибок в действующих цифровых трактах взаимоувязанной сети связи России // Электросвязь. 2002. № 4. с. 17–20.
3. Kopetz H. Real-Time Systems, Design Principles for Distributed Embedded Applications. Cham: Springer, 2011. DOI:10.1007/b116085
4. Сторожук М.Н. Мониторинг сетевого трафика в магистральных сетях для обеспечения работы сетей TSN // Первая миля. 2022. № 3(103). С. 30–33. DOI:10.22184/2070-8963.2022.103.3.30.33. EDN:WTTPBK
5. Craciunas S.S., Oliver R.S. Out-of-sync Schedule Robustness for Time-sensitive Networks // Proceedings of the 17th International Conference on Factory Communication Systems (WFCS, Linz, Austria, 09–11 June 2021). IEEE, 2021. PP. 75–82. DOI:10.1109/WFCS46889.2021.9483602
6. IEEE 802.1AS-2020. IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks--Timing and Synchronization for Time-Sensitive Applications.
7. Воробьев А.С., Сторожук Н.Л. Тенденции развития оборудования сетевой синхронизации // Радионавигация и время: труды СЗРЦ Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2022. № 10(18). С. 28–33. EDN:GTAMWD
8. Коган С. Сети 5G: Распределение сигналов синхронизации на сетевом оптическом транспортном уровне. Часть 2. Сетевая синхронизация по тактовой частоте // Первая миля. 2022. № 5(105) С. 44–58. DOI:10.22184/2070-8963.2022.105.5.44.58. EDN:STTKQU
9. ГОСТ Р 71148-2023. Требования по построению систем синхронизации сетей связи: сетей связи с коммутацией каналов, сетей связи с коммутацией пакетов. М.: Российский институт стандартизации, 2024.
10. Шварц М.Л., Рыжков А.В., Аладин В.М. Перспективный первичный этalon времени и частоты для систем частотно-временного обеспечения сетей связи // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2022. Т. 16. № 8. С. 12–20. DOI:10.36724/2072-8735-2022-16-8-12-20. EDN:GFOETJ
11. Chowdhury D. NextGen Network Synchronization. Cham: Springer, 2018. 269 p. DOI:10.1007/978-3-030-71179-5
12. Menendez Y. Improving synchronization accuracy with help from SyncE. URL: <https://www.nokia.com/blog/improving-synchronization-accuracy-with-help-from-syncE> (Accessed 30.01.2025)
13. Рекомендация МСЭ-Т G.8262/Y.1362 Характеристики хронирования ведомых тактовых генераторов оборудования синхронного Ethernet. 2015.

### References

1. Pahlevan M. Time Sensitive Networking for Virtualized Integrated Real-Time Systems. D.Sc Dissertation. Siegen: University of Siegen; 2019. 188 p.
2. Galchikhin V.I., Storozhuk N.L., Shitnikov V.I. Calculation of Standards for Error Indicators in Existing Digital Paths of the Interconnected Communication Network of Russia. *Electrosvyaz*. 2002;4:17–20. (in Russ.)
3. Kopetz H. Real-Time Systems, Design Principles for Distributed Embedded Applications. Cham: Springer; 2011. DOI:10.1007/b116085
4. Storozhuk M. Network Traffic Monitoring in Backbone Networks to Ensure the TSN Networks Operation. *Last Mile*. 2022;3(103):30–33. (in Russ.) DOI:10.22184/2070-8963.2022.103.3.30.33. EDN:WTTPBK
5. Craciunas S.S., Oliver R.S. Out-of-sync Schedule Robustness for Time-sensitive Networks. *Proceedings of the 17th International Conference on Factory Communication Systems, WFCS, 09–11 June 2021, Linz, Austria*. IEEE; 2021. p.75–82. DOI:10.1109/WFCS46889.2021.9483602
6. IEEE 802.1AS-2020. IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks--Timing and Synchronization for Time-Sensitive Applications.

7. Vorobyov A.S., Storozhuk N.L. Trends in the Development of Network Synchronization Equipment. *Radionavigaciya i vremya: trudy SZRC Koncerna VKO «Almaz – Antej»*. 2022;10(18):28–33. (in Russ.) EDN:GTAMWD
8. Kogan S. 5G Networks: Timing Signal Distribution at the Optical Transport Layer. Part 2. Clock-Based Network Synchronization. *Last Mile*. 2022;5(105):44–58. (in Russ.) DOI:10.22184/2070-8963.2022.105.5.44.58. EDN:STTKQU
9. GOST R 71148-2023. Requirements for the construction of synchronization systems of communication networks: circuit-switched communication networks, packet-switched communication networks. Moscow: Russian Institute of Standardization Publ.; 2024. (in Russ.)
10. Shvarts M.L., Ryzhkov A.V., Aladin V.M. Perspective Primary Standard of Time and Frequency for Frequency Systems and Time Support of Communication Networks. *T-Comm.* 2022;16(8):12–20. (in Russ.) DOI:10.36724/2072-8735-2022-16-8-12-20. EDN:GFOETJ
11. Chowdhury D. *NextGen Network Synchronization*. Cham: Springer; 2018. 269 p. DOI:10.1007/978-3-030-71179-5
12. Menendez Y. *Improving synchronization accuracy with help from SyncE*. URL: <https://www.nokia.com/blog/improving-synchronization-accuracy-with-help-from-syncE> [Accessed 30.01.2025]
13. Rec. ITU-T G.8262/Y.1362 *Timing characteristics of synchronous Ethernet equipment slave clock*. 2015.

Статья поступила в редакцию 14.11.2025; одобрена после рецензирования 16.12.2025; принята к публикации 19.12.2025.

The article was submitted 14.11.2025; approved after reviewing 16.12.2025; accepted for publication 19.12.2025.

## Информация об авторе:

**СТОРОЖУК  
Николай Леонидович** | кандидат технических наук, доцент кафедры защищенных систем связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  
 <https://orcid.org/0009-0005-7463-502X>

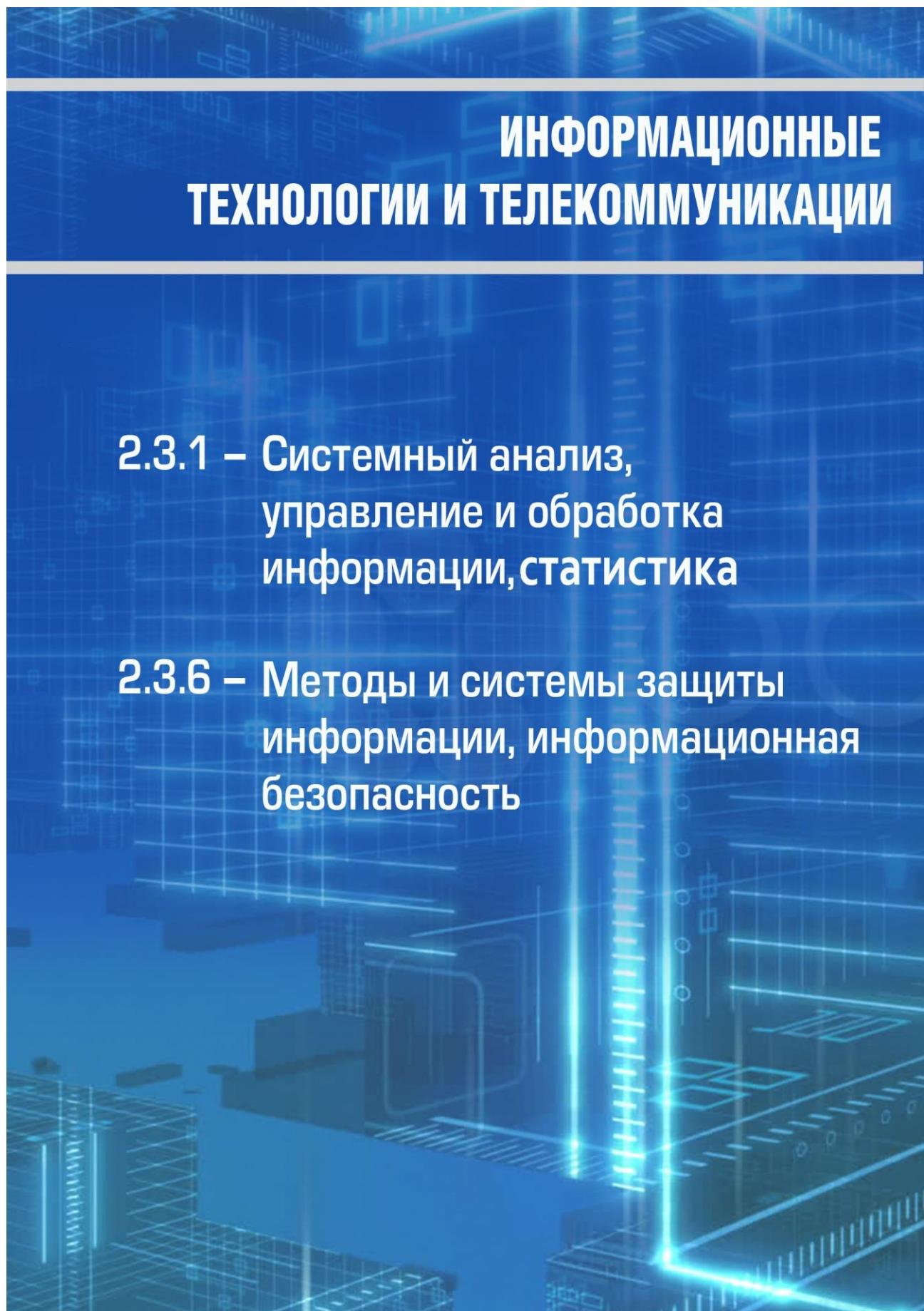
Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.

## ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

**2.3.1 – Системный анализ,  
управление и обработка  
информации, статистика**

**2.3.6 – Методы и системы защиты  
информации, информационная  
безопасность**



Научная статья

УДК 004.4

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-88-100>

EDN:TQFFYA



# Реверс-инжиниринг программного обеспечения методом смарт-перебора: прототип и эксперимент

✉ Константин Евгеньевич Израилов<sup>1</sup>, konstantin.izrailov@mail.ru

✉ Михаил Викторович Буйневич<sup>2</sup>, bmv1958@yandex.ru

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС России, Санкт-Петербург, 196105, Российская Федерация

<sup>2</sup>МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, 119454, Российская Федерация

## Аннотация

**Актуальность.** Одним из подходов к поиску уязвимостей в программах является их преобразования из выполняемого машинного кода в человеко-ориентированный исходный, более пригодный для работы эксперта по информационной безопасности. Ранее авторами был получен соответствующий метод «умного» перебора вариантов исходного кода на предмет установления экземпляра, компилируемого в заданный машинный. Логичным продолжением исследования должна стать реализация программного прототипа для проверки работоспособности метода и экспериментального получения ряда характеристик.

**Цель исследования:** реализовать программный прототип смарт-перебора вариантов исходного кода (согласно разработанному методу), экспериментально оценить его работоспособность и границы применимости.

**Методы:** программная инженерия, эксперимент, аппроксимация значений.

**Результаты:** создан программный прототип подбора экземпляра исходного кода по заданному машинному, реализующий соответствующий метод, полученный в предыдущих авторских исследованиях. Осуществлено применение прототипа для получения исходного кода математического выражения по его машинному коду с использованием части формального синтаксиса языка программирования (заданного в форме графа синтаксических правил). Проведена серия экспериментов для оценки характеристик прототипа путем определения следующих зависимостей: количество всех вариантов исходного кода от синтаксической разнородности синтаксиса и максимальной глубины обхода его графового представления, время поиска определенного исходного кода от данной глубины обхода. Тестирование прототипа показало его базовую работоспособность и гипотетический потенциал, что обосновывает и саму возможность осуществления реверс-инжиниринга противоположным к классическому способом – от исходного кода, а не машинного.

**Практическая значимость:** текущая версия прототипа может непосредственно применяться для осуществления декомпиляции небольших частей машинного кода, при этом, без «привязки» к конкретному языку программирования и процессорной архитектуре (поскольку требуется лишь средство компиляции).

**Обсуждение:** существенным усовершенствованием «умного» перебора может стать его качественная оптимизация путем применения искусственного интеллекта в части генетических алгоритмов.

**Ключевые слова:** информационная безопасность, реверс-инжиниринг, декомпиляция, метод, смарт-перебор, исходный код, машинный код, прототип, эксперимент

**Ссылка для цитирования:** Израилов К.Е., Буйневич М.В. Реверс-инжиниринг программного обеспечения методом смарт-перебора: прототип и эксперимент // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 88–100. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-88-100. EDN:TQFFYA

Original research  
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-88-100>  
EDN:TQFFYA

# Reverse Engineering of Software Using the Smart Brute Force Method: Prototype and Experiment

 Konstantin E. Izrailov<sup>1</sup>✉, konstantin.izrailov@mail.ru  
 Mikhail V. Buinevich<sup>2</sup>, bmv1958@yandex.ru

<sup>1</sup>Saint-Petersburg University of State Fire Service of EMERCOM of Russia,  
St. Petersburg, 196105, Russian Federation

<sup>2</sup>MIREA – Russian Technological University,  
Moscow, 119454, Russian Federation

## Annotation

**Introduction.** one approach to finding vulnerabilities in programs is converting the executable machine code into human-oriented source code, which would be more suitable for an information security expert. The authors previously developed a corresponding method for «smart» enumeration of source code variants to identify a copy that compiles to a given machine code. A logical continuation of this research would be the implementation of a software prototype to test the method's performance and experimentally determine some characteristics.

