ТУЗС
Том 4. № 2
2018

научный журнал

ТРУДЫ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СВЯЗИ

Темы номера:

- Оптические волокна и солитоны в телекоммуникациях
- Усовершенствованный протокол маршрутизации OSPF для сетей связи специального назначения
- Методика модернизации сети транкинговой связи стандарта TETRA

■ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ ■ ТЕЛЕВИДЕНИЕ И РАДИОВЕЩАНИЕ ■ СЕТИ СВЯЗИ И СИСТЕМЫ КОММУТАЦИИ
■ СИСТЕМЫ СВЯЗИ С ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ ■ АУДИОВИЗУАЛЬНАЯ ТЕХНИКА ■ ПОЧТОВАЯ СВЯЗЬ И ИНФОРМАТИКА

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ)

Научный журнал

ТРУДЫ
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СВЯЗИ

Том 4

№ 2

Санкт-Петербург

2018

Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. ISSN: 1813-324X

Описание журнала

Научный журнал. Публикуются материалы научных работ, выполненных в области телекоммуникаций, телевидения и радиовещания, сетей связи и систем коммутации, систем связи с подвижными объектами, аудиовизуальной техники, почтовой связи, информатизации отрасли связи.

Выпускается с 1960 года. Выходит 4 раза в год.

Редакционный совет

Розанов Н.Н. д.ф.-м.н., проф., чл.-корр. РАН, начальник отдела теоретических исследований Института лазерной физики «ГОИ им. С.И. Вавилова»
Кучерявый Е. PhD, Технологический университет Тампере, Финляндия
Гошек И. PhD, Технологический университет г. Брно, Чешская республика
Тиамийу О.А. PhD, Университет Илорина, Нигерия
Козин И.Д. д.ф.-м.н., проф., профессор кафедры телекоммуникационных систем Алматинского университета энергетики и связи, Республика Казахстан
Самуйлов К.Е. д.т.н., проф., заведующий кафедрой прикладной информатики и теории вероятностей РУДН
Степанов С.Н. д.т.н., проф., заведующий кафедрой «Сети связи и системы коммутации» МТУСИ
Росляков А.В. д.т.н., проф., заведующий кафедрой автоматической электросвязи ПГУТИ
Кучерявый А.Е. д.т.н., проф., заведующий кафедрой сетей связи и передачи данных СПбГУТ
Канаев А.К. д.т.н., проф., заведующий кафедрой «Электрическая связь» ПГУПС
Новиков С.Н. д.т.н., проф., заведующий кафедрой безопасности и управления в телекоммуникациях СибГУТИ
Дворников С.В. д.т.н., проф., профессор кафедры радиосвязи ВАС
Коржик В.И. д.т.н., проф., профессор кафедры защищенных систем связи СПбГУТ
Ковалгин Ю.А. д.т.н., проф., профессор кафедры радиосвязи и вещания СПбГУТ
Владыко А.Г. к.т.н., директор НИИ «Технологии связи» СПбГУТ

Редакционная коллегия

Главный редактор **Бачевский С.В.**, д.т.н., проф.
Зам. главного редактора **Буйневич М.В.**, д.т.н., проф.
Ответственный редактор **Аникевич Е.А.**, к.т.н.
Выпускающие редакторы **Татарникова И.М., Яшугин Д.Н.**

Регистрационная информация

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций: № 77-17986 от 07.04.2004

Подписной индекс по каталогу МАП: 35664

Размещение в РИНЦ (elibrary.ru) по договору: № 59-02/2013R от 20.02.2013

Контактная информация

Учредитель и издатель: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» (СПбГУТ)

Адрес редакции: 193232, Санкт-Петербург, пр. Большевиков, 22/1, к. 334/2
Тел.: +7 (812) 326-31-63, м. т. 2022, +79643759970
E-mail: tuzs@spbgut.ru
Web: http://tuzs.sut.ru
ВК: http://vk.com/spbtuzs

Выходные данные

Подписано в печать	Усл.-печ. л.	Формат	Тираж	Заказ
28.06.2018	14,13	60×841/8	1000 экз.	№ 2463

Отпечатано 2.07.2018 — Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, 196105, Санкт-Петербург, Московский пр., д. 149

© СПбГУТ
Дизайн обложки – ООО «Комильфо»

Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. ISSN: 1813-324X

Description

Scientific journal. The materials of scientific papers carried out in the field of telecommunications, television and broadcasting, communication networks and switching systems, communication systems with mobile objects, audiovisual equipment, mail services, informatization of communication industry are published.

Since 1960. Published 4 times per year.

Editorial Council

Rozanov N.N. DSc, prof., member-corr. RAS, Open Joint Stock Company «S.I. Vavilov State Optical Institute»
Koucheryavy Y. PhD, Tampere University of Technology, Finland
Hošek I. PhD, Brno University of Technology, Czech Republic
Tiamiyu O.A. PhD, University of Ilorin, Nigeria
Kozin I.D. DSc, prof., Almaty University of Power Engineering and Telecommunications, the Republic of Kazakhstan
Samuilov K.E. DSc, prof., RUDN University
Stepanov S.N. DSc, prof., Moscow Technical University of Communication and Informatics
Roslyakov A.V. DSc, prof., Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics
Koucheryavy A.E. DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication
Kanaev A.K. DSc, prof., Emperor Alexander I-st Petersburg State Transport University
Novikov S.N. DSc, prof., Siberian State University of Telecommunications and Information Sciences
Dvornikov S.V. DSc, prof., Telecommunications Military Academy
Korzhik V.I. DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication
Kovalgin Yu.A. DSc, prof., The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication
Vladyko A.G. PhD, The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication

Editorial Board

Editor-in-chief **Bachevsky S.V.**, DSc, prof.
Deputy editor-in-chief **Buinevich M.V.** , DSc, prof.
Executive editor **Anikevich E.A.**, PhD
Managing editors **Tatarnikova I.M., Yashugin D.N.**

Registration Information

Registered by Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media on 07.04.2004 № 77-17986

Subscription index for MAP catalog: 35664

Accommodation in RINC (elibrary.ru) by agreement: № 59-02/2013R on 20.02.2013

Contact Information

Publisher: Federal State Budget-Financed Educational Institution of Higher Education «The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications» (SPbSUT)

Post address: 193232, Saint-Petersburg, Prospekt Bolshevikov, 22/1
Phone: +7 (812) 326-31-63, local 2022, +79643759970
E-mail: tuzs@spbgut.ru
Web: http://tuzs.sut.ru
VK: http://vk.com/spbtuzs

Publisher's Imprint

Signed for print	Cond. printed sheet	Format	Circulation	Order
28.06.2018	14,13	60×841/8	1000 copies	№ 2463

Printed 2.07.2018

Saint Petersburg University of State Fire Service of Emercom of Russia
196105, Saint-Petersburg, Moskovskiy prospect, 149

© SPbSUT

Design: LLC «Comilfo»

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

Аль-Одхари А.Х., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов	**5**	***Al-Odhari A., Fokin G.*** Positioning of radio emission sources in hilly terrain using unmanned aerial vehicles
Андреев В.А., Бурдин А.В., Бурдин В.А. Исследование влияния отклонения геометрии промышленных образцов маломодовых оптических волокон от оптимальной формы на деградацию спектральной характеристики дифференциальной модовой задержки	**18**	***Andreev V., Bourdine A., Burdin V.*** Research of real few-mode optical fiber geometry deviation from the optimal form influence on differential mode delay spectral characteristics degradation
Андреева Е.И., Былина М.С., Глаголев С.Ф., Чаймарданов П.А. Свойства временных оптических солитонов в оптических волокнах и возможность их использования в телекоммуникациях. Часть 2	**26**	***Andreeva E., Bylina M., Glagolev S., Chaimardanov P.*** Properties of temporary optical solitons in optical fibers and the possibility of their use in telecommunications. Part 2
Бабаев Н.В., Симонина О.А. Методика модернизации сети транкинговой связи стандарта TETRA	**36**	***Babaev N., Simonina O.*** Methodology of upgrading the TETRA communication system
Волошинов Д.В. Конструктивная геометрическая модель четырехмерного пространства как основа для решения задач зонирования и позиционирования при проектировании сетей мобильной связи	**44**	***Voloshinov V.*** Constructive geometric model of four-dimensional space as a basis for solving problems of zoning and positioning in the design mobile network
Воробьев О.В., Прасолов А.А. Сравнение методов повышения динамического диапазона АЦП цифровых радиоприемных устройств	**61**	***Vorobiev O., Prasolov A.*** Comparison of methods for increasing the dynamic range of ADC in digital radio receivers
Дворников С.В. Билинейные распределения с пониженным уровнем интерференционного фона в частотно-временном пространстве (продолжение обзора)	**69**	***Dvornikov S.*** Bilinear time-frequency distributions with a lowered level of the interference background in the frequency-temporary space (continued review)
Макаренко С.И. Усовершенствованный протокол маршрутизации OSPF, обеспечивающий повышенную устойчивость сетей связи	**82**	***Makarenko S.*** The improved OSPF protocol for high network stability
Макаров Л.М., Протасеня С.В. Моделирование фрактального образа атома кремния в микроэлектронике	**91**	***Makarov L., Protasenya S.*** The fractal simulation image of atom of silicon in microelectronics
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ	**99**	**AUTHORS INDEX**

ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГОРЬЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

А.Х. Аль-Одхари[1], **Г.А. Фокин**[1*]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: grihafokin@gmail.com

Информация о статье
УДК 621.396.969.36
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Аль-Одхари А.Х., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 5–17.

Аннотация: *В настоящей работе разработаны математическая и имитационная модели позиционирования источников радиоизлучения в трехмерном пространстве на основе разностно-дальномерного метода с использованием беспилотных летательных аппаратов и выполнена оценка точности позиционирования подвижного и неподвижного источников радиоизлучения в трехмерном пространстве с использованием беспилотного летательного аппарата. Также обобщен алгоритм и методики идентификации и компенсации источников измерений с отсутствием прямой видимости при позиционировании источников радиоизлучения с использованием неподвижных пунктов приема в составе наземного сегмента и подвижных пунктов приема на борту беспилотного летательного аппарата в составе воздушного сегмента в трехмерном пространстве.*

Ключевые слова: *источник радиоизлучения, пункт приема, отсутствие прямой видимости, разностно-дальномерный метод, имитационная модель, трехмерное пространство.*

I. Введение

Повышение точности позиционирования источников радиоизлучения (ИРИ) в настоящее время является актуальным направлением и обусловлено множеством практических приложений, таких как поисково-спасательные операции, службы экстренной медицинской помощи, охраны правопорядка, слежения за персоналом, транспортными средствами и др.

В определенных приложениях актуальной и востребованной является задача позиционирования ИРИ в условиях неоднородного рельефа местности, например, в горах [1]. Сложность позиционирования в условиях высокогорья определяется неравномерностью морфоструктуры местности. Для определения местоположения ИРИ в таких труднодоступных высокогорных областях необходимо решить задачу позиционирования в трехмерном пространстве, которая осложняется, во-первых, невозможностью расположения пунктов приема (ПП) измерений на одном уровне с ИРИ [2] и, во-вторых, вероятным отсутствием прямой видимости между ИРИ и одним и/или несколькими ПП [3].

Большинство населенных районов высокогорья являются труднодоступными областями, в которых операторы связи не покрывают большую часть территории, что затрудняет реализацию соответствующих сервисов геолокации. Таким образом, задача позиционирования ИРИ в таких условиях высокогорья является востребованной и актуальной.

Одним из эффективных методов позиционирования является разностно-дальномерный метод (РДМ – TDOA, *от англ.* Time Difference of Arrival) [4, 5, 6]. Для повышения точности позиционирования ИРИ ранее в [7, 8, 9] уже было предложено использование беспилотных летательных аппаратов (БПЛА). В настоящей работе представлено продолжение исследований [10, 11, 12] по повышению точности позиционирования в условиях вероятного отсутствия прямой видимости между ИРИ и одним и/или несколькими ПП для случая, когда

сбор навигационных измерений производится стационарными пунктами приема в составе наземного сегмента и подвижными пунктами приема на борту БПЛА в составе воздушного сегмента рассматриваемой системы позиционирования.

В работах [1, 7, 8, 9] при позиционировании с использованием воздушного сегмента на основе беспилотных летательных аппаратов не учитывался фактор многолучевого распространения сигналов и влияние отсутствия прямой видимости (NLOS, *от англ.* Non-Line-of-Sight) между ИРИ и ПП на точность позиционирования, что, однако, имеет принципиальное значение при позиционировании в условиях неравномерного рельефа высокогорной местности. Задача позиционирования ИРИ в условиях NLOS на плоскости исследована в работах [10, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19] и др., однако применимость разработанных алгоритмов требует уточнения для сценария трехмерного пространства с применением БПЛА в качестве подвижного пункта приема. В связи с указанными недостатками имеющихся исследований можно сделать вывод о том, что задача позиционирования ИРИ в трехмерном пространстве в условиях высокогорья с применением БПЛА в качестве подвижного пункта приема с учетом необходимости идентификации и компенсации источников NLOS измерений полностью не решена. Целью настоящей работы является разработка и реализация алгоритма и методик идентификации и компенсации ошибок отсутствия прямой видимости при позиционировании разностно-дальномерным методом в трехмерном пространстве с использованием беспилотных летательных аппаратов.

В ситуации NLOS принимаемый сигнал в результате переотражений пройдет более длинное расстояние по сравнению с расстоянием прямой видимости [3], что приведет к более длительному времени прихода сигнала [20], и, соответственно, большей ошибке в определении координат ИРИ. Чтобы уменьшить ошибку позиционирования, следует идентифицировать и исключить из процесса позиционирования ПП, являющиеся источниками NLOS измерений.

Известные методы идентификации ошибок NLOS измерений в условиях отсутствия прямой видимости представлены в [10, 18]. Далее рассмотрим классификацию [18] методов идентификации и компенсации ошибок NLOS измерений в задачах позиционирования в условиях отсутствия прямой видимости (рисунок 1).

Подходы к идентификации NLOS измерений включают три категории.

Первая категория идентификации NLOS измерений основана на оценке дальности по дисперсии измеряемых расстояний [14]. Методы этой категории измеряют дальности расстояний и оценивают их отклонения по сравнению с некоторым порогом.

Вторая категория идентификации NLOS измерений основана на статистиках радиоканала [15]. Методы этой категории реализуются путем анализа принятого сигнала по определенным параметрам-статистикам радиоканала, основными из которых являются средняя задержка, избыточная задержка, амплитуда и отношение сигнал/шум на входе приемника.

Третья категория идентификации NLOS измерений основана на карте-плане территории позиционирования ИРИ, например, карте здания [16]. Методы этой категории анализируют радиоканал с привязкой к имеющейся карте путем наблюдения за текущей и предыдущей позицией источника радиоизлучения.

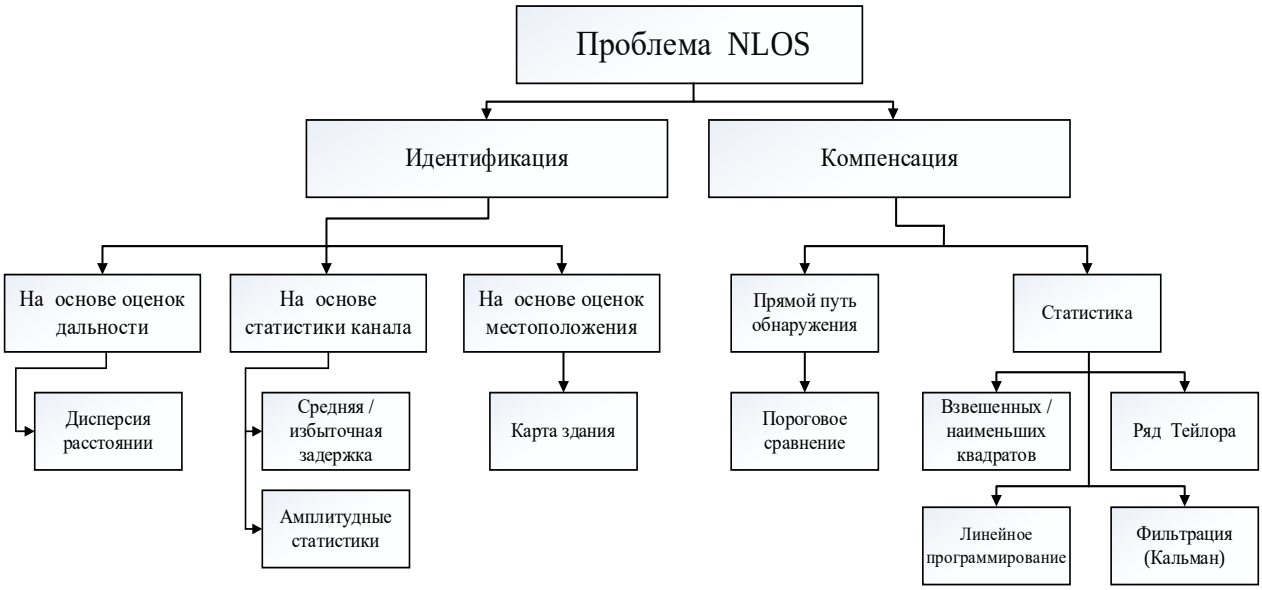


Рис. 1. Классификация методов идентификации и компенсации ошибок NLOS измерений [18]

Подходы к компенсации NLOS измерений включают две категории.

Первая категория компенсации NLOS измерений основана на первичной обработке статистик принимаемого сигнала и нахождении луча прямой видимости LOS (*от англ.* Line-of-Sight) для принятого многолучевого сигнала, который далеко не всегда совпадает с пиком на выходе коррелятора приемника [17].

Вторая категория компенсации NLOS измерений основана на вторичной обработке статистик принимаемого сигнала при решении уравнений методом наименьших квадратов, метода взвешенных наименьших квадратов (ВМНК) [19], рядом Тейлора, а также линейного программирования подхода и фильтрации.

Учитывая представленную выше классификацию, рассмотрим далее проблему компенсации ошибок NLOS измерений в задачах позиционирования ИРИ для случая вторичной обработки статистик принимаемого сигнала при решении навигационных уравнений РДМ и ВМНК [10] с учетом наземного и воздушного сегмента, включающего подвижный пункт приема на борту БПЛА.

Материал настоящей работы организован в следующем порядке. В разделах II и III представлена математическая и имитационная модели позиционирования ИРИ с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА. В разделе IV проиллюстрировано влияние отсутствия прямой видимости на точность позиционирования разностно-дальномерным методом с использованием БПЛА в трехмерном пространстве. В разделе V представлены алгоритм и методики обнаружения и исключения источников NLOS ошибок по совокупности РДМ измерений. В разделе VI сформулированы выводы по проведенному исследованию.

II. Математическая модель позиционирования ИРИ с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА

Для построения математической модели позиционирования ИРИ в трехмерном пространстве в условиях неоднородного рельефа местности рассмотрим структурную схему позиционирования на рисунке 2, включающую наземный и воздушный сегменты: в составе наземного сегмента – стационарные пункты приема, расположенные в пространстве, и центральный пункт обработки информации и управления; в составе воздушного сегмента – подвижный пункт приема на борту БПЛА.

Система позиционирования ИРИ в трехмерном пространстве включает в себя M пунктов приема, каждый из которых принимает сигнал, поступающий от маломощного источника радиоизлучения. Предполагается, что все пункты приема точно синхронизированы. Сигнал, принятый i-ым пунктом приема, $i = 1, \dots, M$ можно представить выражением [21]:

$$r_i(t) = \alpha_i s(t - t_i) + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, M, \qquad (1)$$

где принятый полезный сигнал $\alpha_i s(t - t_i)$ является задержанной на $t_i = d_i / c$ копией переданного ИРИ сигнала $s(t)$, ослабленного в α_i раз при распространении на расстояние d_i между ИРИ и i-ым пунктом приема; $n_i(t)$ – шум i-го пункта приема; выборки шума пунктов приема принимаются некоррелированными, гауссовскими с нулевым средним; c – скорость света.

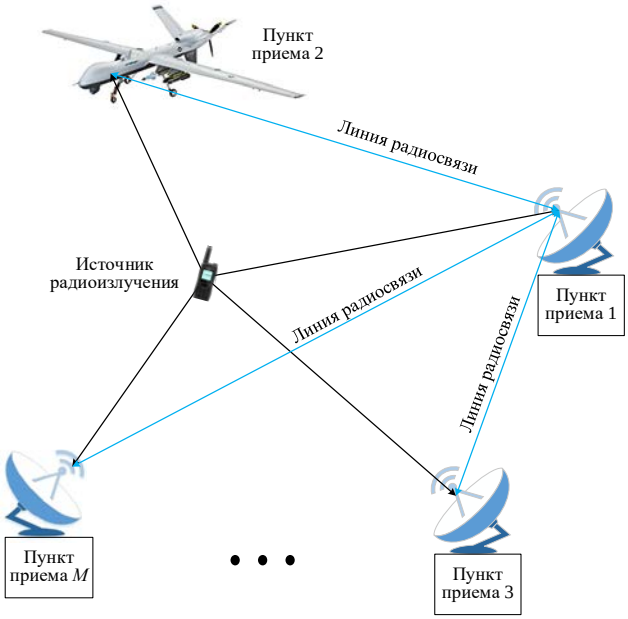


Рис. 2. Структурная схема системы позиционирования ИРИ, включающая наземный и воздушный сегменты

Разности времен прихода сигналов обычно рассчитывают относительно одного пункта приема, называемым опорным (центральным). Исходными данными РДМ для обработки на центральном пункте приема являются известные координаты каждого ПП и измеренные разности времен прихода сигналов $\Delta t_{i,j} = t_i - t_j$, $i,\ j = 1, \dots, M$, по которым вычисляются разности дальностей $\Delta d_{i,j}$ [22]:

$$\Delta d_{i,j} = c \cdot \Delta t_{i,j}\,. \qquad (2)$$

Для того, чтобы рассчитать разности времен прихода сигналов между двумя пунктами приема, выполняется корреляционный анализ [15]. Взаимная корреляционная функция может быть использована, когда ИРИ и пункты приема являются стационарными. Комплексная функция неоднозначности может быть использована для оценки как показателей FDOA (*от англ.* Frequency Difference of Arrival), так и TDOA для случаев, когда ИРИ является высокоподвижным. Будем далее предполагать, что позиционируемый ИРИ является малоподвижным, поэтому при обработке измерений будем вычислять только показатель разности времен прихода TDOA.

Первым шагом в определении координат ИРИ является оценка TDOA по пикам взаимной корреляционной функции (ВКФ), или кросскорреляционной функции сигналов $x(t)$ и $y(t)$ [23]:

$$C_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t-\tau)], \quad (3)$$

где E – оператор математического ожидания; $x(t)$, $y(t)$ – принимаемые сигналы; τ – величина, которая максимизирует кросскорреляционную функцию и представляет собой оценку разности времен прихода TDOA. На рисунке 3 показан механизм сбора и обработки измерений при вычислении кросскорреляционной функции сигналов для двух пунктов приема.

На интервале наблюдения T функция (3) может быть записана следующим образом:

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{T-\tau}\int_{\tau}^{T} x(t)y(t-\tau)\,dt. \quad (4)$$

Далее формализуем математическую модель сбора РДМ измерений в трехмерном пространстве с использованием подвижного пункта приема на борту БПЛА. В общем случае, для определения координат ИРИ в трехмерном пространстве необходимо наличие 4 ПП (рисунок 4).

Линии постоянной разности $\Delta d_{j,1}$ рассчитывают относительно одного пункта приема, являющегося опорным (центральным), например, первого ПП, тогда можно записать следующие выражения для разностей расстояния прихода сигналов [24]:

$$\Delta d_{j,1} = d_j - d_1, \qquad j = 2, \dots, M. \quad (5)$$

На практике первичные измерения разности $\Delta d_{j,1}$ подвержены аддитивному белому гауссовскому шуму АБГШ n_j, с учетом которого измерения линий постоянной разности r_j определяются следующим выражением:

$$r_j = \Delta d_{j,1} + n_j. \quad (6)$$

Пусть вектор координат подвижного источника радиоизлучения в трехмерном пространстве равен $E_{1/n} = [x_{1/n}, y_{1/n}, z_{1/n}]^T$ при $n = 1, 2, \dots, N$, где N– количество точек измерения во времени (пространстве); 1 – один ИРИ. $S_{j/n} = [x_{j/n}, y_{j/n}, z_{j/n}]^T$– вектор координат подвижных ПП при $j = 1, \dots, H$, где H – общее количество подвижных пунктов приема. Число неподвижных ПП равно $M - H$. Далее будем нумеровать все ПП (подвижные и неподвижные) индексом $j = 1, 2, \dots, M$, а $n = 1, 2, \dots, N$ – определим как временной (пространственный) индекс измерений, учитывающий движение подвижного ПП на борту БПЛА. На рисунке 4 предоставлен пример расположения ПП и ИРИ в трехмерном пространстве. Фактическое расстояние между ИРИ и пунктами приема определяется следующим образом:

$$d_{j/n} = \sqrt{(x_{1/n} - x_{j/n})^2 + (y_{1/n} - y_{j/n})^2 + (z_{1/n} - z_{j/n})^2}, \quad (7)$$
$$j = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

Вектор измерений разностей расстояния (6) в матричном виде может быть представлен выражением [25]:

$$r = f(x) + n, \quad (8)$$

где

$$r = \begin{bmatrix} r_{2,1/1} & r_{3,1/1} & \cdots & r_{M,1/1} \\ r_{2,1/2} & r_{3,1/2} & \cdots & r_{M,1/2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{2,1/N} & r_{3,1/N} & \cdots & r_{M,1/N} \end{bmatrix}^T, \quad (9)$$

$r_{j,1/n}$ – измеренная разность расстояний между источником радиоизлучения и j-ым пунктом приема в n-ый момент времени и между источником радиоизлучения и 1-ым пунктом приема в n-ый момент времени.

Фактические разности расстояний между источником радиоизлучения и j-ым пунктом приема в n-ый момент времени и между источником радиоизлучения и 1-ым пунктом приема в n-ый момент времени определяются выражением:

$$f(x) = \begin{bmatrix} \Delta d_{2,1/1} & \Delta d_{3,1/1} & \cdots & \Delta d_{M,1/1} \\ \Delta d_{2,1/2} & \Delta d_{3,1/2} & \cdots & \Delta d_{M,1/2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta d_{2,1/N} & \Delta d_{3,1/N} & \cdots & \Delta d_{M,1/N} \end{bmatrix}^T, \quad (10)$$

$$\Delta d_{j,1/n} = \sqrt{(x_{1/n} - x_{j/n})^2 + (y_{1/n} - y_{j/n})^2 + (z_{1/n} - z_{j/n})^2} - \sqrt{(x_{1/n} - x_1)^2 + (y_{1/n} - y_1)^2 + (z_{1/n} - z_1)^2}, \quad (11)$$
$$j = 2, 3, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots, N.$$

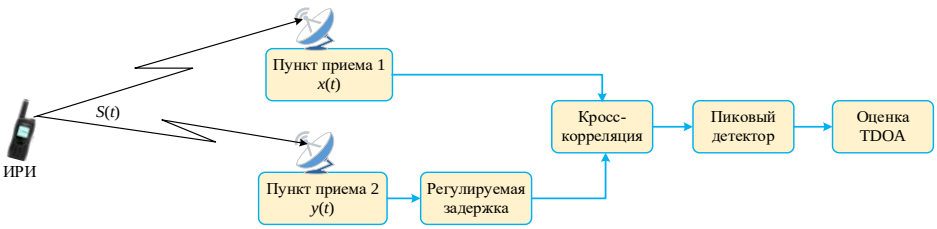


Рис. 3. Процесс оценки TDOA по кросс-корреляции двух принятых сигналов *x* (*t*) и *y* (*t*)

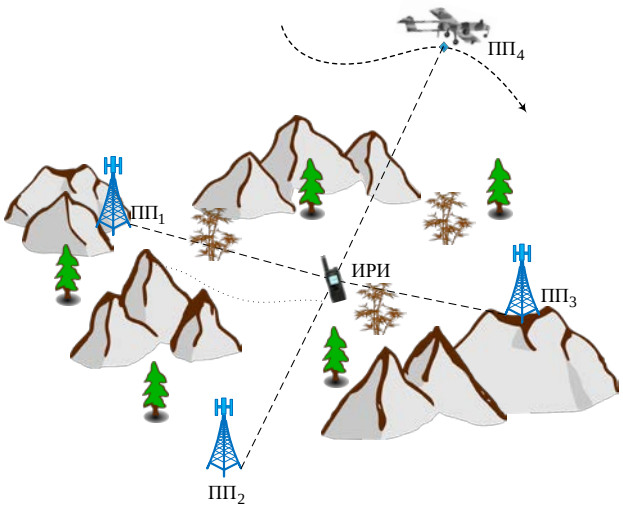


Рис. 4. Расположение ПП и ИРИ в трехмерном пространстве

Ошибки разностно-дальномерных измерений определяются выражением:

$$n = \begin{bmatrix} n_{2,1/1} & n_{3,1/1} & \cdots & n_{M,1/1} \\ n_{2,1/2} & n_{3,1/2} & \cdots & n_{M,1/2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_{2,1/N} & n_{3,1/N} & \cdots & n_{M,1/N} \end{bmatrix}^T, \qquad (12)$$

где $n_{j,1/n}$ – ошибка измерений разности расстояний между ИРИ и j-ым ПП в n-ый момент времени и между ИРИ и 1-ым ПП в n-ый момент времени.

Для нахождения координат ИРИ требуется решить систему нелинейных уравнений (8). Динамику движения БПЛА в качестве подвижного ПП аппроксимируем окружностью:

$$\begin{aligned} x_{j/n} &= x_{j/0} + R\cos(\omega t_n), \\ y_{j/n} &= y_{j/0} + R\sin(\omega t_n), \quad z_{j/n} = z_{j/0}, \end{aligned} \qquad (13)$$

где R – радиус окружности; $\omega = 2\pi/t_N$.

III. Имитационная модель позиционирования ИРИ с использованием наземного и воздушного сегмента на основе БПЛА

Позиционирование источника радиоизлучения выполняется для сценария, когда он расположен в трехмерном пространстве в области размером 10 км x 10 км x 5 км. Для моделирования был выбран сценарий движения БПЛА по окружности. Рассмотрим сценарии использования БПЛА в качестве ПП для позиционирования неподвижного и подвижного ИРИ.

Оценим точность позиционирования неподвижного ИРИ. Предположим, что ИРИ неподвижен и расположен в точке (5, 5, 1); 4 стационарных ПП расположены в точках (0, 0, 0), (10, 0, 0.7), (0, 10, 1), (10, 10, 1.2); один подвижный ПП (БПЛА) летает по окружности над рабочей зоной на постоянной высоте z = 3000 м со скоростью 113 км/ч (рисунок 5). Зависимость среднеквадратичной ошибки (СКО) позиционирования от времени полета беспилотного летательного аппарата по трем осям предоставлена на рисунке 6.

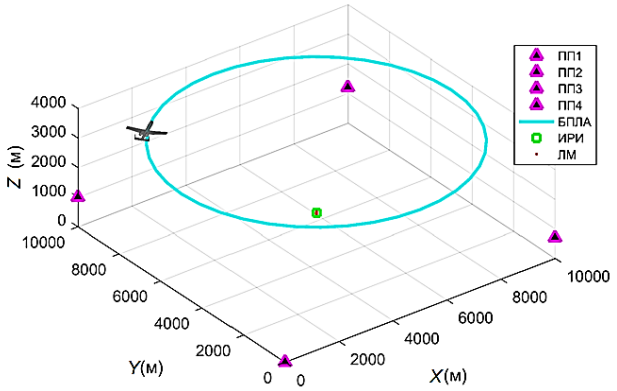


Рис. 5. Область позиционирования с использованием БПЛА

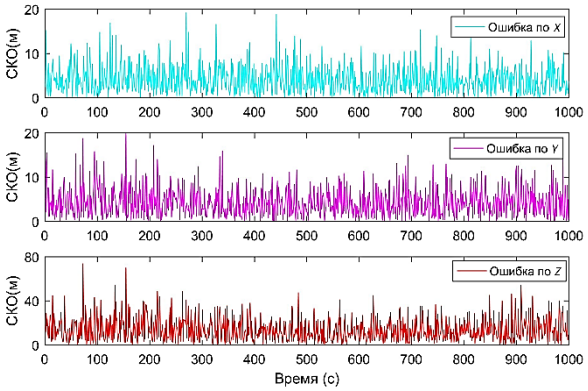


Рис. 6. Зависимость СКО от времени полета БПЛА

Оценим точность позиционирования подвижного ИРИ. Предположим, что ИРИ движется равномерно из точки с начальными координатами (6.6, 2, 0.12); 4 стационарных пункта приема расположены в точках (0, 0, 0), (10, 0, 0.7), (0, 10, 1), (10, 10, 2); один подвижный пункт приема (БПЛА) летает по окружности на высоте z = 3000 м со скоростью 104 км/ч (рисунок 7). Зависимость СКО позиционирования от времени представлена на рисунке 8.

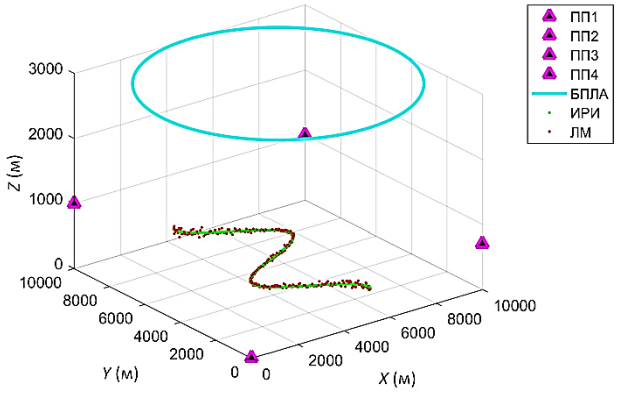


Рис. 7. Оценка координат ИРИ при движении

Анализ графиков на рисунках 6 и 8 позволяет сделать вывод о том, что как для стационарного, так и

для подвижного ИРИ, СКО на плоскости *x-y* составляет 10-20 м, в то время как СКО по высоте *z* достигает 80 м. Также из рисунка 8 видно, что для подвижного ИРИ при его удалении от центра к границам периметра расположения наземных пунктов приема СКО возрастает.

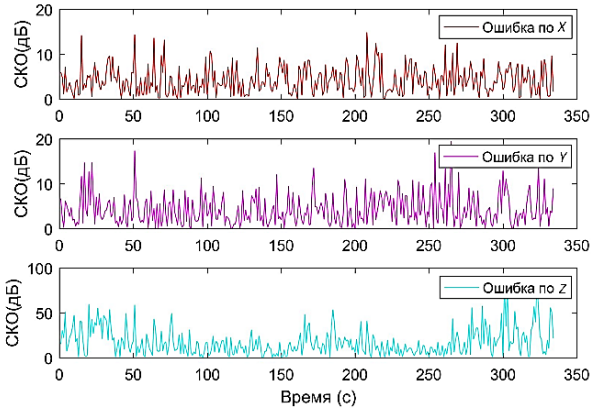


Рис. 8. Зависимость СКО от движения ИРИ

Далее проиллюстрируем влияние отсутствия прямой видимости NLOS на точность позиционирования разностно-дальномерным методом при позиционировании с использованием БПЛА в трехмерном пространстве.