**Purpose:** implementing the software prototype of smart exhaustive search of source code variants (according to the described method), as well as the experimental evaluation of its operability and the limits of its applicability.

**Methods:** software engineering, experimentation, approximation of values.

**Results.** the creation of a software prototype for selecting an instance of the source code according to the set machine code, obtained in previous author's studies. The prototype was used to obtain the source code of a mathematical expression from its machine code using part of the formal syntax of a programming language (defined in the form of a graph of syntactic rules). A series of experiments was conducted to evaluate the characteristics of the prototype by determining the following dependencies: the number of all source code variants on the syntactic heterogeneity of the syntax and the maximum depth of traversal of its graphical representation, as well as the search time for a specific source code from a set depth of traversal. These tests proved the basic functionality of the prototype and its hypothetical potential, which also justifies the possibility of opposite reverse engineering as compared to the traditional method - from source code, rather than machine code.

**Practical significance:** the current version of the prototype can be used practically to decompile small parts of machine code, without being dependent on a specific programming language and processor architecture (since only a compilation tool is required).

**Discussion:** the qualitative optimization of the "smart" exhaustive search through the use of artificial intelligence in terms of genetic algorithms can significantly improve the search.

**Keywords:** information security, reverse engineering, decompilation, method, smart brute-force, source code, machine code. prototype, experiment

**For citation:** Izrailov K.E., Buinevich M.V. Reverse Engineering of Software Using the Smart Brute Force Method: Prototype and Experiment. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2025;11(6):88–100. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-88-100. EDN:TQFFYA

## Введение

Существенное влияние на безопасность программного обеспечения (далее – ПО) оказывают содержащиеся в нем уязвимости, приводящие к

соответствующим информационным угрозам [1]. И если базовые уязвимости могут быть найдены статическими анализаторами кода (например, по PE-заголовкам программ [2]), то пока для их обнаружения в более высокогуровневых представлени-

ях (алгоритмах, архитектуре и т. п.) требуется участие эксперта. Для этого необходимо произвести анализ исходного кода (далее – ИК), выявить в нем «слабые» места и затем устраниить их. Ситуация существенно усложняется тем, что, как правило, программа имеет вид машинного кода (далее – МК), который содержит инструкции центрального процессора управления (далее – ЦПУ), сложно воспринимаемые человеком; при этом восстановление логики работы такого кода становится проблемным вопросом для специалиста любого уровня. Следовательно, преобразование МК в его представление в виде ИК, называемое реверс-инжинирингом (далее – РИ) или декомпиляцией, является важнейшей задачей данной предметной области.

Ранее авторами в [3] было произведено качественное сравнение различных подходов к РИ, среди которых был выделен полный перебор, научно-необоснованно отвергнутый предыдущими исследователями; в результате была поставлена научная задача исследования возможности конструирования ИК при параметрическом задании синтаксиса языка программирования (далее – ЯП) для получения варианта его экземпляра, компилируемого в заданный МК. Обзор работ (см. соответствующий раздел в [3]) показал практически полное отсутствие подходящих решений этого.

В интересах решения поставленной задачи был предложен метод «умного» (смарт-метод) перебора ИК на основе формального синтаксиса ЯП, преобразуемого в специальный граф синтаксических правил (далее – ГСП); подобные синтаксисы часто применяются в генераторах анализаторов текста (например, в ANTLR [4]). Идея метода заключается в конструировании различных вариантов ИК, пока один из таких экземпляров не будет компилироваться в МК, тождественный исследуемому. В случае нахождения такого ИК его можно будет считать результатом решения задачи декомпиляции или РИ [5, 6] соответствующего МК.

Продолжая начатое исследование возможности применения полного перебора ИК в интересах РИ, далее будет предложена конкретная реализация Метода и произведен ряд экспериментов с получением качественно-количественных оценок.

### Прототип «умного» перебора

В рамках настоящего исследования Метод был реализован в виде соответствующего программного прототипа (далее – Прототип) на языке Python 3.11. Алгоритм Прототипа хотя и соответствует схеме Метода (см. рисунок 3 в [3]), однако является более сложным из-за нетривиальности логики Шагов 2, 3 и 6 в Методе, предложенном в [3], и будет изложен в дальнейших публикациях. Поэтому представим лишь общий алгоритм Про-

totипа в виде интуитивно понятного псевдокода без детализации (листинг 1).

#### Листинг 1. Алгоритм Прототипа (в виде псевдокода)

*Listing 1. Prototype's Algorithm (in pseudocode)*

**Input:**

LanguageSyntax – формальный синтаксис ЯП  
LanguageLexica – формальная лексика ЯП  
MaxDeep – максимальная длина пути по ГСП  
MachineCodeTarget – МК, для которого ищется ИК  
(т. е. производится РИ)

**Output:**

SourceCodeTarget – искомый ИК или «None», если РИ не удалось произвести

**Begin**

```
// Шаг 1
1: SRG = BuildSRG(LanguageSyntax, LanguageLexica);

// Шаг 2
2: Path = InitPath(SRG, MaxDeep);

3: While (True):
    // Шаг 3
    4: SourceCode = GenerateSourceCode(Path, SGR);

    // Шаг 4
    5: MachineCode = Compile(SourceCode);

    // Шаг 5
    6: If (MachineCode == MachineCodeTarget) Then
        // Successfull result
        7: SourceCodeTarget = SourceCode;
        8: Break
    9: End If

    // Шаг 6
    10: Path = GetNextPath(Path, SGR, MaxDeep)

    // Шаг 7
    11: If (Path == []) Then
        // Unsuccessfull result
        12: SourceCodeTarget = None;
        13: Break
    14: End If

15: End While

16: Return SourceCodeTarget;
End
```

Опишем более детально каждую строку псевдокода, номер которых указан с постфиксом «::».

В строке 1 строится ГСП.

В строке 2 создается первый путь по ГСП.

В строке 3 начинается бесконечный цикл перебора путей для обхода ГСП (прерывание цикла происходит внутри него).

В строке 4 генерируется ИК в соответствии с текущим путем по ГСП.

В строке 5 получается МК из ИК путем компиляции.

В строке 6 сравнивается полученный и заданный МК (побайтно, сопоставлением ассемблером или с помощью более сложных техник [7]).

В строке 7, в случае выполнения условия в строке 6, сохраняется найденный ИК.

В строке 8 происходит выход из цикла (с успешным статусом).

В строке 9 оканчивается блок условия, начатый в строке 6.

В строке 10 получается новый путь по ИК.

В строке 11 осуществляется проверка того, не является ли путь последним (т. е. содержащим пустую последовательность).

В строке 12, в случае выполнения условия в строке 10, указывается, что ИК не был найден.

В строке 13 происходит выход из цикла (с неуспешным статусом).

В строке 14 оканчивается блок условия, начатый в строке 11.

В строке 15 оканчивается блок цикла, начатый в строке 3.

В строке 16 из алгоритма возвращается найденный ИК или значение None, если код не был найден.

Продемонстрируем работу Прототипа для простого примера, что позволит оценить базовую работоспособность Метода. В качестве синтаксиса (включающего и лексику) ЯП, воспользуемся приведенным на Листинге в [3] (см. стр. 135), но ограничив идентификаторы только тремя следующими: «*x*», «*y*» и «*z*»; формальная запись такого модифицированного синтаксиса в форме Бэкуса – Наура (далее – БНФ) [8] представлена ниже (Листинге 2).

#### Листинг 2. Синтаксиса в форме Бэкуса – Наура (пример 1, модифицированный)

*Listing 2. Syntax in Backus – Naur form (Example 1, Modified)*

```
1: expr_asgn ::= ident, '=' , expr_oper ;
2: expr_oper ::= ident, oper, ident ;
3: oper ::= '+' | '-' | '*' | '/';
4: ident ::= 'x' | 'y' | 'z' ;
```

Отладочный вывод ГСП при работе Прототипа приведен на Листинге 3 («\*» означает ссылку на уже заданный нетерминал графа, а число после «ID:» – внутренний идентификатор вершины ГСП). Анализ данного листинга позволяет сделать вывод, что он определяет подмножество представления ГСП на рисунке 4 из [3].

Отладочный вывод Прототипа, содержащий все возможные пути по ГСП и соответствующие им варианты ИК, представлен на Листинге 4 («...» используется для пропуска промежуточных строк). В каждой строкке выводится путь (во внутренней нотации), а после «->» соответствующий ему ИК. Формат пути имеет JSON-записи и содержит последовательность выбора альтернатив (т. е. веток ГСП, по которым может пойти синтаксический разбор или генерация), каждая из которых записана, как словарь со полями «c\_idx», «c\_max», «n\_id».

#### Листинг 3. Отладочный вывод графа синтаксических правил

*Listing 3. Debug Output of the Syntax Rule Graph*

```
AsNode(ID:6)
AsNode(ID:2)
AsAlts(ID:1)
Alt_1()
'x'
Alt_2()
'y'
Alt_3()
'z'
'='
AsNode(ID:5)
AsNode(ID:2)*
AsNode(ID:4)
AsAlts(ID:3)
Alt_1()
'+'
Alt_2()
'-'
Alt_3()
'*'
Alt_4()
'/'
AsNode(ID:2)*
```

#### Листинг 4. Отладочный вывод работы Прототипа (для режима полного перебора)

*Listing 4. Debug Output of Prototype (for Full Enumeration Mode)*

```
[{"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> x=x+x
[{"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> x=x+y
[{"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> x=z/z
[{"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> x=z/y
[{"c_idx": 0, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 0, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 3, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> x=z/y
...
[{"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 2, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 3, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> z=z+x
[{"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 2, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 3, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> z=z+y
[{"c_idx": 2, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 2, "c_max": 4, "n_id": 3}, {"c_idx": 1, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 3, "c_max": 3, "n_id": 1}, {"c_idx": 4, "c_max": 3, "n_id": 1} ] -> z=z/z
```

Поле «*c\_idx*» – индекс выбранной ребра-альтернативы ГСП, начиная с 0-го, по которому «идет» алгоритм Прототипа (используется для генерации ИК и получения следующего пути); поле «*c\_max*» – максимальное число альтернатив для текущей вершины ГСП (используется для получения следующего пути); поле «*n\_id*» – идентификатор вершины ГСП с альтернативами (используется для отладочных целей, а также других алгоритмов, таких как авторский генетический реверс-инжиниринг).

Запуск Прототипа в режиме перебора всех возможных ИК (т. е. без компиляции и сравнения с заданным МК) позволил установить общее число всех их комбинаций, как 108. Данное значение соответствует теоретическим расчетам, поскольку ИК в форме «Идентификатор = Идентификатор Оператор Идентификатор» при заданных синтаксисом условиях имеет также  $3 \times 1 \times 3 \times 4 \times 3 = 108$  вариаций.

#### Эксперимент

Проведем расширенные эксперименты с Прототипом, используя более сложный синтаксис ЯП, ГСП которого имеет циклы. Данный синтаксис

описывает приравнивание к переменной множества математических выражений, которые состоят из бинарной математической операции над двумя operandами, второй из которых может быть как другой переменной, так и вложенным математическим выражением (взятым в скобки); например, данному синтаксису соответствуют следующие варианты ИК: « $x = y$ », « $z = x + y$ », « $y = x - (y + (z * (x / y)))$ » и т. п. При этом, количество таких ИК может быть сколь угодно большим, что существенно усложняет задачу по сравнению с предыдущей, заданной через ГСП на Листинге 2. Соответственно, синтаксис в БНФ, используемый далее в эксперименте, приведен на Листинге 5.

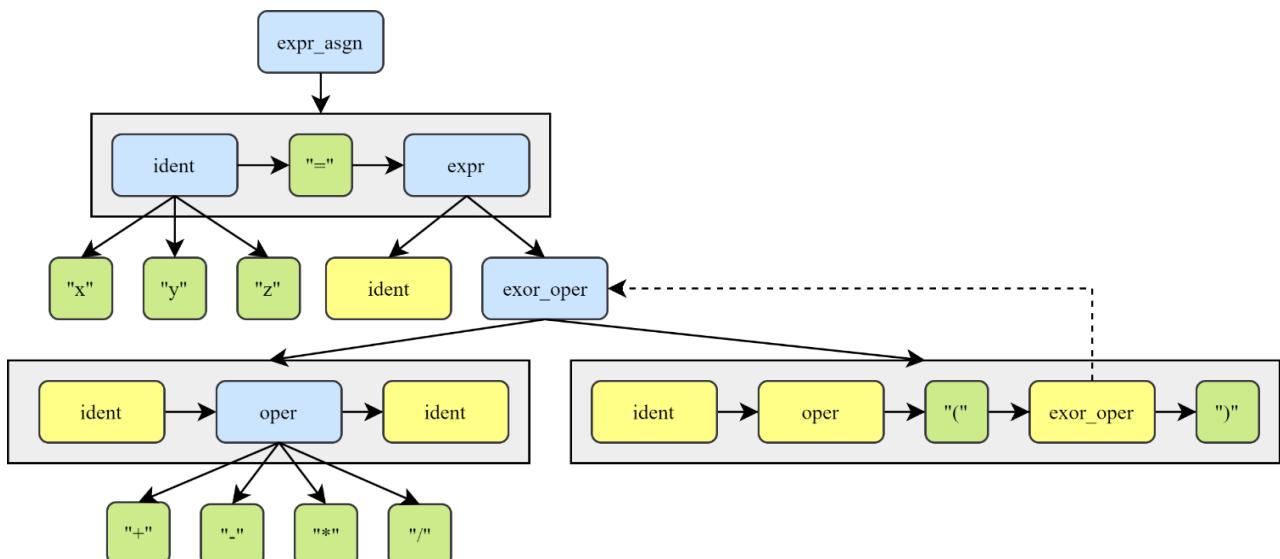


Рис. 1. Представление графа синтаксических правил для Листинга 5

*Fig. 1. Representation of the Syntax Rules Graph for Listing 5*

Рекурсивность синтаксиса отражается на рисунке 1 тем, что элемент «exrg\_oper» в нижней правой части графа является дочерним для такого же элемента в центральной части графа; очевидно приводя к бесконечному циклическому обходу ГСП, что разрешается указанием алгоритму максимальной длины пути (далее – МДП), по которому данный обход производится.

Текущая реализация Прототипа может непосредственно применяться для РИ блоков МК с небольшими математическими уравнениями в соответствующий ему блок ИК. Тогда предположим, что имеется исследуемый МК со следующим ассемблерным кодом тела функции – т. е. текстовым представлением инструкции ЦПУ для программы [9] (для упрощения приведена только основная часть функции, а также вручную добавленные комментарии с назначением инструкций ЦПУ в каждой точке после «;»):

**mov eax, DWORD PTR \_x\$[ebp] ;** перемещение значения переменной «x» в регистр EAX

```
cdq ; преобразование знакового
двойного слова из EAX ; в знаковое четверное сло-
во в EDX:EAX ; знаковое деление регистра
idiv DWORD PTR _y$[ebp] ; переменную «у»
EAX на ; перемещение значения пе-
mov ecx, DWORD PTR _y$[ebp] ;ременной «у» в регистр ECX
sub ecx, eax ; вычитание из регистра ECX
регистра EAX ; знаковое умножение реги-
имул ecx, DWORD PTR _x$[ebp] ;стра ECX на переменную «х»
mov DWORD PTR _z$[ebp], ecx ; перемещение значения ре-
гистра ECX в переменную «з»
```

Высококвалифицированный эксперт по безопасности ПО (далее – Эксперт) после ручного анализа такого ассемблерного кода сможет восстановить его ИК, а именно следующее математическое выражение (из 13 символов текста, без пробелов):  $z = x * (y - (x / y))$ .

И несмотря на то, что данная задача считается решаемой Экспертом среднего уровня, для ее выполнения потребуется знание архитектуры ЦПУ,

детальное понимание его инструкций и определенное время (исходя из практического опыта авторов и консультаций с сотрудниками данной инженерной области – около 3–5 минут для опытного и 15 минут для начинающего специалиста).

Для решения такой задачи РИ с помощью Прототипа необходимо автоматически перебрать все возможные комбинации ИК согласно синтаксису на Листинге 5, скомпилировать их в МК и сравнить с исследуемым. Для корректной компиляции будем «размещать» генерируемый ИК (отмечено далее красным курсивом) в теле функции следующего шаблона:

```
int f(int x, int y) {
    int z;
    Генерируемый ИК;
    return z;
}
```

Непосредственное применение Прототипа (с указанием МДП, равной 12 и выбранной эмпирически) получит следующий отладочный вывод, представленный на Листинге 6.

**Листинг 6. Отладочный вывод работы Прототипа (для режима реверс-инжиниринга машинного кода)**

*Listing 6. Debug Output of Prototype  
(for Machine Code Reverse Engineering Mode)*

```
1) {'c_idx': [0, 0, 0], 'c_max': [3, 2, 3], 'n_id': [1,
7, 1]}: x=x
2) {'c_idx': [0, 0, 1], 'c_max': [3, 2, 3], 'n_id': [1,
7, 1]}: x=y
3) {'c_idx': [0, 0, 2], 'c_max': [3, 2, 3], 'n_id': [1,
7, 1]}: x=z
4) {'c_idx': [0, 1, 0, 0, 0, 0], 'c_max': [3, 2, 2, 3,
4, 3], 'n_id': [1, 7, 5, 1, 3, 1]}: x=x+x
5) {'c_idx': [0, 1, 0, 0, 0, 1], 'c_max': [3, 2, 2, 3,
4, 3], 'n_id': [1, 7, 5, 1, 3, 1]}: x=x+y
6) {'c_idx': [0, 1, 0, 0, 0, 2], 'c_max': [3, 2, 2, 3,
4, 3], 'n_id': [1, 7, 5, 1, 3, 1]}: x=x+z
...
20118) {'c_idx': [2, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 0, 0, 2, 2],
'c_max': [3, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 3], 'n_id':
[1, 7, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 1]}: z=x*(y-(x*x))
20119) {'c_idx': [2, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 0, 0, 3, 0],
'c_max': [3, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 3], 'n_id':
[1, 7, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 1]}: z=x*(y-(x*x))
20120) {'c_idx': [2, 1, 1, 0, 2, 1, 1, 1, 0, 0, 3, 1],
'c_max': [3, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 3], 'n_id':
[1, 7, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 1, 3, 1]}: z=x*(y-(x/y))
!!! FOUND !!!
Duration: 0:09:40.685736
```

Таким образом, с помощью Прототипа без участия Эксперта удалось найти искомый ИК (т. е. используемый для компиляции исследуемого МК), который не только идентичен найденному Экспертом, но и получен за время около 10 минут (для рабочей машины – «Intel(R) Core(TM) i7-10700 CPU @ 2.90GHz»), что всего в 2–3 раза больше ручного проведения РИ «редким» высококвалифицированным специалистом. Решение было синтезировано на 20120-й итерации, каждая из которых соответствует таким базовым действиям, как получение следующего пути по ГПС, генерация ИК (на основе пути), компиляция с получением МК и его сравнение с исследуемым. При этом время

работы Прототипа может быть существенно уменьшено следующими способами:

- параллельное выполнение операций компиляции и сравнения полученного МК с исследуемым;

- проведение компиляции ИК не через запуск отдельного процесса утилиты сборки (т. е. «cl.exe» для среды Microsoft Visual Studio), а путем вызова функций предварительно загруженных динамических библиотек компилятора (т. е. «c1xx.dll» и «c2.dll»);

- применение пакетной обработки (когда на вход компилятора подается сразу группа исходных кодов, вместо одного);

- использование более мощного аппаратного обеспечения;

- оптимизация обхода ГСП в глубину (например, путем частичного движения по графу в ширину для первоочередного перебора ИК меньшего размера);

- использование иных форм внутреннего представления синтаксиса ЯП [10–12];

- учет семантики кода за счет создания и обхода соответствующих графов и иных структур, аналогичных ГСП.

Следовательно, можно сделать вывод, что по крайне мере для небольших блоков с кодом (исходного, машинного и ассемблерного) данный Прототип (а, следовательно, и Метод) даже в таком простейшем не оптимизированном виде применим для проведения РИ.

Проведем далее ряд исследований Прототипа для различных сценариев работы, используя синтаксис на Листинге 5; это позволит понять основные характеристики Метода с позиции оперативности – чем больше выполняется итераций, тем дольше работает РИ.

#### *Сценарий 1. Зависимость всех вариантов ИК от МДП*

В случае ГСП с циклами на количество путей, которые необходимо пройти Прототипу для достижения нужного варианта ИК (т. е. итераций его работы, включающих наиболее времязатратную операцию – компиляцию), влияет МДП, заданная через параметр Метода, поскольку она ограничивает обход графа в глубину [13]. Используя такой сценарий был проведен эксперимент, в котором вычислялось количество всех возможных генерируемых ИК для заданного синтаксиса при различных значениях данного параметра. также, была получена соответствующая формальная зависимость средствами Microsoft Excel (рисунок 2).

Согласно полученным результатам, количество вариантов ИК ( $y$ ) в зависимости от МДП ( $x$ ) растет экспоненциально:  $y = 1,2062 \cdot e^{0,8272 \cdot x}$ . Данная формула является достаточно точной, поскольку погрешность аппроксимации составляет 0,9866, т. е. близко к идеальной – единице.

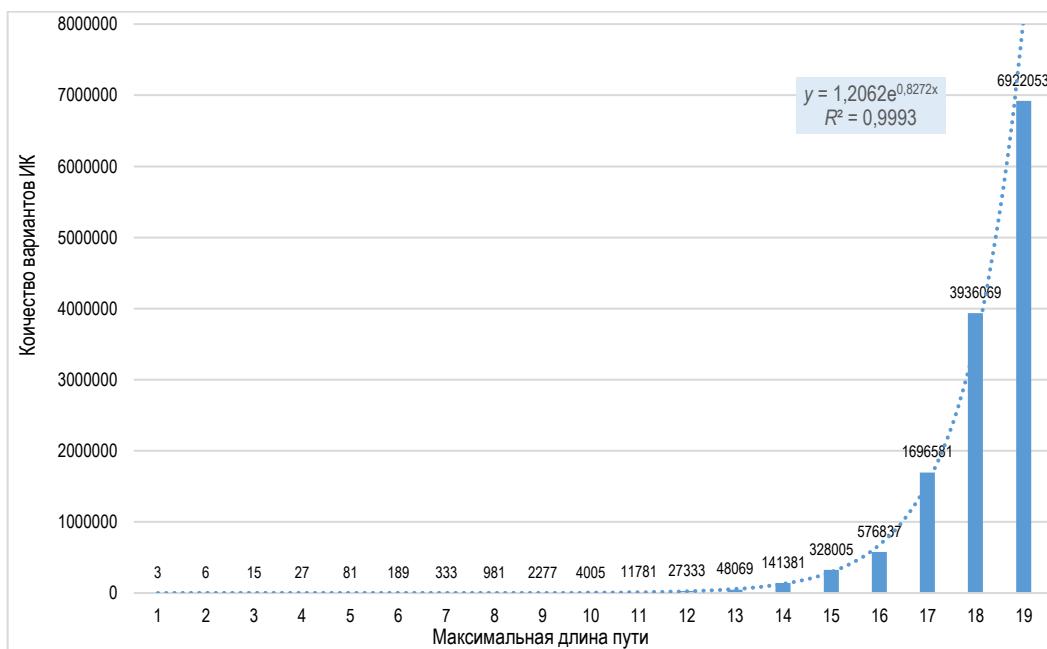


Рис. 2. Зависимость количества вариантов исходного кода от максимальной длины пути по графу синтаксических правил  
Fig. 2. Dependence of Source Code Variants Number on the Maximum Path Length Along Syntax Rules Graph

### Сценарий 2. Зависимость всех вариантов ИК от синтаксической разнородности

На время работы Прототипа, очевидно, влияет и размер самого ГСП. Прямая зависимость в данном случае вряд ли будет существовать, поскольку граф представляет собой нелинейную структуру, и количество обходов очевидно зависит от его топологии. Тем не менее, примерную оценку можно произвести для определенного синтаксиса, меняя количество простейших альтернатив, ведущих к терминалам; естественно, МДП также должна варьировать. Согласно синтаксису, на Листинге 5 для этого достаточно менять количество следующих вершин-«детей» ГСП: символов алфавита для «ident» (т. е. различных идентификаторов) и математических операций для «орег».

Такие зависимости, построенные с помощью Прототипа, приведены на рисунке 3. Визуальный анализ полученных закономерностей, а также влияние МДП на количество вариантов ИК (рисунок 2) позволяет сделать вывод, что зависимость от синтаксической разнородности в виде вариаций количества идентификаторов и математических операций также имеет экспоненциальный вид.

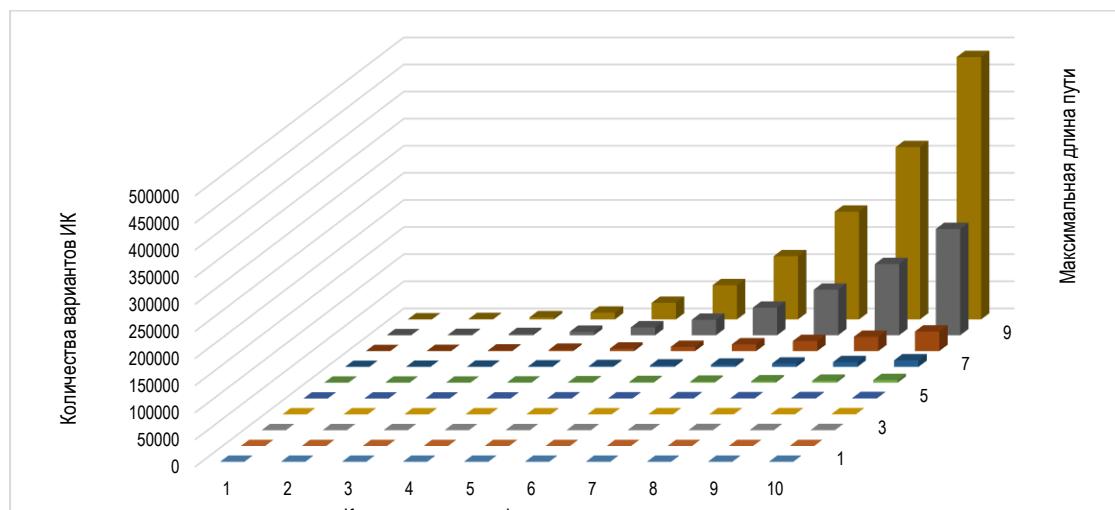
### Сценарий 3. Зависимость времени поиска определенного ИК от МДП

Поскольку для обнаружения ИК, соответствующего исследуемому МК, нет прямой необходимости перебора абсолютно всех путей по ГСП (в силу того, что ИК может быть найден раньше, вплоть до первых итераций) то целесообразным будет оценка того, как МДП будет влиять на оперативность