IV. Оценка влияния отсутствия прямой видимости на точность позиционирования с использованием БПЛА в пространстве

Рассмотрим пример позиционирования ИРИ, когда у подвижного ПП имеет место ситуация NLOS в течение некоторого времени полета БПЛА. На рисунке 9 представлен пример территориального распределения пяти стационарных ПП наземного сегмента, одного подвижного ПП на борту БПЛА в составе воздушного сегмента и ИРИ в трехмерном пространстве; СКО в зависимости от времени полета БПЛА представлено на рисунке 10.

Из рисунков 9-10 видно, что СКО резко возрастает на интервале от 42 с до 60 с, как раз во время полета БПЛА на участке отсутствия прямой видимости NLOS между ИРИ и БПЛА. На рисунке 9 данный интервал полета проиллюстрирован отраженными лучами.

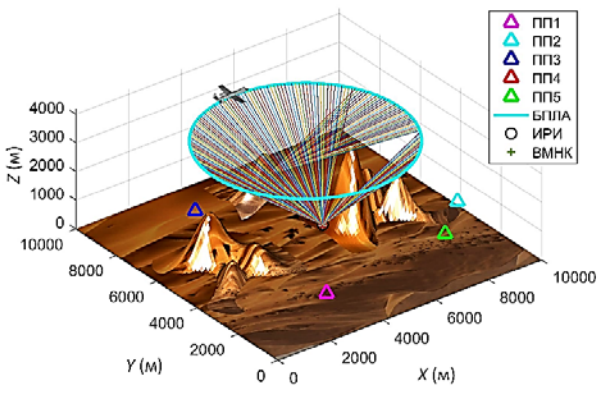


Рис. 9. Область позиционирования при отсутствии прямой видимости у 6-го пункта приема (БПЛА)

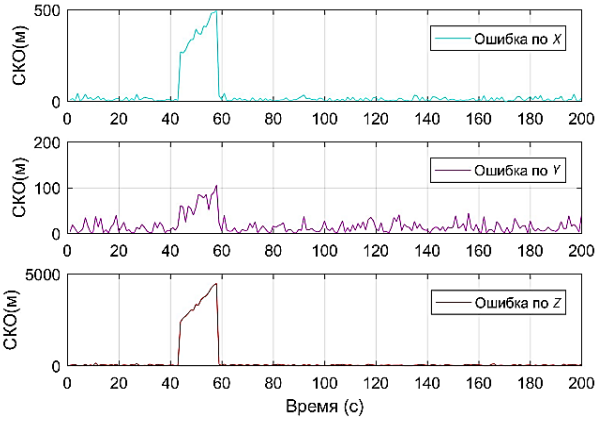


Рис. 10. Зависимость СКО от времени полета БПЛА

Для повышения точности позиционирования с использованием наземного сегмента из стационарных пунктов приема и воздушного сегмента с подвижным пунктом приема на борту БПЛА в ситуациях NLOS необходимо временно (в примере на рисунке 10 – с 42-ой по 60-ую с) исключить принимаемые РДМ измерения подвижным пунктом приема на борту БПЛА из общего набора РДМ измерений (9). Для реализации временного исключения РДМ измерений на подвижном ПП далее рассмотрим сценарий обнаружения и исключения NLOS измерений на одном из стационарных пунктов приема.

На рисунке 11 представлен пример территориального распределения 4 ПП наземного сегмента, один БПЛА и ИРИ при отсутствии прямой видимости у 2-го пункта приема $ПП_2$ (слева) и соответствующие взаимные корреляционные функции и разности времен прихода сигналов (справа). Влияние NLOS у $ПП_2$ иллюстрируется также на графике ВКФ: корреляционный пик $C_{12}(t)$ отраженного сигнала $r_2(t)$ оказывается меньше бокового лепестка корреляционных функций $C_{13}(t)$, $C_{14}(t)$, $C_{15}(t)$, сигналов $r_3(t)$, $r_4(t)$, $r_5(t)$, пришедших по лучу прямой видимости, что является следствием потерь при распространении радиоволн (РРВ) сигнала $r_2(t)$ при увеличении пройденного пути в результате отражения от препятствия [5].

На рисунке 12 показаны оценки местоположений в трехмерном пространстве, вычисленные относительно различных опорных пунктов приема. Оценка 1 получена для опорного $ПП_1$; при этом в позиционировании участвуют РДМ измерения Δd_{12}, Δd_{13}, Δd_{14}, Δd_{15}. Аналогично оценки 2, 3, 4 и 5 получены соответственно для опорных пунктов приема $ПП_2$, $ПП_3$, $ПП_4$ и $ПП_5$. Анализ полученных оценок показывает их разброс, а также значительное отклонение от истинного местоположения ИРИ; при этом наибольшее отклонение наблюдается у оценки, полученной для РДМ измерений относительно $ПП_2$, являющегося источником NLOS. Усреднение полученных оценок также показано на рисунке 12.

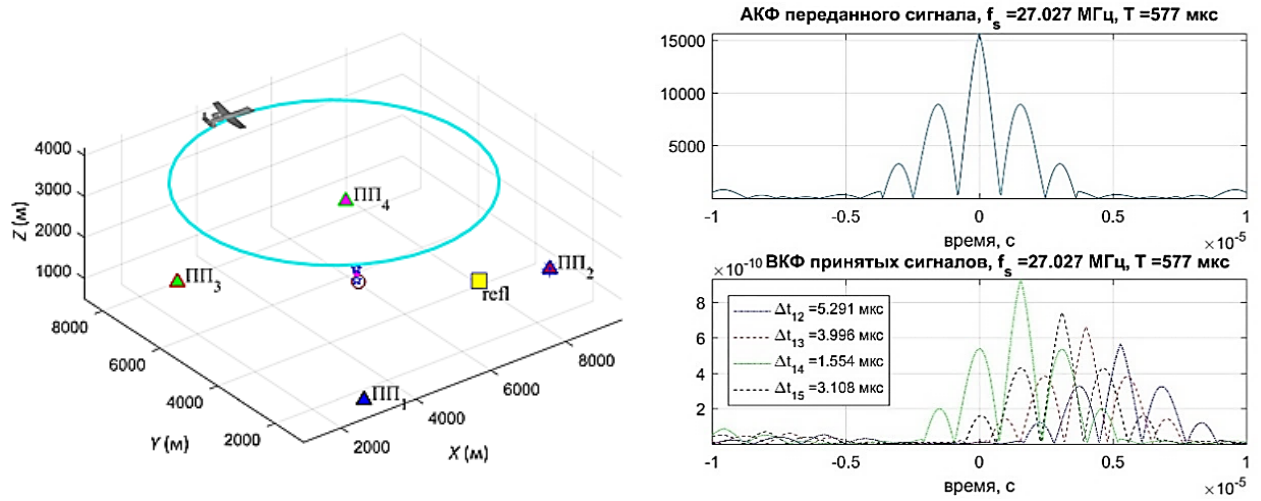


Рис. 11. Пример территориального распределения пунктов приема и ИРИ, при отсутствии прямой видимости у 2-го пункта приема и оценок координат относительно пяти пунктов приема (слева), ВКФ принятых сигналов (справа)

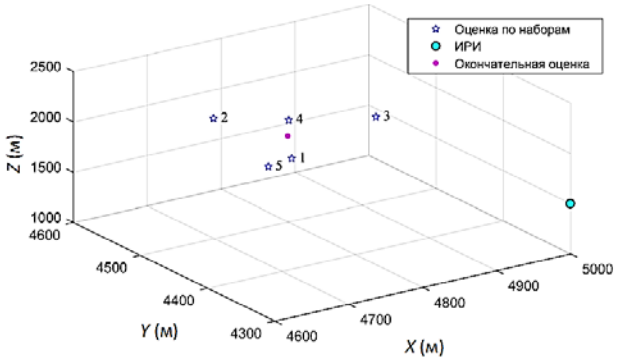


Рис. 12. Увеличенный масштаб рисунка 11 (разброс оценок по наборам)

V. Алгоритм и методики идентификации источников NLOS измерений с использованием БПЛА в пространстве

Для решения проблемы NLOS в настоящей работе обобщен алгоритм и методики идентификации источника NLOS измерений на плоскости [10] для случая позиционирования в трехмерном пространстве с использованием подвижного ПП на борту БПЛА.

Детализируем приведенный пример на рисунке 11-12 промежуточными оценками по комбинациям и наборам с помощью рисунка 13 с учетом принятых обозначений. Число наборов определяется числом пунктов приема M = 5; индекс набора определяется индексом опорного пункта приема. Число пунктов приема в комбинации L = 4. Общее число комбинаций из четырех пункта приема в наборе из пяти пунктов приема относительно опорного $C = C_{M-1}^{L-1} = C_4^3 = 4$.

Оценка $\hat{\mathbf{x}}_1$ получена относительно $ПП_1$ усреднением промежуточных оценок по набору m = 1 для четырех комбинаций из четырех ПП S_1 = {$ПП_{1234}$, $ПП_{1235}$, $ПП_{1245}$, $ПП_{1345}$}. Аналогично оценки $\hat{\mathbf{x}}_2$, $\hat{\mathbf{x}}_3$, $\hat{\mathbf{x}}_4$ и $\hat{\mathbf{x}}_5$ получены соответственно относительно $ПП_2$, $ПП_3$, $ПП_4$ и $ПП_5$.

Из анализа промежуточных оценок по комбинациям на рисунке 13 можно сделать следующий вывод. В наборе оценок присутствует одна промежуточная оценка, соответствующая истинному положению ИРИ. Эта промежуточная оценка получена на основе комбинации пунктов приема без пункта $ПП_2$ – источника NLOS измерений, а именно, в наборе m = 1 истинному положению соответствует оценка, полученная на основе комбинации S_{14} = {$ПП_{1345}$} без $ПП_2$. Аналогично в наборах 3, 4 и 5 истинному положению соответствует оценка, полученная на основе комбинации S_{31} = {$ПП_{3451}$}, S_{42} = {$ПП_{4513}$}, S_{53} = {$ПП_{5134}$}.

Подобный подход с получением промежуточных оценок для каждого опорного пункта путем усреднения промежуточных оценок по комбинациям в наборе подтверждает возможность идентификации источника NLOS измерений: на рисунке 12 видно, что промежуточная оценка 2, полученная относительно опорного $ПП_2$, имеет наибольшее отклонение от истинного местоположения ИРИ, так как ошибочное дальномерное измерение d_2 входит в каждую комбинацию РДМ измерений в наборе S_2 = {$ПП_{2345}$, $ПП_{2341}$, $ПП_{2351}$, $ПП_{2451}$}.

Однако дисперсии промежуточных оценок по комбинациям в наборе относительно каждого опорного пункта приема, с точки зрения идентификации источника NLOS, не так очевидны: на рисунке 13 показано, что дисперсия σ_2 промежуточных оценок по комбинациям в наборе m = 2, полученных относительно пункта приема $ПП_2$ – источника NLOS измерений, ниже дисперсий σ_1, σ_4 и σ_5 промежуточных оценок в наборах m = 1, m = 4 и m = 5 соответственно, полученных относительно пунктов приема $ПП_1$, $ПП_4$ и $ПП_5$ – источников LOS измерений. Это можно объяснить тем, что все промежуточные оценки по комбинациям в наборе m = 2 оказываются положительно смещенными и, следовательно, дисперсия подобных оценок может оказаться ниже дисперсий оценок в наборах относительно пунктов приема –

источников LOS, где одна из оценок соответствует истинному положению ИРИ и, следовательно, может привести к повышению дисперсии в наборе [10].

Чтобы уменьшить ошибку, следует идентифицировать источник NLOS и исключить его из процесса позиционирования. Для надежной идентификации одного источника NLOS за один сеанс измерений число оставшихся источников LOS должно превышать минимально необходимое, т.е., $L \geq 5$ в трехмерном пространстве; при идентификации ПП, являющихся источниками NLOS, используется подход последовательного исключения каждого из опорных пунктов приема из набора обрабатываемых измерений.

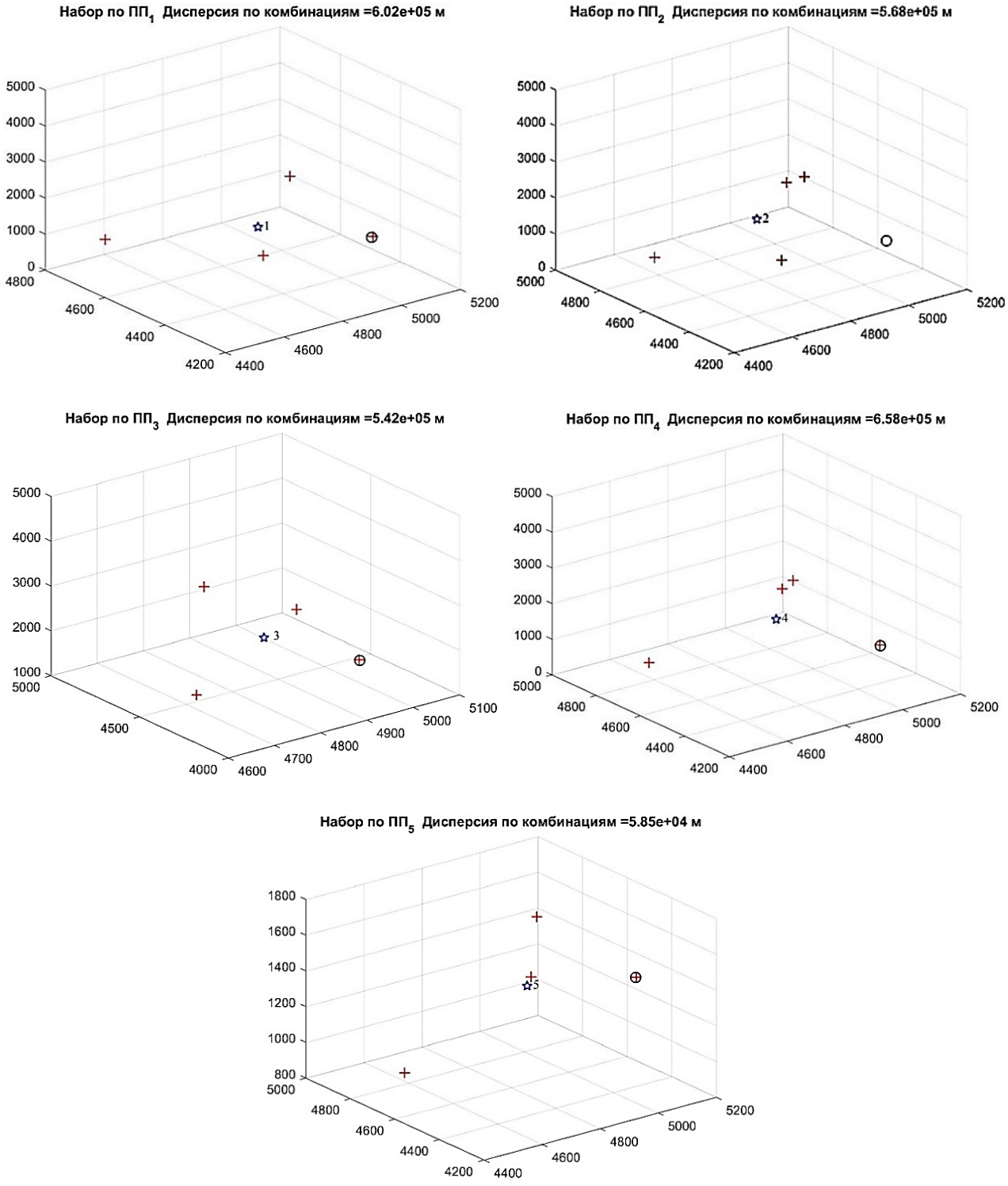


Рис. 13. Промежуточные оценки координат по комбинациям и по наборам для 5 пунктов приема при отсутствии прямой видимости у 2-го пункта приема

Проиллюстрируем идентификацию источника NLOS измерений для примера на рисунке 14; число наборов определяется числом ПП M = 6; индекс набора определяется индексом опорного ПП. Число ПП в комбинации L = 4. Общее число комбинаций из четырех пунктов приема в наборе из шести ПП относительно одного опорного пункта приема $C = C_{M-1}^{L-1} = C_5^3 = 10$. Промежуточные оценки по наборам показаны на рисунках 15-16; промежуточные оценки по комбинациям для каждого набора – на рисунке 16.

На рисунке 15 промежуточная оценка $\hat{\mathbf{x}}_1$ получена относительно опорного $ПП_1$ усреднением промежуточных оценок по набору m = 1 для десяти комбинаций из четырех ПП S_1 = {$ПП_{1234}$, $ПП_{1235}$, $ПП_{1236}$, $ПП_{1245}$, $ПП_{1246}$, $ПП_{1256}$, $ПП_{1345}$, $ПП_{1346}$, $ПП_{1356}$, $ПП_{1456}$}. Аналогично промежуточные оценки $\hat{\mathbf{x}}_2$, $\hat{\mathbf{x}}_3$, $\hat{\mathbf{x}}_4$, $\hat{\mathbf{x}}_5$ и $\hat{\mathbf{x}}_6$ получены соответственно относительно опорных пунктов приема $ПП_2$, $ПП_3$, $ПП_4$, $ПП_5$ и $ПП_6$. Оценка дисперсии по наборам при этом составила $\sigma = 1.92e + 05$ м.

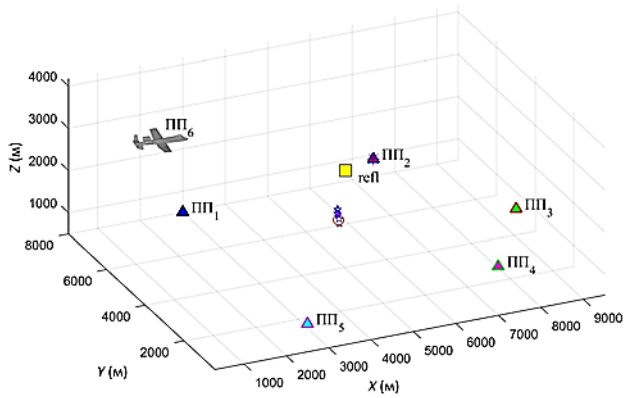


Рис. 14. Пример распределения 5 стационарных ПП, одного БПЛА и ИРИ, при отсутствии прямой видимости у 2-го ПП и оценок координат относительно 6 опорных ПП

Рассмотрим оценки дисперсий по комбинациям на рисунке 16. Оценка дисперсий комбинаций по набору m = 1 составила $\sigma = 2.08e$+05 м; при этом шесть оценок существенно смещены относительно истинного местоположения ИРИ, то есть комбинации {$ПП_{1234}$, $ПП_{1235}$, $ПП_{1236}$, $ПП_{1245}$, $ПП_{1246}$, $ПП_{1256}$}, а четыре оценки для комбинаций {$ПП_{1345}$, $ПП_{1346}$, $ПП_{1356}$, $ПП_{1456}$} в которых исключено дальномерное измерение d_2 от источника NLOS $ПП_2$, приводят к корректным оценкам местоположения ИРИ. Аналогичные выводы можно сделать для остальных наборов за исключением набора m = 2 относительно пункта приема $ПП_2$ – источника NLOS измерений: оценки по всем комбинациям S_2 = {$ПП_{2345}$, $ПП_{2346}$, $ПП_{2356}$, $ПП_{2341}$, $ПП_{2351}$, $ПП_{2361}$, $ПП_{2456}$, $ПП_{2451}$, $ПП_{2461}$, $ПП_{2561}$} содержат ошибочное дальномерное измерение d_2.

Очевидным подходом для компенсации ошибочных оценок, обусловленных наличием источника NLOS в наборе комбинаций, является идентификация и исключение этого источника из набора измерений. Например, для набора m = 1 следовало бы исключить комбинации {$ПП_{1234}$, $ПП_{1235}$, $ПП_{1236}$, $ПП_{1245}$, $ПП_{1246}$, $ПП_{1256}$}, содержащие ошибочное дальномерное измерение d_2, и оставить комбинации {$ПП_{1345}$, $ПП_{1346}$, $ПП_{1356}$, $ПП_{1456}$}.

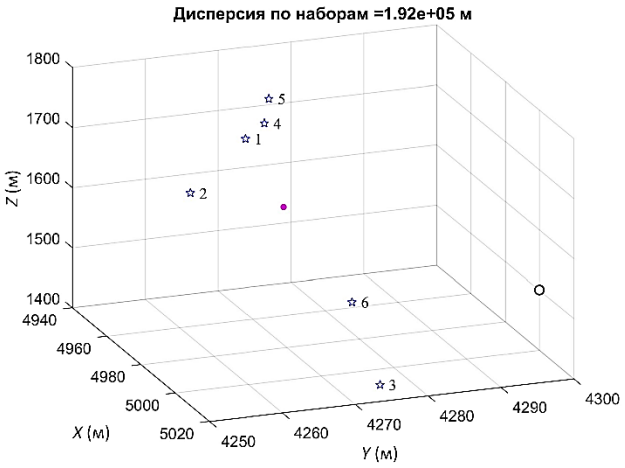


Рис. 15. Увеличенный масштаб рисунка 14 (разброс оценок по наборам)

Рассмотрим подход последовательного исключения каждого из пунктов приема из набора обрабатываемых измерений для примера на рисунке 16 с помощью рисунка 17. Число наборов определяется числом последовательно исключаемых пунктов приема M = 6; индекс набора определяется индексом исключаемого пункта приема. Число пунктов приема в комбинации L = 4. Число оставшихся после исключения одного пункта приема из набора пунктов приема $M - 1 = 5$. Общее число комбинаций из четырех пунктов приема в наборе из оставшихся после исключения пяти пунктов приема относительно одного опорного пункта приема C = 4.

При исключении первого пункта приема ($ПП_1$) получаем набор $ПП_{23456}$ из пяти пунктов приема; набор по опорному пункту приема $ПП_2$ без $ПП_1$ для четырех комбинаций из пяти пунктов приема $S_{2\setminus1}$ = {$ПП_{2345}$, $ПП_{2346}$, $ПП_{2356}$, $ПП_{2456}$}. Аналогично при исключении $ПП_2$, $ПП_3$, $ПП_4$, $ПП_5$ и $ПП_6$ соответственно получаем наборы $ПП_{34561}$, $ПП_{45612}$, $ПП_{56123}$, $ПП_{61234}$ и $ПП_{12345}$. Ниже представлен лог-файл работы функции идентификация одного источника NLOS.

```
Тест ПП для одного источника NLOS
ПП1 исключен. Набор ПП = 23456. Дисперсия = 1.00e+04
ПП2 исключен. Набор ПП = 34561. Дисперсия = 6.09e+02
ПП3 исключен. Набор ПП = 45612. Дисперсия = 4.60e+05
ПП4 исключен. Набор ПП = 56123. Дисперсия = 3.51e+04
ПП5 исключен. Набор ПП = 61234.  Дисперсия = 1.15e+04
ПП6 исключен. Набор ПП = 12345. Дисперсия = 7.62e+05
Источник NLOS ПП 2. Координаты = 5.00e+03  4.30e+03  .53e+03
```

Из лог-файла видно, что наименьшая дисперсия промежуточных оценок наблюдается при исключении $ПП_2$, который и является источником NLOS.

Анализ промежуточных оценок по комбинациям после последовательного исключения каждого из ПП из набора обрабатываемых измерений на рисунке 17 позволяет сделать определенные выводы. Во-первых, в наборе комбинаций $S_{2\backslash1}$ = {$ПП_{2345}$, $ПП_{2346}$, $ПП_{2356}$, $ПП_{2456}$} с опорным $ПП_2$ все промежуточные оценки по комбинациям оказываются смещенными относительно истинного местоположения ИРИ, так как набор содержит источник NLOS измерений – $ПП_2$. Во-вторых, в четырех наборах присутствует по одной промежуточной оценке, соответствующей истинному местоположению ИРИ; корректная оценка получена на основе комбинации без $ПП_2$ – источника NLOS измерений. В-третьих, в наборе комбинаций $S_{3\backslash2}$ = {$ПП_{3456}$, $ПП_{3451}$, $ПП_{3461}$, $ПП_{3561}$} при исключении второго пункта приема ($ПП_2$) все четыре промежуточные оценки оказываются корректными и, следовательно, приводят к наименьшей дисперсии σ = 6.09e + 02.

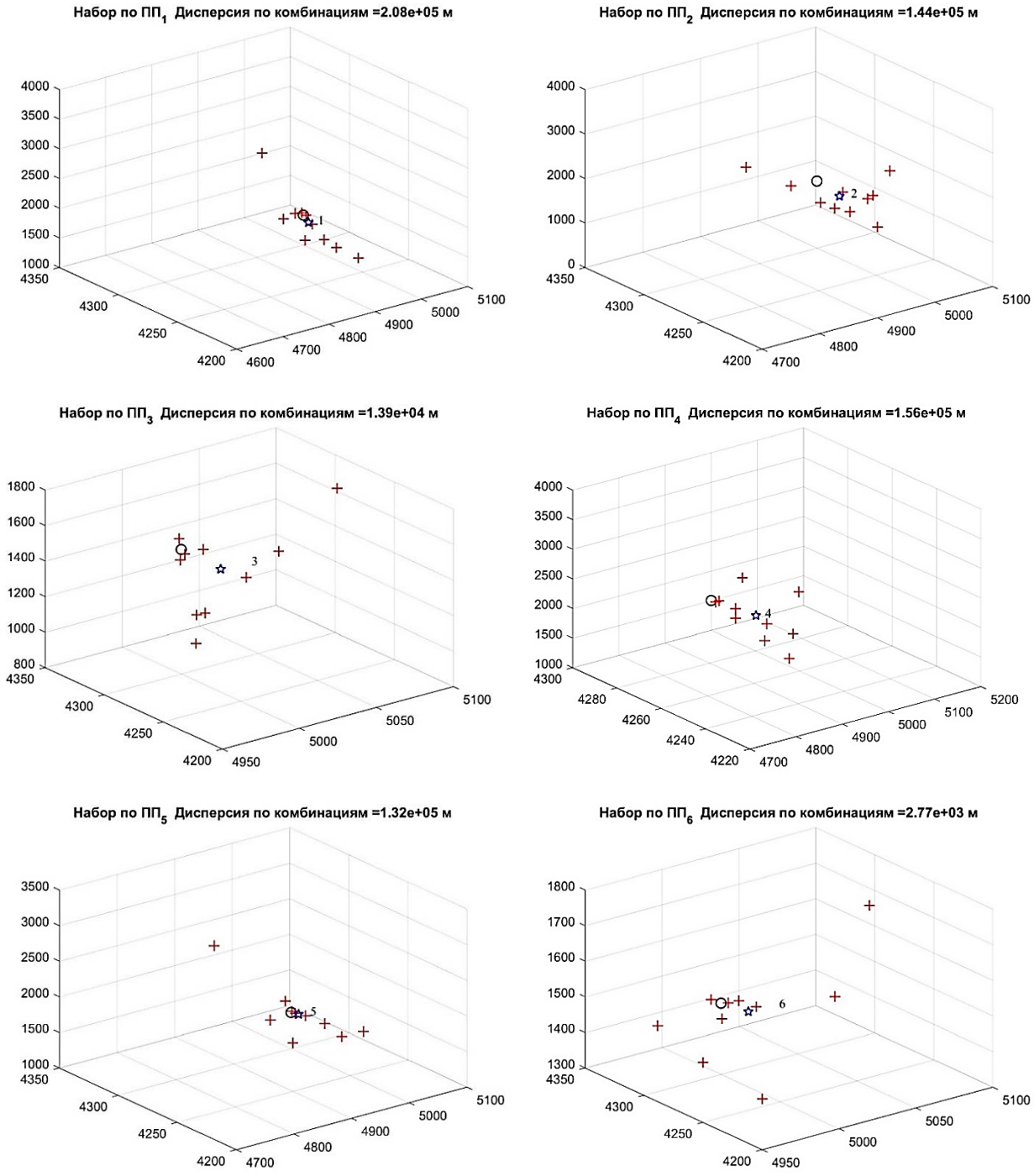


Рис. 16. Промежуточные оценки по комбинациям и по наборам для примера на рисунке 14

Проиллюстрируем хронологию исключения подвижного пункта приема на борту БПЛА на интервале полета от 42 с до 60 с при условии отсутствия прямой видимости между беспилотным летательным аппаратом и источником радиоизлучений. Далее представлен лог-файл позиционирования и исключения подвижного пункта приема на борту беспилотного летательного аппарата для примера на рисунке 9.

```
Тест пунктов приема для исключения источника NLOS
Время = 1с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
Время = 2с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
...
Время = 40с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
Время = 41с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
Время = 42с: Пункт приема ПП6 имеет NLOS. ПП6 исключен
...
Время=60с: Пункт приема ПП6 имеет NLOS. ПП6 исключен
Время = 61с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
Время = 62с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
...
Время = 199с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
Время = 200с: Все пункты приема имеют прямую видимость (LOS)
```

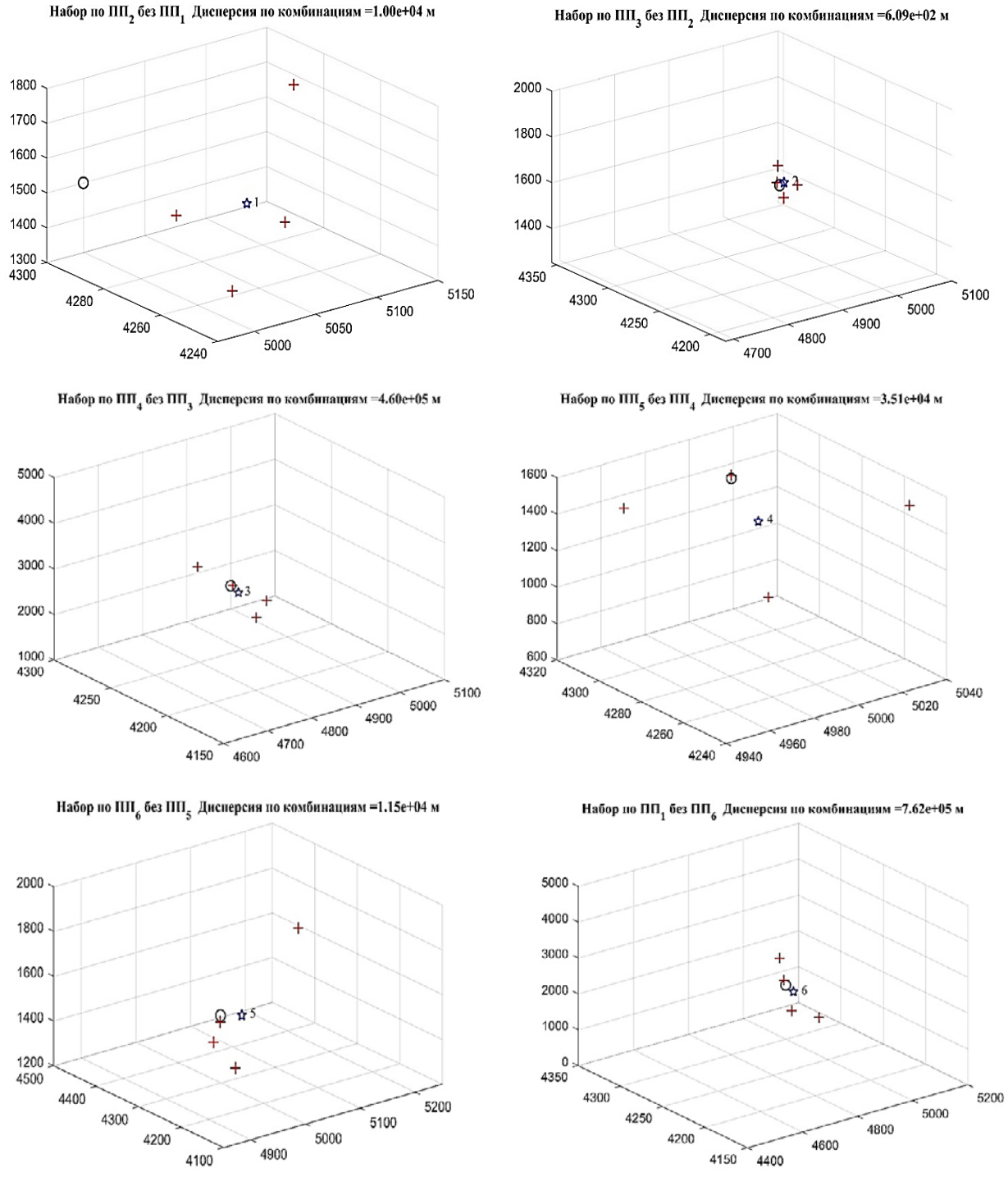


Рис. 17. Промежуточные оценки с поочередным исключением

Для идентификации источников NLOS измерений в качестве критерия используется некоторое эмпирическое пороговое значение дисперсии промежуточных оценок по комбинациям σ_{thr}, полученное для измерений прямой видимости LOS: если дисперсия промежуточных оценок по комбинациям превышает пороговое значение, т.е. $\sigma_m > \sigma_{thr}$, в данном наборе констатируется наличие одного или двух источников NLOS измерений; в противном случае делается заключение о том, что все пункты в наборе имеют LOS измерения. В случае обнаружения источника NLOS происходит исключение его из процесса позиционирования. Следует отметить, что по сравнению со сценарием исключения источников NLOS измерений на плоскости [10], пороги идентификации NLOS σ_{thr} при позиционировании ИРИ в пространстве значительно больше вследствие увеличения погрешности позиционирования по оси z.

VI. Выводы

Разработанные математическая и имитационная модели позиционирования ИРИ позволили оценить и визуализировать точность позиционирования в трехмерном пространстве на основе РДМ с использованием БПЛА. Результаты моделирования показали, что ошибка по высоте Z больше, чем ошибки по оси x и y примерно в 3 раза, что является недостаточным для позиционирования в условиях высокогорья. Обобщенный алгоритм и методики последовательного исключения пунктов приема показали возможность обнаружить и исключить источники NLOS измерений при позиционировании в трехмерном пространстве с использованием БПЛА с высокой вероятностью. В дальнейшей работе планируется исследовать методы и алгоритмы повышения точность позиционирования по высоте z.

Благодарности

Исследование выполнено при поддержке Комитета по науке и высшей школе Правительства Санкт-Петербурга.

Список используемых источников

1. Фокин Г.А., Аль-Одхари А.Х. Локализация объектов в условиях неоднородного рельефа с использованием беспилотных летательных аппаратов // Наука и инновации в технических университетах. Материалы Десятого Всероссийского форума студентов, аспирантов и молодых ученых. 2016. С. 7–9.

2. Fokin G., Kireev A., Al-odhari A.H.A. TDOA positioning accuracy performance evaluation for arc sensor configuration // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2018.

3. Фокин Г.А. Методика идентификации прямой видимости в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 78–82.

4. Сиверс М.А., Фокин Г.А., Духовницкий О.Г. Оценка возможностей метода разностно-дальномерного метода позиционирования абонентских станций в системах мобильной связи LTE средствами имитационного моделирования // Информационные технологии моделирования и управления. 2016. Т. 98. № 2. С. 149–160.