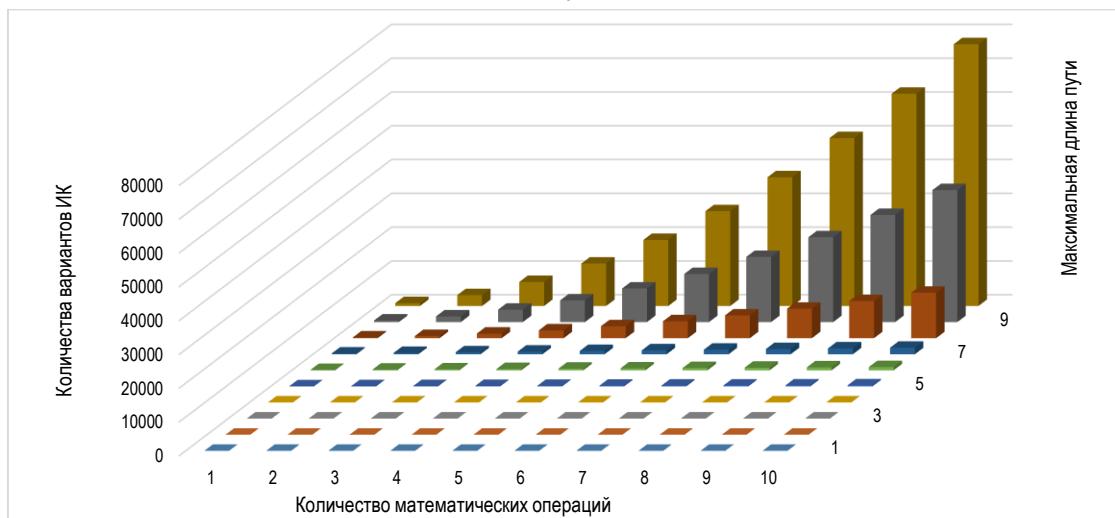
подбора одного конкретного варианта ИК. Для этого выберем условно средний ИК, как и ранее состоящий из 13 символов (без учета пробелов) и построенный по синтаксису на Листинге 5, но полученный выбором средних путей в каждой из групп альтернатив. Таким образом, каждый идентификатор ИК будет равен «у», поскольку это средняя ветка ГСП согласно строке синтаксиса: «5: ident = 'x' | 'y' | 'z' ;». Так как в синтаксисе присутствует 4 оператора (нетерминал «орег»), то для корректного получения средней ветки данной группы альтернатив упростим правило до следующего – «4: орег = '+' | '-' | '\*' ;» путем избавления от 4-й математической операции «/»; тогда все математические операции в искомом ИК будут равны «-». В результате этого итоговый ИК, который будет искааться с помощью Прототипа, является следующим:  $y = u - (u - (u - y))$ .

Результат применения Прототипа в режиме вычисления количества итераций, необходимых для генерации по ГСП определенного выше ИК, в зависимости от МДП, представлен на рисунке 4.

Как хорошо видно, зависимость также является экспоненциальной, что вполне закономерно; тем не менее, количество итераций (для МДП, равной 12) сократилось до 13283 по сравнению с 20120, которое было получено ранее для синтаксиса с четырьмя математическими операциями и другими выборами альтернатив. Таким образом, оперативность Метода достаточно чувствительна к индексу альтернативы в ГСП, определяющих искомый ИК.



a)



b)

Рис. 3. Зависимость количества вариантов исходного кода от максимальной длины пути по графу синтаксических правил и количества идентификаторов (а), или математических операций (б)

Fig. 3. Dependence of Source Code Variants Number on the Maximum Path Length Along Syntax Rules Graph and Identifiers Number (a) or Mathematical Operations Number (b)

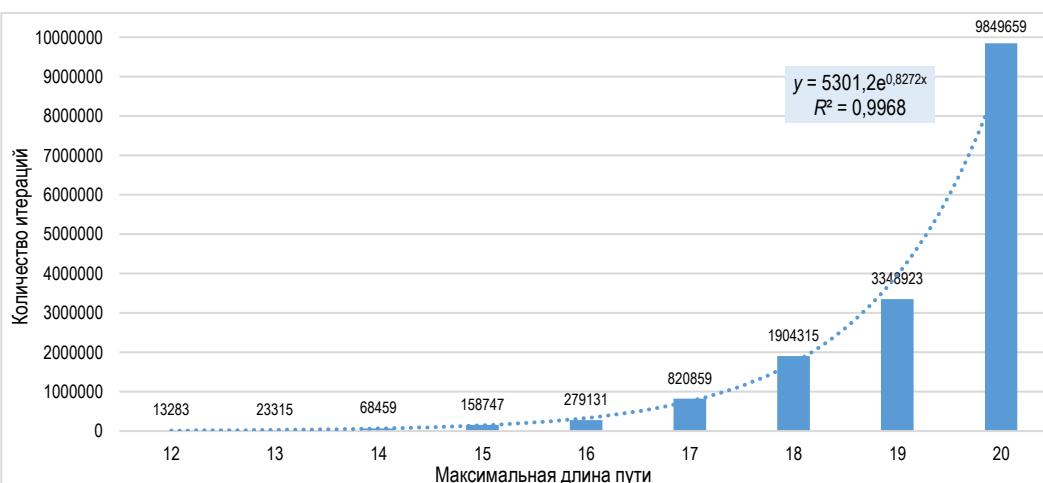


Рис. 4. Зависимость количества итераций для генерации исходного кода от максимальной длины пути по графу синтаксических правил

Fig. 4. Dependence of Iterations Number for Generating the Required Source Code on the Maximum Path Length Along Syntax Rules Graph

## Обсуждение результатов

Результаты базовых экспериментов показали, что количества итераций относительно различных параметров Метода растет экспоненциально, что существенно усложняет применение подхода «умного» перебора на практике. Различные же оптимизационные способы (например, параллельный запуск потоков или процессов) вряд ли позволят «сдержать» такое увеличение, поскольку носят линейный характер. Тем не менее, возможен переход от «умного» перебора к интеллектуальному путем применения генетических алгоритмов [14], что было продемонстрировано в различных статьях авторов, посвященных направлению генетического РИ [15, 16].

Одним из условий решения задачи РИ путем «умного» перебора является корректный выбор МДП по ГСП (например, для синтаксиса на Листинге 5 такая длина была получена эмпирически). Однако, МДП коррелирует с длиной самого ИК (через синтаксис) [17], которая, в свою очередь, согласно предыдущим авторским исследованиям, может быть получена из длины МК [18]. Данная связь позволяет прогнозировать МДП для генерации ИК, исходя из размера исследуемого МК.

Принцип работы Шага 1 «Построение ГСП» в работе практически не был рассмотрен; однако его реализация является чисто технической задачей [19], поскольку существует достаточное количество программных библиотек, осуществляющих разбор БНФ-синтаксиса (например, проекты на Интернет-ресурсах <https://github.com/shnewto/bnf>, <https://bnf-parser.ajanibilby.com> и др.).

По очевидным причинам конкретные имена идентификаторов ИК в процессе компиляции теряются, поскольку МК оперирует регистрами, стеком и областями памяти; таким образом, восстановить идентификаторы из МК не представляется возможным. Например, следующие 2 ИК для сложения пары чисел после компиляции будут иметь одинаковый МК:

```
int s(int x, int y) {
    return x + y;
}
и
int sum(int first, int second) {
    return first + second;
}
```

Однако, Прототип вместо попытки «угадывания» реальных имен переменных может использовать автоматически генерируемые, и, в частности, состоящие из одного символа (поскольку с большой вероятностью 52 символа окажется достаточным для именования переменных в любой, даже сверх сложной, программе); для назначения имен функциям может быть использовать такой же подход. При этом, если частично отказаться от инвариантности Метода к синтаксису ЯП, то суще-

ствуют решения по автоматической генерации имен функций на основании метаинформации из ИК [20, 21].

Отдельным развитием смарт-перебора в сторону качественно иной интеллектуализации может оказаться использование больших языковых моделей (в англоязычной литературе более принято сокращение от термина «large Language Model» – LLM, используемое далее), заменяющих в некотором смысле экспертное управление алгоритмом и настройку его параметров. Так, «сырая» обработка ассемблерного (или даже бинарного) кода с помощью LLM позволит предположить наиболее вероятные значение подбираемых констант. А предварительное обучение модели заданным синтаксисом ЯП позволит Методу выбрать более предпочтительные ветви ГСП или отдельные последовательности альтернатив, что существенно сократит время подбора нужного ИК по заданному МК.

Важно отметить, что уже сейчас применение LLM для непосредственной декомпиляции МК имеет определенную эффективность, позволяющую за короткое время получать ИК. Тем не менее, у данного подхода есть ряд существенных проблемных вопросов. Во-первых, из-за эффекта «галлюцинирования» в непредсказуемых случаях LLM будет генерировать ИК, логика которого существенно отличается от логики исходного. Во-вторых, отсутствует гарантия, что полученный ИК действительно компилируется в заданный МК, поскольку для такой проверки по крайне мере придется корректно определить первоначальный тип компилятора, его версию и параметры. И, в-третьих, в случае малоизвестной или новой процессорной архитектуры, LLM не сможет адекватно производить декомпиляцию, поскольку модель банально не была обучена на нужных датасетах.

В приведенных примерах использовался ИК лишь с математическими выражениями в одной функции без сложных потоков управления, полученных в случае использования циклов, вызовов других функций и т. п.; однако это не является критичным по следующим причинам. Во-первых, осуществлялась общая проверка работоспособности Метода и Прототипа, чтобы получить общее понимание – есть ли обоснованное развитие у предложенного подхода. Во-вторых, проводился ряд оценок Метода для выявления его наиболее негативных сторон, что вначале целесообразнее было произвести на простых примерах, поскольку полученная для них экспоненциальная зависимость времени работы Метода будет иметь не «лучшую» закономерность и на сложных примерах. И, в-третьих, даже в случае ограничения Метода подбором только математических выражений (без условных переходов и вызовов функций), такое решение по РИ, безусловно, будет иметь

практическую значимость, поскольку восстановление подобного МК также является сложной задачей для Эксперта; при этом, существует достаточно большое количество решений по преобразованию графов потоков управления [22] для МК в визуальные блок-схемы, элементы которых как раз и содержат математические выражения с проверками условий для переходов.

### Заключение

В работе завершен цикл исследования по применению полного перебора экземпляров ИК с целью получения МК, идентичного исследуемому – т. е. решение задачи РИ с помощью «неклассического» подхода, отличающегося сверхвысоким временем работы [23]; как результат, рассмотрена возможность декомпиляции МК автоматическим способом в ИК, гарантированно в него компилируемый. Также, произведена оптимизация полного перебора путем генерации ИК согласно заданного синтаксиса ЯП, что делает перебор «умным» (т. е. оптимальным, но не интеллектуальным). Проведенные эксперименты позволили получить общие характеристики подхода и выявили его слабые стороны.

Основным научным результатом является алгоритм работы Метода (заданный в форме интуитивно-понятного псевдокода), реализованный в виде прототипа «умного» перебора. Базовое тестирование показало работоспособность Прототипа (и, следовательно, Метода), а ряд экспериментов позволил количественно (в границах выбранных сценариев) оценить его оперативность и влияющие на нее факторы.

Отличительной особенностью Прототипа (как и самого Метода) является то, что для его работы, помимо утилиты компиляции, необходимы лишь синтаксис и лексика ЯП, значение МДП по ГСП, а также МК, РИ которого необходимо произвести. Таким образом, в отличие от аналогов, прототип может работать без участия человека и не зависеть как от ЯП, так и от архитектуры ЦПУ (так,

например, продукт для РИ IDA Pro [24] на момент июля 2024 г. поддерживает лишь 5 типов ЦПУ – x86, x64, ARM32, ARM64 и PowerPC, восстанавливая из МК лишь ИК на С-подобном ЯП).

Теоретическая значимость исследования состоит в непосредственном получении алгоритма работы Прототипа, являющегося некоторым шаблоном для создания различных реализаций вариаций подхода полного перебора. Кроме того, инвариантность логики работы Прототипа именно от синтаксиса ИК позволит продолжить его развитие и для более высоковневых представлений программ, таких, как алгоритмы, архитектура и пр. [25].

Практическая значимость исследования заключается в возможности непосредственного использования Прототипа для проведения РИ реальных экземпляров МК [26], которые, хотя и должны удовлетворять ряду ограничений (имеется ввиду поддержка только математических выражений без условных переходов), но все также пока являются существенной проблемой при проведении РИ. При этом от оператора не требуется обладание существенными знаниями про нотацию как ИК, так и МК, что существенно снижает потребность в редких и высококвалифицированных экспертах.

Продолжением работы будет переход от метода «умного» перебора ИК в интересах РИ к методу интеллектуального перебора (т. е. дальнейшая, качественно новая, оптимизация [27]) на основе генетического РИ с использованием решений, представленных в текущем исследовании. На данный момент у авторов уже имеется программный прототип такого решения, показывающий существенно лучшие результаты, чем прямой перебор ИК; детальная информация же на эту тему будет опубликована в ближайшее время.

Кроме того, отдельным направлением исследований авторов будет общее применение LLM для РИ как в качестве расширения приведенного смарт-перебора, так и при создание новых подходов к декомпиляции.