5. Фокин Г.А. Оценка точности позиционирования абонентских станций в сетях LTE разностно-дальномерным методом // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция: сборник статей в 2 томах. 2015. С. 170–173.

6. Сиверс М.А., Фокин Г.А., Духовницкий О.Г. Позиционирование абонентских станций в сетях мобильной связи LTE разностно-дальномерным методом // Системы управления и информационные технологии. 2015. Т. 59. №. 1. С. 55–61.

7. Аль-Одхари А.Х. Позиционирование источника радиоизлучения разностно-дальномерным методом с использованием беспилотных летательных аппаратов // Телекоммуникации. 2018. № 3. С. 29–39.

8. Kim D.H., Lee K., Park M.Y., Lim J. UAV-Based Localization Scheme for Battlefield Environments // IEEE Military Communications Conference (MILCOM). 2013. PP. 562–567.

9. Al-odhari A.H.A., Fokin G., Kireev A. Positioning of the radio source based on time difference of arrival method using unmanned aerial vehicles // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2018.

10. Фокин Г.А. Комплексная имитационная модель для позиционирования источников радиоизлучения в условиях отсутствия прямой видимости // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 1. С. 85–101.

11. Kireev A., Fokin G., Al-odhari A.H.A. TOA measurement processing analysis for positioning in NLOS conditions // Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. 2018.

12. Киреев А.В., Фокин Г.А. Измерение времени прихода сигнала в задачах позиционирования в мобильных сетях при отсутствии прямой видимости // Информационные технологии и телекоммуникации. 2017. Т. 5. № 4. С. 36–41.

13. Chen P.C. A non-line-of-sight error mitigation algorithm in location estimation // IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 1999. Vol. 1. PP. 316–320.

14. Schroeder J., Galler S., Kyamakya K., Jobmann K. NLOS detection algorithms for Ultra-Wideband localization // 4th Workshop on Positioning, Navigation and Communication (WPNC). 2007. PP. 159–166.

15. Guvenc I., Chong C., Watanabe F. NLOS identification and mitigation for UWB localization systems // IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). 2007. PP. 1571–1576.

16. Mucchi L., Marcocci P. A new UWB indoor channel identification method. // 2nd International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CrownCom). 2007. PP. 58–62.

17. Heidari M., Akgul F., Pahlavan K. Identification of the Absence of Direct Path in Indoor Localization Systems // IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC). 2007.

18. Khodjaev J., Park Y., Malik A.S. Survey of NLOS identification and error mitigation problems in UWB-based positioning algorithms for dense environments // Annals of Telecommunications – Annales des Télécommunications. 2010. Vol. 65. Iss 5-6. PP. 301–311.
19. Montminy M.B. Passive Geolocation of Low-Power Emitters in Urban Environments Using TDOA: дис. – Air Force Institute of Technology. Mar. 2007.
20. Фокин Г.А. Имитационное моделирование процесса распространения радиоволн в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 83–89.
21. Фокин Г.А., Аль-Одхари А.Х. Позиционирование подвижных источников радиоизлучения разностно-дальномерным методом // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2017. Т. 11. № 4. С. 41–46.
22. Киреев А.В., Фокин Г.А. Позиционирование объектов в сетях LTE посредством измерения времени прохождения сигналов // Труды учебных заведений связи. 2016. Т. 2. № 1. С. 68–72.
23. Knapp C., Carter G. The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Vol. 24. Iss. 4. 1976. PP. 320–327.
24. Sivers M., Fokin G. LTE Positioning Accuracy Performance Evaluation // Lecture Notes in Computer Science. 2015. Vol. 9247. PP. 393–406.
25. Zekavat R., Buehrer R.M. Handbook of Position Location: Theory, Practice and Advances. John Wiley & Sons, 2011.

* * *

POSITIONING OF RADIO EMISSION SOURCES IN HILLY TERRAIN USING UNMANNED AERIAL VEHICLES

A. Al-Odhari[1], **G. Fokin**[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Al-Odhari A., Fokin G. Positioning of Radio Emission Sources in Hilly Terrain Using Unmanned Aerial Vehicles // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 5–17.

Abstract: *In the present work mathematical and simulation models of the positioning of radio emission sources in three-dimensional space on the basis of a distance-ranging method with the use of unmanned aerial vehicles have been developed and an accuracy estimation of positioning of mobile and stationary sources of radio emission sources in three-dimensional space with the use of an unmanned aerial is evaluated. Also, an algorithm and methods for identifying and compensating of sources of measurement with NLOS measurements for the positioning of radio emission sources using fixed reception points as part of the ground segment and mobile receiving points on board of an unmanned aerial vehicle as part of an air segment in three-dimensional space was generalized.*

Keywords: *radiation source, receiving point, Non-Line-of-Sight, time difference of arrival, simulation model, three-dimensional space.*

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОТКЛОНЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБРАЗЦОВ МАЛОМОДОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН ОТ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЫ НА ДЕГРАДАЦИЮ СПЕКТРАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ МОДОВОЙ ЗАДЕРЖКИ

В.А. Андреев[1], **А.В. Бурдин**[1*], **В.А. Бурдин**[1]

[1]Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
Самара, 443010, Российская Федерация
*Адрес для переписки: bourdine@yandex.ru

Информация о статье
УДК 621.391.63; 681.7.068
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Андреев В.А., Бурдин А.В., Бурдин В.А. Исследование влияния отклонения геометрии промышленных образцов маломодовых оптических волокон от оптимальной формы на деградацию спектральной характеристики дифференциальной модовой задержки // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 18–25.

Аннотация: *В работе представлены результаты теоретического исследования влияния отклонения геометрии промышленных образцов маломодовых оптических волокон от оптимальной формы на деградацию спектральной характеристики дифференциальной модовой задержки. Рассматривались несимметричные некруглые кварцевые 16-модовые оптические волокна 42/125 с уменьшенной за счет предварительно оптимизированной специализированной формы градиентного профиля показателя преломления дифференциальной модовой задержки в "C"-диапазоне длин волн с внесенными локальными флуктуациями показателя преломления. Эллиптичность сердцевины и вариации профиля задавались на основе анализа протоколов измерения профилей показателя преломления промышленных образцов многомодовых оптических волокон 50/125 кат. OM2 и OM2+/OM3.*

Ключевые слова: *маломодовые оптические волокна, маломодовый режим передачи оптического сигнала, дифференциальная модовая задержка, несимметричные оптические волокна, профиль показателя преломления.*

На сегодняшний день переход от традиционных одномодовых оптических волокон (ОВ) в линейном тракте волоконно-оптических линий передачи (ВОЛП) к маломодовым световодам (FMF, *от англ.* Few Mode Fibers) с экстремально увеличенным, по сравнению с упомянутыми одномодовыми ОВ действующих рекомендаций ITU-T, диаметром сердцевины, благодаря которому достигается практически полное устранение нелинейности ОВ, в сочетании с технологией модового мультиплексирования (MDM, *от англ.* Mode Division Multiplexing) и MIMO (*от англ.* Multiple Input Multiple Output – множественные входы/множественные выходы), рассматривается как одно из перспективных решений задачи преодоления нелинейного предела Шеннона для магистральных ВОЛП транспортных сетей связи нового поколения, ориентированных на сверхвысокие скорости передачи информации [1–7 и др.].

Как показал анализ данных экспериментальных и теоретических исследований, представленных в цикле работ ряда зарубежных авторов, а также анализ результатов проведенного моделирования линейного тракта магистральной ВОЛП, подробно изложенных в ранее опубликованных работах [8, 9], фактическое нивелирование нелинейных искажений достигается при значении эффективной площади сечения $A_{эфф}$ = 140 мкм^2. При этом, согласно результатам выполненных соответствующих теоретических исследований взаимосвязи модовой эффективной площади сечения, диаметра пятна моды и диаметра сердцевины градиентных ОВ на основании

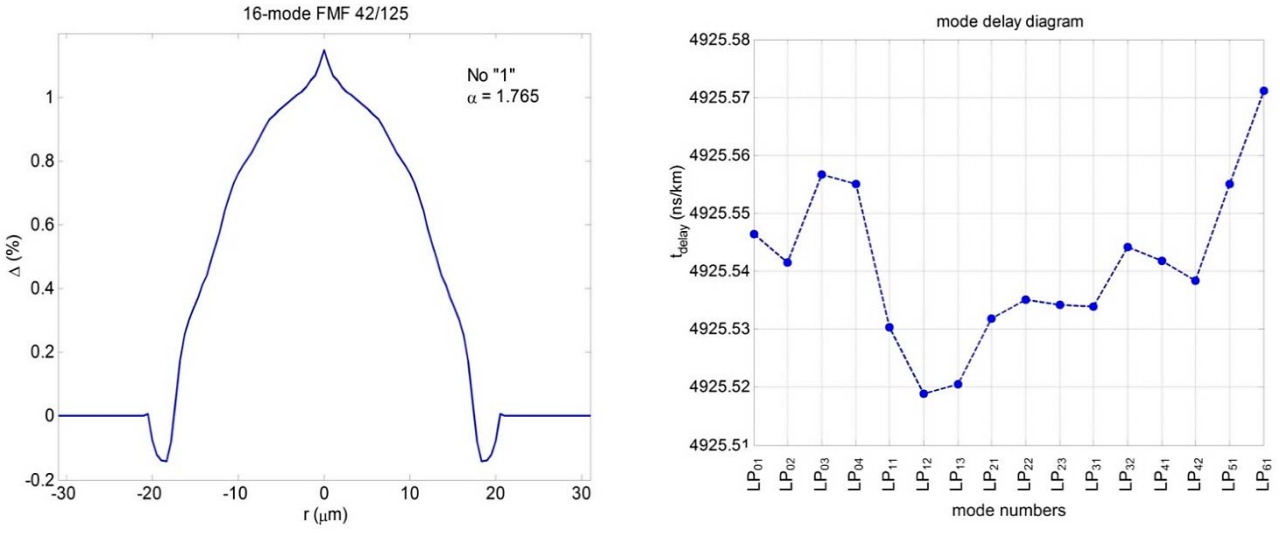
разработанной методики, также описанной в публикациях [8, 9], искомое значение $A_{эфф}$ для моды LP_{11} достигается уже для диаметра сердцевины 22 мкм, в то время как для основной моды LP_{01} – при диаметре сердцевины ОВ не менее 42 мкм.

Это позволило далее перейти к разработке методики оптимизации профиля показателя преломления таких FMF 42/125, обеспечивающих минимизацию дифференциальной модовой задержки (ДМЗ), являющейся ключевым негативным линейным фактором искажения оптического сигнала при распространении по ОВ в маломодовом режиме [10], в области оптической несущей λ = 1550 нм и поддерживающих распространение 16 направляемых LP-мод во всем «С»-диапазоне длин волн. В результате было получено несколько десятков образцов градиентных профилей FMF 42/125 при различных комбинациях параметра градиента профиля первой итерации и опорного значения модовой задержки, относительно которого осуществляется выравнивание диаграммы ДМЗ всех направляемых мод такого ОВ, удовлетворяющих условию отсечки и введенному критерию значения оптического фактора ограничении более 0.5, непосредственно участвующих в переносе оптического сигнала. На следующем этапе был выполнен отбор образцов профилей FMF 42/125, обеспечивающих снижение ДМЗ по основной моде во всем выделенном спектральном «С»-диапазоне до значений менее 200 пс/км. Так, на рисунке 1а приведен образец оптимизированного профиля FMF 42/125 при опорном значении модовой задержки 4925.51 нс/км и параметре градиента профиля первой итерации α = 1.765 [9, 11, 12], на рисунке 1б – соответствующая ему диаграмма ДМЗ модового состава, построенная для оптической несущей λ = 1550 нм. Данный профиль показателя преломления обеспечивает снижение ДМЗ в центре «С»-диапазона до 30 пс/км и менее.

Вместе с тем, очевидно, что в силу особенностей полного цикла технологического процесса изготовления промышленных образцов кварцевых ОВ, включая синтез преформы и процедуру вытяжки строительной длины волокна с последующим наложением первичного защитно-упрочняющего покрытия, неизбежны отклонения конструктивных параметров реальных волоконных световодов от искомых оптимизированных значений, полученных в результате моделирования FMF. Так, анализ протоколов измерения [13] промышленных образцов нового поколения многомодовых градиентных ОВ 50/125 кат. ОМ2+/ОМ3, оптимизированных для совместной работы с лазерными источниками (LOMFs, *от англ.* Laser Optimized Multimode Fibers) трансиверов (мульти)гигабитных сетей передачи данных, отличающиеся более строгими требованиями к воспроизведению искомого градиентного профиля ОВ, позволил выявить два ключевых фактора отклонения геометрии ОВ от оптимальной формы, которые предположительно могут оказать существенное влияние на деградацию пропускной способности FMF:

– локальные флуктуации показателя преломления;
– несимметричность (эллиптичность) сердцевины оптического волокна.

В результате статического анализа указанных выше протоколов измерений [13] было выявлено, что флуктуации показателя преломления хорошо описываются с помощью нормального закона распределения: здесь локальное математическое ожидание соответствует непосредственно локальному значению показателя преломления, в то время как дисперсия не превышает $5 \cdot 10^{-5}$. Поэтому далее такие флуктуации рассматривались как «нормальные». В свою очередь, для имитации аномально «сильных» искажений профиля дисперсия была увеличена в 3 раза, т.е. до $15 \cdot 10^{-5}$.



а) б)

Рис.1. 16-модовое FMF 42/125 с уменьшенной ДМЗ в «С»-диапазоне длин волн: а) оптимизированный градиентный профиль показателя преломления; б) диаграмма ДМЗ модового состава (длина волны λ = 1550 нм)

Очевидно, что оценка влияния локальных отклонений показателя преломления относительно оптимизированных значений потребует проведения анализа FMF 42/125 со сложным «искаженным» профилем показателя преломления. В данной работе для этой цели предлагается воспользоваться ранее разработанной модификацией приближения Гаусса, обобщенной на случай расчета параметров передачи направляемых мод произвольного порядка, распространяющихся в слабонаправляющем волоконном световоде с произвольным осесимметричным профилем показателя преломления [11, 12, 14]. В отличие от классического приближения Гаусса [15] и его разнообразных модификаций [16–22], использующих для представления градиентного профиля показателя преломления исследуемого ОВ одну или совокупность гладких функций и, как результат, вынужденных для снижения погрешности расчетов при описании радиального распределения поля моды вводить дополнительные вариационные параметры, в предлагаемом обобщении модификации приближения Гаусса (ОМПГ) для этой цели используется метод стратификации [23]. В результате слабонаправляющий волоконный световод с произвольным осесимметричным профилем показателя преломления, ограниченным одной внешней сплошной оболочки, рассматривается как слабонаправляющий волоконный световод с многослойным профилем показателя преломления. При этом искомый профиль в области сердцевины ОВ представляется в виде конечного числа N слоев, в пределах которых значение показателя преломления остается постоянным:

$$n(R) = \begin{cases} n_k, & R_k = \dfrac{k}{N}, \quad 0 \le k \le N-1 \\ n_N, & 1 < R \le +\infty \end{cases}, \qquad (1)$$

а сама функция $f(R)$, описывающая профиль показателя преломления:

$$n^2(R) = n_{\max}^2[1 - 2\Delta \cdot f(R)], \qquad (2)$$

записывается в виде:

$$f(R) = \begin{cases} h_k, & R_k = \dfrac{k}{N}, \quad 0 \le k \le N-1 \\ 1, & 1 < R \le +\infty \end{cases}, \qquad (3)$$

где $h_k = (n_{\max}^2 - n_k^2)/(n_{\max}^2 - n_N^2)$ – локальный параметр профиля; n_k – показатель преломления k-го промежуточного слоя (k = 0, 1, 2 ... N – 1); n_{max} – максимум показателя преломления в области сердцевины; n_N – показатель преломления внешней сплошной оболочки; $\Delta = (n_{\max}^2 - n_N^2)/2n_{\max}^2$ – параметр высоты профиля;

$R_k = r_k/a$ – нормированная радиальная координата k-го промежуточного слоя; r_k – радиальная координата k-го промежуточного слоя; a – радиус сердцевины исследуемого ОВ.

Таким образом, при задании исходных данных расчета обеспечивается детализированное воспроизведение профиля показателя преломления исследуемого ОВ, что существенно снижает погрешность вычислений при решении прямой задачи расчета параметров передачи модового состава волоконного световода с увеличенным, по сравнению с одномодовыми ОВ, диаметром сердцевины и сложной формой профиля показателя преломления. Кроме того, в отличие от перечисленных выше известных модификаций приближения Гаусса [16–22] такой подход позволяет ограничиться одним вариационным параметром – нормированным эквивалентным радиусом пятна моды R_0, который в рамках данного приближения является базовым и полностью определяет искомые характеристики моды. Здесь для представления радиального распределения поля моды заданного порядка исследуемого ОВ используется известное аппроксимирующее выражение, соответствующее точному решению скалярного волнового уравнения для слабонаправляющих ОВ с идеальным неограниченным параболическим профилем показателя преломления, записанное в базисе функций Лагерра-Гаусса [15]:

$$F_m^{(l)}(R) = \left(\frac{R}{R_0}\right)^l L_{m-1}^{(l)}\left(\frac{R^2}{R_0^2}\right)\exp\left(\frac{-R^2}{2R_0^2}\right) \qquad (4)$$

где $R = r/a$ – нормированная радиальная координата; r – радиальная координата; a – радиус сердцевины;

$R_0 = \rho_0/a$ – нормированный эквивалентный, в рамках приближения Гаусса, радиус пятна моды; ρ_0 – эквивалентный радиус пятна моды;

$L_{m-1}^{(l)}$ – полином Лагерра; l – азимутальный, m – радиальный порядок моды LP_{lm}.

Все это позволяет перейти к аналитической форме записи вариационного выражения для квадрата волноводного параметра моды в сердцевине U^2 в виде конечных вложенных сумм вида (5), где $b_p^{(l,m)}$ – соответствующие коэффициенты степенного ряда формулы явного выражения полинома Лагерра $L_m^{(l)}(x)$:

$$L_m^{(l)}(x) = \sum_{q=0}^{m} b_q^{(l,m)} x^q;$$

$$b_q^{(l,m)} = (-1)^q \frac{(l+m)!}{(l+q)!\,(m-q)!\,q!};$$

$V = k_0 a n_{\max}\sqrt{2\Delta}$ – нормированная частота (волноводный параметр), определяемая первичными параметрами ОВ;

$k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число для оптической волны в вакууме;

λ – рабочая длина волны.

$$U^2 = \frac{(m-1)!}{(l+m-1)!}\left\{\frac{M}{R_0^2} + V^2\left[X_0 + \sum_{k=0}^{N-1} h_k(X_1 - X_2)\right]\right\},$$

$$X_j = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2} D_q \sum_{p=0}^{l+q} \frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p}}, & j = 0; \\ \exp\left(-\frac{(k+j-1)^2}{N^2 R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2} D_q \sum_{p=0}^{l+q} \frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p}} \frac{(k+j-1)^{2p}}{N^{2p}}, & j = 1,2; \end{cases}$$

$$M = \frac{(l+m-1)!\,(3l+2m-1)}{(m-1)!} + 2l^2 \sum_{q=0}^{2m-2} D_q(q+l--1)! - 4l \sum_{q=0}^{2m-2} C_q(q+l)\,!\,; \quad (5)$$

$$D_q = \sum_{p\,=\,\max(0,q\,-\,m\,+\,1)}^{\min(q,\ m-1)} b_p^{(l,\ m-1)} b_{q-p}^{(l,\ m-1)}\ ;$$

$$C_q = \sum_{p=\max(0,q-m+1)}^{\min(q,m-1)} b_p^{(l,m-1)} b_{q-p}^{(l+1,m-1)}\ .$$

Характеристическое уравнение для эквивалентного нормированного радиуса пятна моды $\partial U^2 / \partial R_0$, получаемое, согласно общему алгоритму приближения Гаусса [15], в результате дифференцирования (5) по R_0, также приводится к аналитическому виду (6).

Результатом численного решения уравнения (6), записанного для геометрических параметров исследуемого ОВ и дискретных значений азимутального и радиального порядков заданной моды LP_{lm}, является эквивалентный нормированный радиус пятна искомой моды R_0.

Последующая подстановка R_0 в вариационное выражение (5) позволяет выполнить оценку параметра моды в сердцевине U, который непосредственно связан с постоянной распространения известным выражением (7) [10, 15, 23].

Полученное решение характеристического уравнения (6) с учетом последующей подстановки в (5) и далее в (7) должно удовлетворять условию отсечки направляемых мод $kn_N < \beta \le kn_0$, а также неравенству для оптического фактора ограничения $P_{co}^{(lm)} \ge 0.5$, для которого, в рамках приближения слабонаправляющего оптического волновода, с учетом приближения Гаусса, также было получено аналитическое выражение вида (8).

$$-M + V^2\left[S_0 + \sum_{k=0}^{N-1} h_k(S_1 - S_2)\right] = 0\,,$$

$$S_j = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2} D_q \sum_{p=0}^{l+q} \frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p}}(1 - pR_0^2)\,, & j = 0; \\ \exp\left(-\frac{(k+j-1)^2}{N^2 R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2} D_q \sum_{p=0}^{l+q} \frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p}} \frac{(k+j-1)^{2p}}{N^{2p}}\left(\frac{(k+j-1)^2}{N^2} - pR_0^2\right), & j = 1,2. \end{cases} \quad (6)$$

$$\beta^2 = k_0^2 n_0^2 - \frac{U^2}{a^2}. \quad (7)$$

$$P_{co}^{(lm)} = \frac{(m-1)!}{(l+m-1)!} \sum_{q=0}^{2m-2} D_q(l+q)!\left[1 - \exp\left(-\frac{1}{R_0^2}\right)\sum_{p=0}^{l+q} \frac{1}{p!\,R_0^{2p}}\right]. \quad (8)$$

В свою очередь, переход к аналитическому выражению для задержки моды, обратно пропорциональной ее групповой скорости, потребует вывода формул для производных параметра моды в сердцевине $\partial U^2/\partial\lambda$:

$$\frac{\partial U^2}{\partial\lambda}=\frac{(m-1)!}{(l+m-1)!}\left\{-\frac{2Q}{R_0^3}\frac{\partial R_0}{\partial\lambda}+\frac{\partial V^2}{\partial\lambda}\left[X_0+\sum_{k=0}^{N-1}h_k(X_1-X_2)\right]+2V^2X_0^{(1)}\frac{\partial R_0}{\partial\lambda}+\right.$$
$$\left.+V^2\sum_{k=0}^{N-1}\frac{\partial h_k}{\partial\lambda}(X_1-X_2)+2V^2\frac{\partial R_0}{\partial\lambda}\sum_{k=0}^{N-1}h_k\left(X_1^{(1)}-X_2^{(1)}\right)\right\}, \quad (9)$$

где

$$X_j^{(1)}=\begin{cases}\exp\left(-\frac{1}{R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2}D_q\sum_{p=0}^{l+q}\frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p+3}}(1-pR_0^2), & j=0;\\ \exp\left(-\frac{(k+1)^2}{N^2R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2}D_q\sum_{p=0}^{l+q}\frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p+3}}\frac{(k+1)^{2p}}{N^{2p}}\left(\frac{(k+j-1)^2}{N^2}-pR_0^2\right), & j=1,2.\end{cases}$$

и эквивалентного нормированного радиуса пятна моды:

$$\frac{\partial R_0}{\partial\lambda}=\frac{S_0\frac{\partial V^2}{\partial\lambda}+\sum_{k=0}^{N-1}\left[(S_0-S_1)\left(h_k\frac{\partial V^2}{\partial\lambda}+V^2\frac{\partial h_k}{\partial\lambda}\right)\right]}{-2V^2\cdot\left[S_0^{(1)}+\sum_{k=0}^{N-1}h_k\left(S_1^{(1)}-S_2^{(1)}\right)\right]}, \quad (10)$$

где

$$S_j^{(1)}=\begin{cases}\exp\left(-\frac{1}{R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2}D_q\sum_{p=0}^{l+q}\frac{(l+q)!}{p!\,R_0^{2p+3}}[(1-pR_0^2)^2-pR_0^4], & j=0;\\ \exp\left(-\frac{(k+1)^2}{N^2R_0^2}\right)\sum_{q=0}^{2m-2}D_q\sum_{p=0}^{l+q}\frac{(l+q)!\,(k+1)^{2p}}{p!\,N^{2p}R_0^{2p+3}}\left[\left(\frac{(k+j-1)^2}{N^2}-pR_0^2\right)^2-pR_0^4\right], & j=1,2.\end{cases}$$

Затем, соответственно, появляется возможность перейти к уже непосредственно к производной постоянной распространения $\partial\beta/\partial\lambda$:

$$\frac{\partial\beta^2}{\partial\lambda}=-\frac{2k_0^2n_{\max}^2}{\lambda}+k_0^2\frac{\partial n_{\max}^2}{\partial\lambda}-\frac{1}{a^2}\frac{\partial U^2}{\partial\lambda}, \quad (11)$$

и далее получить конечное аналитическое выражение для модовой задержки t_d, обратно пропорциональной групповой скорости v_g, направляемой моды LP_{lm} заданного порядка в виде [10, 15, 23]:

$$t_d=\frac{1}{v_g}=-\frac{\lambda^2}{4\pi\beta}\frac{\partial\beta^2}{c\,\partial\lambda}=-\frac{\pi}{k_0^2\beta c}\frac{\partial\beta^2}{\partial\lambda}. \quad (12)$$

Материальная дисперсия, обусловленная спектральной зависимости показателя преломления, учитывается с помощью хорошо известно уравнения Селлмейера [23]. В свою очередь, поиск коэффициентов Селлмейера для нетабулированных значений концентрации примеси осуществляется с помощью метода, представленного в ранее опубликованной работе [24].

На рисунке 2 представлен образец профиля показателя преломления 16-модового FMF 42/125 с «наложением» аномально сильных локальных флуктуаций показателя преломления. Для этого образца профиля FMF 42/125 с помощью описанного выше ОМПГ был проведен расчет спектральных характеристик ДМЗ в «С»–диапазоне длин волн с учетом внесенных «нормальных» и «сильных» искажений в профиль показателя преломления. Указанные спектральные характеристики представлены на рисунке 3.

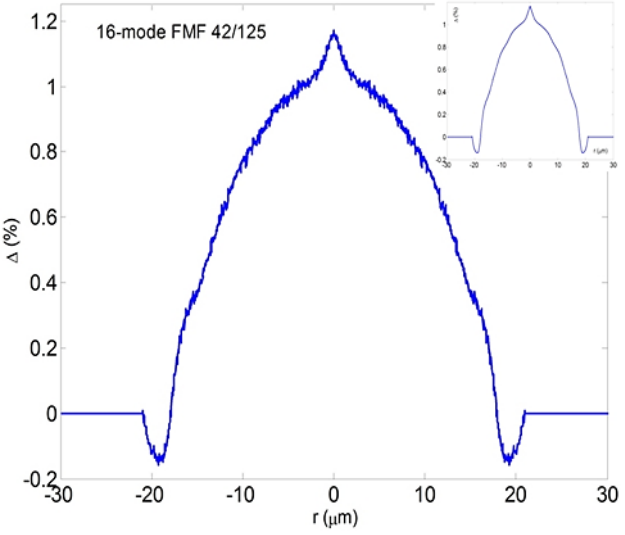


Рис. 2. Оптимизированный градиентный профиль FMF 42/125 с «наложением» аномально сильных локальных флуктуаций показателя преломления

Как и ожидалось, результаты расчетов продемонстрировали общую деградацию ДМЗ. Однако и в случае «нормальных», и в случае «аномально»

сильных искажений геометрии, значение данного параметра не превышало рекомендуемые в [6] 200 пс/км (здесь максимальные значения ДМЗ соответствовали краям указанного волнового диапазона), в то время как в области длины волны 1550 нм это значение не достигало 150 пс/км.

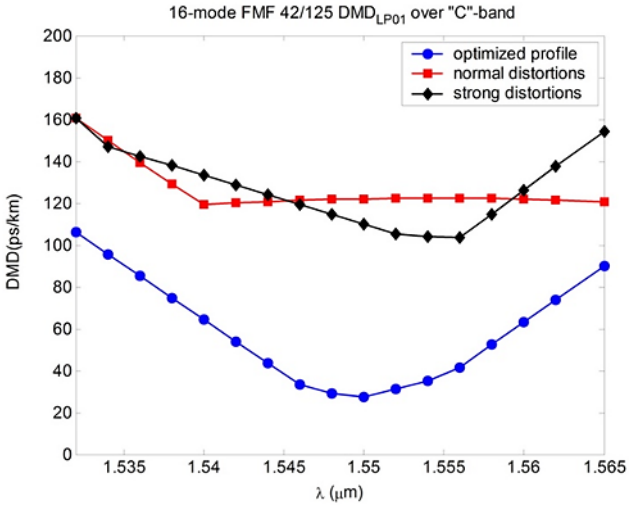


Рис. 3. Спектральные кривые ДМЗ в «С»-диапазоне длин волн для оптимизированной и с учетом разной степени проявления искажений формы профиля FMF 42/125

Также следует отметить, что внесенные в профиль искажения, напротив, приводят к увеличению модовой площади эффективного сечения – примерно на 2.0 … 2.5 мкм^2, по сравнению с оптимизированной гладкой формой профиля, результаты расчета спектральных зависимостей которых приведены на рисунке 4.

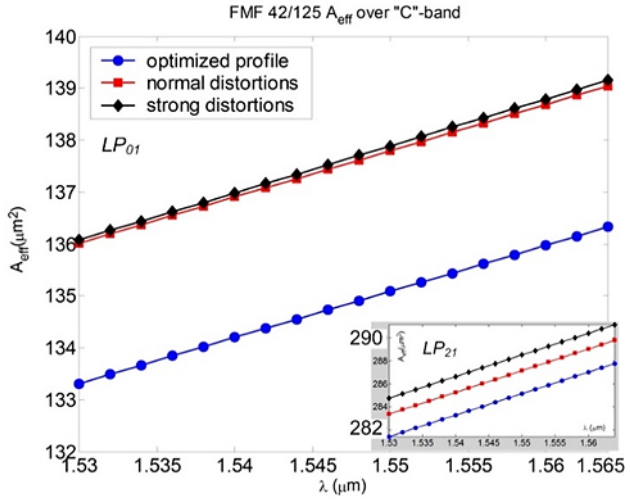


Рис. 4. Спектральные характеристики модовой площади эффективного сечения в «С»-диапазоне длин волн для оптимизированной и с учетом разной степени проявления искажений формы профиля FMF 42/125

На следующем этапе была проведена реконструкция 3D-структуры исследуемого FMF 42/25 для случая описанных выше аномально сильных локальных флуктуаций показателя преломления с учетом эллиптичности геометрии поперечного сечения световода, характерной для реальных промышленных образцов ОВ. Здесь вариации радиуса сердцевины относительно значений полярного угла выбирались в соответствии с протоколами измерения профилей промышленных образцов LOMF [13], представленные в виде диаграммы распределения по 40 поперечным сечениям на рисунке 5, были пропорционально масштабированы на усредненный радиус сердцевины 21 мкм (рисунок 6). Восстановленная 3D-структура исследуемого FMF 42/125 с внесенными сильными искажениями профиля показателя преломления и эллиптичностью геометрии поперечного сечения сердцевины приведена на рисунке 7.

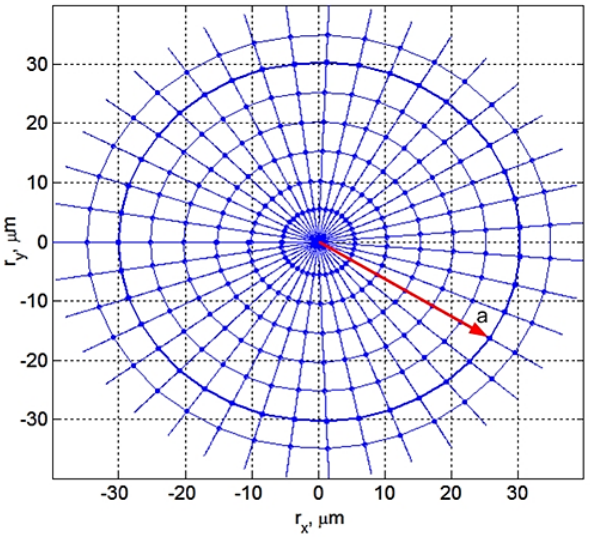


Рис. 5. Диаграмма вариаций радиуса сердцевины промышленного образца LOMF OM2+/OM3 в полярной системе координат

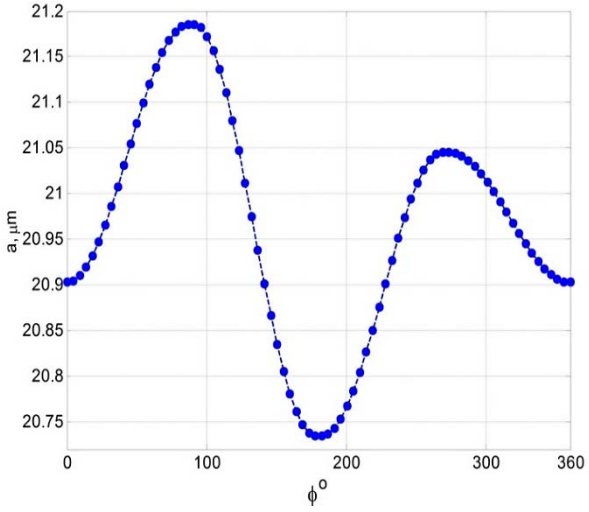


Рис. 6. Распределение значений радиуса сердцевины FMF 42/125 по поперечному сечению FMF 42/125

Поскольку ОМПГ, как и подавляющее большинство приближенных методов, базируется на предположении о симметричной структуре анализируемого волоконного световода, включая радиальное сечение сердцевины и профиль показателя преломления, было предложено провести анализ 80 эквивалентных симметричных FMF, для каждо-

го из которых радиус сердцевины и профиль показателя преломления выбирался на соответствующем полусечении при заданном значении полярного угла из диапазона ϕ = 0°…360° (рисунок 6). Таким образом, для каждого условного «полусечения» FMF был проведен расчет спектральных кривых ДМЗ в «С»-диапазоне длин волн.

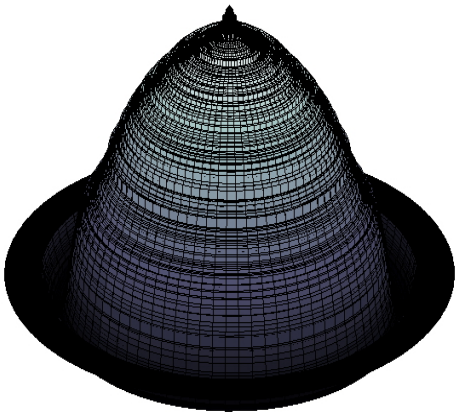


Рис. 7. Восстановленная 3D-структура исследуемого FMF 42/125

Это позволило построить полигон спектральных характеристик ДМЗ в указанной области, а также перейти к эквивалентной кривой, представляющей собой средние геометрические значения ДМЗ на соответствующих оптических несущих, которые представлены на рисунке 8.