### Список источников

1. Комаров В.В., Мезинова Н.А., Евдокимова Е.А. Анализ условий реализации угроз безопасности информации через эксплуатацию уязвимостей информационных активов // Научно-аналитический журнал «Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России». 2024. № 2. С. 126–135. DOI:10.61260/2218-130X-2024-2-126-135. EDN:NRXXGV
2. Ле Ч.Д., Фам М.Х., Динь Ч.З., До Х.Ф. Применение алгоритмов машинного обучения для обнаружения вредоносных программ в операционной системе Windows с помощью PE-заголовка // Информационно-управляющие системы. 2022. № 4(119). С. 44–57. DOI:10.31799/1684-8853-2022-4-44-57. EDN:YFIBQJ
3. Израилов К.Е., Буйневич М.В. Реверс-инжиниринг программного обеспечения методом смарт-перебора: пошаговая схема // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 4. С. 129–142. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-4-129-142. EDN:UOKLHB
4. Putro H.P., Yuhana U.L., Yuniarno E.M., Purnomo M.H. Source Code Statement Classification Using ANTLR and Random Forest // Proceedings of the International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications (ISITIA, Surabaya, Indonesia, 26–27 July 2023). IEEE, 2023. PP. 60–65. DOI:10.1109/ISITIA59021.2023.10220999

5. Fu J., Zhang K., Zheng J., Li W., Zhu Y. Research and Application of Grey Box Detection Technology Based on Reverse Engineering and Dynamic Pollution Diffusion // Proceedings of the 7th Information Technology and Mechatronics Engineering Conference (ITOEC, Chongqing, China, 15–17 September 2023). IEEE, 2023. PP. 2380–2384. DOI:10.1109/ITOEC57671.2023.10291380
6. Devine T.R., Campbell M., Anderson M., Dzielski D. SREP+SAST: A Comparison of Tools for Reverse Engineering Machine Code to Detect Cybersecurity Vulnerabilities in Binary Executables // Proceedings of the International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI, Las Vegas, USA, 14–16 December 2022). IEEE, 2022. PP. 862–869. DOI:10.1109/CSCI58124.2022.00156
7. Hu Y., Wang H., Zhang Y., Li B., Gu D. A Semantics-Based Hybrid Approach on Binary Code Similarity Comparison // Transactions on Software Engineering. 2021. Vol. 47. Iss. 6. PP. 1241–1258. DOI:10.1109/TSE.2019.2918326. EDN:ILNITT
8. Adamchuk N., Schlüter W. Automatic Acceptor Generation Based on EBNF Grammar Definition // Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT, Deggendorf, Germany, 15–17 September 2021). IEEE, 2021. PP. 618–622. DOI:10.1109/ACIT52158.2021.9548492
9. Савченко А.А., Минеева Т.А. Язык программирования ассемблер. Разница низкоуровневых и высокоуровневых языков // Тенденции развития науки и образования. 2022. № 92-10. С. 131–135. DOI:10.18411/trnio-12-2022-502. EDN:QMZFNE
10. Нечесов А.В. Некоторые вопросы полиномиально вычислимых представлений для порождающих грамматик и форм Бэкуса-Наура // Математические труды. 2022. Т. 25. № 1. С. 134–151. DOI:10.33048/mattrudy.2022.25.106. EDN:SFDFPB
11. Рязанов Ю.Д., Назин С.В. Построение синтаксических анализаторов на основе синтаксических диаграмм с многовходовыми компонентами // Прикладная дискретная математика. 2022. № 55. С. 102–119. DOI:10.17223/20710410/55/8. EDN:XHAFEV
12. Третьяк А.В., Третьяк Е.В., Верещагина Е.А. Разработка когнитивно-эргономического синтаксиса для нового аппаратно-ориентированного языка программирования // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2020. № 7. С. 145–153. DOI:10.37882/2223-2966.2020.07.33. EDN:GVAAGG
13. Костенко М.С., Цицарева В.В. Применение эффективных методов обхода графа (поиск в глубину, поиск в ширину) при решении задач второго этапа республиканской олимпиады по учебному предмету «Информатика» // Современное образование Витебщины. 2024. № 2(44). С. 24–26. EDN:WRZIGQ
14. Загинайло М.В., Фатхи В.А. Генетический алгоритм как эффективный инструмент эволюционных алгоритмов // Инновации. Наука. Образование. 2020. № 22. С. 513–518. EDN:UTMAEL
15. Израилов К.Е. Концепция генетической дезеволюции представлений программы. Часть 1 // Вопросы кибербезопасности. 2024. № 1(59). С. 61–66. DOI:10.21681/2311-3456-2024-1-61-66. EDN:CBCKRF
16. Израилов К.Е. Концепция генетической дезеволюции представлений программы. Часть 2 // Вопросы кибербезопасности. 2024. № 2(60). С. 81–86. DOI:10.21681/2311-3456-2024-2-81-86. EDN:JUBPML
17. He H., Lin L., Yu T., Zhong X. CloneBAS: A Code Clone Detection Method Based on Abstract Syntax Tree and Simhash // Proceedings of the 3rd International Conference on Data Science and Computer Application (ICDSCA, Dalian, China, 27–29 October 2023). IEEE, 2023. PP. 1539–1544. DOI:10.1109/ICDSCA59871.2023.10392292
18. Izrailov K. GREMC: Genetic Reverse-Engineering of Machine Code to Search Vulnerabilities in Software for Industry 4.0. Predicting the Size of the Decompiling Source Code // Proceedings of the International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon, Sochi, Russian Federation, 25–29 March 2024). IEEE, 2024. PP. 622–628. DOI:10.1109/SmartIndustryCon61328.2024.10515515
19. Миронов С.В., Батраева И.А., Дунаев П.Д. Библиотека для разработки компиляторов // Труды Института системного программирования РАН. 2022. Т. 34. № 5. С. 77–88. DOI:10.15514/ISPRAS-2022-34(5)-5. EDN:JPPIY
20. Qu Z., Hu Y., Zeng J., Cai B., Yang S. Method Name Generation Based on Code Structure Guidance // Proceedings of the International Conference on Software Analysis, Evolution and Reengineering (SANER, Honolulu, USA, 15–18 March 2022). IEEE, 2022. PP. 1101–1110. DOI:10.1109/SANER53432.2022.00127
21. Petukhov M., Gudauskayte E., Kaliyev A., Oskin M., Ivanov D., Wang Q. Method Name Prediction for Automatically Generated Unit Tests // Proceedings of the International Conference on Code Quality (ICCQ, Innopolis, Russian Federation, 23 April 2022). IEEE, 2022. PP. 29–38. DOI:10.1109/ICCQ53703.2022.9763112. EDN:TOCMXI
22. Бородин А.В., Юдина М.А., Васильева М.А. О задаче классификации на окрестности корня графа потока управления программы в контексте процесса размножения файловых компьютерных вирусов // Современные научно-технические технологии. 2019. № 1. С. 31–35. EDN:VUCEWK
23. Куделя В.Н. Методы перечисления путей в графе // Наукоменные технологии в космических исследованиях Земли. 2023. Т. 15. № 5. С. 28–38. DOI:10.36724/2409-5419-2023-15-5-28-38. EDN:HQEASN
24. Кусаинов А.Р., Глазырина Н.С. Обзор инструментов статического анализа программного кода // Colloquium-Journal. 2020. № 32-1(84). С. 48–52. EDN:JXSKQX
25. Kotenko I., Izrailov K., Buinevich M., Saenko I., Shorey R. Modeling the Development of Energy Network Software, Taking into Account the Detection and Elimination of Vulnerabilities // Energies. 2023. Vol. 16. Iss. 13. P. 5111. DOI:10.3390/en16135111. EDN:CFRQLO
26. Пичугова Л.Н. Перспективные технологии реверс-инжиниринга и быстрого прототипирования // Фундаментальные основы механики. 2023. № 11. С. 43–48. DOI:10.26160/2542-0127-2023-11-43-48. EDN:CYVEES
27. Арапбаев Р.А., Тарасов А.А. Задачи оптимизации и применение алгоритмов генетический алгоритм на практике // Инновации. Наука. Образование. 2021. № 48. С. 1645–1653. EDN:VGUBIH

## References

1. Komarov V., Mesinova N., Evdokimova E. Analysis of the conditions for the implementation of information security threats through the exploitation of information asset vulnerabilities. *Scientific and Analytical Journal «Vestnik Saint-Petersburg University of State Fire Service of EMERCOM of Russia»*. 2024;2:126–135. (in Russ.) DOI:10.61260/2218-130X-2024-2-126-135. EDN:NRXXGV
2. Le T.D., Pham M.H., Dinh T.D., Do H.P. Applying machine learning algorithms for PE-header-based malware detection on the Windows operating system. *Information and Control Systems*. 2022;4(119):44–57. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2022-4-44-57. EDN:YFIBQJ
3. Izrailov K.E., Buinevich M.V. Reverse Engineering of Software Using the Smart Brute Force Method: Step-by-Step Scheme. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(4):129–142. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-4-129-142. EDN:UOKLHB
4. Putro H.P., Yuhana U.L., Yuniarso E.M., Purnomo M.H. Source Code Statement Classification Using ANTLR and Random Forest. *Proceedings of the International Seminar on Intelligent Technology and Its Applications, ISITIA, 26–27 July 2023, Surabaya, Indonesia*. IEEE; 2023. p.60–65. DOI:10.1109/ISITIA59021.2023.10220999
5. Fu J., Zhang K., Zheng J., Li W., Zhu Y. Research and Application of Grey Box Detection Technology Based on Reverse Engineering and Dynamic Pollution Diffusion. *Proceedings of the 7th Information Technology and Mechatronics Engineering Conference, ITOEC, 15–17 September 2023, Chongqing, China*. IEEE; 2023. p.2380–2384. DOI:10.1109/ITOEC57671.2023.10291380
6. Devine T.R., Campbell M., Anderson M., Dzielski D. SREP+SAST: A Comparison of Tools for Reverse Engineering Machine Code to Detect Cybersecurity Vulnerabilities in Binary Executables. *Proceedings of the International Conference on Computational Science and Computational Intelligence, CSCI, 14–16 December 2022, Las Vegas, USA*. IEEE; 2022. p.862–869. DOI:10.1109/CSCI58124.2022.00156
7. Hu Y., Wang H., Zhang Y., Li B., Gu D. A Semantics-Based Hybrid Approach on Binary Code Similarity Comparison. *Transactions on Software Engineering*. 2021;47(6):1241–1258. DOI:10.1109/TSE.2019.2918326. EDN:ILNITT
8. Adamchuk N., Schlüter W. Automatic Acceptor Generation Based on EBNF Grammar Definition. *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies, ACIT, 15–17 September 2021, Deggendorf, Germany*. IEEE; 2021. p.618–622. DOI:10.1109/ACIT52158.2021.9548492
9. Savchenko A.A., Mineeva T.A. Assembly Programming Language. The Difference Between Low-Level and High-Level Languages. *Tendencii razvitiya nauki i obrazovanija*. 2022;92:10:131–135. (in Russ.) DOI:10.18411/trnio-12-2022-502. EDN:QMZFNE
10. Nechesov A.V. Some questions on polynomially computable representations for generating grammars and Backus-Naur forms. *Mathematical works*. 2022;25(1):134–151. (in Russ.) DOI:10.33048/matrudy.2022.25.106. EDN:SFDFPB
11. Ryazanov Yu.D., Nazina S.V. Building parsers based on syntax diagrams with multiport components. *Applied Discrete Mathematics*. 2022;55:102–119 (in Russ.) DOI:10.17223/20710410/55/8. EDN:XHAFEV
12. Tretyak A.V., Tretyak E.V., Vereshchagina E.A. Development of cognitive-ergonomic syntax for a new hardware-oriented programming language. *Modern Science: Actual Problems of Theory and Practice". Series "Natural and Technical Sciences"*. 2020;7:145–153. (in Russ.) DOI:10.37882/2223-2966.2020.07.33. EDN:GVAAGG
13. Kostenko M.S., Cicareva V.V. Application of Efficient Graph Traversal Methods (Depth-First Search, Breadth-First Search) in Solving Problems of the Second Stage of the Republican Olympiad in the Subject "Computer Science". *Sovremennoe obrazovanie Vitebshhiny*. 2024;2(44):24–26. (in Russ.) EDN:WRZIGQ
14. Zaginajlo M. V., Fathi V. A. Genetic Algorithm as an Effective Tool for Evolutionary Algorithms. *Innovacii. Nauka. Obrazovanie*. 2020;22:513–518 (in Russ.) EDN:UTMAEL
15. Izrailov K.E. The genetic de-evolution concept of program representations. Part 1. *Voprosy kiberbezopasnosti*. 2024;1(59):61–66. (in Russ.) DOI:10.21681/2311-3456-2024-1-61-66. EDN:CBCKRF
16. Izrailov K.E. The genetic de-evolution concept of program representations. Part 2. *Voprosy kiberbezopasnosti*, 2024;2(60):81–86. (in Russ.) DOI:10.21681/2311-3456-2024-2-81-86. EDN:JUBPML
17. He H., Lin L., Yu T., Zhong X. CloneBAS: A Code Clone Detection Method Based on Abstract Syntax Tree and Simhash. *Proceedings of the 3rd International Conference on Data Science and Computer Application, ICDSKA, 27–29 October 2023, Dalian, China*. IEEE; 2023. p.1539–1544. DOI:10.1109/ICDSKA59871.2023.10392292
18. Izrailov K. GREMC: Genetic Reverse-Engineering of Machine Code to Search Vulnerabilities in Software for Industry 4.0. Predicting the Size of the Decompiling Source Code. *Proceedings of the International Russian Smart Industry Conference, SmartIndustryCon, 25–29 March 2024, Sochi, Russian Federation*. IEEE; 2024. p.622–628. DOI:10.1109/SmartIndustryCon61328.2024.10515515
19. Mironov S.V., Batraeva I.A., Dunaev P.D. Library for development of compilers. *Proceedings of the Institute for System Programming of the RAS*. 2022;34(5):77–88 (in Russ.). DOI:10.15514/ISPRAS-2022-34(5)-5. EDN:JP GPIY
20. Qu Z., Hu Y., Zeng J., Cai B., Yang S. Method Name Generation Based on Code Structure Guidance. *Proceedings of the International Conference on Software Analysis, Evolution and Reengineering, SANER, 15–18 March 2022, Honolulu, USA*. IEEE; 2022. p.1101–1110. DOI:10.1109/SANER53432.2022.00127
21. Petukhov M., Gudauskayte E., Kaliyev A., Oskin M., Ivanov D., Wang Q. Method Name Prediction for Automatically Generated Unit Tests. *Proceedings of the International Conference on Code Quality, ICCQ, 23 April 2022, Innopolis, Russian Federation*. IEEE; 2022. p.29–38. DOI:10.1109/ICCQ53703.2022.9763112. EDN:TOCMXI
22. Borodin A.V., Yudina M.A., Vasileva M.A. About the problem of classification on the neighborhood of the root of the control flow graph of the program in the context of process of reproduction of file computer viruses. *Modern High Technologies*. 2019;1:31–35 (in Russ.) EDN:VUCEWK

23. Kudelya V.N. Methods for enumerating paths in a graph. *H&ES Research*. 2023;15(5):28–38 (in Russ.) DOI:10.36724/2409-5419-2023-15-5-28-38. EDN:HQEASN
24. Kussainov A.R., Glazyrina N.S. Overview of static program code analysis tools. *Colloquium-Journal*. 2020;32-1(84):48–52. (in Russ.) EDN:JXSKQX
25. Kotenko I., Izrailov K., Buinevich M., Saenko I., Shorey R. Modeling the Development of Energy Network Software, Taking into Account the Detection and Elimination of Vulnerabilities. *Energies*. 2023;16(13):5111. DOI:10.3390/en16135111. EDN:CFRQLO
26. Pichugova L.N. Perspective technologies of reverse engineering and fast prototyping. *Fundamentalnye osnovy mehaniki*. 2023;11:43–48. (in Russ.) DOI:10.26160/2542-0127-2023-11-43-48. EDN:CYVEES
27. Aralbaev R.A., Tarasov A.A. Optimization Problems and Application of Genetic Algorithms in Practice. *Innovacii. Nauka. Obrazovanie*. 2021;48:1645–1653. (in Russ.) EDN:VGUBIH

Статья поступила в редакцию 09.07.2025; одобрена после рецензирования 16.12.2025; принята к публикации 22.12.2025.

The article was submitted 09.07.2025; approved after reviewing 16.12.2025; accepted for publication 22.12.2025.

## Информация об авторах:

<b>ИЗРАИЛОВ Константин Евгеньевич</b>	кандидат технических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики и безопасности информационных технологий Санкт-Петербургского университета государственной противопожарной службы МЧС России  <a href="https://orcid.org/0000-0002-9412-5693">https://orcid.org/0000-0002-9412-5693</a>
<b>БУЙНЕВИЧ Михаил Викторович</b>	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры КБ-4 МИРЭА – Российского технологического университета  <a href="https://orcid.org/0000-0001-8146-0022">https://orcid.org/0000-0001-8146-0022</a>

Буйневич М.В. является членом редакционного совета журнала «Труды учебных заведений связи» с 2016 г., но не имеет никакого отношения к решению опубликовать эту статью. Статья прошла принятую в журнале процедуру рецензирования. Об иных конфликтах интересов авторы не заявляли.

Buinevich M.V. has been a member of the journal "Proceedings of Telecommunication Universities" Editorial Council since 2016, but has nothing to do with the decision to publish this article. The article has passed the review procedure accepted in the journal. The authors have not declared any other conflicts of interest.

Научная статья

УДК 004.056(075.58)

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-101-107>

EDN:UPSBCH



# Криптосистема и протокол передачи конфиденциальных данных без предварительного распределения закрытых и открытых ключей на основе использования процедуры коммутативного шифрования

✉ Валерий Иванович Коржик korzhik.vi@sut.ru

✉ Виктор Алексеевич Яковлев, yakovlev.va@sut.ru

✉ Владимир Сергеевич Старостин, starostin.vs@sut.ru

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

## Аннотация

Коммутативное шифрование, предложенное ранее А. Шамиром и опубликованное около 30 лет назад в монографии Б. Шнайера «Прикладная криптография», не нашло практического применения из-за отсутствия известных стойких шифров, обладающих свойством коммутативности. В настоящей работе подтверждается, что такие известные шифры, как AES, ГОСТ-2015, шифры Эль-Гамаля и Мак-Элиса, действительно таким свойством не обладают. Однако авторам удалось построить некоторую модификацию шифра РША, которая при использовании новой версии протокола позволяет обмениваться конфиденциальной информацией без всякого предварительного распределения между легальными пользователями как открытых, так и секретных ключей шифрования. В этом заключается актуальность настоящей работы, поскольку, как правило, необходимость предварительного распределения секретных ключей в симметричных или ключей шифрования в асимметричных криптосистемах является узким местом при создании конфиденциальных систем цифровой связи. Хотя такие черты схожи со свойствами так называемых криптосистем с открытым ключом, однако, в отличие от них, предлагаемая криптосистема может использовать одинаковые открытые ключи для неограниченного количества пользователей. Такие ключи можно сделать общедоступными, поместив их, например, в облако. Именно это свойство предлагаемой криптосистемы отражает новизну подхода, так как до сих пор не описана ни одна криптосистема, где не требовалось бы предварительное распределение ключей. Данное свойство оказывается полезным для некоторых сценариев обмена конфиденциальными данными, например, такими, как передача паролей и широковещательной информации. В первом случае речь идет об аутентификации пользователей некоторым сервером. Если у него в базе данных хранятся секретные пароли всех пользователей, то аутентификация производится лишь при представлении соответствующих паролей. В то же время канал связи, используемый для этого, может быть перехвачен активным злоумышленником, однако предлагаемая схема предотвращает разглашение паролей. Другим практическим результатом новой криптосистемы является его применение в широковещательных каналах связи, если необходимо минимизировать количество используемых ключей шифрования.

**Ключевые слова:** коммутативное шифрование, криптосистемы с открытым ключом, шифр РША, вычислительно сложные задачи, широковещательная информация

**Ссылка для цитирования:** Коржик В.И., Яковлев В.А., Старостин В.С. Криптосистема и протокол передачи конфиденциальных данных без предварительного распределения закрытых и открытых ключей на основе использования процедуры коммутативного шифрования // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 6. С. 101–107. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-101-107. EDN:UPSBCH

Original research  
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-6-101-107>  
 EDN:UPSBCH

# Cryptosystem and Protocol for Transmission of Confidential Data without Any Preliminary Distribution of Secret and Public Keys, Based on the Use of a Commutative Encryption Procedure

✉ Valery I. Korzhik ✉ korzhik.vi@sut.ru  
 ✉ Victor A. Yakovlev, yakovlev.va@sut.ru  
 ✉ Vladimir S. Starostin, starostin.vs@sut.ru

The Bonch-Bruevich Saint Petersburg State University of Telecommunications,  
 St. Petersburg, 193232, Russian Federation

## Annotation

Commutative encryption, previously proposed by A. Shamir and published about 30 years ago in a monograph by B. Schneier "Applied Cryptography", has not found practical application due to the lack of known strong ciphers possessing the commutativity property. This paper confirms that such well-known ciphers as AES, GOST-2015, El-Gamal and Mc-Elice ciphers, indeed, do not possess this property. However, the authors managed to construct a modification of the RSA cipher using a new version of the protocol, which allows the exchange of confidential information without any preliminary distribution of both public and secret encryption keys between legitimate users. This property is just the **relevance** of the current paper, because, as a rule, a keys distribution problem is a bottleneck of Cryptosystem creation for their application to real confidential digital telecommunication system. Although such properties are close to the properties of so-called public-key cryptosystems, unlike them, the proposed cryptosystem can use the same public keys for an unlimited number of users. Such keys can be made publicly available, for example, by storing them in the cloud. It is this property of the proposed Cryptosystem that reflects the **novelty** of the approach, since, as the authors know, no key system has yet been described that does not require preliminary key distribution.

This property can be useful for certain scenarios involving the exchange of confidential data, such as passwords and broadcast information. In the first case we have in mind that it is necessary to authenticate users by some server. If it has in data base user's passwords stored, then users are authenticated only upon presentation of the corresponding passwords. However, communication channel used for such authentication is vulnerable to adversary's interception, but our scheme prevents password's disclosing. Another **practical outcome** of the proposed Cryptosystem consists in application to the broadband channels, if it is necessary to minimize the number of encryption keys used.

**Keywords:** commutative encryption, public-key cryptosystems, RSA cipher, computationally complexity problems, broadcast information

**For citation:** Korzhik V.I., Yakovlev V.A., Starostin V.S. Cryptosystem and Protocol for Transmission of Confidential Data without Any Preliminary Distribution of Secret and Public Keys, Based on the Use of a Commutative Encryption Procedure. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2025;11(6):101–107. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-6-101-107. EDN:UPSBCH

## 1. Введение

Понятие коммутативного шифрования (КШ) и протокол его использования были предложены А. Шамиром в его неопубликованной работе и затем представлены в монографии Б. Шнайера [1]. В этой статье КШ было определено для шифра, если ему присущее следующее свойство:

$$f_{K_1}(f_{K_2}(M)) = f_{K_2}(f_{K_1}(M)), \quad (1)$$

где  $f_K(M)$  – функция шифрования сообщения  $M$  на ключе  $K$ , причем равенство (1) должно выполняться на любых ключах  $K_1, K_2$  и для любых сообщений  $M$ .

Тогда, если для некоторого шифра всегда выполняется равенство (1), то при необходимости передачи конфиденциальной информации от пользователя  $A$  к пользователю  $B$  достаточно выполнить трех-шаговый протокол, показанный на рисунке 1.

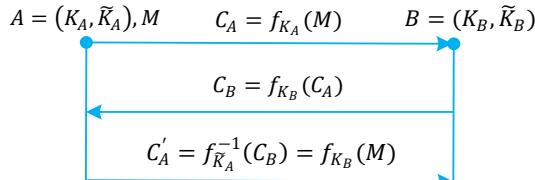


Рис. 1. Протокол А. Шамира для передачи конфиденциальной информации от пользователя  $A$  к пользователю  $B$

Fig. 1. A. Shamir's Protocol for Transmitting of Confidential Information from user A to user B

На рисунке 1  $f_{\tilde{K}}^{-1}(C)$  – функция, реализующая процедуру дешифрования криптоGRAMМЫ  $C$  на ключе дешифрования  $\tilde{K}$ :  $f_{\tilde{K}}^{-1}(C) = M$ .

Проверим, что пользователь  $B$  получит тогда сообщение  $M$ , отправленное пользователем  $A$ , и получим подтверждение:

$$C'_A = f_{\tilde{K}_A}^{-1}(C_B) = f_{\tilde{K}_A}^{-1}(f_{K_B}(C_A)) = f_{\tilde{K}_A}^{-1}(f_{K_B}f_{K_A}(M)).$$

Пользуясь коммутативностью (1) шифрования, находим, что на третьем шаге протокола пользователь  $B$  получит сообщение, зашифрованное его собственным ключом:

$$C'_A = f_{\tilde{K}_A}^{-1}f_{K_A}(f_{K_B}(M)) = f_{K_B}(M).$$

Чтобы восстановить  $M$ , ему остается лишь воспользоваться своим ключом дешифрования:

$$f_{\tilde{K}_B}^{-1}(f_{K_B}(M)) = M.$$

Таким образом, пользователь  $A$  может передать конфиденциальное (секретное) сообщение  $M$ , используя протокол, показанный на рисунке 1, не обмениваясь никакими ключами, ни секретными, как в симметричных крипосистемах (КС), и даже ни открытыми, как в крипосистемах с открытым ключом (КОК). Такая «бесключевая» организация протокола при обмене конфиденциальными данными выглядит, казалось бы, весьма привлекательной при организации закрытых систем передачи информации. Однако проблема состоит в нахождении реально стойких КШ.

В работе [2] было показано, что такие известные симметричные шифры как ГОСТ-2015, DES, AES и несимметричные КОК, шифры Рабина, Эль-Гамаля, Мак-Элиса, не принадлежат к группе КШ.

В монографии [3] было также доказано, что, хотя потоковый шифр и является коммутативным, поскольку равенство (1) для него тривиально выполняется:

$$M \oplus \gamma(K_1) \oplus \gamma(K_2) = M \oplus \gamma(K_2) \oplus \gamma(K_1),$$

где  $\gamma(K)$  – двоичная последовательность (гамма), которая генерируется в зависимости от ключа  $K$ ;  $\oplus$  – операция побитового сложения по модулю 2; легко убедиться, что, при выполнении с потоковым шифром протокола, показанного на рисунке 1, возможна тривиальная атака перехвата.