Здесь для сравнения приведены спектральные кривые ДМЗ, соответствующие модельному FMF круглого сечения с оптимизированной и аномально сильно «искаженной» формами профиля показателя преломления. Анализ полученных результатов показывает, что, в отличие от предыдущего случая, соответствующего круглому FMF, даже в условиях аномально сильных локальных флуктуаций показателя преломления, деградация спектральной характеристики ДМЗ проявляется намного сильнее при эллиптичности геометрии ОВ.

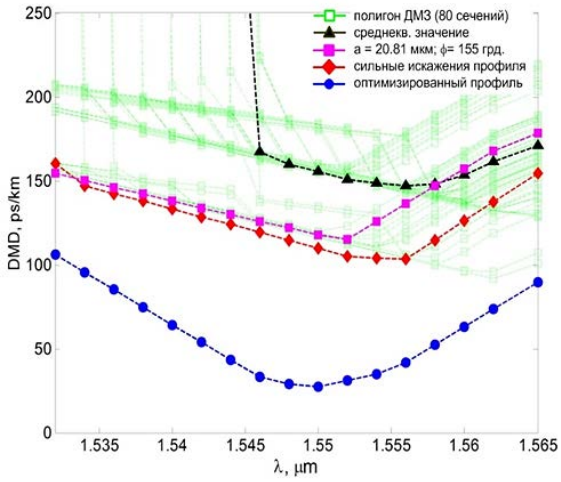


Рис. 8. Спектральные кривые ДМЗ в «С»-диапазоне длин волн для оптимизированной и несимметричной формы профиля FMF

Фактически увеличение диаметра сердцевины относительно номинального значения 42 мкм даже на 0.5 мкм при одновременном наличии сильных искажений формы пофиля приводит к появлению новых модовых составляющих в области «коротких» длин волн «С»-диапазона, что неизбежно увеличивает ДМЗ до неприемлемо высоких значений – вплоть до 1.3 нс в области нижней границы «С»-диапазона. Этот же фактор может ухудшить спектральную характеристику ДМЗ в области «длинных» волн «С»–диапазона на 50 пс/км и даже более относительно спектральной кривой, учитывающей только сильные искажения профиля без эллиптичности сердцевины.

Благодарности

Работа подготовлена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-37-6001515 мол_а_дк.

Список используемых источников

1. Kubota H., Morioka T. Few-mode optical fiber for mode-division multiplexing // Optical Fiber Technology. 2011. Vol. 17. Iss. 5. PP. 491–494.
2. Richardson D.J., Fini J.M., Nelson L.E. Space-division multiplexing in optical fibers // Nature Photonics. 2013. Vol. 7. PP. 354–362.
3. Morioka T. Recent progress in space-division multiplexed transmission technologies // Optical Fiber Communication Conference and Exposition and the National Fiber Optic Engineers Conference (OFC/NFOEC). 2013.
4. Kasahara M., Saitoh K., Sakamoto T., Hanzawa N., Matsui T., Tsujikawa K., Yamamoto F., Koshiba M. Design of Few-Mode Fibers for Mode-Division Multiplexing Transmission // IEEE Photonics Journal. 2013. Vol. 5. Iss. 6.
5. Ferreira F.M., Fonseca D., da Silva H.J.A. Design of Few-Mode Fibers With M-modes and Low Differential Mode Delay // Journal of Lightwave Technology. 2014. Vol. 32. Iss. 3. PP. 353–360.
6. Mizuno T., Takara H., Sano A., Miyamoto Yu. Dense Space-Division Multiplexed Transmission Systems Using Multi-Core and Multi-Mode Fiber // Journal of Lightwave Technologies. 2016. Vol. 34. Iss. 2. PP. 582–592.
7. Sillard P., Molin D., Bigot-Astruc M., Amezcua-Correa A., de Jongh K., Achten F. 50 μm Multimode Fibers for Mode Division Multiplexing // Journal of Lightwave Technologies. 2016. Vol. 34. Iss. 8. PP. 1672–1677.
8. Андреев В.А., Бурдин В.А., Бурдин А.В., Дашков М.В. Маломодовые оптические волокна с сильно увеличенным диаметром сердцевины для транспортных сетей связи нового поколения // Фотон-Экспресс. 2015. № 6 (126). С. 245–246.
9. Andreev V.A., Burdin V.A., Bourdine A.V., Dashkov M.V., Volkov K.A. Research of potentiality of nonlinear effects mitigation by considerable increasing of optical fiber core diameter // Proceedings of SPIE. Optical Technologies for Telecommunications. 2015. Vol. 9533.
10. Bottacchi S. Multi-Gigabit transmission over multimode optical fibre. Theory and design methods for 10GbE systems. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd. 2006.

11. Андреев В.А., Бурдин А.В., Бурдин В.А., Дмитриев Е.В., Евтушенко А.С., Севрук Н.Л., Халиков Р.Х. Моделирование градиентного профиля показателя преломления кварцевых оптических волокон с диаметром сердцевины 42 мкм и уменьшенной дифференциальной модовой задержкой // Инфокоммуникационные технологии. 2016. № 3. С. 235–246.
12. Andreev V.A., Bourdine A.V., Burdin V.A., Evtushenko A.S., Khalikov R.H. Design of low DMD few-mode optical fibers with extremely enlarged core diameter providing nonlinearity suppression for operating over "C"-band central region // Proceedings of SPIE. Optical Technologies for Telecommunications. 2017. Vol. 10342.
13. Бурдин А.В., Яблочкин К.А. Исследование дефектов профиля показателя преломления многомодовых оптических волокон кабелей связи // Инфокоммуникационные технологии. 2010. № 2. С. 22–27.
14. Андреев В.А., Бурдин А.В., Бурдин В.А. Метод расчета параметров схемы прецизионного пространственного позиционирования каналов системы MDM на торце сердцевины волоконного световода линии передачи // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 3. С. 5–11.
15. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
16. Sharma A., Hosain S.I., Ghatak A.K. The fundamental mode of graded-index fibres: simple and accurate variational methods // Optical and Quantum Electronics. 1982. Vol. 14. Iss. 1. PP. 7–15.
17. Tewari R., Hosain S.I., Thyagarajan K. Scalar variational analysis of single mode fibers with Gaussian and smoothed-out profiles // Optics Communications. 1983. Vol. 48. Iss. 3. PP. 176–180.
18. Oksanen M.I., Lindell I.V. Variational analysis of anisotropic graded-index optical fibers // Journal of Lightwave Technology. 1989. Vol. 7. Iss. 1. PP. 87–91.
19. Ankiewicz A., Peng G.-D. Generalized Gaussian approximation for single-mode fibers // Journal of Lightwave Technology. 1992. Vol. 10. Iss. 1. PP. 22–27.
20. Holmes M.J., Spirit D.M., Payne F.P. New Gaussian-based approximation for modeling non-linear effects in optical fibers // Journal of Lightwave Technology. 1994. Vol. 12. Iss. 2. PP. 193–201.
21. Wu M.-Sh., Lee M.-H., Tsai W.-H. Variational analysis of single-mode graded-core W-fibers // Journal of Lightwave Technology. 1996. Vol. 14. Iss. 1. PP. 121–125.
22. Meher H., Hosain S.I. Variational Approximations for Single-mode Graded-index Fibers: Some Interesting Applications // Journal of Optical Communications. 2003. Vol. 24. Iss. 1. PP. 25–30.
23. Adams M.J. An Introduction to Optical Waveguides. New York: John Wiley and Sons, 1981.
24. Бурдин В.А. Методы определения коэффициентов формулы Селлмейера в задачах анализа дисперсионных характеристик кварцевых оптических волокон // Инфокоммуникационные Технологии. 2006. Т. 4. № 2. С. 30–34.

* * *

RESEARCH OF REAL FEW-MODE OPTICAL FIBER GEOMETRY DEVIATION FROM THE OPTIMAL FORM INFLUENCE ON DIFFERENTIAL MODE DELAY SPECTRAL CHARACTERISTICS DEGRADATION

V. Andreev[1], A. Bourdine[1], V. Burdin[1]

[1]Povolzhskiy State University of Telecommunication & Informatics,
Samara, 443010, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Andreev V., Bourdine A., Burdin V. Research of Real Few-Mode Optical Fiber Geometry Deviation from the Optimal Form Influence on Differential Mode Delay Spectral Characteristics Degradation // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 18–25.

Abstract: *This work presents some results of theoretical research of few-mode optical fiber geometry deviation from the optimal form influence on differential mode delay spectral characteristics degradation. We considered non-symmetrical non-circular 16-mode optical fibers 42/125 with reduced differential mode delay over "C"-band provided by special refractive index profile form. Optimized profile form was distorted by local refractive index fluctuations. Core ellipticity and profile distortions were set via parameters been got by reports of real commercially available multimode optical fibers 50/125 Cat. OM2 and OM2+/OM3 refractive index profile measurements.*

Keywords: *few-mode optical fibers, few-mode regime of optical signal transmission, differential mode delay, non-symmetrical optical fibers, refractive index profile.*

СВОЙСТВА ВРЕМЕННЫХ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ В ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКНАХ И ВОЗМОЖНОСТЬ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЯХ. ЧАСТЬ 2

Андреева Е.И.[1], **Былина М.С.**[1], **Глаголев С.Ф.**[1], **Чаймарданов П.А.**[1]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: BylinaMaria@mail.ru

Информация о статье
УДК 621.39, 530.182
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Андреева Е.И., Былина М.С., Глаголев С.Ф., Чаймарданов П.А. Свойства временных оптических солитонов в оптических волокнах и возможность их использования в телекоммуникациях. Часть 2 // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С 26–35.

Аннотация: *Во второй части работы выполнено теоретическое исследование процессов распространения импульсов, имеющих форму гиперболического секанса, по одномодовым оптическим волокнам с учетом потерь. Показано, что квазисолитонный режим в оптических волокнах с увеличением расстояния разрушается, но его можно поддержать с помощью управления затуханием, т.е. периодического оптического усиления, которое может быть реализовано с помощью дискретных усилителей, устанавливаемых через определенное расстояние, или с помощью распределенных рамановских усилителей. Рассмотрены вопросы выбора длин усилительных участков, уровней входного сигнала, коэффициентов усиления дискретных усилителей. Для волоконно-оптических систем связи, использующих рамановские усилители с встречной и двунаправленной накачкой, дополнительно определены требования к уровням излучения накачки. Выполнено имитационное моделирование процессов в линейных трактах волоконно-оптических систем связи с использованием программ OptiSystem и AltPhotonic Simulation Tool. Анализ полученных результатов позволил дать рекомендации по поддержанию квазисолитонного режима распространения сигналов в волоконно-оптических системах связи с помощью управления потерями.*

Ключевые слова: *оптические солитоны, одномодовое оптическое волокно, волоконно-оптическая система связи, дисперсия групповых скоростей, фазовая самомодуляция, оптическое усиление, встречная и двунаправленная накачка.*

Введение

Предлагаемая Вашему вниманию статья является продолжением ранее опубликованной в предыдущем номере журнала статьи с таким же названием [1]. В этой части рассматривается влияние потерь в реальных оптических волокнах (ОВ) на процессы распространения в них квазисолитонных импульсов. Мы вводим понятие квазисолитонного импульса, полагая, что истинно солитонные импульсы, имеющие форму гиперболического секанса, могут распространяться в ОВ только в отсутствии потерь. Далее мы будем называть такие импульсы секансными. Речь во второй и третьей частях статьи будет идти о реальных оптических импульсах, близких по форме к фундаментальному солитону, но в какой-то степени изменяющих и периодически восстанавливающих свою амплитуду и длительность при распространении по ОВ. Такие импульсы также называют усредненными по длине солитонами.

В этой части мы проведем учет влияния затухания оптического излучения в ОВ на решение нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) и проведем моделирование процессов распространения секансных импульсов по ОВ с потерями. Далее рассмотрим практические возможности сохранения квазисолитонного режима распространения секансных импульсов, используя метод так называемого управления потерями в линейном волоконно-оптическом тракте [2–6]. Сущность метода состоит в периодической компенсации потерь с помощью оптического усиления, которое может

быть выполнено с помощью дискретных или распределенных оптических усилителей (ОУ). В дальнейшем изложении слово квазисолитонный мы будем в большинстве случаев опускать. Для проверки теоретических положений и технических предложений использовалось имитационное моделирование волоконно-оптической системы связи (ВОСС) с бинарной амплитудной модуляцией с помощью программ OptiSystem [7] и AltPhotonic Simulation Tool [8].

1. Учет влияния потерь реального ОВ на решение НУШ

Для удобства чтения второй части статьи кратко резюмируем полученные в первой части [1] результаты и напомним основные обозначения.

Итак, компенсация искажений оптических импульсов возможна в ОВ с отрицательным значением дисперсии групповых скоростей β_2 за счет одновременного действия хроматической дисперсии и фазовой самомодуляции (ФСМ), которая возникает в ОВ при больших мощностях сигналов. ФСМ характеризуется коэффициентом нелинейности γ [1–6]. Исследование решений НУШ, описывающего процессы распространения оптических импульсов по ОВ без потерь, предсказывает возможность существования импульсов секансной формы с определенной длительностью $2T_0$, так называемых временных фундаментальных солитонов первого порядка ($N = 1$), которые не искажаются при распространении в ОВ вдоль оси Z. Также были предсказаны солитоны более высоких порядков (с целым значением $N > 1$), которые по мере распространения периодически изменяют свою форму, возвращаясь к исходной.

Распространение фундаментального солитона по ОВ без потерь описывается нормированной комплексной амплитудой напряженности (огибающей импульса) электрического поля световой волны, распространяющейся в направлении оси Z по ОВ, $Вт^{0.5}$:

$$u(z,\tau) = \mathrm{sech}(\tau) \cdot \exp(i \cdot z/2), \qquad (1)$$

где $z = Z/L_D$ – нормированное расстояние Z вдоль ОВ; $\tau = T/T_0$ – нормированное время T, отсчитываемое от середины импульса; $L_D = T_0^2/|\beta_2|$ – дисперсионная длина ОВ, $L_{NL} = 1/(\gamma \cdot P_0)$ – нелинейная длина ОВ; P_0 – пиковая мощность импульса на входе в ОВ.

Условием существования солитонов порядка N является равенство [1–6]:

$$N^2 = L_D/L_{NL} = \gamma \cdot P_0 \cdot T_0^2/|\beta_2| = \\ = \gamma \cdot W_0 \cdot T_0/(2 \cdot |\beta_2|), \qquad (2)$$

где W_0 – энергия солитона N-го порядка.

Для учета коэффициента затухания ОВ α нелинейное уравнение Шредингера, рассмотренное в [1], можно дополнить членом в правой части [2–4]:

$$i\frac{\partial u}{dz} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 \cdot u = -i \cdot \Gamma \cdot u, \qquad (3)$$

где Γ – параметр затухания:

$$\Gamma = \alpha \cdot L_D/2 = \alpha \cdot T_0^2/(2 \cdot |\beta_2|). \qquad (4)$$

При малых Γ уравнение (3) можно решить, используя метод обратной задачи рассеяния, если рассматривать Γ как малое возмущение. Если импульс на входе ОВ имеет форму:

$$u(0,\tau) = \mathrm{sech}(\tau), \qquad (5)$$

приближенное решение имеет вид [2, 3]:

$$u(z,\tau) = u_1 \cdot \mathrm{sech}(u_1 \cdot \tau) \cdot \exp(i \cdot \sigma). \qquad (6)$$

Параметры u_1 и σ в (6) определяются выражениями:

$$u_1 = \exp(-2 \cdot \Gamma \cdot z) = \exp(-\alpha \cdot Z), \\ \sigma = [1 - \exp(-4 \cdot \Gamma \cdot z)]/(8 \cdot \Gamma). \qquad (7)$$

Как и следовало ожидать, возмущенное решение (6) сводится к не возмущенному (1) при $\Gamma \to 0$.

На рисунке 1 приведены результаты расчетов пиковой мощности P_0, необходимой для возникновения фундаментальных солитонов и параметра затухания Γ для двух типов ОВ – стандартного (SF) и со смещенной дисперсией (DSF). Параметры этих ОВ на длине волны 1550 нм приведены в таблице 1 [1].

ТАБЛИЦА 1. Параметры ОВ

№	Параметр	SF	DSF
1	Хроматическая дисперсия D_x, пс / (нм·км)	15.7	1.57
2	Нелинейный показатель преломления n_2, $м^2/Вт$	$25\ 10^{-21}$	$25\ 10^{-21}$
3	Дисперсия групповых скоростей β_2, $пс^2/км$	–20	–2
4	Коэффициент нелинейности γ, $Вт^{-1}\cdot км^{-1}$	1.25	2.5
5	Коэффициент затухания α, дБ/км	0.2	0.2

Из рисунка 1 видно, что для обеспечения солитонного режима в ОВ стандартного типа требуется очень большая пиковая мощность и использование этого оптического волокна не целесообразно. Поэтому далее будем рассматривать процессы распространения секансных импульсов, только в ОВ со смещенной дисперсией.

Для проверки теоретических положений и технических предложений использовалось имитационное моделирование волоконно-оптической системы связи с бинарной амплитудной модуляцией [7, 8]. Для исследований использовалась схема ВОСС с амплитудной модуляцией (рисунок 2) со скоростью передачи B = 10 Гбит/с по ОВ типа DSF с параметрами, приведенными в таблице 1.

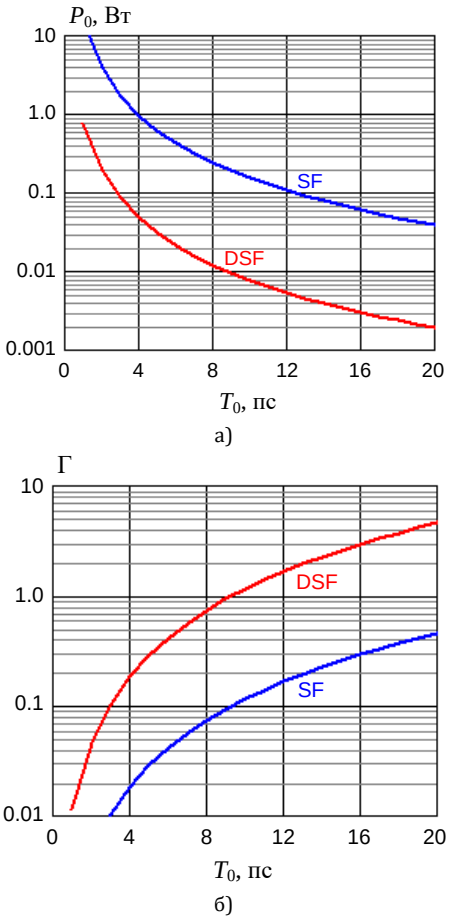


Рис. 1. Результаты расчетов зависимостей: а) пиковой мощности фундаментального солитона; б) нормированного затухания на дисперсионной длине от полуширины секансного импульса

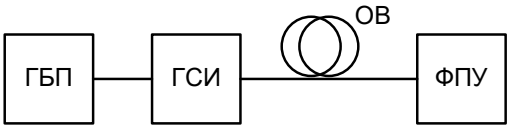


Рис. 2. Схема моделируемой ВОСС без ОУ

Схема включает генератор битовой последовательности (ГБП) 010110111, которой модулируется оптический генератор секансных импульсов (ГСИ). Параметры импульсов были выбраны в соответствии с параметрами фундаментального солитона: пиковая мощность, рассчитанная по (2), составила P_0 = 8 мВт; скважность выбрана равной q_0 = 5; длительность на уровне половины амплитуды, рассчитанная по выражению:

$$t_{u0} = 1/(B \cdot q_0), \qquad (8)$$

составила 20 пс (T_0=10 пс).

Выходной сигнал линейного тракта, представленного оптическим волокном DSF, поступает на оптическое цифровое фотоприемное устройство (ФПУ). Для проведения исследований осуществлялся контроль средней оптической мощности, спектра излучения и осциллограмм сигнала в различных точках ВОСС, а также величины Q-фактора на выходе ФПУ, который должен быть больше 6-7.

В результате имитационного моделирования процессов распространения секансных импульсов по выбранному ОВ были получены зависимости длительности и пиковой мощности импульса на выходе ОВ, а также Q-фактора от длины ОВ при следующих пиковых мощностях на его входе:

1) P_0 = 8 мВт, соответствующая пиковой мощности, необходимой для формирования фундаментального солитона в ОВ без потерь;
2) P_0 = 1 мВт, недостаточная для формирования фундаментального солитона;
3) P_0 = 32 мВт, существенно превышающая необходимую для формирования фундаментального солитона.

Результаты исследований помещены в таблицу 2. Видно, что пиковая мощность на входе ОВ, равная P_0 = 8 мВт, недостаточна для удержания солитонного режима в ОВ с потерями. Длительность импульса с увеличением расстояния сразу начинает нарастать, а Q-фактор – уменьшаться, хотя и немного медленнее, чем для малой пиковой мощности P_0 = 1 мВт, при которой нелинейные явления практически не проявляются. При большой входной мощности P_0 = 32 мВт длительность импульса t_u с увеличением расстояния сначала уменьшается за счет ФСМ, а затем начинает возрастать. Однако увеличение пиковой мощности на входе ОВ в целом уменьшает отрицательное влияние хроматической дисперсии.

ТАБЛИЦА 2. Результаты моделирования процессов распространения секансных импульсов по ОВ типа DSF

Z, км	P_0 = 1 мВт			P_0 = 8 мВт			P_0 = 32 мВт		
	P_l, мкВт	t_u, пс	Q	P_l, мкВт	t_u, пс	Q	P_l, мкВт	t_u, пс	Q
0	10^3	20	–	$8{\cdot}10^3$	20	–	$32{\cdot}10^3$	20	–
25	280	24	995	$2.4{\cdot}10^3$	22	1657	$13.1{\cdot}10^3$	14	1755
50	76	28	446	680	25	1353	$4.1{\cdot}10^3$	15	1656
100	5.6	38	37.8	50	33	286	270	27	913
150	0.44	50	2.99	3.9	46	24.3	19	36	95.7

Моделирование, основанное на точном решении НУШ (таблица 2), и расчеты по выражению (6) показывают, что изменения выходной мощности с увеличением расстояния практически совпадают, а изменения длительности существенно различаются. Это связано с тем, что (6) получено при Г << 1, а в наших расчетах для ОВ DSF Г = 1.15.

2. Поддержание квазисолитонного режима в ОВ методом управления потерями с помощью дискретных оптических усилителей

Общая идея метода управления потерями с помощью дискретных ОУ состоит в том, чтобы разбить линейный тракт ВОСС на ряд усилительных участков (УУ), на которых сохраняется средняя величина пиковой мощности $\bar{P}_0$ секансных импульсов, равной мощности фундаментального солитона P_0 (2) при отсутствии потерь в ОВ (рису-

нок 3). Поэтому такие солитоны называют усредненными по длине. Для их существования необходимо, чтобы величина пиковой мощности на входе УУ P_{0max} существенно превышала мощность фундаментального солитона P_0. Далее мы определим необходимое значение P_{0max}, которое зависит от расстояния L_A между ОУ и параметров ОВ.

В качестве дискретных ОУ обычно используют волоконно-оптические эрбиевые усилители. Заметим, что расстояние L_A между ОУ должно быть достаточно большим, чтобы минимизировать стоимость ВОСС. Для несолитонных ВОСС с каскадами ОУ L_A обычно лежит в пределах 80–100 км. Для солитонных ВОСС L_A обычно выбирается существенно меньше.

Физическая причина необходимости меньших значений L_A в том, что ОУ повышают энергию солитона до входного уровня на длине эрбиевого ОВ длиной несколько метров, а не обеспечивают непрерывное восстановление фундаментального солитона на протяжении всего УУ. При этом длительность усиленного солитона динамически восстанавливается на выходе ОУ, но в процессе восстановления солитон теряет часть энергии в виде рассеянного излучения, которое может накапливаться до заметного уровня и его необходимо уменьшать, выбирая L_A в соответствии с условием:

$$L_A < L_D. \qquad (9)$$

Дисперсионная длина L_D определяется длительностью импульса T_0 и параметром дисперсии групповых скоростей β_2 и может изменяться в широких пределах от 10 до 1000 км для разных ОВ. У выбранного нами ОВ DSF L_D = 50 км. Исходя из (9), можно наложить условие на выбор T_0, а тем самым и на скорость передачи ВОСС B:

$$T_0 > \sqrt{|\beta_2| \cdot L_A} \quad \text{и} \quad B^2 \cdot L_A < (4 \cdot q_0^2 \cdot |\beta_2|)^{-1}. \qquad (10)$$

Выбирая типичные значения $\beta_2 = -2$ пс^2/км, L_A = = 50 км и $q_0 = 5$, получим $T_0 > 10$ пс и $B < 10$ Гбит/с. Очевидно, что использование усредненных по длине ОВ солитонов накладывает жесткие условия на скорость передачи информации и на расстояние между усилителями. Однако для уточнения ограничений (9) и (10) необходимо провести имитационное моделирование.

Периодическое дискретное усиление квазисолитонных импульсов можно математически учесть в следующей форме НУШ:

$$i\frac{\partial u}{dz} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 \cdot u = -i \cdot \Gamma \cdot u + \frac{i}{2}\cdot g(z) \cdot L_D \cdot u, \qquad (11)$$

где $g(z)$ – функция дискретного усиления в точках расположения ОУ:

$$g(z) = \sum_{m=1}^{N_A} g_m \cdot \delta(z - z_m). \qquad (12)$$

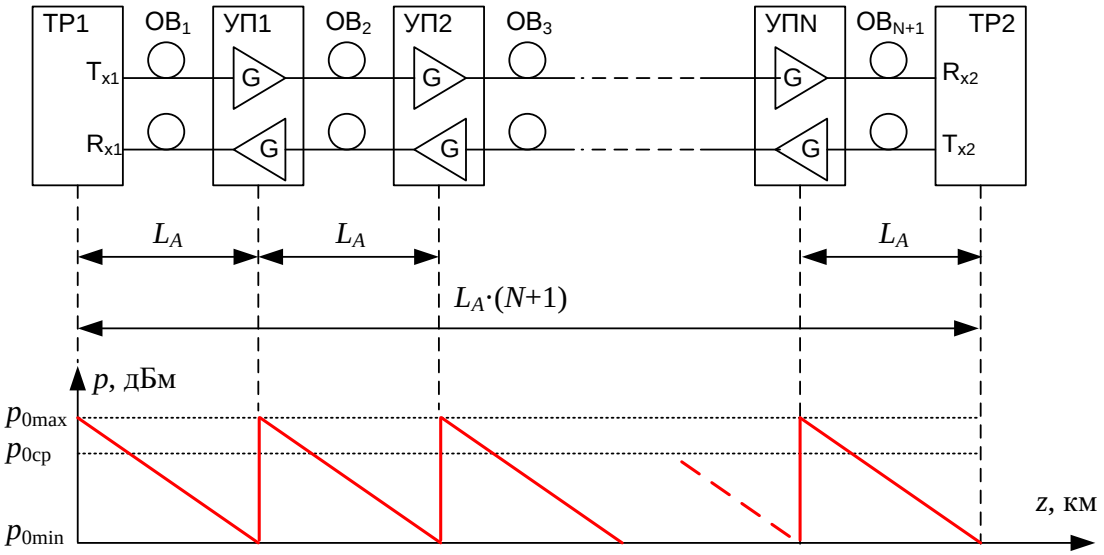


Рис. 3. Схема линейного тракта ВОСС с ОУ с сосредоточенным усилением

В (11) N_A – общее число дискретных ОУ; g_m – усиление сосредоточенного ОУ, расположенного на расстоянии $z = z_m$. Если преположить, что ОУ размещены равномерно, то $z_m = m\ z_A$, где $z_A = L_A/L_D$ – нормированное расстояние между ОУ.

Ввиду быстрых изменений энергии солитона, вызываемых периодическими изменениями усиления и потерь, представим u в виде:

$$u(z,\tau) = \sqrt{p(z)} \cdot v(z,\tau), \qquad (13)$$

где $p(z)$ – быстро меняющаяся и $v(z, \tau)$ – медленно меняющаяся функции z. Подставив (13) в (11), найдем, что $v(z, \tau)$ удовлетворяет стандартному НУШ, полученному для ОВ без потерь [1]:

$$i\frac{\partial v}{dz} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + p(z) \cdot |v|^2 \cdot v = 0, \qquad (14)$$

где $p(z)$ – получается решением обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{dp}{dz} = [g(z) \cdot L_D - \Gamma] \cdot p. \quad (15)$$

Решение уравнения (15) можно найти аналитически с учетом, что дискретное усиление обеспечивает периодичность функции $p(z)$. На каждом периоде эта функция экспоненциально убывает как $p(z) = \exp(-2\ \Gamma\ z)$, а в конце периода скачком восстанавливает свое начальное значение $p(0) = 1$. Функция $p(z)$ описывает изменения пиковой мощности (или энергии) импульса между двумя ОУ. Для ОВ с потерями 0.2 дБ/км $p(z)$ изменяется в 10 раз, если $L_A = 50$ км.

В общем случае изменения энергии квазисолитонного импульса сопровождаются изменениями его длительности t_u. Большие и быстрые изменения $p(z)$ могут разрушить солитон, если его длительность быстро меняется с испусканием рассеянного излучения. Отметим, что форма квазисолитонного импульса (и его длительность) мало меняется на расстоянии, коротком по сравнению с дисперсионной длиной. Действительно при $z_A << 1$, длительность солитона практически не меняется, а пиковая мощность существенно изменяется в каждом сегменте между соседними ОУ. Действительно, если $z_A << 1$, в (14) можно заменить функцию $p(z)$ ее средним значением $\bar{p}$.

Одним из решений (14) является усредненный по длине солитон. С практической точки зрения такой солитон можно возбудить при увеличении пиковой мощности P_s усредненного по длине солитона в $1/\bar{p}$ раз. Для коэффициента усиления ОУ:

$$G = \exp(2 \cdot \Gamma \cdot z_A) \quad (16)$$

можно определить среднее значение функции $\bar{p}$:

$$\bar{p} = z_A^{-1} \cdot \int_0^{z_A} \exp(-2 \cdot \Gamma \cdot z) \cdot dz. \quad (17)$$

Далее можно определить коэффициент увеличения энергии (пиковой мощности) на входе в ОВ солитонной ВОСС с управлением потерями по сравнению с энергией необходимой для формирования фундаментального солитона в ОВ без потерь:

$$f_{lm} = \frac{P_s}{P_0} = \frac{1}{\bar{p}} = \frac{2 \cdot \Gamma \cdot z_A}{1 - \exp(-2 \cdot \Gamma \cdot z_A)} = \frac{G \cdot \ln(G)}{G - 1}, \quad (18)$$

где P_0 – пиковая мощность в ОВ без потерь.

Теоретически выполнение условия (9) с учетом (16) и (18) при использовании идеального нешумящего ОУ позволяет передавать без искажений секансные импульсы на бесконечно большие расстояния. В действительности при реальных условиях и учете рассеянного излучения и накапливающихся в линейном тракте шумов ОУ это расстояние ограничено.

Для оценки реальных возможностей квазисолитонных ВОСС было проведено моделирование процессов распространения секансных импульсов со скоростью передачи B = 10 Гбит/с в схеме, содержащей несколько усилительных участков с дискретными ОУ. Длины усилительных участков L_A принимались равными 25, 50 и 100 км (z_A = 0.5, 1 и 2 соответственно). Рассчитанные по (18) коэффициенты увеличения энергии составили 1.683, 2.556 и 4.65, а пиковые мощности 13.46, 20.45 и 37.5 мВт соответственно. Результаты моделирования приведены в таблице 3 и на рисунках 4 и 5 соответственно.

ТАБЛИЦА 3. Результаты моделирования процессов распространения секансных импульсов по ОВ типа DSF в ВОСС с дискретными ОУ

z_A	l, км	0	25	50	100	200	500
0.5	P_{ml}, мВт	13.5	13.5	13.4	13.2	12.8	11.3
	t_u, пс	19	18	19	20.5	21	21
	Q	–	623	479	458	316	298
1.0	P_{ml}, мВт	20.5	–	21	21	19.5	18
	t_u, пс	20	–	21	21	21	21.5
	Q	–	–	405	320	247	170
2.0	P_{ml}, мВт	37.5	–	–	33	27	23
	t_u, пс	20	–	–	26	28	30
	Q	–	–	–	169	65.4	22

Из таблицы 3 видно, что при $L_A \le L_D$ (L_A = 25 и 50 км) квазисолитонный режим распространения секансных импульсов сохраняется и качество связи на достаточно больших расстояниях вплоть до Z = 500 км остается высоким ($Q > 150$). Рисунок 4 подтверждает сохранение формы выходных импульсов. Таблица 3 также демонстрирует, что при $L_A > L_D$ ($L_A = 2L_D$ = 100 км) импульсы не только значительно расширяются, но и сильно искажаются, качество связи на расстоянии Z = 500 км уменьшается до Q = 20, оставаясь достаточно высоким. Рисунок 5 подтверждает, что выходные импульсы не сохраняют форму даже на выходе одного усилительного участка длиной 100 км, на импульсах видны боковые пики рассеянного излучения. С дальнейшим увеличением расстояния искажения передаваемых импульсов возрастают.

3. Поддержание квазисолитонного режима в ОВ методом управления потерями с помощью распределенных оптических усилителей

Альтернативная схема поддержания квазисолитонного режима в ОВ с потерями использует эффект вынужденного рассеяния Рамана, который называют также вынужденным комбинационным рассеянием (ВКР), для распределенного усиления солитонных импульсов.

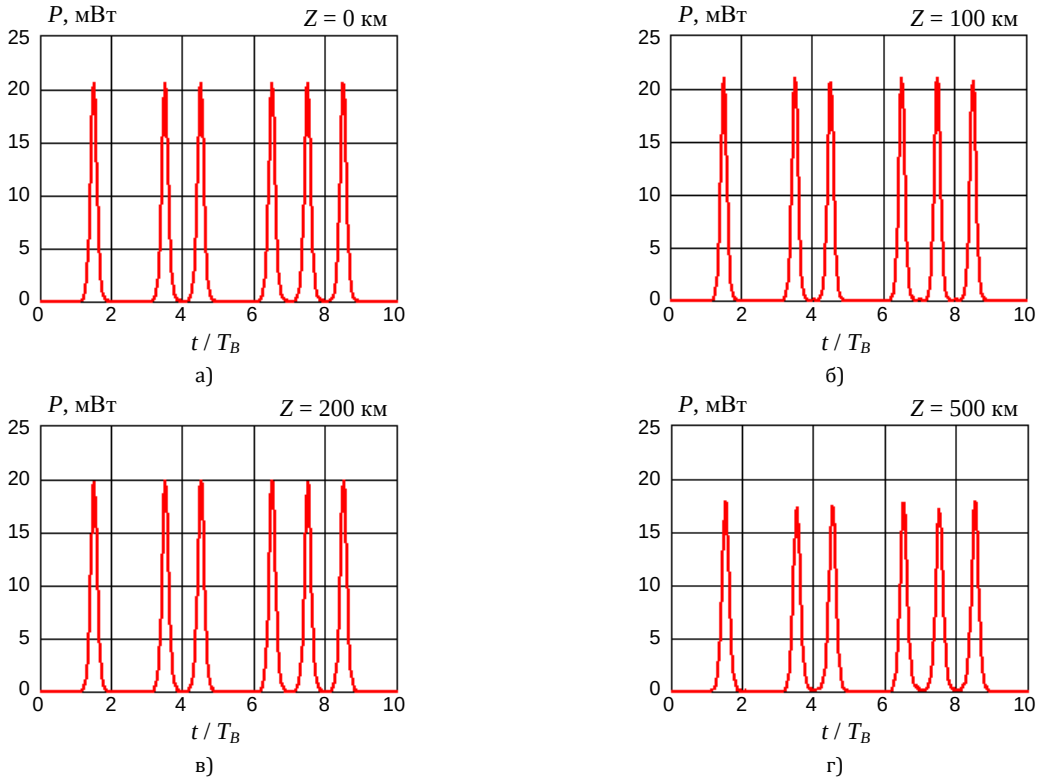


Рис. 4. Формы импульсов в ВОСС с L_A = 50 км:
а) на выходе ГСИ; б) на выходе 2-го УУ; в) на выходе 4-го УУ; г) на выходе 10-го УУ

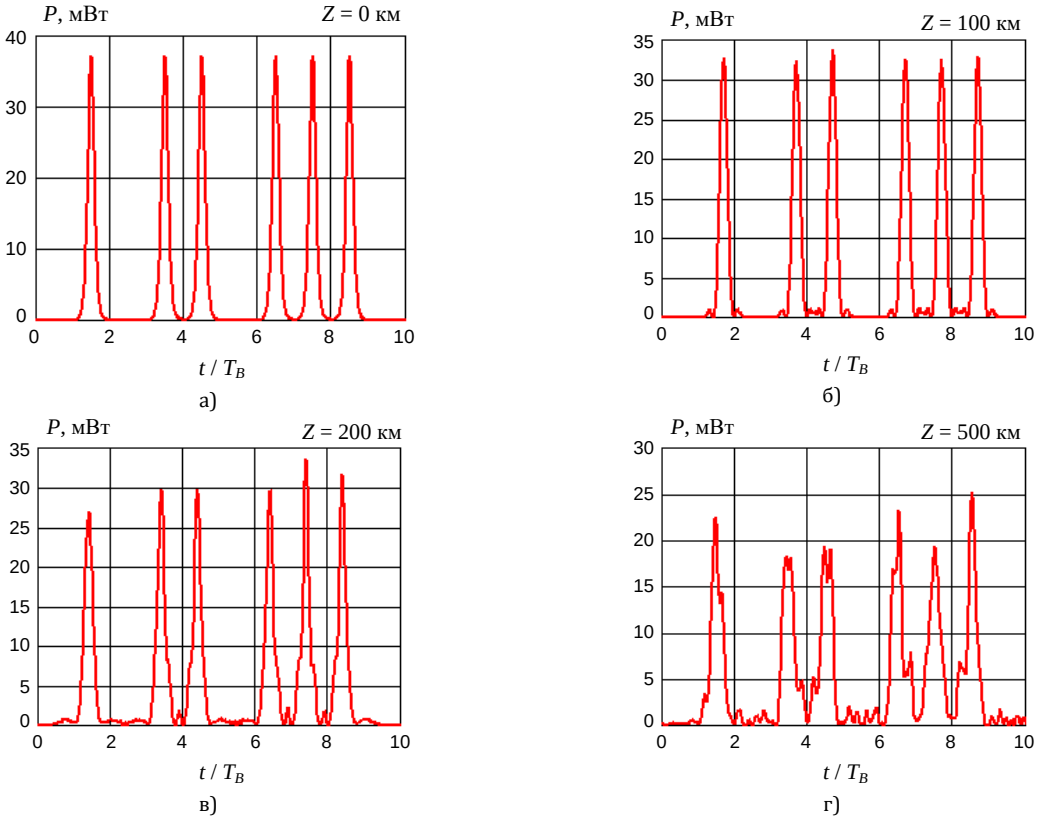


Рис. 5. Формы импульсов в ВОСС с L_A = 100 км:
а) в начале ВОСС; б) на выходе 1-го УУ; в) на выходе 2-го УУ; г) на выходе 5-го УУ

Необходимая для усиления солитонов энергия отбирается у непрерывного излучения накачки с частотой сдвинутой выше на 13 ТГц по сравнению с частотой сигнала. Поскольку ВКР-усиление распределено по всей длине ОВ, можно адиабатически усиливать солитон, приблизительно поддер-

живая сохранение формы фундаментального солитона ($N = 1$). Выполнение этого условия значительно уменьшает рассеянную долю энергии. С этой точки зрения схема, использующая ВКР-усиление, наиболее перспективна в реальных ВОСС.

Рассмотрим схемы солитонных ВОСС с распределенным усилением, которые обычно используют встречную или двунаправленную накачку (рисунок 6).

Линейный тракт содержит два оконечных транспондера (ТР), содержащих усилители ВКР с накачкой, которая от источников накачки (ИН) вводится в ОВ с помощью WDM направленных ответвителей (НО). В усилительных пунктах (УП) находятся ИН, которые обеспечивают усиление в ОВ, прилегающих к УП с двух сторон. Таким образом, ОВ на каждом участке является активной средой для двунаправленной накачки. Исключив из схемы рисунка 6 источники попутной накачки, мы получим схему со встречной накачкой.

Запишем уравнение, описывающее изменение пиковой мощности P_s в ОВ, обладающем усилительной способностью $g(Z)$ и коэффициентом затухания α:

$$\frac{dP_s}{dZ} = [g(Z) - \alpha] \cdot P_s. \qquad (19)$$

Если усилительная способность $g(Z)$ постоянна и равна α для любых Z, пиковая мощность и энергия солитона остаются постоянными вдоль ОВ. Это полностью соответствует ОВ без потерь.

Практически распределенное усиление реализуется периодическим введением накачки в телекоммуникационное ОВ с помощью НО. Т.к. мощность накачки не сохраняется из-за потерь в ОВ и ее истощения, усилительная способность $g(Z)$ в действительности зависит от Z. Однако, хотя потери в ОВ нельзя компенсировать в каждой точке, возможна общая компенсация на расстоянии Z_A между ОУ при условии [3]:

$$\int_0^{Z_A} g(Z) \cdot dZ = \alpha \cdot Z_A. \qquad (20)$$

В этом случае также можно говорить об усредненных по расстоянию солитонах.

Рассмотрим схему распределенного ВКР усиления со встречной накачкой. Если пренебречь истощением накачки, то для усилительной способности $g(Z)$ в (20) можно записать:

$$g(Z) = g_0 \cdot \exp\left[-\alpha_p \cdot (Z_A - Z)\right], \qquad (21)$$

где α_p – коэффициент затухания ОВ для накачки.

Запишем нормированное решение уравнения (19) с учетом (21) для встречной накачки, обеспечивающей на выходе ОУ пиковую мощность фундаментального солитона P_0 [3]:

$$p(Z) = \frac{P(Z)}{P_0} = \exp\left\{\alpha \cdot Z \cdot \left[\frac{\exp(\alpha_p \cdot Z - 1)}{\exp(\alpha_p \cdot Z_A - 1)}\right] - \alpha \cdot Z\right\}, \qquad (22)$$

где g_0 выбрано так, чтобы $p(Z_A) = 1$.

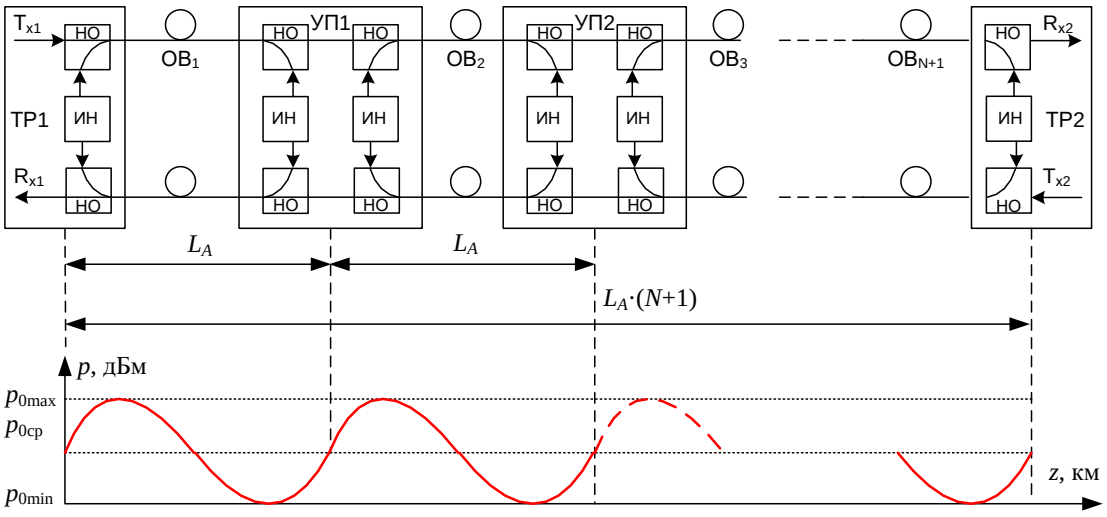


Рис. 6. Схема линейного тракта ВОСС, использующая распределенные ОУ

В случае использования только встречной накачки, как и при использовании дискретных ОУ, пиковая мощность входных импульсов должна быть больше мощности, необходимой для формирования фундаментального солитона. Коэффициент увеличения мощности определялся по выражению:

$$f_{lm} = 1/\bar{p} = \left(\frac{1}{Z_A}\int_0^{Z_A} p(z)dz\right)^{-1}. \qquad (23)$$

Для УУ длиной 50 и 100 км коэффициент f_{lm} составил 1.769 и 3.664, соответственно.

Рассмотрим также использование двунаправленной накачки [3]. Коэффициент усиления $g(Z)$ без учета истощения накачки имеет вид:

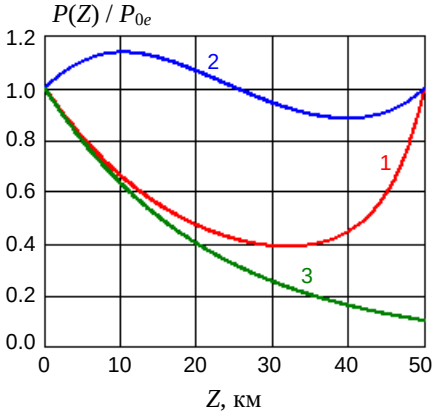
$$g(Z) = g_1 \cdot \exp(-\alpha_p \cdot Z) + g_2 \exp[-\alpha_p \cdot (L_A - Z)], \quad (24)$$

где g_1 и g_2 связаны с мощностями попутной и встречной накачки.

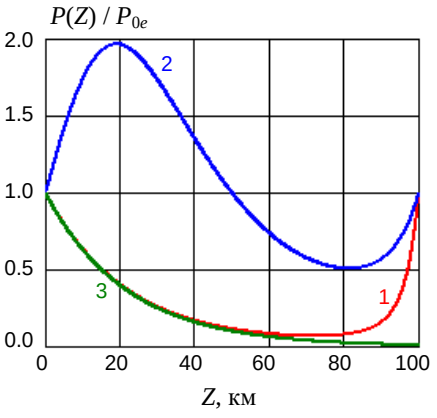
Полагая мощности накачки равными и решая (19) с учетом (24), находим изменения энергии солитона при двунаправленной накачке [3]:

$$p(Z) = \frac{P(Z)}{P_0} = \exp \left\{ \alpha \cdot Z_A \cdot \left[\frac{sh[\alpha_p \cdot (Z - Z_A/2)] + sh(\alpha_p \cdot Z_A/2)}{2 \cdot sh(\alpha_p \cdot Z_A/2)} \right] - \alpha \cdot Z \right\}. \quad (25)$$

На рисунке 7 показаны нормированные зависимости пиковой мощности $p(Z)$ вдоль ОВ при L_A = 50 км, α = 0.2 дБ/км, α_p = 0.25 дБ/км для встречной (1 кривая) и двунаправленной накачки (2 кривая).



а)



б)

Рис. 7. Нормированные изменения пиковой мощности в пределах УУ: а) длиной 50 км; б) длиной 100 км для встречной (1) и двунаправленной (2) накачек, а также для дискретного ОУ (3)

Изменения пиковой мощности на УУ длиной 50 км (рисунок 7а) не превышают 60 % при встречной и 10 % при двунаправленной накачке. Для сравнения показано, что изменение пиковой мощности при использовании дискретных ОУ составляет 90 %. Из рисунка 7б видно, что для УУ длиной 100 км пиковая мощность при двунаправленной накачке меняется в 2 раза по сравнению с начальным значением.

На рисунках 8–10 представлены результаты моделирования процессов распространения секансных импульсов со скоростью передачи 10 Гбит/с в схеме, содержащей несколько УУ с распределенными ОУ. Нормированные входные импульсы показаны на рисунке 8. Длительности входных импульсов принимались равными 20 пс, т.е. соответствующими параметрам фундаментального солитона.

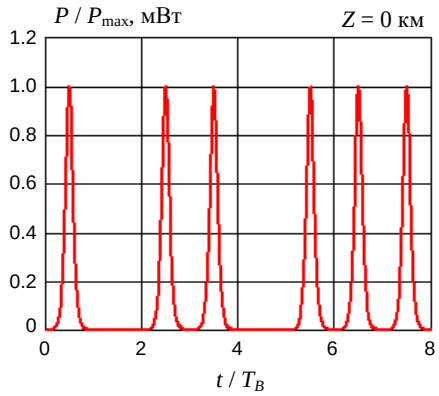
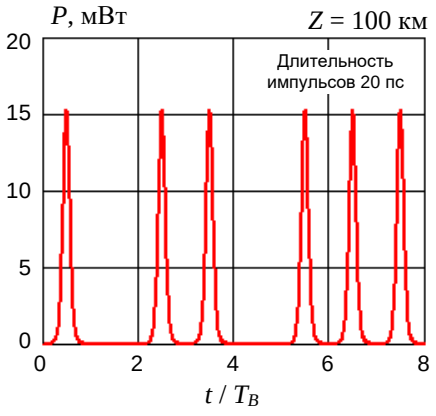
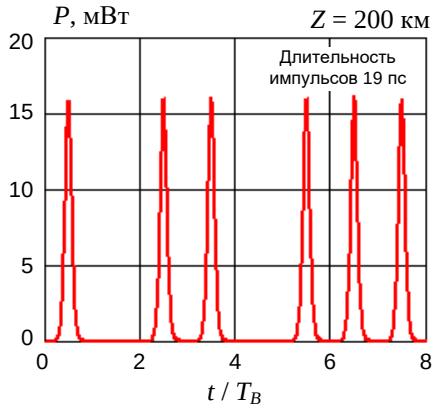


Рис. 8. Форма импульсов в начале ВОСС

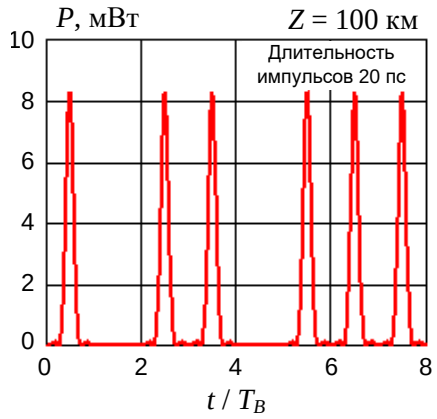


а)

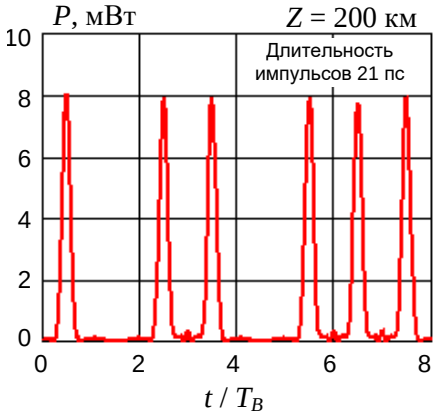


б)

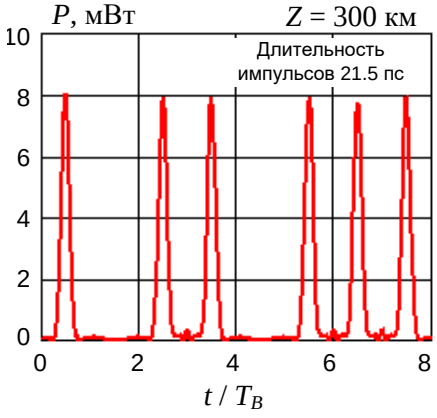
Рис. 9. Формы импульсов: а) на выходе 2-го УУ (на расстоянии 100 км); б) на выходе 4-го УУ (на расстоянии 200 км)



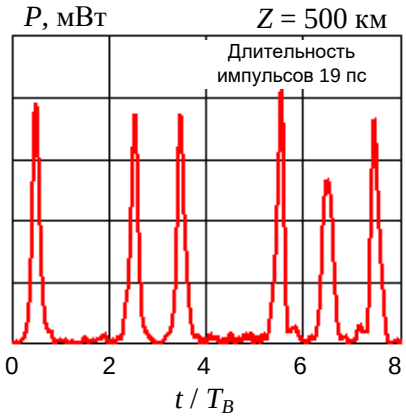
а)



б)



в)



г)

Рис. 10. Формы импульсов: а) на выходе 1-го УУ; б) на выходе 2-го УУ, в) на выходе 3-го УУ; г) на выходе 5-го УУ

На рисунке 9 представлены результаты моделирования ВОСС, содержащей несколько УУ длиной 50 км с распределенными ОУ со встречной накачкой мощностью 120.95 мВт. Из рисунков видно, что один источник накачки на УУ позволяет удовлетворительно поддержать квазисолитонный режим при $L_D = L_A$. Сравнение ВОСС, которая использует распределенное усиление и встречную накачку, с ВОСС с дискретными ОУ показывает преимущества распределенного усиления, т.к. для поддержания солитонного режима требуются меньшие входные мощности 15 мВт, вместо 20 мВт. Расчеты показали, что для удовлетворительной поддержки квазисолитонного режима при $L_A = 2L_D$ одного источника встречной накачки недостаточно, впрочем, как и использования дискретных ОУ (см. рисунок 5).

Отличные результаты могут быть получены при использовании двунаправленной накачки при длине УУ 50 км. В этом случае на вход ВОСС подается мощность соответствующая фундаментальному солитону в ОВ без потерь, т.е. в нашем случае 8 мВт. Даже при увеличении длины УУ до 100 км в схеме с двунаправленной накачкой можно получить удовлетворительные результаты. На рисунке 10 представлены результаты моделирования процессов распространения секансных импульсов со скоростью передачи 10 Гбит/с в схеме, содержащей несколько УУ длиной 100 км с распределенными ОУ с двунаправленной накачкой. Мощности попутной и встречной накачек принимались равными 114.54 мВт.

Видно, что использование двунаправленной накачки позволяет поддержать квазисолитонный режим на расстоянии до 300 км. Сопоставляя эти результаты с результатами, полученными для ОУ со встречной накачкой и с дискретными ОУ, можно заключить, что для солитонных ВОСС необходимо использовать двунаправленную накачку. Ее недостатком, который относится и к схеме со встречной накачкой, является необходимость автоматического и точного поддержания режима усиления, путем тонкого управления мощностями накачки на каждом УУ.

Заключение

Проведенный анализ показал, что:

1) В реальном ОВ, обладающем потерями, невозможно существование фундаментальных солитонов, однако могут существовать квазисолитоны или усредненные по расстоянию солитоны, периодически изменяющие и восстанавливающие свою амплитуду и длительность за счет ОУ, которые могут быть как дискретными, так и распределенными.

2) Расстояние между ОУ в квазисолитонных ВОСС должно быть, как правило, меньше или равно дисперсионной длине ОВ.

3) При использовании дискретных и распределенных ОУ со встречной накачкой пиковая мощность квазисолитонного импульса на входе в ОВ должна быть существенно больше пиковой мощности фундаментального солитона.

4) При использовании в ВОСС ОУ с двунаправленной накачкой на вход ОВ необходимо подавать солитонные импульсы с пиковой мощностью, соответствующей фундаментальному солитону. Такие ВОСС позволяют значительно увеличить длину УУ и обеспечивают сохранение квазисолитонного режима на больших расстояниях (свыше 500 км).

5) В работе предлагаются простые инженерные формулы для проектирования и расчета параметров солитонных ВОСС, которые обоснованы имитационным моделированием с использованием известного и вновь разработанного программного обеспечения.

6) Использованное в работе программы AltPhotonic Simulation Tool [8] доказало свои преимущества перед программой OptiSystem в части моделирования ВОСС с распределенным усилением.

Список используемых источников

1. Андреева Е.И., Былина М.С., Глаголев С.Ф., Чаймарданов П.А. Свойства временных оптических солитонов в оптических волокнах и возможность их использования в телекоммуникациях. Часть 1 // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 1. С. 5–12.
2. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика: Пер. с англ. М.: Мир, 1996. 323 с.
3. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов: Пер. с англ. под ред. Н.Н. Розанова. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 648 с.
4. Hasegawa A., Kodama Y. Guiding-center soliton in optical fibers // Optics Letters. 1990. Vol. 15. Iss. 24. PP. 1443–1445.
5. Ахмедиев Н.Н., Анкевич А. Солитоны. Нелинейные импульсы и пучки. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 304 с.
6. Mollenauer L.F., Gordon J.P. Solitons in Optical Fibers: Fundamentals and Applications. Academic Press, 2006. 296 p.
7. Optical Communication System Design Software (OptiSystem). User's Reference. Optiwave. 2014.
8. Чаймарданов П.А. Разработка программного обеспечения для компьютерного моделирования волоконно-оптических систем передачи // Материалы VII Международной конференции по фотонике и информационной оптике: Сборник научных трудов. М.: НИЯУ МИФИ, 2018. С. 338–339.

* * *

PROPERTIES OF TEMPORARY OPTICAL SOLITONS IN OPTICAL FIBERS AND THE POSSIBILITY OF THEIR USE IN TELECOMMUNICATIONS. PART 2

E. Andreeva[1], **M. Bylina**[1], **S. Glagolev**[1], **P. Chaimardanov**[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Andreeva E., Bylina M., Glagolev S., Chaimardanov P. Properties of temporary optical solitons in optical fibers and the possibility of their use in telecommunications. Part 2 // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 26–35.

Abstract: *In the second part of the work, a theoretical study of the propagation processes of pulses having the form of a hyperbolic secant is performed using single-mode optical fibers with allowance for losses. It is shown that the quasisoliton regime in optical fibers disintegrates with increasing distance, but it can be supported by attenuation control, i.e. periodic optical amplification, which can be realized using discrete or distributed amplifiers. The questions of the choice of the lengths of the amplifying regions, the levels of the input signal, the amplification factors of the discrete amplifiers, the levels of the pump radiation of the distributed amplifiers are considered. Simulation modeling of processes in linear paths of fiber-optic communication systems using the OptiSystem and AltPhotonic Simulation Tool is performed.*

Keywords: *optical soliton, temporary optical soliton, single-mode optical fiber, fiber optic communication system, group velocity dispersion, self-phase modulation, optical amplification.*

МЕТОДИКА МОДЕРНИЗАЦИИ СЕТИ ТРАНКИНГОВОЙ СВЯЗИ СТАНДАРТА TETRA

Н.В. Бабаев[1*], **О.А. Симонина**[1]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: n.babaev2016@yandex.ru

Информация о статье
УДК 621.391
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Бабаев Н.В., Симонина О.А. Методика модернизации системы транкинговой связи стандарта TETRA // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 36–43.

Аннотация: *В статье предложена методика модернизации участка Октябрьской железной дороги ст. Чудово – ст. Гряды, оснащенного системой транкинговой связи стандарта TETRA. Методика базируется на разработанной математической модели, верифицированной на основе натурных измерений. Целью натурных измерений служил поиск слабых зон покрытия и визуализация реальных значений уровня сигнала на карте покрытия. Модель включает в себя выражения для расчета покрытия сетей TETRA на основе модели Окамура-Хата с поправкой на специфику организации железнодорожной связи. На основе разработанных рекомендаций предложено модернизировать участок ст. Чудово – ст. Гряды путем установки новой базовой станции.*

Ключевые слова: *TETRA, железная дорога, транкинговя связь, измерение.*

Введение

Жизненный цикл сети связи можно разбить на несколько этапов: проектирование, развертывание, оптимизация, модернизация. При этом оптимизация направлена на повышение качества обслуживания и проводится через некоторое время после запуска сети, так могут изменяться условия эксплуатации, наборы услуг и требования к ним. Особенно важен этап оптимизации для сетей специальной связи, так как к ним применяются более жесткие требования, чем к коммерческой связи, что связано с обеспечением функционирования объектов повышенной опасности. Следующим этапом, проводимым по результатам оптимизации, является модернизация, которую необходимо реализовывать без простоя сети в целях обеспечения надежности связи.

Примером сети специальной связи является сеть ОАО «РЖД», реализованная на стандарте беспроводной связи TETRA. Железная дорога является объектом повышенной опасности, поэтому требования к качеству связи на ней крайне жесткие – согласно ГОСТ Р54959 минимально допустимый уровень сигнала должен быть не ниже –85 дБм [6]. При этом условия распространения радиоволн меняются со временем, что связано в том числе с изменениями застройки территорий местонахождения базовых станций. При этом необходим постоянный контроль за выполнением требований частотно-территориального планирования (ЧТП) и электромагнитной совместимости (ЭМС), так как сеть TETRA работает в лицензируемом диапазоне радиоспектра (таблица 1) [2, 3, 4]. Поэтому для обеспечения параметров ЭМС и ЧТП необходима коррекция параметров базовых станций, а также, при необходимости, модернизация оборудования

ТАБЛИЦА 1. Частотные диапазоны TETRA (Европа)

Направление передачи	Частотный диапазон, МГц					
Uplink	380-390	410-420	450-460	870-888	412-417*	457,5-459*
Downlink	390-400	420-430	460-470	915-933	422-427*	467,5-469*

*Принято в РФ, Решение ГКРЧ от 08 сентября 2011 г. № 11-12-03-1.

Транкинговые системы – это системы подвижной связи, предназначенные для построения коммуникационных сетей на предприятиях, оперирующих разнесенными в пространстве ресурсами. Характерной чертой этих систем является наличие диспетчерского (управляющего) центра, распределяющего вызовы и канальный ресурс, что позволяет производить специализированные вызовы: вызов с диспетчерского пульта всех пользователей группы, установление соединения между несколькими подвижными станциями и т.п. [1]. Системные ресурсы в таких системах состоят из ка-

налов, являющихся общим ресурсом всех пользователей данной транкинговой сети. В момент вызова любой свободный канал из общей квоты может быть назначен для установления соединения между подвижными станциями. После завершения сеанса связи канал будет немедленно возвращен обратно. В отличие от традиционной диспетчерской сети в случае занятости всех каналов вызов не будет отклонен, а встанет в очередь на ожидание свободного канала (рисунок 1).

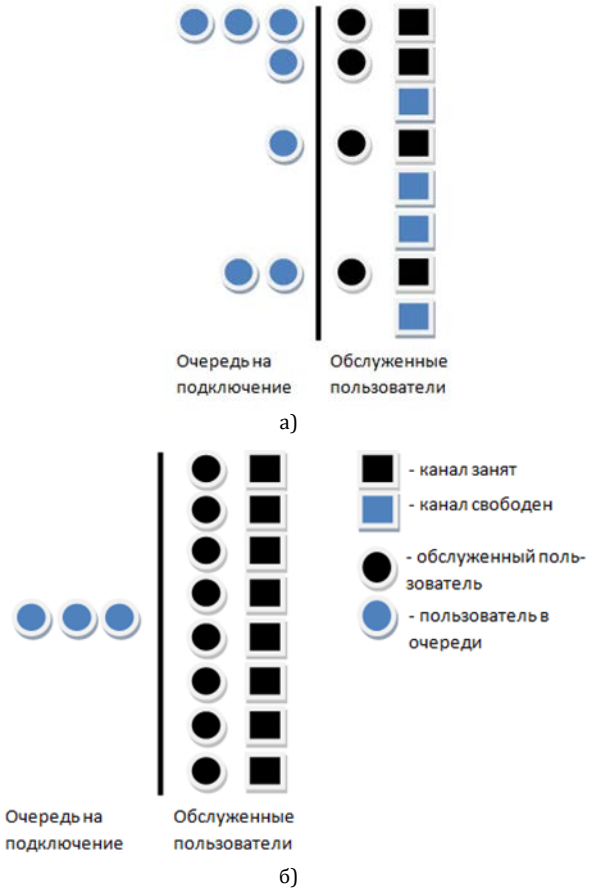


Рис. 1. Различие в обслуживании пользователей: а) традиционная диспетчерская сеть; б) транкинговая сеть

Благодаря модульному построению системы TETRA является гибким решением для обеспечения специальной связи, так как сеть может быть реализована с различной протяженностью. При этом функции центра управления и коммутации распределяются по всей сети, что обеспечивает надежность при потере связи с отдельными ее элементами и быстродействие системы.

Первоначальный частотно-территориальный план позволяет рассчитать размер одной соты в зависимости от типа используемого оборудования, мощностей излучения, направленности антенных систем и условий распространения волн. Полученные данные наносятся на географическую карту местности, в которой планируется разворачивание сети. Далее проводится компьютерный анализ условий распространения радиоволн, что позволяет получить грубую оценку зоны обслуживания сети. Подобные измерения производятся специализированной аппаратурой, однако данный метод требует довольно больших вложений и довольно сложен организационно. На наш взгляд, специфика функционирования сетей стандарта TETRA вдоль транспортных магистралей позволяет использовать более простые, хотя и менее точные алгоритмы. Для проверки данной гипотезы сравним показатели покрытия сети на основе измерений, проведенных на участке Октябрьской железной дороги между станциями Чудово и Гряды, и расчетные значения, полученные согласно предлагаемой математической модели.

Измерения параметров связи на участке железной дороги

Для проведения измерений карты покрытия системы стандарта TETRA на участке железной дороги ст. Чудово – ст. Гряды был определен состав оборудования для измерения. Натурные измерения проводились с использованием оборудования компании Rohde & Schwarz – анализатора радиосетей TSMW, так как его характеристики полностью соответствуют требованиям к измерениям системы TETRA (см. таблицу 1). В составе измерительного комплекса также использовались: опция сканера для измерения сетей TETRA R&S TSMW-K26; программный комплекс R&S ROMES4; источник питания; GPS-антенна; внешняя антенна; электронный ключ eToken для ПО R&S ROMES4 (рисунок 2).

Рис. 2. Схема измерительного комплекса сети TETRA

Результат измерений приведен на карте покрытия (рисунок 3). Красным цветом отмечены участки, уровень сигнала на которых не соответствует требованиям ГОСТ Р54959 о технических требованиях к поездной радиосвязи, согласно которым минимально допустимый уровень сигнала должен быть не ниже –85 дБм. Как видно из рисунка 3, длина этого участка составляет около 6 км.

Таким образом, железнодорожная связь, реализуемая с помощью системы транкинговой связи стандарта TETRA, требует модернизации на участке ст. Чудово – ст. Гряды ввиду невыполнения требований к радиосвязи на железной дороге по 20-процентному перекрытию зон покрытия согласно ГОСТ Р54959.

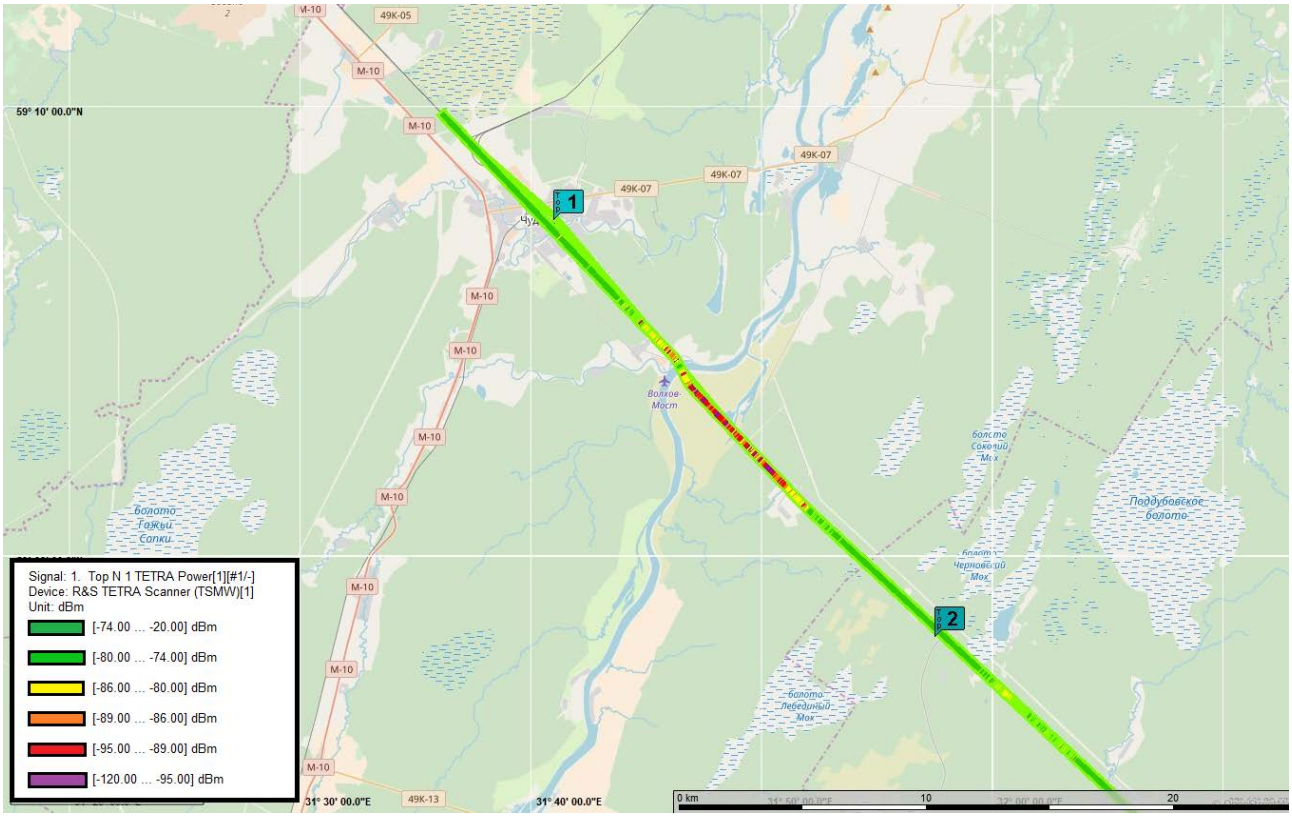


Рис. 3. Карта местности с нанесенной картой покрытия

Разработка математической модели частотно-территориального планирования

Для разработки математической модели расчета теоретического радиуса покрытия соты рассмотрим подробнее основные аспекты, учитываемые при проектировании станций связи: определение местоположения приемопередающего оборудования, его типа и конфигурации. Определение емкости сети не требуется, так как при модернизации сохраняется количество абонентов и объем предоставляемых им услуг [5].

Выбор оборудования

Для уточнения конфигурации оборудования, установленного на базовую станцию, произведем расчет потерь фидерной трассы для базовых станций. Отметим, что внутрисистемные помехи сетей TETRA, расположенных вдоль дороги, меньше, так как базовые станции с одинаковым частотным каналом расположены только с двух сторон.