Действительно, для потокового шифра имеем  $f_{\tilde{K}}^{-1}(C) = C \oplus K$ . Тогда побитовое сложение перехваченных криптоGRAMМ  $C_A, C_B, C'_A$  дает открытое сообщение  $M$ :

$$C_A \oplus C_B \oplus C'_A = (M \oplus K_A) \oplus (M \oplus K_A \oplus K_B) \oplus \\ \oplus (M \oplus K_A \oplus K_B \oplus K_A) = M.$$

Казалось бы, примером КШ является шифр РША. Равенство (1) для этого шифра принимает вид [4, 5]:

$$(M^{e_1} \bmod n)^{e_2} \bmod n = (M^{e_2} \bmod n)^{e_1} \bmod n, \quad (2)$$

где  $e_1, e_2$  – открытые ключи шифрования РША. Равенство (2), очевидно, выполняется.

Однако, это верно, только если пользователи  $A$  и  $B$  производят вычисления по одинаковому модулю  $n$ . Если же сравнение проводится по разным модулям, то равенство

$$(M^{e_1} \bmod n_1)^{e_2} \bmod n_2 = (M^{e_2} \bmod n_2)^{e_1} \bmod n_1$$

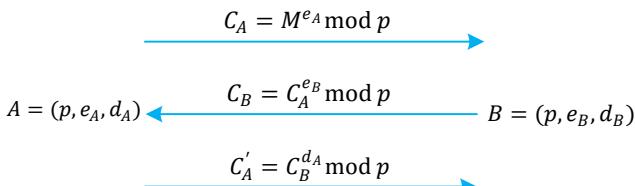
выполняться не будет.

С другой стороны, при использовании обоими легальными пользователями одинаковых модулей  $n$  в КС РША появляется, как показано в [4] и отмечено в [5], побочная атака, которая позволяет одному пользователю вычислить с полиномиальной сложностью секретный ключ другого пользователя, что во многих случаях совершенно недопустимо. Поэтому применение РША в качестве КШ не может быть рекомендовано.

В следующем разделе настоящей статьи приводится описание предлагаемого нами шифра и протокола, которые позволяют избежать отмеченного выше недостатка.

## 2. Описание шифра и протокола, обеспечивающих передачу данных без предварительного обмена любыми ключами

Рассмотрим следующий протокол, который позволяет избежать отмеченного выше недостатка и полностью исключить атаку факторизации чисел, типичную для РША. Схема взаимодействия легальных пользователей  $A$  и  $B$  показана на рисунке 2. Пользователи  $A$  и  $B$  выбирают из общедоступной базы данных параметр  $p$  – сильно простое число (это число либо генерирует доверенный центр, либо один из пользователей и пересыпает другому). Возможен и другой вариант – разместить это число для всех пользователей, например, в облаке (поэтому  $p$  даже не имеет смысла считать открытым ключом).



**Рис. 2. Предлагаемый протокол передачи конфиденциальной информации от А к В с использованием коммутативного шифрования**

*Fig. 2. The Proposed Protocol for Transmitting of Confidential Information from A to B Using Commutative Encryption*

Пользователи  $A$  и  $B$  вырабатывают случайно свои секретные ключи шифрования  $e_A$  и  $e_B$ , согласно условию  $\gcd(e_A, p - 1) = 1$ ,  $\gcd(e_B, p - 1) = 1$ .

Затем они вычисляют секретные ключи:

$$d_A = e_A^{-1} \bmod (p - 1), d_B = e_B^{-1} \bmod (p - 1).$$

Важно отметить, что в данной схеме все ключи  $e_A$ ,  $e_B$  и  $d_A$ ,  $d_B$  никому не передаются и сохраняются в секрете. Именно этим предлагаемая КС отличается от КОК, известным в литературе по прикладной криптографии.

Передача сообщения  $M$  ( $M < p$ ) от  $A$  к  $B$  осуществляется в три этапа (см. рисунок 2).

Докажем, что после выполнения трехшагового протокола пользователь  $B$  получит криптомограмму вида  $C'_A = M^{e_B} \bmod p$  и, используя свой ключ дешифрования  $d_B$ , воспроизведет исходное сообщение  $M$  по правилу  $(M^{e_B} \bmod p)^{d_B} \bmod p = M$ . При этом нарушитель, перехватывающий криптомограммы каждой передачи между пользователями, не сможет дешифровать криптомограммы за полиномальное время.

### Доказательство

$$\begin{aligned} C'_A &= C_B^{d_A} \bmod p = (C_A^{e_B} \bmod p)^{d_A} \bmod p = \\ &= ((M^{e_A} \bmod p)^{e_B} \bmod p)^{d_A} \bmod p = \\ &= ((M^{e_A} \bmod p)^{d_A} \bmod p)^{e_B} \bmod p. \end{aligned} \quad (3)$$

Покажем сначала, что  $(M^{e_A} \bmod p)^{d_A} \bmod p = M$ , для чего рассмотрим произведение  $e_A d_A$ . Так как  $d_A = e_A^{-1}$  и  $e_A e_A^{-1} = 1 \bmod (p - 1)$ ,  $e_A e_A^{-1} = k\varphi(p) + 1$ , где  $\varphi(p)$  – функция Эйлера, а  $k$  – некоторое целое число.

Тогда:

$$\begin{aligned} M^{e_A d_A} \bmod p &= M^{k\varphi(p)+1} \bmod p = \\ &= (M^{k\varphi(p)} \cdot M) \bmod p = \\ &= ((M^{\varphi(p)} \bmod p)^k \cdot M) \bmod p = M. \end{aligned} \quad (4)$$

Последнее равенство следует из того факта, что по теореме Эйлера  $M^{\varphi(p)} = 1 \bmod p$  и  $M < p$ . Подставляя последнее равенство в выражение (3), получим  $C'_A = M^{e_B} \bmod p$ , что и требовалось доказать.

Рассмотрим далее возможные атаки на данную КС. Подчеркнем еще раз, что в ней все ключи

являются секретными, поскольку, зная ключи  $e_A$ ,  $e_B$ , легко найти  $d_A$ ,  $d_B$ , и наоборот.

Как видно из содержания обменов информацией в трех раундах протокола, вскрытие системы возможно на основе решения вычислительно трудной задачи *дискретного логарифмирования*. Действительно, пассивный нарушитель может перехватить криптомограмму  $C_B$  на втором шаге протокола и  $C'_A$  на третьем шаге и попытаться выполнить дискретное логарифмирование  $e_B = \log_{C_A} C_B \bmod p$ , а затем – найти  $d_B = e_B^{-1} \bmod (p - 1)$ . Наконец, зная  $d_B$  и перехватив  $C'_A = C_B^{d_A} \bmod p$  на третьем шаге, он дешифрует сообщение, также как это делает легальный пользователь  $B$ .

Конечно, выполняя дискретное логарифмирование, нарушитель столкнется с непреодолимыми вычислительными трудностями, если параметры системы выбраны надлежащим образом. Однако, поскольку предлагаемая КС не является постквантовой, то при появлении квантовых компьютеров с достаточным числом кубит данная задача может быть решена за полиномиальное время. Активный нарушитель может на первом шаге заменить криптомограмму  $C_A$  специально подобранным числом  $b$  и получить в ответ сообщение  $C_B = b^{e_B} \bmod p$ , затем – выполнить логарифмирование  $e_B = \log_b C_B \bmod p$ . Поскольку основанием логарифма является специально подобранное число, то эта задача может иметь меньшую сложность по сравнению с общей задачей дискретного логарифмирования.

Для блокирования этой атаки пользователь  $B$  должен провести маскировку своего ключа, используя ключ  $e'_B = e_B \cdot x \bmod p$ , где  $x < p - 1$ .

Тогда третий шаг протокола на основании (3) и (4) можно представить так:

$$\begin{aligned} C'_A &= C_B^{d_A} \bmod p = (C_A^{e'_B} \bmod p)^{d_A} \bmod p = \\ &= ((M^{e_A} \bmod p)^{e'_B} \bmod p)^{d_A} \bmod p = \\ &= ((M^x)^{e_A d_A} \bmod p)^{e_B} \bmod p = (M^x \bmod p)^{e_B} \bmod p. \end{aligned}$$

Проведя дешифрование  $C'_A$ , пользователь  $B$  получает  $(M^{x e_B} \bmod p)^{d_B} \bmod p = M^x$ . Затем он, зная  $x$ , снимает маскировку  $(M^x \bmod p)^{-x} \bmod p = M$ .

Нарушитель, проводя атаку логарифмирования с выбранным сообщением  $b$ , в случае ее успеха, получит ключ  $e'_B$ , который не соответствует истинному ключу:

$$e'_B = \log_b C_B \bmod p = \log_b b^{x e_B} \bmod p = x e_B \bmod p$$

Активная атака с выбранным сообщением может быть осуществлена нарушителем и на первом шаге протокола, когда передается криптомограмма  $C_A = M^{e_A} \bmod p$ . Нарушитель заменяет сообщение  $C_A$  на число  $b$ , которое он подбирает таким образом, чтобы осуществить атаку с малым порядком подгруппы. Для пояснения этой атаки отметим, что

числа  $b^{e_B} \bmod p$  образуют группу, максимальный порядок которой  $p - 1$ . Она содержит подгруппы, порядки которых есть множители порядка группы. Используя этот факт, нарушитель может получить некоторую информацию о ключе  $e_B$ . Так, например, если  $b$  – нечетное число, то четное  $C_B = b^{e_B} \bmod p$  свидетельствует о том, что  $e_B$  четное число.

Важно отметить, что выполнение предлагаемого протокола принципиально требует шифра со свойством КШ, поскольку пользователи  $A$  и  $B$  ни на одном шаге протокола не обмениваются ключами. В отличие от конвенциональных КОК, предлагаемая схема требует двусторонних каналов обратной связи и выполнения трех-шагового протокола, что, безусловно, является ее недостатками. Однако в некоторых случаях она может иметь и преимущества перед традиционными КОК.

Так, во-первых, предлагаемая КС не требует никакой аутентификации ключей, а лишь идентификацию пользователей, что, как правило, оказывается более простой задачей.

Во-вторых, для передачи конфиденциальной информации различным пользователям  $A$  не должен перестраивать свой открытый ключ по ключам этих пользователей, как это требуется для КОК.

Одно из возможных применений данной крипто-системы состоит также в возможности надежной защиты парольной информации при взаимодействии пользователя с сервером. Например, при аутентификации пользователя в такой системе он, как известно, предъявляет свой пароль – уникальную последовательность символов достаточной длины. Если предъявляемый пароль совпадает с паролем, имеющимся у сервера, то пользователь проходит аутентификацию. Однако, поскольку пароль передается в открытом виде, он может быть перехвачен нарушителем. Для защиты от атаки перехвата пароля используются различные способы (запрос-ответ, одноразовый пароль и др. [5]).

Рассмотрим, как может быть решена задача аутентификации пользователя без раскрытия пароля на основе предложенной системы КШ (рисунок 3).

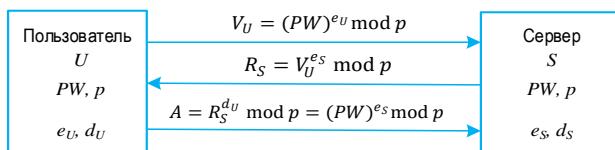


Рис. 3. Пример применения коммутативного шифрования для аутентификации пользователей без разглашения паролей

*Fig. 3. An Example of Using the Commutative Encryption for Authentication of Users without Disclosing the Passwords*

Для обеспечения такой аутентификации пользователь посылает вызов на сервер, в форме зашифрованного пароля  $V_U = (PW)^{e_U} \bmod p$ . Сервер формирует ответ, представляющий собой перешиф-

рованный вызов пользователя  $R_S = V_U^{e_S} \bmod p$ , и передает его обратно. Пользователь расшифровывает ответ своим ключом  $d_U$  и возвращает серверу подтверждение:

$$\begin{aligned} A &= R_S^{d_U} \bmod p = V_U^{e_S d_U} \bmod p = \\ &= ((PW)^{e_U d_U})^{e_S} = (PW)^{e_S}. \end{aligned}$$

Сервер расшифровывает подтверждение и восстанавливает пароль  $A^{d_S} = (PW)^{e_S d_S} \bmod p = PW$ . Далее он сравнивает этот пароль с паролем пользователя, хранящимся в его базе и, если пароли совпадают, пользователь считается аутентифицированным.

Как следует из предложенной схемы, при обмене информацией между пользователем и сервером пароли не передаются в открытом виде, но лишь как криптограмма. Поэтому для компрометации пароля, то есть его вскрытия, нарушитель должен решить трудную вычислительную задачу нахождения дискретного логарифма  $e_s = \log_{V_u} R_s \bmod p$ .

Заметим, что предложенный алгоритм обеспечивает лишь одностороннюю аутентификацию.

Еще одним полезным применением предлагаемой КС является передача группе легитимных пользователей от сервера одного широковещательного сообщения, например, ключа для дешифрования приема платного ТВ. В этом случае телевизионный центр, управляющий доступом (ЦУД) к оплаченным программам, шифрует криптоключ доступа к криптограммам программ, как показано на рисунке 2, на первом шаге, и помещает полученную криптограмму в некоторую базу данных, например, в облако. Любой пользователь данной системы платного ТВ может свободно считать эту криптограмму и перешифровать ее, используя свой секретный ключ, а затем послать полученную криптограмму с двойным шифрованием в ЦУД, где собираются для дальнейшей обработки только оплаченные криптограммы. Далее все такие, прошедшие контроль оплаченные криптограммы объединяются в один пакет и дешифруются на третьем шаге протокола, как показано на рисунке 2, ключом дешифрования ЦУД. Затем весь пакет направляется на свою, скажем, облачную базу данных. Теперь каждый пользователь системы, оплативший определенную криптограмму, может извлечь из базы данных оплаченную программу, а затем окончательно дешифровать ее своим секретным ключом (см. исход третьего шага на рисунке 2). Наконец, имея основной ключ дешифрования, пользователь может смотреть расшифрованное этим ключом ТВ-сообщение.

Очевидным преимуществом такой схемы является та ее особенность, что она не требует перестройки ключа сервера по всем ключам легитимных пользователей.

### 3. Заключение

В настоящей статье предложена и исследована новая «сверхнесимметричная» КС и соответствующий ей протокол, выполняющий передачу конфиденциальной информации без всякого предварительного распределения ключей, причем, как ключей шифрования, так и дешифрования.

Стойкость предложенной КС соответствует решению вычислительной задачи дискретного логарифмирования. Этим данная схема отличается от информационно-теоретически секретной схемы [7], в которой, однако, были решены не все проблемы, связанные с ее безопасностью.

Поскольку рассмотренная КС не является постквантовой, то она будет уязвимой при появлении на практике достаточно мощных квантовых компьютеров [6].

Весьма перспективной представляется задача нахождения КС КШ, обладающих свойством постквантовости, подобных КС Мак-Элиса [4], которая основана на вычислительно трудных задачах теории корректирующих кодов. Другая постквантовая КС базируется на трудных задачах теории числовых решеток [8]. Наконец, в последнее время появились постквантовые КС, использующие некоммутативные группы [9], а также многовариантные КС [10, 11]. Однако предложенная авторами система превосходит перечисленные КС по оценке сложности реализации ими процедур шифрования и дешифрования. Поэтому она может найти практическое применение даже сейчас, пока еще не появились на практике квантовые компьютеры с достаточным объемом логических кубит, способные решать задачу дискретного логарифмирования за полиномиальное время.

### Список источников

- Шнайер Б. Прикладная криптография. М.: Триумф, 2002.
- Коржик В.И., Яковлев В.А., Старостин В.С., Буйневич М.В. Прогресс в теории прикладной криптографии: обзор и некоторые новые результаты. Часть 2. Бесключевая криптография // Труды учебных заведений связи. 2024. Т. 10. № 6. С. 79–98. DOI:10.31854/1813-32X-2024-10-6-79-98. EDN:HPBOWG
- Korzhik V., Starostin V., Yakovlev V., Kabardov M., Krasov A., Adadurov S. Advance in Keyless Cryptography // In: Ramakrishnan S. (ed.) Lightweight Cryptographic Techniques and Cybersecurity Approaches. 2022. PP. 97–117. DOI:10.5772/intechopen.104429
- Menezes A.J., van Oorschot P.C., Vanstone S.A. Handbook of Applied Cryptography. Boca Raton, 1997. DOI:10.1201/9780429466335
- Коржик В.И., Яковлев В.А. Основы криптографии. СПб.: Издательский центр "Интермедиа", 2016. 296 с. EDN:WEQWMN
- Shor P.W. Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer // SIAM Journal on Computing. 1997. Vol. 26. Iss. 5. PP. 1484–1509. DOI:10.1137/S0097539795293172
- Korzhik V.I., Starostin V.S., Kabardov M.M., Gerasimovich A.M., Yakovlev V.A., Zhuvikin A.G. Information-theoretically secure key sharing protocol with constant noiseless public channels // Математические вопросы криптографии. 2021. Т. 12. № 3. С. 125–141. DOI:https://doi.org/10.4213/mvk378
- Micciancio D., Regev O. Lattice-based Cryptography // In: Bernstein D.J., Buchmann J., Dahmen E. (eds) Post-Quantum Cryptography. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009. PP. 147–191. DOI:10.1007/978-3-540-88702-7\_5
- Myasnikov A., Shpilrain V., Ushakov A. Non-Commutative Cryptography and Complexity of Group-Theoretical Problems. American Mathematical Society, 2011. 385 p. EDN:GPBUOR
- Молдоян А.А., Молдоян Д.Н., Молдоян А.Н. Постквантовые двухключевые криптосхемы на конечных алгебрах // Информатика и автоматизация. 2024. Т. 3. № 4. С. 1246–1276. DOI:10.15622/ia.23.4.12. EDN:YZSVQH
- Duong M.T., Moldoyan A.A., Moldoyan D.N., Nguyen M.H., Do B.T. Structure of quaternion-type algebras and post-quantum structure algorithm // International Journal of Electrical and Computer Engineering. 2025. Vol. 15. Iss. 3. PP. 2965–2976. DOI:10.11591/ijee.v15i3.pp2965-2976

### References

- Schneier B. *Applied Cryptography*. Moscow: Triumph Publ.; 2002. (in Russ.)
- Korzhik V.I., Yakovlev V.A., Starostin V.S., Buinevich M.V. Advance in Applied Cryptography Theory: Survey and Some New Results. Part 2. Keyless Cryptography. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2024;10(6):79–98. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-32X-2024-10-6-79-98. EDN:HPBOWG
- Korzhik V., Starostin V., Yakovlev V., Kabardov M., Krasov A., Adadurov S. Advance in Keyless Cryptography. In: Ramakrishnan S. (ed.) *Lightweight Cryptographic Techniques and Cybersecurity Approaches*. 2022. p.97–117. DOI:10.5772/intechopen.104429
- Menezes A.J., van Oorschot P.C., Vanstone S.A. *Handbook of Applied Cryptography*. Boca Raton; 1997. DOI:10.1201/9780429466335
- Korzhik V.I., Yakovlev V.A. *Fundamentals of Cryptography*. St. Petersburg: Intermedia Publ.; 2016. 216 p. (in Russ.) EDN:WEQWMN
- Shor P.W. Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer. *SIAM Journal on Computing*. 1997;26(5):1484–1509. DOI:10.1137/S0097539795293172

7. Korzhik V.I., Starostin V.S., Kabardov M.M., Gerasimovich A.M., Yakovlev V.A., Zhuvikin A.G. Information-theoretically secure key sharing protocol with constant noiseless public channels. *Mathematical Aspects of Cryptography*. 2021;12(3):125–141. DOI:<https://doi.org/10.4213/mvk378>
8. Minuccio D., Regev O. Lattice-based Cryptography. In: Bernstein D.J., Buchmann J., Dahmen E. (eds) Post-Quantum Cryptography. Berlin, Heidelberg: Springer; 2009. p.147–191. DOI:10.1007/978-3-540-88702-7\_5
9. Myasnikov A., Shpilrain V., Ushakov A. Non-Commutative Cryptography and Complexity of Group-Theoretical Problems. American Mathematical Society, 2011. 385 p. EDN:GPBUOR
10. Moldovyan A., Moldovyan D., Moldovyan A. Post-Quantum Public-Key Cryptoschemes On Finite Algebras. *Informatics and Automation*. 2024;3(4):1246–1276. (in Russ.) DOI:10.15622/ia.23.4.12
11. Duong M.T., Moldovyan A.A., Moldovyan D.N., Nguyen M.H., Do B.T. Structure of quaternion-type algebras and post-quantum structure algorithm. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*. 2025;15(3):2965–2976. DOI:10.11591/ijece.v15i3.pp2965-2976

Статья поступила в редакцию 19.11.2025; одобрена после рецензирования 03.12.2025; принята к публикации 10.12.2025.

The article was submitted 19.11.2025; approved after reviewing 03.12.2025; accepted for publication 10.12.2025.

## Информация об авторах:

**КОРЖИК  
Валерий Иванович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры защищенных систем связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  
 <https://orcid.org/0000-0002-8347-6527>

**ЯКОВЛЕВ  
Виктор Алексеевич**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры защищенных систем связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  
 <https://orcid.org/0009-0007-2861-9605>

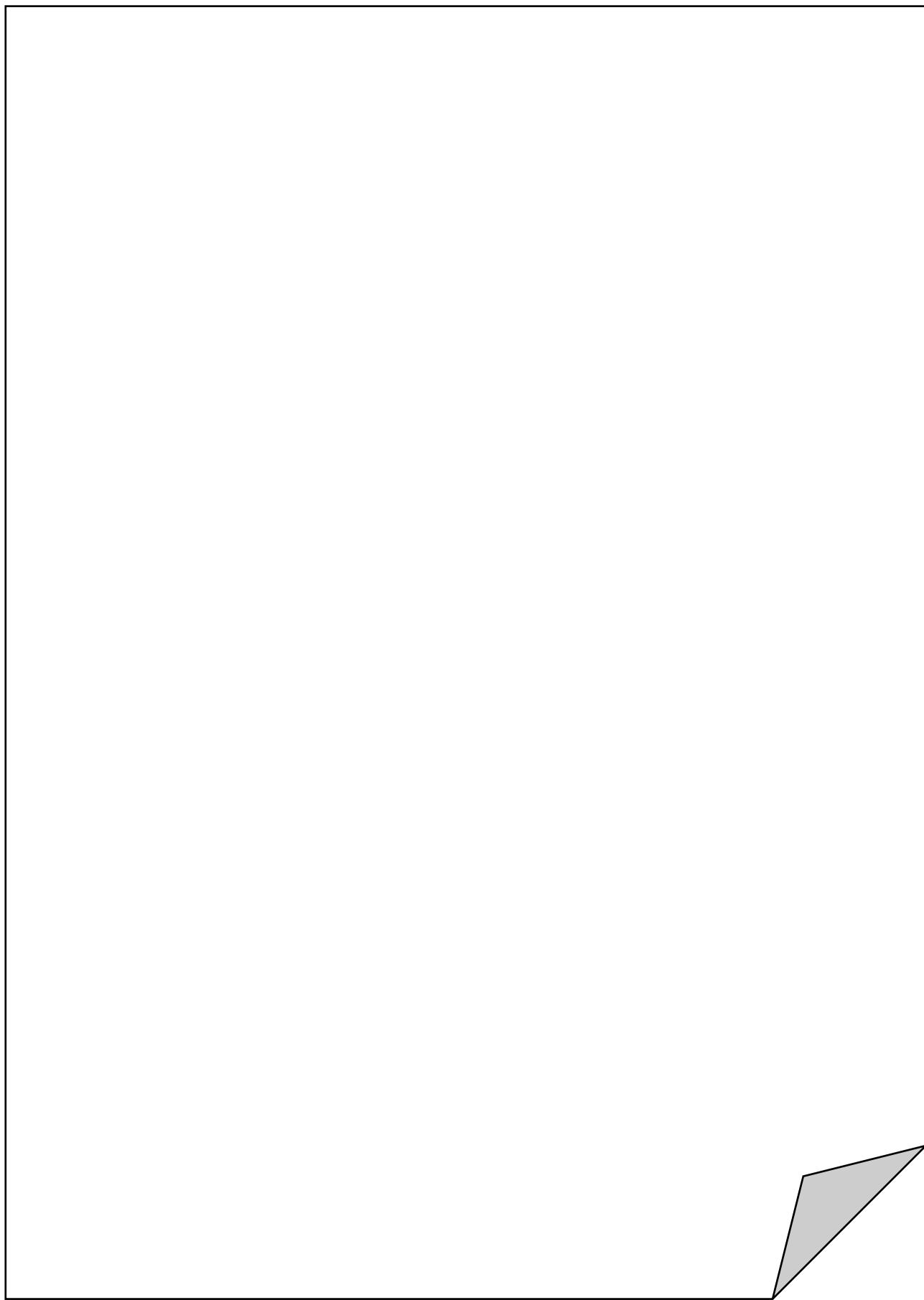
**СТАРОСТИН  
Владимир Сергеевич**

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры защищенных систем связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича  
 <https://orcid.org/0009-0000-2939-1971>

Коржик В.И. является членом редакционного совета журнала «Труды учебных заведений связи» с 2016 г., но не имеет никакого отношения к решению опубликовать эту статью. Статья прошла принятую в журнале процедуру рецензирования. Об иных конфликтах интересов авторы не заявляли.

Korzhik V.I. has been a member of the journal "Proceedings of Telecommunication Universities" Editorial Council since 2016, but has nothing to do with the decision to publish this article. The article has passed the review procedure accepted in the journal. The authors have not declared any other conflicts of interest.

**ДЛЯ ЗАМЕТОК**





**66-я Научно-техническая конференция  
профессорско-преподавательского состава,  
научных работников и аспирантов**

**ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ:**

- |  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  | <b>Инфокоммуникационные<br/>сети и системы</b>               |  | <b>Радиоэлектронные системы<br/>и робототехника</b> |
|  | <b>Информационные технологии<br/>и программная инженерия</b> |  | <b>Кибербезопасность</b>                            |
|  | <b>Социальные технологии<br/>и экономика данных</b>          |  | <b>Сети связи<br/>специального назначения</b>       |

**17–20 2026  
ФЕВРАЛЯ**

Подробности  
и регистрация на сайте:  
**NTK.SUT.RU**





22  
31  
десятилетие  
науки и технологий

7–10 апреля 2026

# СВЯЗЬ

38-я международная  
выставка «Информационные  
и коммуникационные технологии»



Экспозиция «Навитех» —  
«Навигационные системы, технологии и услуги»



Россия, Москва,  
ВК «Тимирязев Центр»



Организатор

ЭКСПОЦЕНТР

Под патронатом



В рамках



12+  
Реклама

[www.sviaz-expo.ru](http://www.sviaz-expo.ru)



План издания научной литературы 2025 г., п. 14

Усл.-печ. л.  
14,0

Формат  
60×84<sub>1/8</sub>

Заказ  
№ 1639

Учредитель и издатель:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет  
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича"  
E-mail: tuzs@sut.ru Web: tuzs.sut.ru VK: vk.com/spbtuzs