Для расчета будем использовать базовые станции БС компании Teltronic серии Nebula, характеристики которой приведены в таблице 2. Teltronic Nebula могут разворачиваться как снаружи помещений (outdoor), так и внури (indoor). Также стоит отметить, что тройное разнесение позволит расширить зону покрытия, уменьшив количество базовых станций, необходимых для заданного региона.

В качестве мобильной станции МС используется портативная радиостанция серии SC20, также разработанная компанией Teltronic (таблица 3). Мобильная станция поддерживает работу в диапазонах 380-430 МГц (SC 2020) и 403–470 МГц (SC 2024), включает в себя режим работы DMO с классом излучения 3; частоты соответствуют частотному диапазону, приведенному в таблице 1.

ТАБЛИЦА 2. Основные характеристики базовой станции Teltronic Nebula

Характеристики	Значения
Частотный диапазон, МГц	350-370, 380-400, 410-430, 450-470
Количество несущих	до 8
Мощность передатчика	32 Вт (с усилителем), 25 (после дуплексора)
Чувствительность приемника	-115 дБм
Нестабильность частоты	$0{,}2*10^{-6}$
Напряжение электропитания	115/230 В переменного тока -24 В постоянного тока
Максимальная потребляемая мощность базовой станции на одну несущую	250 Вт

В качестве соединительного используется фидерный кабель Cellflex LCF 12-05J 1/2”. Для уменьшения затухания в кабеле по всей длине трассы предлагается коаксиальный кабель 7/8, на концах которого устанавливаются переходники на коаксиальный кабель 1/2 для коммутации с оборудо-

ванием (таблица 4). В нашем случае это переходник AL5DM-PS фирмы Andrew (2 шт.) с показателем сопротивления 50 Ом, поддерживающий диапазон 0–5200 МГц и вносящий потери 0,05 дБ. Также следует учитывать потери 3 дБ, вносимые на шести разъемах.

ТАБЛИЦА 3. Основные характеристики терминала SC 2024

Характеристики	Значения
Частотный диапазон, МГц	403-470
Класс мобильной станции	3
Мощность	2,7 Вт
Чувствительность приемника	-116 дБм статическая -107 дБм динамическая
Источник питания	Li-Pol 7.4 В, 1160 мА/ч (стандартная емкость) 1880 мА/ч (повышенная емкость)
Рабочая температура, °С	-20…+60
GPS	есть
Габариты В/Ш/Т	139/61/32,5 мм

ТАБЛИЦА 4. Характеристики кабеля

Параметр	Тип кабеля	
	12-05J ½”	7/8’50JA
Сопротивление	50 ± 1 Ом	50 ± 1 Ом
Диаметр центрального проводника	4,8 мм	9мм
Диаметр диэлектрика	11,3 мм	21,4 мм
Диаметр внешнего проводника	13,8 мм	24,9 мм
Диаметр внешней оболочки	15,8 мм	28 мм
Рабочая температура	-50…+85 °С	-40…+85°С
Затухание на частоте 450 МГц	0.05 дБ/м	0,026 дБ/м

Учтем потери в пассивных элементах АФС (Антенно-фидерная система), а именно комбайнерах (CDU, *от англ.* Combiner Division Unit). Комбайнер компании ООО «РАДИАЛ» TETRA 2U – двухканальный комбайнер для диапазона частот 400–490 МГц, удовлетворяющий частотному диапазону, выделенному под систему TETRA на железной дороге в Российской Федерации, – вносит потери 2 дБ. Четырехканальный комбайнер TETRA 4U вносит потери 4 дБ.

Расчет потерь

Произведем расчет потерь в антенно-фидерном тракте (АФТ) приемника и передатчика [7]:

$$W_{\text{АФТ}} = W_c L + W_{cc} N + W_{passive}\,, \qquad (1)$$

где W_c – затухание сигнала в кабеле на рабочей частоте, дБ/м; L – длина кабеля, м; W_{cc} – потери в разъемах, дБ; N – количество разъемов, шт; $W_{passive}$ – потери на пассивных элементах АФТ (комбайнеры, сплиттеры). Результат расчета затухания для различных длин фидерной трассы приведен в таблице 5.

ТАБЛИЦА 5. Затухание на фидерной трассе

Длина трассы, м	Длина фидера 7/8, м	Затухание на трассе, дБ
32	30	3,98
42	40	4,24
60	58	4,71
80	78	5,22
100	98	5,74

Произведем расчет на примере участка железной дороги ст. Чудово – ст. Гряды, включающего в себя базовые станции с идентификаторами BS2543 и BS2545. В состав оборудования входит рассмотренная ранее базовая станция Teltronic Nebula, излучающая антенна фирмы Kathrein с коэффициентом усиления 8,5 дБ, установленная на высоте 42 м на мачтовой металлоконструкции. Исходные данные для расчета приведены в таблицах 6 и 7.

ТАБЛИЦА 6. Исходные данные для расчета базовой станции TETRA

Параметр		Значение
Частота, МГц	Downlink	467
	Uplink	457
Мощность передатчика БС, Вт		25,1
Чувствительность приемника БС, дБм		-115
Коэффициент усиления антенны, дБ		8,5
Высота подвеса антенны БС, м		42
Мощность передатчика МС, Вт		2,7 Вт
Чувствительность приемника МС, дБм		-107
		-85*
Высота мобильной станции, м		4

*Исходные данные для расчета взяты исходя из требований ПАО «РЖД»

ТАБЛИЦА 7. Исходные данные для расчета (потери)

Потери, дБ	Базовая станция	Мобильная станция
в фидере	4,24	0
в комбайнере	2,6	0
в дуплексоре	1	1
Особенности местности		
в зданиях	15	
в автомобилях	8	

Расчет потерь мощности сигнала при распространении с учетом плотности застройки территории проведем по модели Окамура-Хата [1], которая имеет следующий вид [1]:

$$L = 69{,}55 + 26{,}16\lg(f) - 13{,}82\lg(h_{\text{БС}}) - \\ - a(h_{\text{МС}}) + (44{,}9 - 6{,}55\lg(h_{\text{БС}}))\lg(R), \qquad (2)$$

где $a(h_{\text{МС}})$ – поправочный коэффициент, используемый при высоте антенны мобильной станции, отличной от 1,5 м, для городской застройки. Так как рассматриваемый участок железной дороги проходит по сельской местности, то согласно модели Окамуры-Хата, получим:

$$L_{\text{С}} = L - 4{,}78(\lg(f))^2 + 18{,}33\lg(f) - 40{,}94, \quad (3)$$

где L – распространение в городских условиях из (2). Результат расчета представлен на рисунке 4.

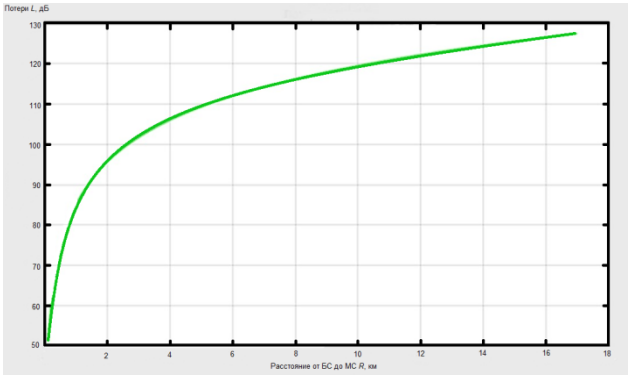


Рис. 4. Зависимость потерь при распространении радиоволн от расстояния между базовой станцией и мобильным терминалом

Расчет мощности принимаемого сигнала произведен по формуле Гарольда Фрииса [1]:

$$P_{RX} = P_{TX} * \frac{G_{TX}G_{RX}\lambda^2}{(4\pi)^2 R^2}, \quad (4)$$

где P_{RX} – мощность, полученная от приемной антенны; P_{TX} – мощность, подаваемая на передающую антенну; G_{TX}, G_{RX} – коэффициенты усиления приемной и передающей антенны; $\lambda = \frac{c}{f}$ – длина волны (где c = 3*10^8 м/с).

Проведем нормирование формулы (4) к децибелам, тогда:

$$P_{RX}(\text{дБм}) = P_{TX}(\text{дБм}) + G_{TX}(\text{дБ}) + \\ + G_{RX}(\text{дБ}) + 20\lg(\lambda) - 20\lg(4\pi) - 20\lg(R) \quad (5)$$

Данная формула описывает распространение радиоволн в идеальных условиях, то есть такая модель не учитывает затухание мощности сигналов от географических особенностей местности и типов застройки, то есть необходимо уточнение модели. В качестве показателя внесенных в систему потерь примем рассчитанные по модели Окамура-Хата, тогда:

$$P_{RX}(\text{дБм}) = P_{TX}(\text{дБм}) + G_{TX}(\text{дБ}) + G_{RX}(\text{дБ}) + \\ +20\lg(\lambda) - 20\lg(4\pi) - 20\lg(R) - \frac{2}{3}L_{\text{С}}, \quad (6)$$

где $L_{\text{С}}$ – потери при распространении сигнала в сельской местности согласно формуле (3). Значение $\frac{2}{3}L_{\text{С}}$ учитывает компенсацию константы, зависящей от единиц измерения частоты и расстояния.

Используя формулу (6) произведем расчет зависимости средней мощности сигнала от расстояния для базовой станции BS2543. Как видно из графика на рисунке 4, максимальное расстояние обеспечения связи составило 14,5 км при заданной чувствительности приемника –107 дБм. Учтем, что в соответствии с ГОСТ Р54959 минимально допустимый уровень сигнала должен быть не ниже -85 дБм, тогда расстояние, при котором обеспечивается связь с вероятность 95 %, равно 7 км (рисунок 5) [6]. Уровень допустимых потерь для базовой станции BS2545 составляет 98,21 дБм.

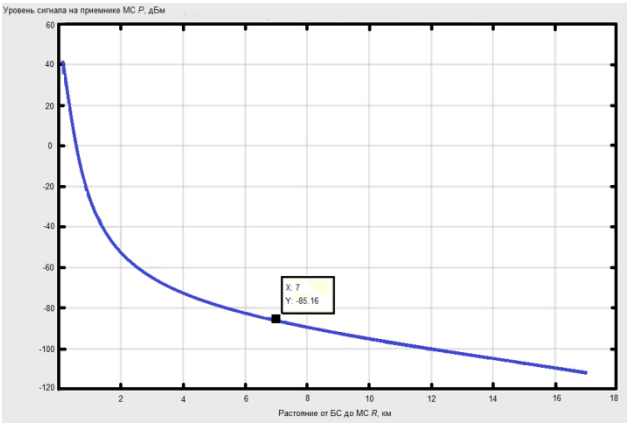


Рис. 5. Зависимость средней мощности сигнала от расстояния между базовой станцией и мобильным терминалом для базовой станции 2543

Аналогично рассчитаем зависимости средней мощности сигнала от расстояния (рисунок 6). Тогда максимальное расстояние при чувствительности портативной радиостанции SC20 –107 дБм составит 21 км, а расстояние, на котором обеспечивается связь с вероятностью 95 %, равно 0,3 км.

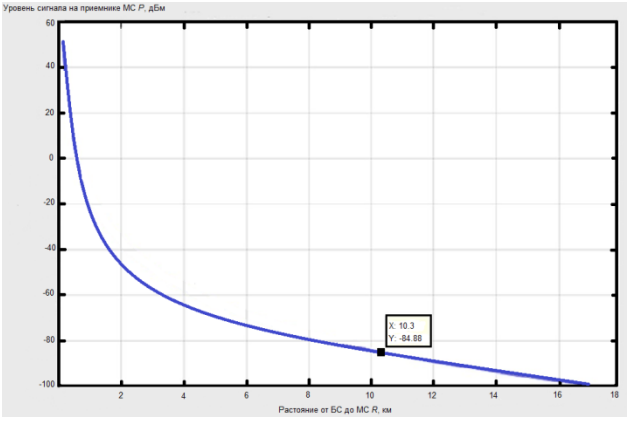


Рис. 6. Зависимость средней мощности сигнала от расстояния между базовой станцией и мобильным терминалом для базовой станции BS2545

На рисунке 7 приведены радиусы покрытия базовых станций BS2543 и BS2545 на карте местности. Расстояние, на котором уровень сигнала менее –85 дБм, равно 6,1 км.

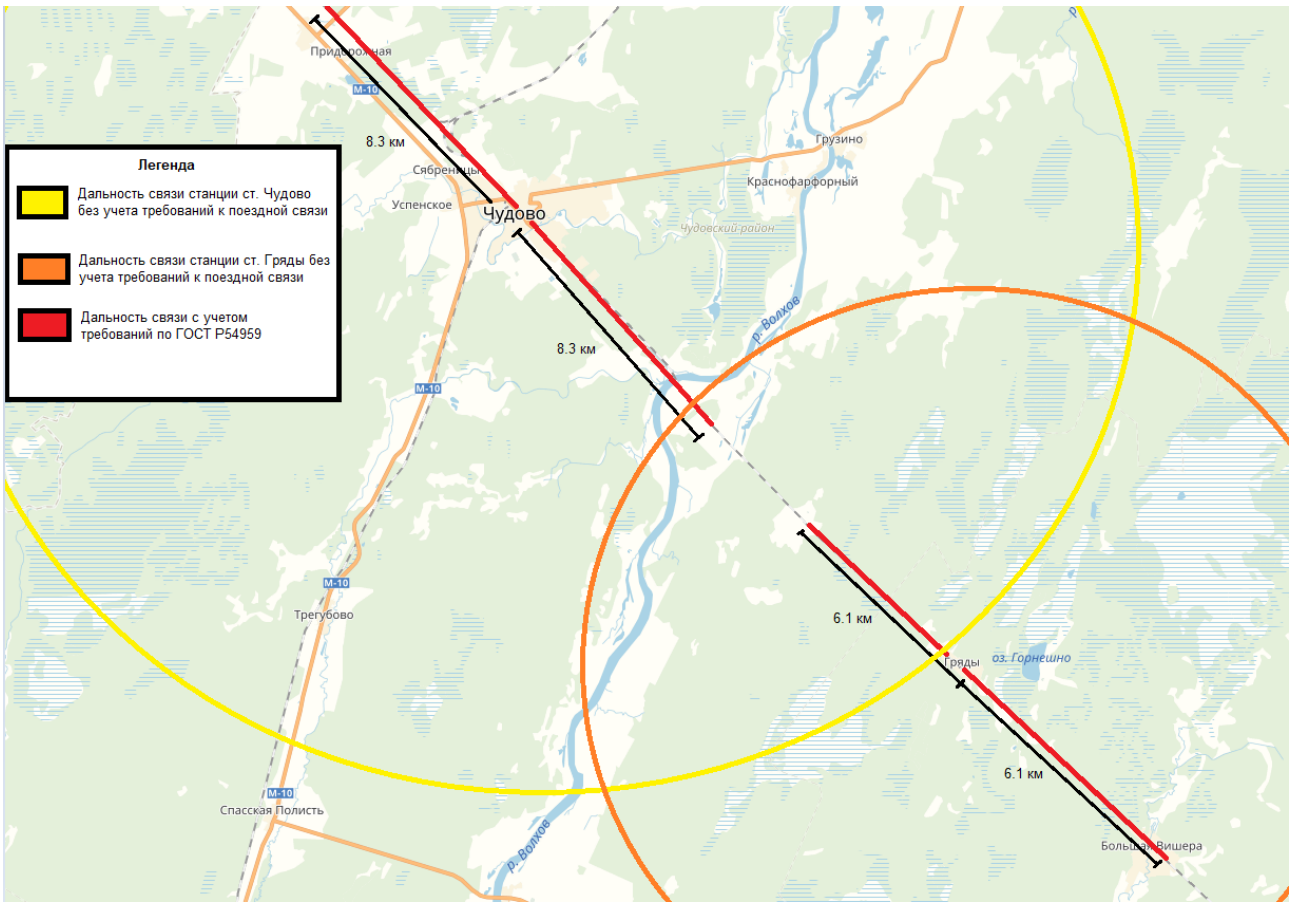


Рис. 7. Карта местности с нанесенной расчетной картой покрытия

Сравнивая результат измерений и расчета, легко заметить, что теоретическая модель достаточно точно описывает реальную картину распространения сигнала в условиях эксплуатации сетей TETRA как сетей специальной связи вдоль железной дороги. Следовательно, полученная математическая модель может служить опорой для предварительного расчета ЧТП как при проектировании новых сетей TETRA, так и в случае модернизации старых.

Рекомендации к модернизации сети TETRA на участке ст. Чудово – ст. Гряды

Для проведения модернизации сети поездной радиосвязи, реализованной на стандарте TETRA, предложен ряд рекомендаций к модернизации.

Первая группа рекомендаций относится к увеличению покрытия за счет модернизации антенной системы. Во-первых, оператором сети должна рассматриваться возможность изменения высоты подвеса антенны, то есть смещение фазового центра антенны на более высокий. Это позволит изменить диаграмму направленности антенны, и, следовательно, увеличит радиус покрытия базовой станции. Также возможна замена устаревшей антенной системы на современную с большим коэффициентом усиления, что также позволит увеличить радиус покрытия базовой станции. Корректировка азимутов антенной системы, то есть поворот антенны по азимуту, позволит повернуть главный лепесток диаграммы направленности антенны по направлению железной дороги.

Вторая группа рекомендаций носит более масштабный характер и ориентирована на замену базовых станций. В случаях, когда базовые станции значительно разнесены друг относительно друга, необходима оценка возможности установки дополнительной базовой станции в целях соответствия требованиям по перекрытию базовых станций стандарта TETRA [6].

Применим рекомендации к рассматриваемому участку ст. Чудово – ст. Гряды. Изменение высоты подвеса антенны не целесообразно, так как в условиях сельской местности смещение антенны по мачтовому сооружению не приведет к существенному увеличению покрытия. Изменение азимутального угла антенны на данном участке не требуется, так как антенная система сонаправлена с железнодорожными путями. При этом базовые станции уже оснащены современными антеннами фирмы Kathrein с максимально возможным коэффициентом усиления антенны для данного класса базовых станций. Учтем, что расстояние между базовыми станциями, на котором не выполняются требования по качеству связи согласно ГОСТ Р54959, составляет 6 км, что сопоставимо с покры-

тием, обеспечиваемым одной базовой станцией. Следовательно, необходимо рассмотреть установку новой базовой станции. Согласно карте покрытия и исследованию населенности района, таким местом рекомендуется выбрать железнодорожную станцию Волхов-Мост, имеющую необходимую инфраструктуру для установки телекоммуникационного оборудования.

Для новой базовой станции BS2544 произведем выбор конфигурации оборудования, высоты подвеса антенны, длин фидерной трассы для расчета радиуса покрытия. По направлению от ст. Чудово к ст. Гряды есть перепад высоты местности на 35 метров [8], следовательно, нужно внести корректировку местоположения антенны на железнодорожную ст. 130-ый километр и выбрать высоту подвеса антенны не ниже 60 метров с учетом запаса на высоту лесополосы и перепада высот (рисунок 8). Угол поворота антенн по азимуту направлен в сторону путей железной дороги, что определяет направление антенны на 310 градусов по направлению к ст. Чудово и на 140 градусов по направлению на ст. Гряды (рисунок 9). Состав оборудования идентичен для всех базовых станций, т.е. при расчетах новой базовой станции будем использовать данные таблиц 2–7.

Рис. 8. Карта высот ст. Чудово – ст. Гряды

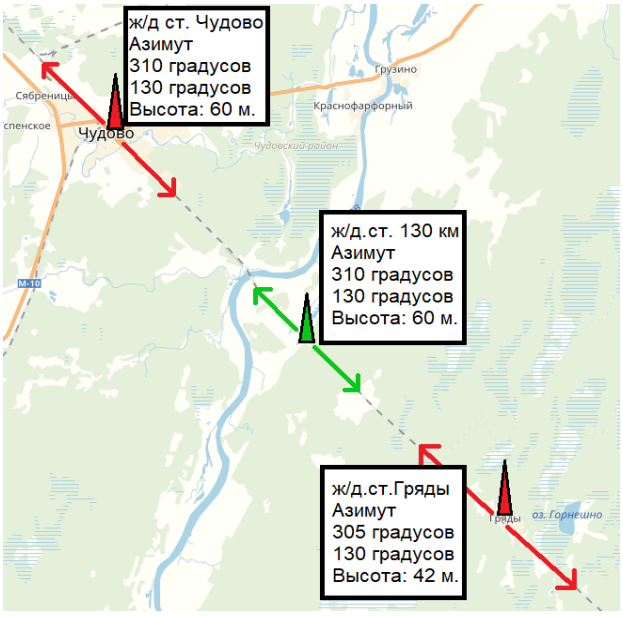


Рис. 9. Направление антенн новой базовой станции

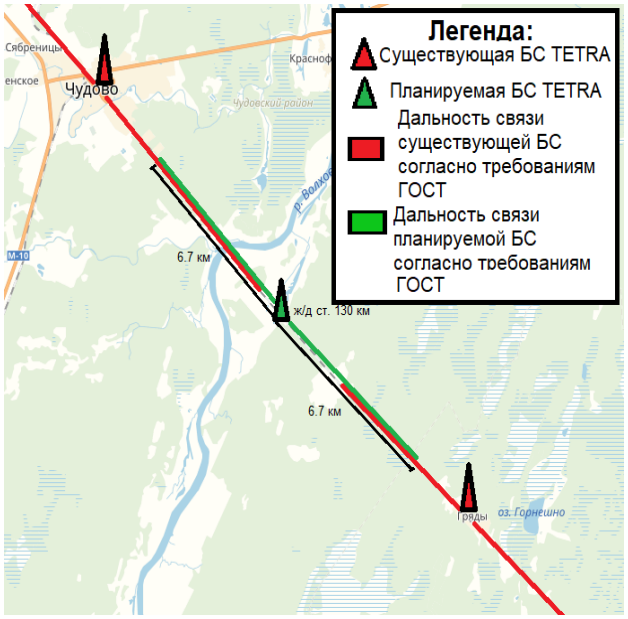


Рис. 10. Расчетная карта покрытия участка РЖД с установкой новой базовой станции

Согласно расчетам по предложенной модели, радиус покрытия новой станции составит 6,7 км. Нанесем данный результат на карту, отображенную на рисунке 10 (радиус покрытия станции BS2544 отмечен зеленым цветом). Таким образом, установка данной станции решит проблему по 20-процентному перекрытию соседними базовыми станциями.

Заключение

Предложенная методика позволила найти решение проблемы покрытия для железнодорожной связи на участке ст. Чудово – ст. Гряды и, следовательно, обеспечила необходимое качество голосовых услуг TETRA. После проведения модернизации данный участок будет соответствовать требованиям ГОСТ Р54959 по минимально возможному

уровню сигнала –85 дБм, отношению сигнал-шум и 20-процентному перекрытию зоны покрытия. Таким образом, можно заявить о целесообразности использования данной методики для практического применения на реальных объектах. При этом отметим, что предложенный вариант по развертыванию новой базовой станции является экономически ресурсоемким, но все другие варианты не приведут к выполнению требований по показателям качества сети железнодорожной связи.

В дальнейшем необходимо внести в модель корректировку, позволяющую учитывать климатические изменения и разработать методику расчета надежности сети железнодорожной связи с учетом особенностей технологии TETRA.

Список используемых источников

1. Кшиштоф В. Системы подвижной радиосвязи. М.: Горячая линия-Телеком, 2006. 536 с.
2. ETSI EN 300 392-1 v1.4.1. Terrestrial Trunked Radio (TETRA); Voice plus Data (V+D); Part 1: General network design.
3. ETSI EN 300 392-2 v2.3.2. Terrestrial Trunked Radio (TETRA); Voice plus Data (V+D); Part 2: Air Interface.
4. ETSI EN 100 392-18-3 v1.4.1. Terrestrial Trunked Radio (TETRA); Voice plus Data (V+D) and Direct Mode Operation (DMO); Part 18: Air interface optimized application.
5. Бузов А.Л. и др. Основы управления использованием радиочастотного спектра. Том 2: Обеспечение электромагнитной совместимости радиосистем. М.: КРАСАНД, 2012. 552 с.
6. ГОСТ 54959–2012. Железнодорожная электросвязь. Поездная радиосвязь. Технические требования и методы контроля. М.: Стандартинформ, 2013. 26 с.
7. Расчет затухания в антенно-фидерном тракте. [Электронный ресурс] URL: https://vuzlit.ru/998108/raschet_zatuhaniya_antenno_fidernom_trakte
8. Карта для определения высоты местности и профиля высот с учетом кривизны земли. [Электронный ресурс] http://22dx.ru/online/karta-vy-sot/

* * *

METHODOLOGY OF UPGRADING THE TETRA COMMUNICATION SYSTEM

N. Babaev[1], **O. Simonina**[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Babaev N., Simonina O. Methodology of Upgrading the TETRA Communication System // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 36–43.

Abstract: *The article proposes a method of modernization of the section of the October railway station Chudovo – station Gryadi, equipped with a trunking system TETRA standard. The technique is based on the developed mathematical model verified on the basis of full-scale measurements. The purpose of full-scale measurements was to find weak coverage areas and visualize the real values of the signal level on the coverage map. The model includes expressions for the calculation of TETRA network coverage based on the Okamura-Khat model adjusted for the specifics of train communication. On the basis of the developed recommendations, it was proposed to modernize the section of the station Chudovo – station Gryadi by installing a new base station.*

Keywords: *TETRA, railway, trunking, measurement.*

КОНСТРУКТИВНАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА КАК ОСНОВА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЗОНИРОВАНИЯ И ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СЕТЕЙ МОБИЛЬНОЙ СВЯЗИ

Д.В. Волошинов[1*]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: denis.voloshinov@yandex.ru

Информация о статье
УДК 378.147:514.18
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Волошинов Д.В. Конструктивная геометрическая модель четырехмерного пространства как основа для решения задач зонирования и позиционирования при проектировании сетей мобильной связи // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 44–60.

Аннотация: *В статье показано, что задача Аполлония и ее аналоги имеют единый метод решения, в отличие от бытующего представления о том, что данные задачи могут быть решены только отдельными частными способами. Предложенная автором концепция геометрического эксперимента позволила обнаружить многие ранее неизвестные и обсуждаемые в статье закономерности, благодаря проведению множества вычислительных испытаний в системе визуального проектирования геометрических моделей Симплекс. В статье рассматривается пример решения аналога задачи Аполлония для четырехмерного пространства, однако действие алгоритма универсально, и он может быть с равным успехом применен к решению подобных задач в пространствах произвольных размерностей. Полученные результаты демонстрируют возможности методов конструктивного моделирования и многомерной начертательной геометрии в приложении к решению сложных математических задач, определяют тенденции развития систем автоматизации конструктивного геометрического моделирования.*

Ключевые слова: *мобильная сеть, диаграмма Вороного, научная визуализация, многомерное конструктивное геометрическое моделирование, геометрический эксперимент, проективная геометрия, задача Аполлония, мнимые геометрические образы, позиционирование, зонирование.*

1. Введение

В наши дни трудно назвать область человеческой деятельности, которую бы не затронули информационные технологии. Поэтому приходится с сожалением говорить о том, что до сих пор информатизация почти не затрагивает сферы приложения геометрических знаний, не способствует внедрению методов конструктивной геометрии в прикладные разработки и информационные системы. Геометрическая наука до сих пор не получает должной поддержки разработчиков программных систем.

В чем же кроется причина такого неудовлетворительного положения? Дело в том, что по сей день геометрия воспринимается людьми, как достаточно сложная, рутинная, трудноусваиваемая и даже устаревшая наука, которая не находит себе должного практического применения. Дело дошло до того, что современная геометрия, являясь полноправным разделом математики, оказывается не в состоянии конкурировать с ее цифровыми (аналитическими) методами, к которым приковано всеобщее внимание разработчиков и исследователей, благодаря высокой эффективности реализации таких методов в виде компьютерных программ и систем. Конечно, нельзя не вспомнить о том, что существуют программные и информационные средства и для популяризации геометрических знаний, и даже проведения исследований в различных областях, в которых геометрия играет основополагающую роль. Здесь же следует упомя-

нуть успешные разработки множества систем автоматизации проектирования, обеспечения производственной деятельности, в которых геометрические понятия и средства широко используются для проектирования формы изделий и выполнения сопутствующих расчетов. Однако, при всем совершенстве и разнообразии таких средств, геометрическое моделирование в них используется весьма утилитарно и ограниченно. В этой связи мы даже становимся свидетелями подмены понятий: во многих литературных источниках, посвященных т.н. «геометрическому моделированию» мы можем не обнаружить ни одного чертежа – одни аналитические формулы, что, вообще говоря, должно было бы называться аналитическим моделированием геометрии. То есть происходит подмена философских понятий предмета и метода научной дисциплины. Но ведь по сути геометрическое моделирование – это процесс создания описаний окружающей действительности на языке геометрии, а не аналитики!

Геометрическое моделирование – это совершенно равноправный и универсальный метод научного познания, наряду со всеми другими известными, и, может быть, еще не существующими методами моделирования. В отличие от аналитики, геометрия обладает неоспоримым преимуществом, заключающемся в способности доставлять человеку информацию о моделях окружающего мира через зрительный канал. Геометрия образна и визуальна, и поэтому к ней обращены взоры многих исследователей, стремящихся представить результаты своих достижений в наглядной, доступной для понимания форме. И, без сомнения, это стремление показывает впечатляющие результаты. Однако, сущность геометрии заключается не только в этом. Предоставляя возможность оперирования наглядными образами и представлениями, геометрическая наука позволяет исследовать сложнейшие закономерности мироздания, дает возможность заглянуть в миры, которые недоступны обычному человеческому взору. В том числе, в многомерные миры. Складывается парадоксальная ситуация: с одной стороны, геометрическая интерпретация – это шанс осознать нечто, заглянув туда, где обычным глазом ничего не видно, ощутить то, что не осязаемо. С другой стороны, выстраивание логических умозаключений в геометрии требует специальных знаний, умения мыслить абстрактными образами и, конечно же, тренировки. На пути к овладению этими знаниями немало проблем, и основная из них – это высокая трудоемкость достижения результата.

В частности, одна из проблем – это существование в математических задачах мнимых решений [1, 2], которые относительно легко воспринимаются как результат математических действий, но не находят должного понимания в системе геометрических представлений.

Несмотря на то, что мнимые образы в геометрии не являются чем-то концептуально новым, практическое использование таких образов затруднено, поскольку их отображение на действительной плоскости требует косвенных визуальных интерпретаций и выполнения множества дополнительных операций. Еще в 1847 г. Штаудт в [3] сформулировал теорию мнимых элементов применительно к проективной геометрии и предложил, в частности, косвенно отображать мнимые точки четверками действительных точек на прямой линии. Несмотря на действенность такого подхода и принципиальную возможность оперирования мнимыми образами через заменяющие их реперы, практическая целесообразность таких замен может быть оценена по достоинству лишь в узком кругу специалистов, имеющих соответственную геометрическую подготовку. И, следовательно, такому подходу вряд ли найдется место в практике повседневного инженерного проектирования в среде людей, не знакомых со специальными разделами геометрии.

Высокая трудоемкость воплощения теоретических моделей в практически значимые расчетные приложения, недопонимание их сути и, вследствие этого, отсутствие ясного представления о сферах приложения этих моделей к реальному проектированию, в конце концов, влекут за собой и снижение интереса к проведению научных изысканий в области конструктивного геометрического моделирования. Отсюда также проистекает и недостаточное внимание разработчиков САПР и систем автоматизации научных исследований к созданию компьютеризированных инструментов, пригодных для работы с геометрическими объектами мнимой природы.

По изложенным выше причинам рассчитывать на успех в деле разработки конструктивных геометрических моделей, учитывающих и действительные, и мнимые геометрические образы, на основе традиционных методов исполнения и визуализации этих моделей в виде графических схем, не приходится. Нет сомнения в том, что пришло время отказаться от прочно укоренившегося стереотипа, навязывающего понимание науки «геометрия» как системы знаний о действиях, выполняемых с помощью циркуля и линейки. Необходимо перейти к иной парадигме. Средства компьютерного моделирования позволяют создавать и практически применять новые виртуальные инструменты с ранее недоступной исследователям функциональностью, которые способны придать мощный импульс научным изысканиям в области конструктивной геометрии и, соответственно, расширить сферы практического приложения геометрического метода. Более того, и традиционные инструменты в компьютерном исполнении приобретают новые качества. Например, компьютеризированный циркуль относительно несложно

наделить способностью проводить не только привычные действительные окружности, но и окружности мнимого радиуса в мнимом центре, причем геометрическая сущность самого действия – проведение окружности – от этого не претерпевает никаких изменений. Этот подход исключительно важен и ценен тем, что геометрия, приобретающая подобные инструменты, в глазах осведомленного практика становится по-настоящему полной и значимой.

Концепция создания виртуальных геометрических инструментов, помимо совершенствования геометрической теории, основанной на понимании геометрических конструкций как преобразователей информации – геометрических машин [4], влечет за собой и развитие нового направления научных исследований. Его предметом являются информационные системы представления данных, выраженных в геометрической форме, и средства управления ими посредством визуального графического интерфейса. Практическим результатом этих исследований должна стать разработка информационных систем, предназначенных для автоматизации представления и приложения геометрических знаний, реализации конструктивных геометрических моделей в виде действующих компьютерных программ, готовых к применению в тех областях человеческой деятельности, в которых визуализация является неотъемлемой частью процессов познания, проектирования и управления. Новые информационные средства позволяют сформулировать и развивать концепцию геометрического эксперимента, предназначенного для проверки научных гипотез и изучения ранее неизвестных свойств геометрических конструкций [5–8].

Одной из практически важных задач для проектирования сетей мобильной связи являются задачи позиционирования и зонирования. Геометрические основы этих задач известны под такими названиями, как «Поиск ближайшего соседа», построение диаграммы Вороного, триангуляции Делоне, диаграммы Мебиуса и Аполлония. Известные в настоящее время алгоритмы расчета соответственных геометрических образов являются информационно насыщенными, ресурсоемкими и разработаны только для двумерных и трехмерных пространств [9, 10]. Решение подобных задач в пространствах более высоких размерностей, в которых можно было бы учитывать не только чисто геометрические характеристики физического пространства, но и прочие физические характеристики, затруднено в связи с отсутствием средств для решения задач подобного рода, а также в связи с проблемами, связанными с отсутствием методов визуализации и управления такими моделями. Более того, известные методы не вскрывают проективную сущность этих задач и не касаются проблем существования в них мнимых образов. Однако, как показывают проведенные исследования, все эти задачи имеют единый теоретический фундамент. Их геометрические основания, базируются на понятиях проективной геометрии, преобразовании инверсии, радикальных пространств, представленных в единстве в хорошо известной, но недостаточно исследованной задаче Аполлония, речь о которой пойдет далее в статье.

Задача Аполлония, рассматриваемая в данной статье как пример, иллюстрирующий высказанные соображения, являет собой исключительно изящный и убедительный образец единства геометрической природы действительных и мнимых образов. Учет этого единства позволяет разработать и применять всего один общий конструктивный алгоритм ее решения, свободный от частных исключений, неизбежно присутствующих в ранее известных алгоритмах.

Впервые задача о сопряжении окружностей была сформулирована и решена Аполлонием Пергским примерно в 220 г. до н. э. Частичное решение задачи Аполлония о построении круга, касающегося трех данных, Франсуа Виет представил в сочинении Apollonius Gallus (1600) [11]. Как известно, решение Виета не подходит для случая внешних касаний. Жозеф Диас Жергонн в 1816 г. разработал изящное решение этой задачи. Многие аспекты решения данной задачи и ряда смежных проблем приводятся в работах [4, 12–23].

В классической постановке задача Аполлония формулируется следующим образом: пусть на плоскости даны три несовпадающие и неконцентрические в парах окружности; требуется построить пару окружностей, сопрягающих три заданные окружности. В плоскости задача имеет четыре различные решения – четыре пары окружностей, сопрягающих заданные. Условие задачи легко распространяется и на пространства больших размерностей. В трехмерном пространстве задача будет сформулирована применительно к сферам. В данной статье мы распространим формулировку задачи на четырехмерное пространство.

Как уже говорилось, теоретически задача Апполония имеет не только вещественные, но и мнимые решения, которые не удается представить в приемлемой визуальной форме, пригодной для выполнения дальнейших операций над получаемыми мнимыми образами с помощью традиционных инструментальных средств. Позиционные отношения, возникающие между исходными окружностями (или гиперсферами в многомерных случаях), приводят к появлению исключительных ситуаций, при которых построение касательных окружностей (гиперсфер) оказывается невозможным. Более того, сама задача Аполлония, в принципе, может быть поставлена над исходными данными, имеющими мнимую природу, что еще сильнее усугубляет ситуацию. Однако, как уже было сказано ранее, эти исключения обусловлены толь-

ко инструментальными ограничениями геометрической науки, решения которой принято оформлять в виде чертежей простейшими средствами – циркулем и линейкой. Еще раз подчеркнем, что на сам предмет науки эти ограничения оказывать влияние не могут. Но техническая невозможность оперативной работы с мнимыми геометрическими образами лишает поиск теоретических обобщений, направленных на выявление геометрической сущности данной задачи, практического смысла, не позволяет рассматривать ее как цельное звено единой геометрической системы.

Ниже мы рассмотрим ряд теоретических положений и методов использования компьютерных средств визуализации и проектирования геометрических моделей, которые позволят найти не только общее проективное решение задачи Аполлония, но и в равной степени распространить принцип ее решения на пространства высших размерностей на примере четвертой [3, 4, 24, 25]. Причем для решения задач в многомерных пространствах нам понадобятся только средства плоской геометрии. В рассматриваемых алгоритмах будут учтены и мнимые решения, и возможность задания в качестве исходных данных объектов с чисто мнимыми и комплексными значениями. Проектирование и исследование алгоритмов, а также визуальное сопровождение этого процесса осуществляется в среде системы конструктивного геометрического моделирования Симплекс [6]. Изучение теоретического материала, представленного в статье, предполагает базовое знакомство читателя с основами проективной геометрии [24, 26] и теорией функции комплексного переменного.

2. Теоретические предпосылки решения аналогов задачи Аполлония на примере двумерного пространства

Пусть на плоскости заданы три произвольные (но не концентрические в парах) окружности a, b и c. Найдем центры этих окружностей $Ca_{\odot a}$, $Cb_{\odot b}$ и $Cc_{\odot c}$. Построим треугольник, взяв полученные точки за вершины. В предположении, что стороны треугольника $ab = Cb \circ Ca$, $ac = Cc \circ Ca$, $bc = Cc \circ Cb$ являются бесконечными прямыми, пересечем стороны с окружностями, через центры которых они проходят:

$$A_1, A_2 = ab \times a; \quad B_1, B_2 = ab \times b; \quad C_1, C_2 = ac \times a;$$
$$D_1, D_2 = ac \times c; \quad E_1, E_2 = bc \times b; \quad F_1, F_2 = bc \times c.$$

Определим на прямых три инволюции [24, 26]:

$$\eta_1 \left| \begin{matrix} ab; A_1; B_1 \\ ab; A_2; B_2 \end{matrix} \right., \quad \eta_2 \left| \begin{matrix} ac; C_1; D_1 \\ ac; C_2; D_2 \end{matrix} \right. \quad \text{и} \quad \eta_3 \left| \begin{matrix} bc; E_1; F_1 \\ bc; E_2; F_2 \end{matrix} \right.,$$

где двойные точки инволюций $U_1, U_2 = \overset{2}{\eta_1}$; $V_1, V_2 = \overset{2}{\eta_2}$; $W_1, W_2 = \overset{2}{\eta_3}$.

Выбрав любые три точки из полученных шести, построим на них окружность $d = U_1 \circ V_1 \circ W_1$. Окружность d является ортогональной к исходным окружностям a, b и c.

Воспользуемся теперь следующими инволюциями, определенными точками пересечения окружностей с соответственными сторонами треугольника. Определим их:

$$\zeta_1 \left| \begin{matrix} ab; A_1; A_2 \\ ab; B_2; B_1 \end{matrix} \right., \quad \xi_1 \left| \begin{matrix} ab; A_1; A_2 \\ ab; B_1; B_2 \end{matrix} \right., \quad \zeta_2 \left| \begin{matrix} ac; C_1; C_2 \\ ac; D_2; D_1 \end{matrix} \right.,$$
$$\xi_2 \left| \begin{matrix} ac; C_1; C_2 \\ ac; D_1; D_2 \end{matrix} \right., \quad \zeta_3 \left| \begin{matrix} bc; E_1; E_2 \\ bc; F_2; F_1 \end{matrix} \right., \quad \xi_3 \left| \begin{matrix} bc; E_1; E_2 \\ bc; F_1; F_2 \end{matrix} \right..$$

Построим двойные точки инволюций:

$$G_1, G_2 = \overset{2}{\zeta_1}, \quad H_1, H_2 = \overset{2}{\xi_1}, \quad I_1, I_2 = \overset{2}{\zeta_2},$$
$$J_1, J_2 = \overset{2}{\xi_2}, \quad K_1, K_2 = \overset{2}{\zeta_3}, \quad L_1, L_2 = \overset{2}{\xi_3},$$

каждая пара двойных точек, взятых как диаметральные, задает окружности (вещественные и/или мнимые): $g = G_1 \circ G_2$; $h = H_1 \circ H_2$; $i = I_1 \circ I_2$; $j = J_1 \circ J_2$; $k = K_1 \circ K_2$; $l = L_1 \circ L_2$. Найдем центры полученных окружностей $Cg_{\odot g}$, $Ch_{\odot h}$, $Ci_{\odot i}$, $Cj_{\odot j}$, $Ck_{\odot k}$, $Cl_{\odot l}$. На этих точках построим четыре оси подобия окружностей: $gik = Cg \circ Ci \circ Ck$; $hjk = Ch \circ Cj \circ Ck$; $hli = Ch \circ Cl \circ Ci$; $glj = Cg \circ Cl \circ Cj$.

Продемонстрируем действие алгоритма построения пары окружностей, касательных к заданным окружностям a, b и c на примере использования оси подобия gik. Остальные решения могут быть легко получены заменой оси подобия gik на необходимую.

Будем считать ось подобия gik окружностью бесконечно большого радиуса. Проведем три окружности перпендикулярно к gik, d и каждой из исходных окружностей a, b и c:

$$r: r \perp gik, r \perp d, r \perp a;$$
$$s: s \perp gik, s \perp d, s \perp b;$$
$$t: t \perp gik, t \perp d, t \perp c,$$

найдем точки пересечения полученных окружностей с соответствующими им исходными окружностями: $R_1, R_2 = a \times r$; $S_1, S_2 = b \times s$; $T_1, T_2 = t \times c$. Соединив полученные точки, получаем искомые окружности (рисунок 1):

$$e_1 = R_1 \circ S_1 \circ T_1,$$
$$e_2 = R_2 \circ S_2 \circ T_2.$$

Порядок выбора точек требует некоторых пояснений. Окружность d является окружностью инверсии для только что построенных окружностей e_1 и e_2. Центр этой окружности является радикальным центром системы окружностей a, b и c.

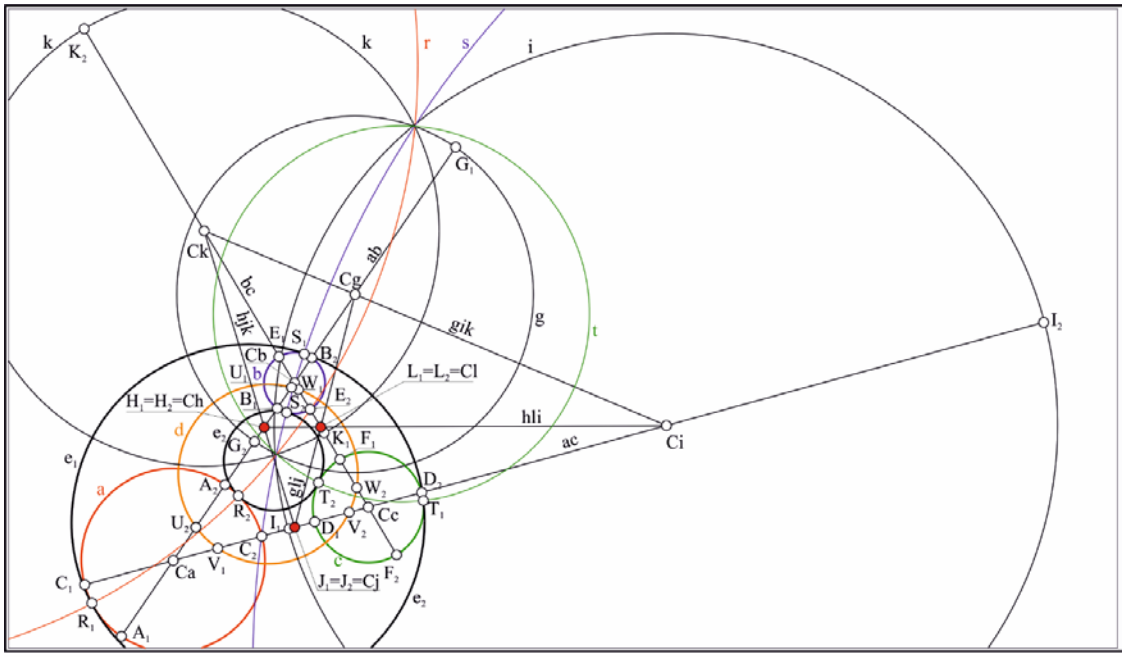


Рис. 1. Геометрическая модель, вскрывающая проекционный характер решения задачи Аполлония

Пары точек $(R_1 - R_2)$, $(T_1 - T_2)$ и $(S_1 - S_2)$ расположены на прямых, проходящих через радикальный центр, и разделяются окружностью d. Вследствие этого, перечисленные точки могут быть упорядочены, и точкам, находящимся в единой области, разграниченной окружностью d, должен быть предписан одноименный индекс. Тогда соединение точек в окружность подчинено следующему правилу: если центры сопрягаемых окружностей находятся в общей полуплоскости, разграниченной осью подобия окружностей, то окружности сопряжения проходят через точки с одноименными индексами. Если какая-либо из окружностей имеет центр, расположенный в противоположной полуплоскости, то индекс точки, через которую проходит сопрягаемая окружность, противоположен индексам точек, соответствующих окружностям противоположной полуплоскости.

Несмотря на логическую правомерность приведенных утверждений, применение алгоритма выявления троек точек, определяющих касательные окружности, сопряжено с выполнением ряда усложненных операций, в особенности в тех случаях, когда в операциях участвуют объекты с комплексными значениями. Рассмотрим преобразование геометрической конструкции задачи, позволяющей свести операцию селекции точек к сравнению всего двух расстояний. Для решения этой задачи сформулируем и докажем вспомогательную лемму.

Лемма: На плоскости даны две окружности a и b. Пусть также центр некоторой окружности c находится на окружности m, переводящей в индуцируемом ею преобразовании инверсии a и b друг в друга. Тогда образы a' и b' окружностей a и b в этом преобразовании имеют одинаковый радиус (рисунок 2).

Вначале рассмотрим конструкцию более общего вида: на плоскости имеются две окружности a и b; построим окружности инверсии $m, n = i(a, b)$, переводящие окружности a и b друг в друга.

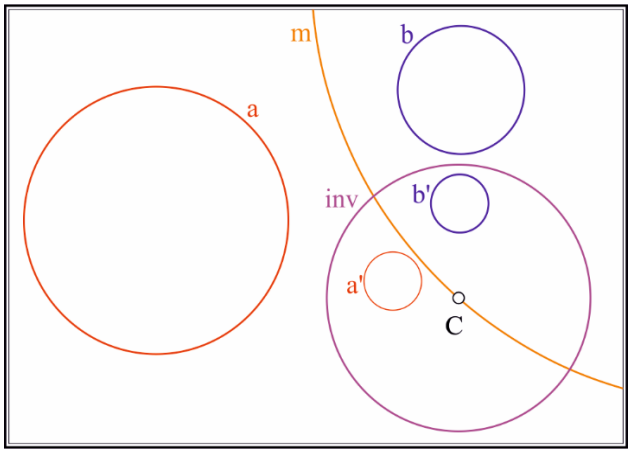


Рис. 2. Принцип получения окружностей равного радиуса в преобразовании инверсии (плоская модель)

Выберем на плоскости произвольную окружность inv (рисунок 3). Преобразуем в инверсии, индуцированной окружностью inv, окружности a и b, а также производные от них окружности m и n. В результате будут получены образы:

$$a' = inv_{"a}, \quad b' = inv_{"b}, \quad m' = inv_{"m}, \quad n' = inv_{"n}.$$

Поскольку инверсия является конформным преобразованием, в образах транзитивно сохранится отношение инверсии $a' = m'_{"b}$; $b' = m'_{"a}$; $a' = n'_{"b}$; $b' = n'_{"a}$.

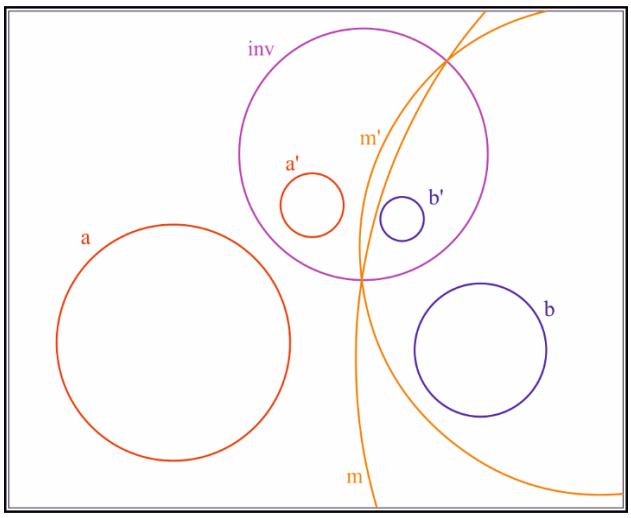


Рис. 3. Геометрическая схема, поясняющая принцип получения образов исходных окружностей относительно произвольной окружности в плоскости

Пусть теперь окружность inv расположится так, что ее центр будет находиться на окружности m. В этом случае окружности a и b также переходят в окружности a' и b', а окружность m переходит в прямую m', так как она (m) проходит через центр C окружности inv по условию задачи. Поэтому прямая m' выполняет функции окружности инверсии, переводящей a' в b' и наоборот, но в этом случае она является также и осью симметрии этих окружностей, следовательно, преобразование окружностей a' в b' возможно только в том случае, если радиусы этих окружностей равны (рисунок 4). Лемма доказана.

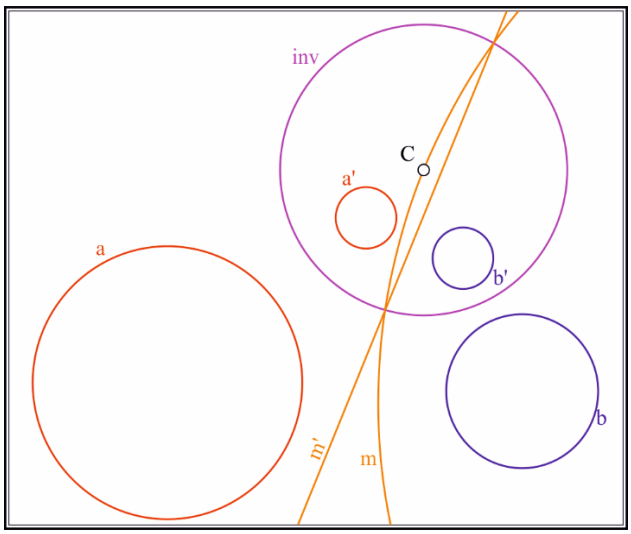


Рис. 4. Геометрическая схема к доказательству равенства радиусов образов окружностей в преобразовании инверсии в соответствии с условиями леммы (модель $G^2_{2,1}$)

Вернемся к задаче Аполлония. Пусть теперь даны три окружности a, b и c (рисунок 5). Построим окружности инверсии для пары $a-b$: $ab_1, ab_2 = i(a,b)$ и для пары $(a-c)$: $ac_1, ac_2 = i(a,c)$. Построим радикальную ось v, например, окружностей ab_1 и ac_1. Найдем точки пересечения радикальной оси с одной из окружностей, например, $T_1, T_2 = ab_1 \times v$. Проведем окружность t произвольного радиуса с центром в точке T_1. Тогда в соответствии с доказанной леммой исходные окружности a, b и c будут переведены в преобразования инверсии, индуцированной окружностью t, в окружности-образы a', b', c' одинакового радиуса, который обозначим через r. Переведенная в образы, задача Аполлония может быть решена очень просто, так как построение касательных окружностей к трем окружностям одинакового радиуса тривиально. Проведем окружность j через центры $Ca'_{\odot a'}$, $Cb'_{\odot b'}$, $Cc'_{\odot c'}$ окружностей a', b', c'. Поскольку ось подобия, образованная точками пересечения «внешних» касательных к окружностям a', b', c' – суть бесконечно удаленная прямая, то окружности, проводимые ортогонально к оси подобия, к окружности, ортогональной сопрягаемой, и каждой окружности из тройки сопрягаемых окружностей, имеют бесконечно большой радиус и могут быть представлены прямыми линиями, проходящими через центры сопрягаемых окружностей и центр ортогональной окружности. Заметим, что в случае одинаковых радиусов окружностей a', b', c' центр ортогональной окружности и центр окружности, проведенной через центры $Ca'_{\odot a'}$, $Cb'_{\odot b'}$, $Cc'_{\odot c'}$, совпадают.

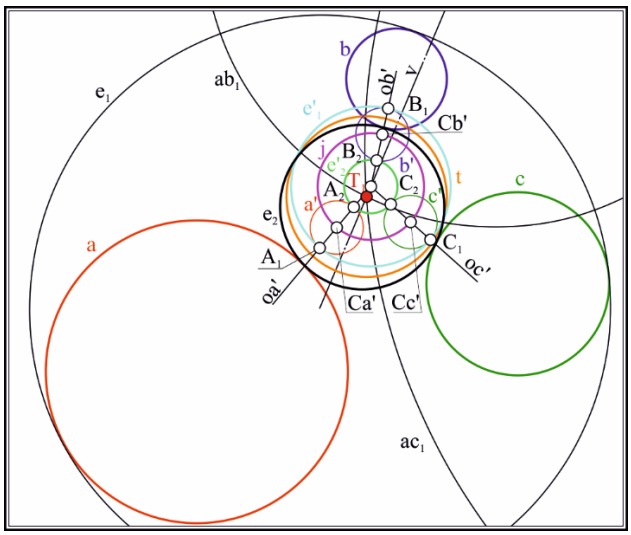


Рис. 5. Геометрическая схема, поясняющая способ нахождения окружности инверсии, преобразующей три произвольные окружности в окружности равного радиуса, решение задачи Аполлония в образах и обратное преобразование промежуточного решения (модель $G^2_{2,1}$)

Возьмем центры $Ca'_{\odot a'}$, $Cb'_{\odot b'}$, $Cc'_{\odot c'}$, $O_{\odot j}$ и проведем прямые линии:

$$oa' = Ca' \circ O, ob' = Cb' \circ O, oc' = Cc' \circ O,$$

где соблюдено условие равенства расстояний $|Ca' \circ O| = |Cb' \circ O| = |Cc' \circ O| = R$. Найдем точки пересечения прямых с окружностями-образами:

$$A_1, A_2 = oa' \times a', B_1, B_2 = ob' \times b', C_1, C_2 = oc' \times c',$$

пары точек $(A_1 - A_2)$; $(B_1 - B_2)$ и $(C_1 - C_2)$ разграничены ортогональной окружностью j. При этом

каждая точка пары, находясь на прямой, проходящей через центр O, удалена на расстояние радиуса окружности r. Это обстоятельство позволяет распределить точки по критерию удаления точек от точки O на расстояния вида $R \pm r$. После выбора троек точек (например, A_1, B_1, C_1 и A_2, B_2, C_2) остается лишь провести через них пару окружностей $e'_1 = A_1 \circ B_1 \circ C_1$ и $e'_2 = A_2 \circ B_2 \circ C_2$ и выполнить операцию инверсии над этими окружностями относительно окружности t, чтобы получить окружности сопряжения $e_1 = t_{ie'_1}$ и $e_2 = t_{ie'_2}$ по исходным данным задачи.

Представленный алгоритм не претерпевает принципиальных изменений в тех случаях, когда для нахождения остальных решений задачи во взаимодействие вступают незадействованные в приведенном примере окружности инверсии (возможно, мнимые), порожденные от пар исходных окружностей. Так или иначе, задача будет сведена к построению трех (возможно, мнимых) окружностей равного радиуса, что позволит разграничить точки в образах сопряжений и, получив промежуточное решение, преобразовать его к естественному виду исходной задачи.

Совершенно по тому же принципу могут быть решены и аналоги задачи Аполлония, сформулированные в терминах многомерного пространства. На рисунке 6 представлена обобщенная блок-схема алгоритма решения этой задачи для пространства произвольной размерности. Разумеется, под термином «сфера» следует понимать гиперсферу соответственной размерности, в том числе окружность, сферу, гиперсферу и т.д.

Таким образом, задачу Аполлония можно считать полностью решенной. Достоинство представленного метода заключается в том, что решение этой задачи не зависит от расположения исходных окружностей и всегда исполняется по одному и тому же алгоритму. Более того, алгоритм инвариантен к виду исходных данных, он оказывается пригодным для решения задачи и в том случае, если исходные окружности не являются вещественными, то есть они могут обладать мнимыми радиусами и центрами в любых комбинациях. Далее в статье будет представлено решение задачи, сформулированное в терминах четырехмерного пространства. Для ее геометрического представления будут использованы три проекционные модели: $G^4_{2,3}$ – представление четырехмерного пространства на плоской картине в трех полях; $G^3_{2,2}$ – представление трехмерного пространства на плоской картине в двух полях (метод двух изображений – эпюр Монжа) и $G^2_{1,1}$ – обычное плоское изображение [4]. На приводимых чертежах сплошной линией отображается первая проекция того или иного геометрического образа, штриховой линией – вторая и пунктирной линией – третья проекции.

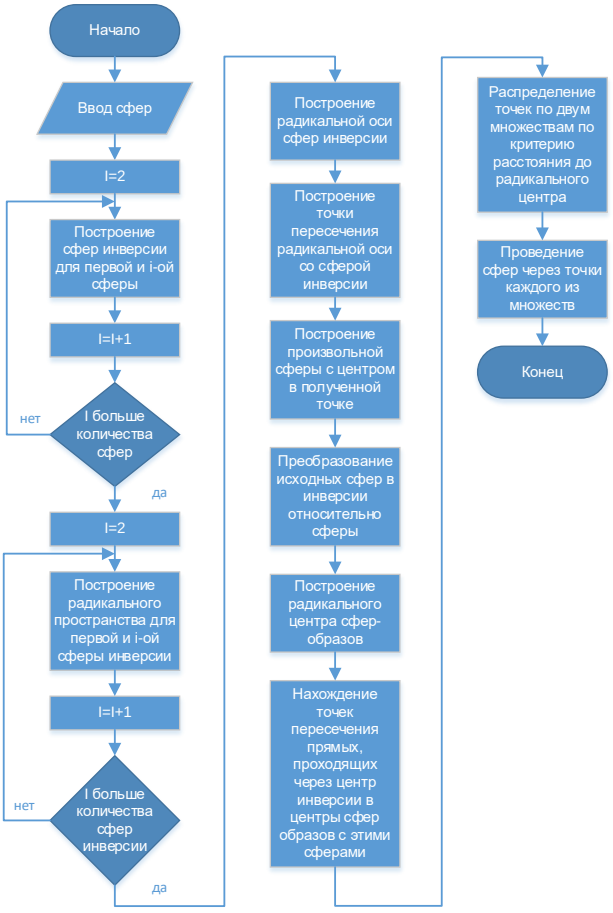


Рис. 6. Блок-схема алгоритма решения аналога задачи Аполлония в пространстве произвольной размерности

3. Алгоритмическое обеспечение для решения аналога задачи Аполлония в четырехмерном пространстве

3.1. Алгоритм построения гиперсфер инверсии двух гиперсфер (alg1)

Пусть имеются две гиперсферы $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\gamma(g_1, g_2, g_3)$ (рисунок 7). Требуется найти две гиперсферы $\sigma(s_1, s_2, s_3)$ и $\rho(r_1, r_2, r_3)$, переводящие гиперсферы δ и γ в инверсии относительно и σ, и ρ друг в друга.

Построим в шестом поле проекции очерки сфер δ и γ: d_6 и g_6. Поскольку в системе проекций, обозначенной осью x_{46} линия (o_4, o_6) является линией уровня, а проекция o_6 изображена в натуральную величину, то в проекции окружности инверсий s_6 и r_6, переводящие очерки-окружности d_6 и g_6 друг в друга, могут быть легко найдены, как результат решения плоской задачи. Определив центры Cd_6 и Cr_6 этих окружностей, инцидентных $o_6 = Cg_6 \circ Cd_6$, а также их радиусы, не составит труда найти центры Cs_1, Cs_2, Cs_3 и Cr_1, Cr_2, Cr_3 искомых гиперсфер $\sigma(s_1, s_2, s_3)$ и $\rho(r_1, r_2, r_3)$ в исходных полях, а также построить их очерки. Итак, входными параметрами алгоритма являются очерки гиперсфер $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\gamma(g_1, g_2, g_3)$, а выходными – очерки искомых гиперсфер $\sigma(s_1, s_2, s_3)$ и $\rho(r_1, r_2, r_3)$.

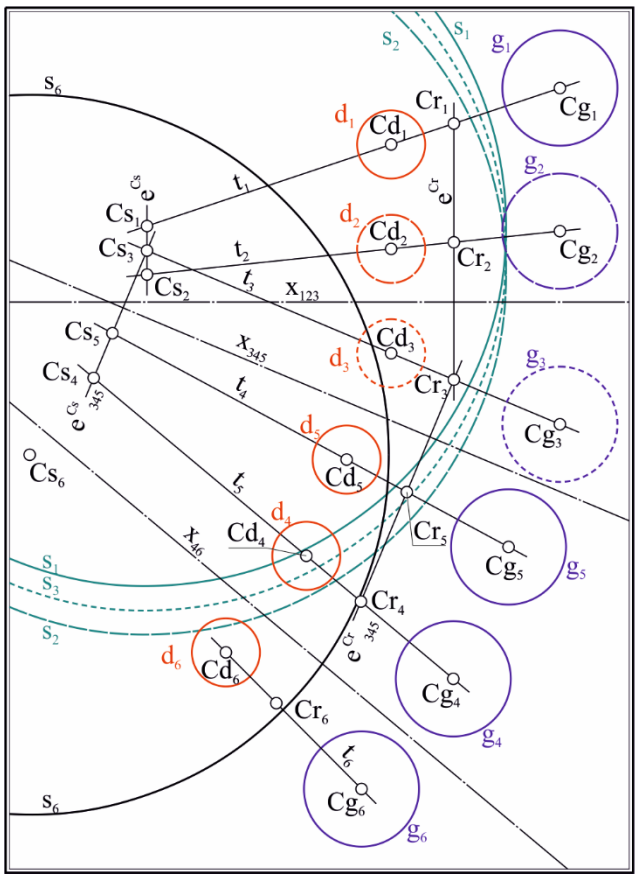


Рис. 7. Схема геометрической машины, предназначенной для построения сфер инверсии для двух произвольных сфер на модели $G^4_{2,3}$

3.2. Алгоритм построения радикальных пространств двух гиперсфер (alg2)

Пусть имеются две гиперсферы $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\gamma(g_1, g_2, g_3)$. Требуется найти радикальное пространство двух гиперсфер (рисунок 8).

Поскольку радикальное пространство перпендикулярно прямой линии o, соединяющей центры гиперсфер δ и γ, то такое пространство изобразится в виде прямой линии-следа в том поле проекций, в котором линия o будет изображена в натуральную величину. По аналогии с предыдущим алгоритмом, переведем очерки сфер в шестое поле, где линия, соединяющая их центры, является проекцией линии уровня, изображена в натуральную величину. Тогда след радикального пространства будет совпадать с радикальной осью $\beta_6 = eV_{46}$ окружностей d_6 и g_6, а точка V_6 в шестом поле проекций будет моделировать проекцию точки V пересечения радикального пространства β с прямой, соединяющей центры гиперсфер. Восстановив проекции точки V в исходных полях, проведем через нее прямые линии, определяющие репер радикального пространства β. Поскольку радикальное пространство ортогонально к прямой o, то потребуется построить три взаимных перпендикуляра, проходящих через точку V. В соответствии с принципом изображения прямых углов на ортогональных проекциях, проведем проекции трех линий репера трехмерного пространства:

первая прямая $pV_1 : pV_1 \perp o_1,\ pV_1 \sim V_1,\ hV_2 : hV_2 \sim V_2,\ hV_2 \parallel x_{123},\ hV_3 : hV_3 \sim V_3,\ hV_3 \parallel x_{123};$

вторая прямая $hV_1 : hV_1 \sim V_1,\ hV_1 \parallel x_{123},\ pV_2 : pV_2 \perp o_2,\ pV_2 \sim V_2,\ hV_3 : hV_3 \sim V_3,\ hV_3 \parallel x_{123};$

третья прямая $hV_1 : hV_1 \sim V_1,\ hV_1 \parallel x_{123},\ hV_2 : hV_2 \sim V_2,\ hV_2 \parallel x_{123}, e^V{}_{345} : e^V{}_{345} \perp x_{345}, e^V{}_{345} \sim V_3.$

Входными параметрами алгоритма являются очерки проекций двух гиперсфер $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\gamma(g_1, g_2, g_3)$, а выходными – три прямые репера пространства:

$$\beta\big((pV_1, hV_2, hV_3), (hV_1, pV_2, hV_3), (hV_1, hV_2, e^V{}_{345})\big).$$

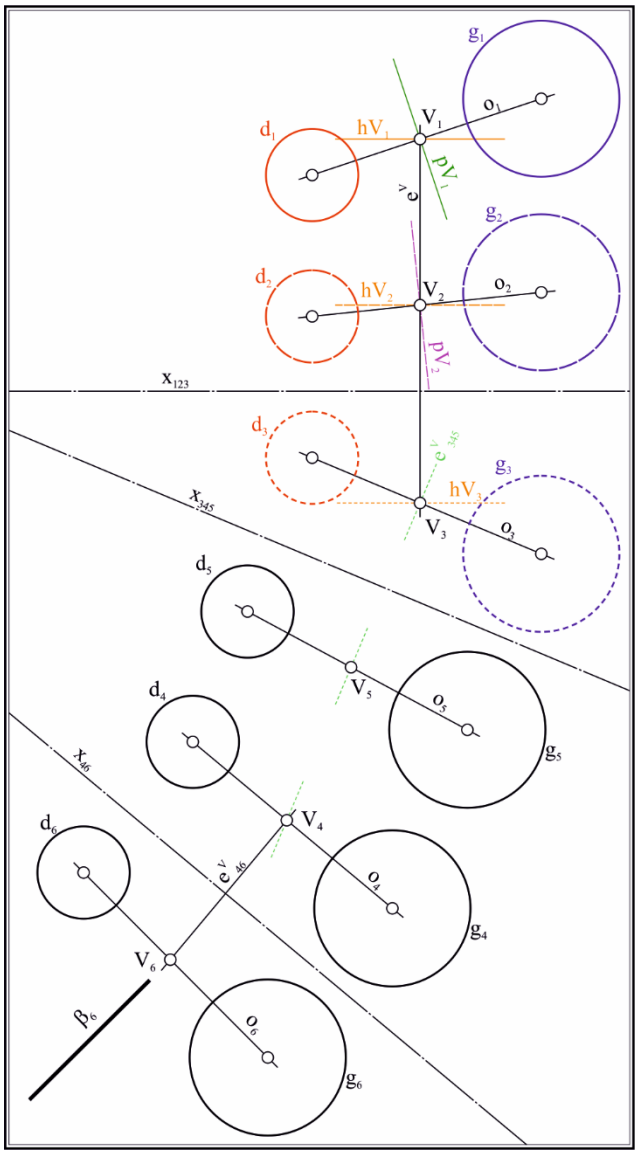


Рис. 8. Схема геометрической машины, предназначенной для построения радикального пространства двух произвольных гиперсфер на модели $G^4_{2,3}$

3.3. Алгоритм построения прямой линии от пересечения трех трехмерных пространств в четырехмерном пространстве (alg3)

Пусть имеется три трехмерные пространства α, β и γ. Требуется построить линию их пересечения (рисунок 9).

Пусть плоскости α, β и γ заданы реперными элементами:

$$\alpha\big((pA_1, hA_2, hA_3), (hA_1, pA_2, hA_3), (hA_1, hA_2, pA_3)\big);$$

$$\beta\big((pB_1, hB_2, hB_3), (hB_1, pB_2, hB_3), (hB_1, hB_2, pB_3)\big);$$

$$\gamma\big((pC_1, hC_2, hC_3), (hC_1, pC_2, hC_3), (hC_1, hC_2, pC_3)\big).$$

Ввиду большого количества однотипных построений в данном алгоритме приведем лишь его основные укрупненные фрагменты, не вдаваясь в подробные детали конкретной реализации.

Задача разбивается на два этапа. Этап первый: как известно, в четырехмерном пространстве два трехмерных пространства пересекаются по плоскости. Следовательно, выбрав две пары трехмерных пространств $\alpha - \beta$ и $\alpha - \gamma$, можно найти две плоскости от пересечения трехмерных пространств каждой пары: $\alpha\beta = \alpha \times \beta$ и $\alpha\gamma = \alpha \times \gamma$. Для решения этой задачи заключим одну из прямых репера первого пространства в дополнительное проецирующее пространство. След от такого пространства пересечет реперные прямые второго пространства в трех точках, что позволит построить модель плоскости и свести задачу к пересечению первой прямой первого репера с этой плоскостью на модели трехмерного пространства $\boldsymbol{G}^3_{2,2}$ с получением первой точки-результата. Повторив аналогичные действия со второй и третьей прямой репера первого пространства, получим еще две точки, которые в совокупности с первой точкой позволят определить плоскость $\alpha\beta = \alpha \times \beta$. Аналогично решается задача и для плоскости $\alpha\gamma = \alpha \times \gamma$.

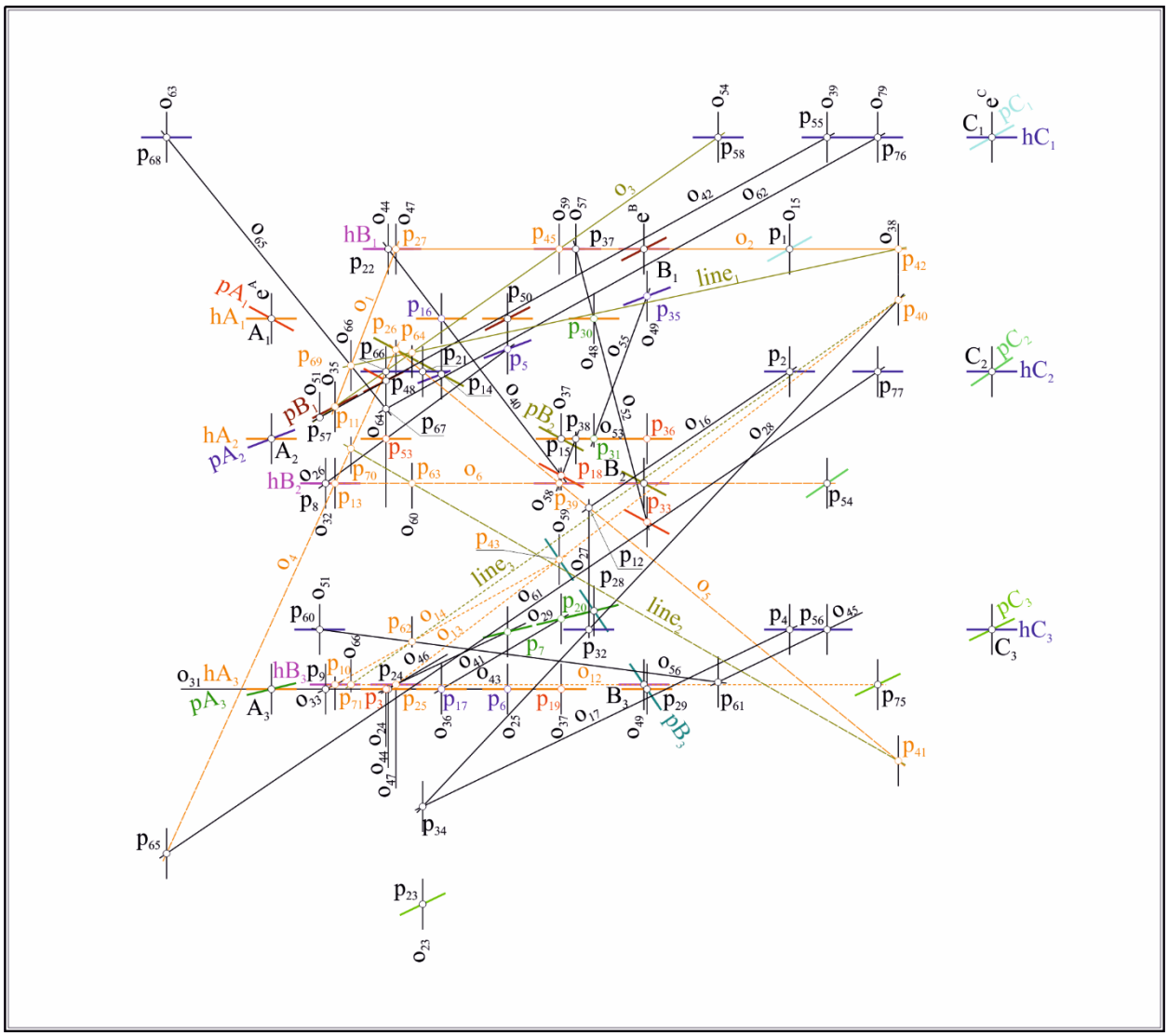


Рис. 9. Схема геометрической машины, предназначенной для построения линии пересечения трех трехмерных пространств, расположенных в четырехмерном пространстве, на модели $\boldsymbol{G}^4_{2,3}$

Поскольку каждая из полученных плоскостей инцидентна с одним и тем же трехмерным пространством α, т.е. αβ~α и αγ~α, то решение окончательной задачи можно свести к пересечению двух плоскостей в едином трехмерном пространстве.

Этап второй: понизив размерность пространства до третьего, найдем на модели $\boldsymbol{G}^{3}_{2,2}$ линию пересечения *line* плоскостей αβ и αγ: *line* = αβ × × αγ. Задача решается путем нахождения точек пересечения от первой и второй реперных прямых первой плоскости со второй с последующим проведением проекций прямой линии через полученные точки в полях, моделирующих трехмерное пространство. По свойствам инцидентности результат дополняется недостающей проекцией в модели четырехмерного пространства $\boldsymbol{G}^{4}_{2,3}$.

Входными параметрами описанного алгоритма являются проекции реперов трех трехмерных пространств α, β и γ, выходным параметром – проекции линии пересечения *line*.

3.4. Алгоритм построения точки пересечения гиперсферы и прямой линии (alg4)

Пусть в четырехмерном пространстве заданы гиперсфера δ и прямая линия o. Найдем пару точек, являющихся результатом пересечения гиперсферы δ и прямой o (рисунок 10).

На проекционном чертеже гиперсфера δ задана тремя очерками – окружностями d_1, d_2, d_3. Прямая линия o задана тремя проекциями o_1, o_2, o_3. Проведем через прямую линию o проецирующее трехмерное пространство μ таким образом, чтобы в третьем поле она отобразилась следом, совпадающим с проекцией прямой $\mu = o_3$. Такое пространство высекает из гиперсферы δ в сферу γ, радиус которой равен длине хорды $g_3 = L_3 \circ K_3$, образованной точками пересечения прямой o_3 и окружности d_3: $L_3, K_3 = o_3 \times d_3$.

Выбрав произвольно положение горизонтальной оси x_{123}, перейдем к новой системе проекций, в которой прямая o представлялась бы линией уровня, для чего выберем новую ось проекций $x_{345} \parallel o_3$. Указав на прямой o две произвольные, но не совпадающие точки $A(A_1, A_2, A_3)$ и $B(B_1, B_2, B_3)$:

$$A_1 = o_1 \times e^{A}{}_{123}, A_2 = o_2 \times e^{A}{}_{123}, A_3 = e^{A}{}_{123} \times o_3;$$
$$B_1 = o_1 \times e^{B}{}_{123}, B_2 = o_2 \times e^{B}{}_{123}, B_3 = e^{B}{}_{123} \times o_3,$$

переведем в новую систему исходную прямую с получением проекций $o_4 = A_4 \circ B_4$, $o_5 = A_5 \circ B_5$ и построим в этих проекциях очерки g_4 и g_5 сферы-сечения γ. В полученной системе проекций задачу можно рассматривать, как трехмерную, то есть искать точки пересечения прямой, представленной проекциями o_4 и o_5 и сферы γ, заданной очерками g_4 и g_5. Вновь прибегнем к понижению размерности задачи, назначая новую ось проекций x_{46}, параллельной к одной из проекций прямой, например, к прямой $o_4 = A_4 \circ B_4, x_{46} \parallel o_4$.

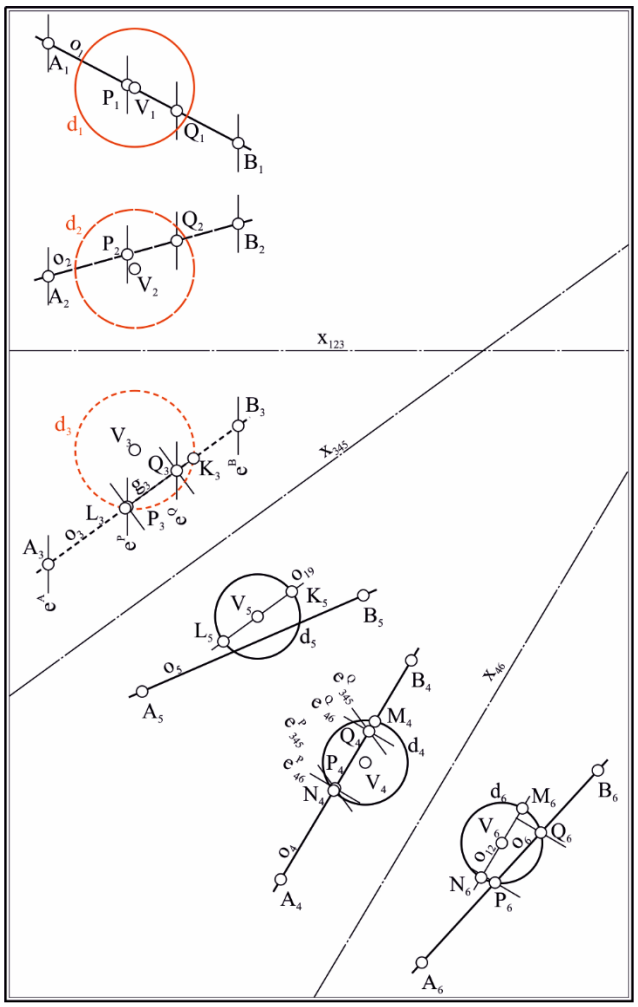


Рис. 10. Схема геометрической машины, предназначенной для построения точек пересечения прямой линии с гиперсферой на модели $\boldsymbol{G}^{4}_{2,3}$

Проводя через прямую o проецирующую плоскость η таким образом, чтобы ее след совпал с проекцией o_4: η == o_4, определим длину хорды $v_5 = M_4 \circ N_4$; $N_4, M_4 = o_4 \times g_4$, что позволит в шестом поле построить окружность-сечение v_6 с центром в точке C_6 и диаметром, равным длине хорды v_5. Решение задачи в шестом поле очевидно: $P_6, Q_6 = o_6 \times v_6$. Для нахождения точек пересечения гиперсферы и прямой линии в исходных полях, выполним обратный переход по построенным системам проекций, последовательно переводя точки Q_6, P_6 по линиям связи на соответственные проекции прямой o. В итоге получаем две тройки точек – проекции искомых точек пересечения гиперсферы с прямой линией:

$$P_1 = e^{P}{}_{123} \times o_1, \quad P_2 = e^{P}{}_{123} \times o_2, \quad P_3 = e^{P}{}_{345} \times o_3;$$
$$Q_1 = e^{Q}{}_{123} \times o_1, \quad Q_2 = e^{Q}{}_{123} \times o_2, \quad Q_3 = e^{Q}{}_{345} \times o_3,$$

являющейся решением поставленной задачи. Обозначим входные и выходные параметры алгоритма. Его входом являются окружности-очерки d_1, d_2, d_3 гиперсферы δ и проекции o_1, o_2, o_3 прямой линии o, а выходом – проекции двух точек $P(P_1, P_2, P_3)$ и $Q(Q_1, Q_2, Q_3)$.

3.5. Алгоритм нахождения расстояния между двумя точками в четырехмерном пространстве (alg5)

Пусть в четырехмерном пространстве заданы две точки $A(A_1, A_2, A_3)$ и $B(B_1, B_2, B_3)$ (рисунок 11). Для определения расстояния между этими точками необходимо построить систему плоскостей проекций таким образом, чтобы в ней прямая, соединяющая точки A и B, стала линией уровня.

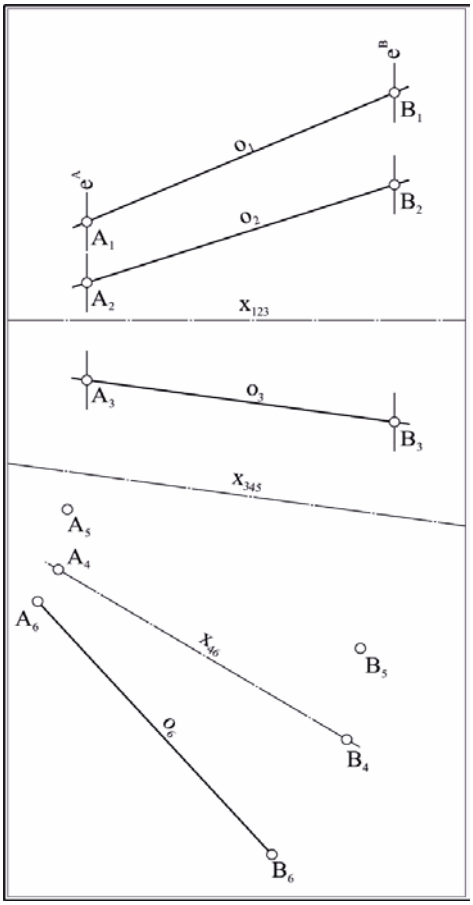


Рис. 11. Схема геометрической машины, осуществляющей нахождение расстояния между двумя точками в четырехмерном пространстве (модель $G^4_{2,3}$)

Выберем произвольно положение горизонтальной оси проекций x_{123}, а новую ось x_{345} проведем параллельно отрезку $o_3 = B_3 \circ A_3$: $x_{345} \parallel o_3$. Измеряя превышения точек A_1, A_2, B_1, B_2 над осью x_{123}, отложим их по соответственным линиям связи в новые поля для получения проекций A_4, A_5, B_4, B_5. Для сведения задачи к трехмерному случаю следующую ось проекций x_{46} построим параллельно одному из полученных отрезков $o_4 = B_4 \circ A_4$ или $o_5 = B_5 \circ A_5$, например, o_4. Тогда, отложив превышения точек A_5, B_5 по соответственным линиям в шестое поле, получаем проекции A_6, B_6. Поскольку в последней системе плоскостей проекций с осью x_{46} отрезки o_4 и o_6 моделируют линию уровня и $o_4 \parallel x_{46}$, то расстояние между точками A и B может быть считано с проекции как длина отрезка o_6. Входом алгоритма являются проекции точек A и B, выходом – величина расстояния между этими точками.

3.6. Алгоритм построения гиперсферы по пяти точкам (alg6)

Пусть имеются четыре точки, расположенные в четырехмерном пространстве $A(A_1, A_2, A_3)$, $B(B_1, B_2, B_3)$, $C(C_1, C_2, C_3)$, $D(D_1, D_2, D_3)$ и $E(E_1, E_2, E_3)$. Требуется провести сферу $\sigma(s_1, s_2, s_3)$ через эти пять точек (рисунок 12). Для решения задачи соединим отрезками прямой точку A с остальными исходными точками B, C, D и E:

$$AB = (b_1, b_2, b_3),$$

где $b_1 = A_1 \circ B_1, b_2 = A_2 \circ B_2, b_3 = A_3 \circ B_3$;

$$AC = (c_1, c_2, c_3),$$

где $c_1 = A_1 \circ C_1, c_2 = A_2 \circ C_2, c_3 = A_3 \circ C_3$;

$$AD = (d_1, d_2, d_3),$$

где $d_1 = A_1 \circ D_1, d_2 = A_2 \circ D_2, d_3 = A_3 \circ D_3$;

$$AE = (e_1, e_2, e_3),$$

где $e_1 = A_1 \circ E_1, e_2 = A_2 \circ E_2, e_3 = A_3 \circ E_3$.

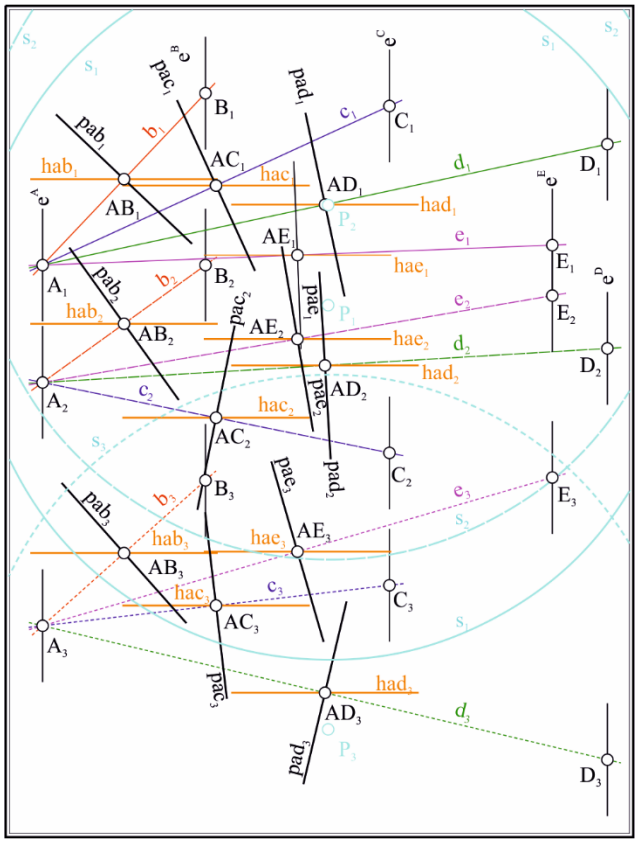


Рис. 12. Схема геометрической машины, осуществляющей построение гиперсферы по пяти точкам (модель $G^4_{2,3}$)

Построим в средних точках AB, AC, AD и AE полученных отрезков четыре ортогональных трехмерных пространства, соответственно:

$AB(AB_1, AB_2, AB_3)$	$\beta \perp AB$;
$AC(AC_1, AC_2, AC_3)$	$\gamma \perp AC$;
$AD(AD_1, AD_2, AD_3)$	$\delta \perp AD$;
$AE(AE_1, AE_2, AE_3)$	$\varepsilon \perp AE$.

Рассмотрим построение ортогонального пространства на примере моделирования пространства β.

Первая прямая репера этого пространства должна отвечать следующим условиям:

pab_1: $pab_1 \perp b_1, pab_1 \sim AB_1$;
hab_2: $hab_2 \sim AB_2, hab_2 \parallel x_{123}$;
hab_3: $hab_3 \sim AB_3\ hab_3 \parallel x_{123}$.

Вторая прямая репера должна отвечать следующим условиям:

hab_1: $hab_1 \sim AB_1, hab_1 \parallel x_{123}$
pab_2: $pab_2 \perp b_2, pab_2 \sim AB_2$;
hab_3: $hab_3 \sim AB_3, hab_3 \parallel x_{123}$.

Третья прямая репера должна отвечать следующим условиям:

hab_1: $hab_1 \sim AB_1, hab_1 \parallel x_{123}$;
hab_2: $hab_2 \sim AB_2, hab_2 \parallel x_{123}$;
pab_3: $pab_3 \perp b_3, pab_3 \sim AB_3$.

Моделирование реперов пространств γ, δ и ε осуществляется аналогично. Центр $P(P_1, P_2, P_3)$ искомой гиперсферы σ находится, как точка пересечения четырех трехмерных пространств β, γ, δ и ε, а радиус, как расстояние между полученной точкой P и любой из исходных точек, например, A (алгоритм alg5). Задача нахождения точки пересечения сводится к двойному применению алгоритма alg3, позволяющему найти две прямые от пересечения двух троек пространств β, γ, δ и β, γ, ε. Пересекая полученные прямые, находим центр искомой гиперсферы σ.

Перечислим входные и выходные параметры синтезированного алгоритма. Его входом являются проекции пяти точек $A(A_1, A_2, A_3)$, $B(B_1, B_2, B_3)$, $C(C_1, C_2, C_3)$, $D(D_1, D_2, D_3)$ и $E(E_1, E_2, E_3)$, а выходом – проекции очерков искомой сферы $\sigma(s_1, s_2, s_3)$.

3.7. Алгоритм построения точки в инверсии относительно гиперсферы (alg7)

Пусть имеется точка $A(A_1, A_2, A_3)$ и гиперсфера δ, заданная очерками $\delta(d_1, d_2, d_3)$ (рисунок 13). Соединим центр $C_{1\odot d_1}; C_{2\odot d_2}; C_{3\odot d_3}$ сферы δ и точку A прямой линией $o_1 = C_1 \circ A_1$, $o_2 = C_2 \circ A_2$, $o_3 = C_3 \circ A_3$ и построим систему плоскостей проекций, в которой линия o займет положение линии уровня по алгоритму, аналогичному алгоритму определения расстояния между точками. Поскольку в шестом поле проекция $o_6 = C_6 \circ A_6$ отображается в натуральную величину, то положение шестой проекции B_6 точки-образа исходной точки A в инверсии относительно гиперсферы δ может быть определено в результате решения задачи о преобразовании точки A_6 в инверсии относительно очерка d_6 в плоской постановке. Для окончательного решения задачи остается лишь определить положение проекций точек B_1, B_2, B_3 которые несложно построить, восстановив необходимые проекции по линиям связи на соответственных проекциях прямой o. Входными параметрами данного алгоритма являются проекции точки $A(A_1, A_2, A_3)$ и очерки сферы $\delta(d_1, d_2, d_3)$; выходным параметром – проекции B_1, B_2, B_3 точки-образа точки A.

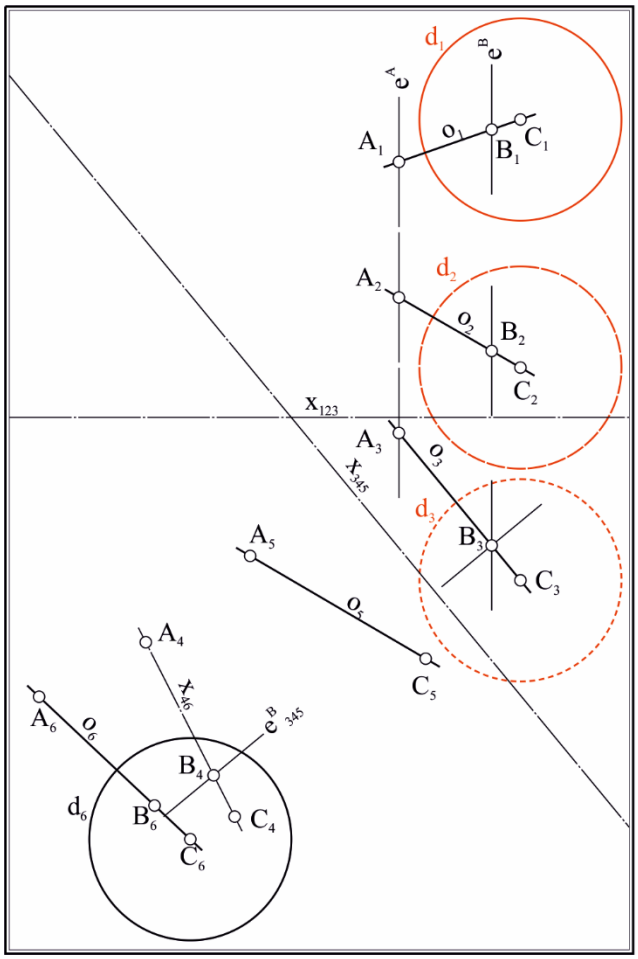


Рис. 13. Схема геометрической машины, осуществляющей преобразование точки в инверсии относительно гиперсферы (модель $G^4_{2,3}$)

3.8. Алгоритм построения гиперсферы в инверсии относительно другой гиперсферы (alg8)

Пусть имеется гиперсфера $\delta(d_1, d_2, d_3)$, которую требуется преобразовать в инверсии относительно гиперсферы $\sigma(s_1, s_2, s_3)$ (рисунок 14).

Для решения задачи выберем на гиперсфере пять произвольных несовпадающих точек $A(A_1, A_2, A_3)$, $B(B_1, B_2, B_3)$, $C(C_1, C_2, C_3)$, $D(D_1, D_2, D_3)$ и $E(E_1, E_2, E_3)$, каждую из которых преобразуем в инверсии в точки $A'(A'_1, A'_2, A'_3)$, $B'(B'_1, B'_2, B'_3)$, $C'(C'_1, C'_2, C'_3)$, $D'(D'_1, D'_2, D'_3)$ и $E'(E'_1, E'_2, E'_3)$ относительно гиперсферы σ в соответствии с алгоритмом alg7. Воспользовавшись алгоритмом построения гиперсферы по пяти точкам (alg6) найдем искомый образ $\delta'(d'_1, d'_2, d'_3)$ исходной сферы $\sigma(s_1, s_2, s_3)$. Таким образом, входными параметрами алгоритма являются сфера-прообраз $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и сфера инверсии $\sigma(s_1, s_2, s_3)$; выходным – сфера-образ $\delta'(d'_1, d'_2, d'_3)$.

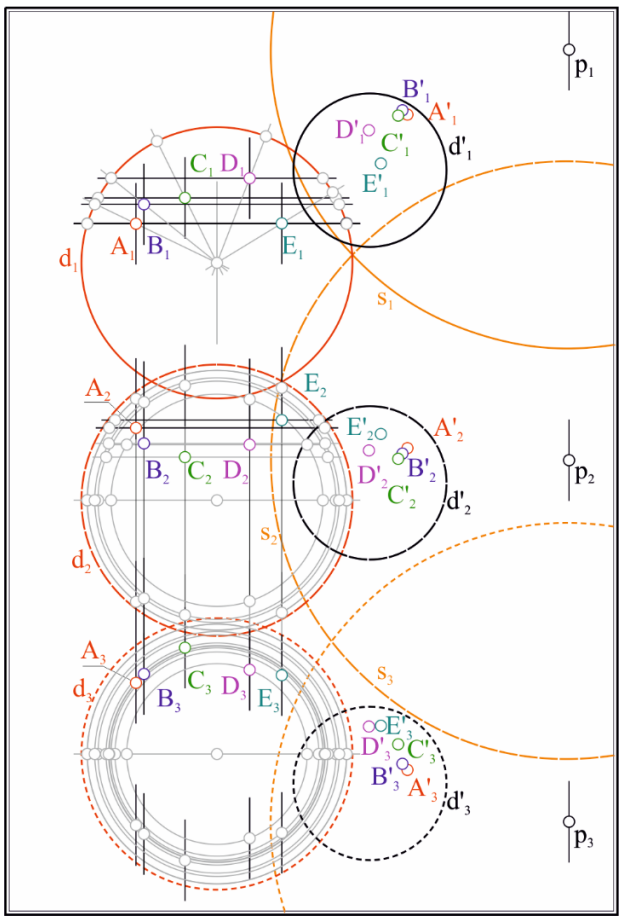


Рис. 14. Схема геометрической машины, осуществляющей преобразование сферической поверхности в инверсии относительно сферы (модель $G^4_{2,3}$)

3.9. Общее решение задачи

Пусть заданы пять гиперсфер: $\alpha(a_1, a_2, a_3)$, $\beta(b_1, b_2, b_3)$, $\gamma(g_1, g_2, g_3)$, $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\varepsilon(e_1, e_2, e_3)$ (рисунок 15).

Используя алгоритм alg1, построим гиперсферы инверсии для пар гиперсфер, образованных общей гиперсферой α и остальными исходными гиперсферами (рисунок 16):

$$\alpha\beta(ab_1, ab_2, ab_3), \alpha\gamma(ag_1, ag_2, ag_3),$$
$$\alpha\delta(ad_1, ad_2, ad_3), \alpha\varepsilon(ae_1, ae_2, ae_3).$$

Применяя алгоритм alg2, определим радикальные пространства для пар сфер $\sigma(\alpha\beta, \alpha\gamma)$, $\rho(\alpha\beta, \alpha\delta)$ и $\tau(\alpha\beta, \alpha\varepsilon)$ и с помощью алгоритма alg3 найдем линию их пересечения $line(t_1, t_2, t_3)$ (рисунок 17).

Построим точки пересечения $V(V_1, V_2, V_3)$ и $W(W_1, W_2, W_3)$ найденной линии $line$ с любой из гиперсфер инверсии, например, с гиперсферой αβ, реализуя алгоритм alg4 (рисунок 18).

Выбрав любую из полученных точек, например V, построим с центром в этой точке гиперсферу ψ произвольного радиуса. Данная гиперсфера обладает свойством преобразовывать в инверсии исходные гиперсферы задачи в гиперсферы-образы одинакового радиуса. Пользуясь алгоритмом alg8 выполним это преобразование (рисунок 19):

$$\alpha_{inv(\psi)} = \alpha^*(a_1^*, a_2^*, a_3^*); \beta_{inv(\psi)} = \beta^*(b_1^*, b_2^*, b_3^*);$$
$$\gamma_{inv(\psi)} = \gamma^*(g_1^*, g_2^*, g_3^*); \delta_{inv(\psi)} = \delta^*(d_1^*, d_2^*, d_3^*);$$
$$\varepsilon_{inv(\psi)} = \varepsilon^*(e_1^*, e_2^*, e_3^*).$$

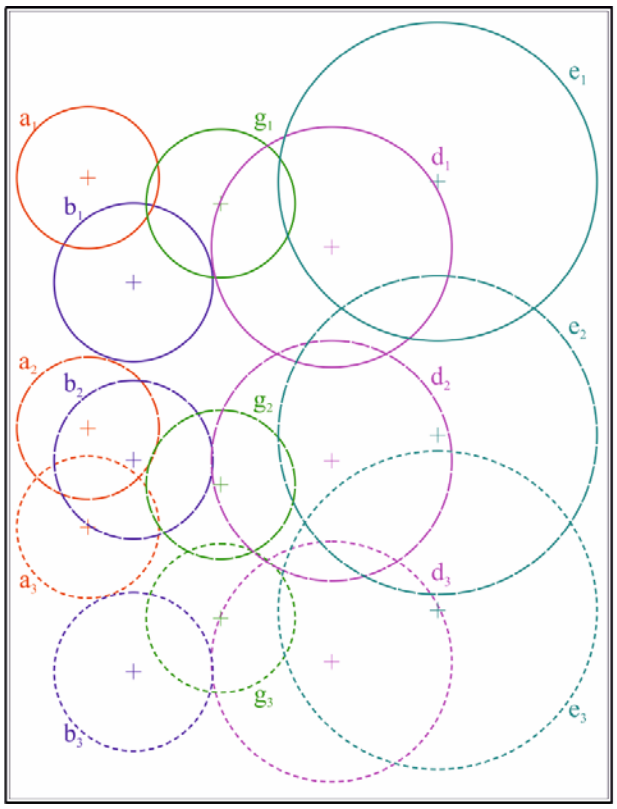


Рис. 15. Исходные данные задачи (модель $G^4_{2,3}$)

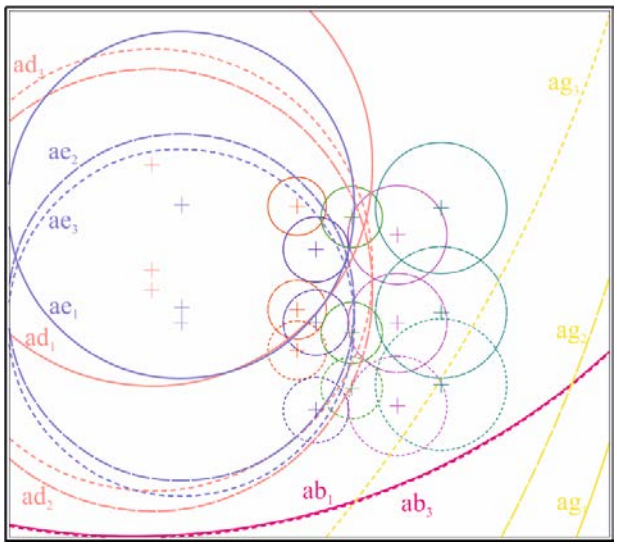


Рис. 16. Результат поиска гиперсфер, задающих инверсии в парах гиперсфер $(a-b), (a-g), (a-d)$ и $(a-e)$ на модели $G^4_{2,3}$

Поскольку центры гиперсфер α*, β*, γ*, δ* и ε* известны, не составит особого труда построить вспомогательную гиперсферу ω, проходящую через эти пять точек, воспользовавшись алгоритмом alg6, найти ее центр (C_1, C_2, C_3) и ее радиус.

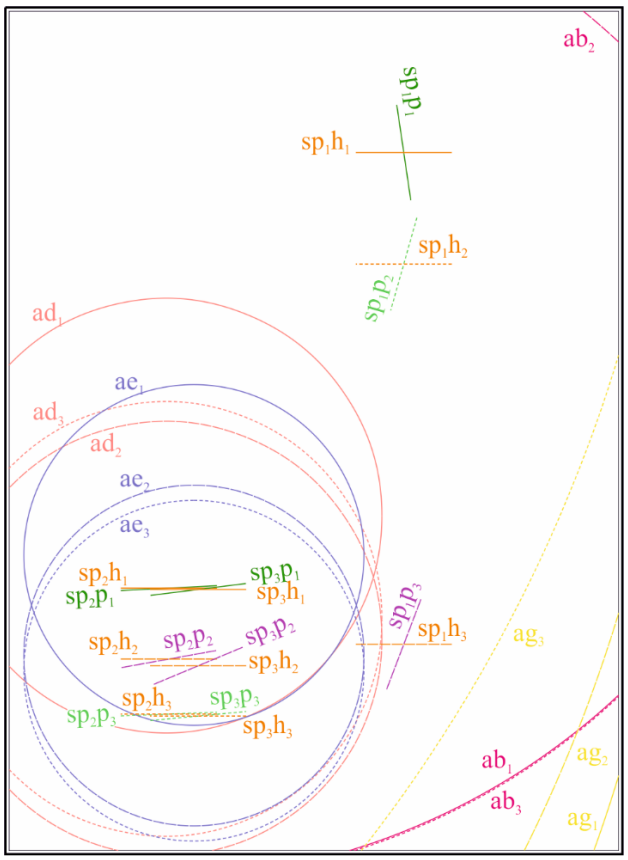


Рис. 17. Результат построения трех радикальных пространств инверсионных гиперсфер (модель $G^4_{2,3}$)

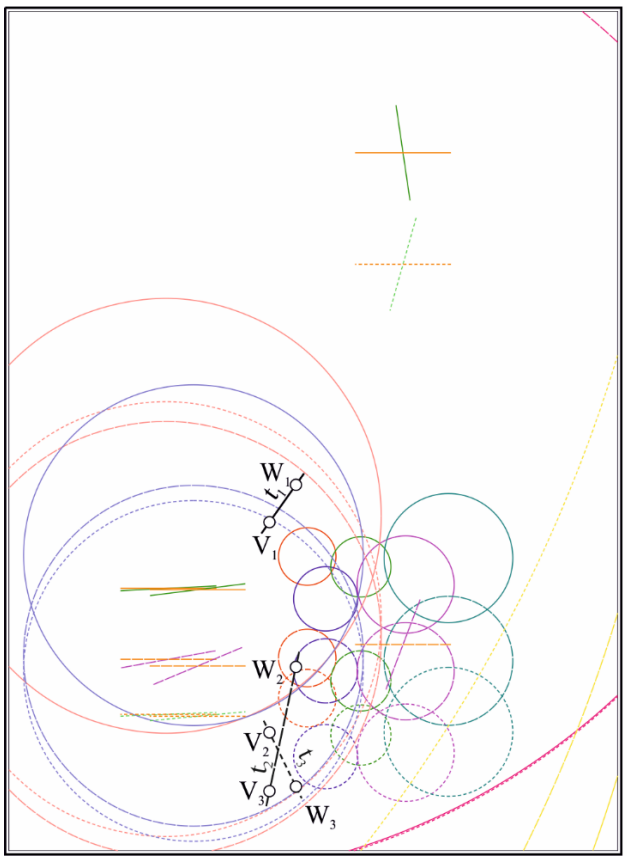


Рис. 18. Построение радикальной оси трех инверсионных гиперсфер и точек пересечения полученной прямой с инверсионными гиперсферами (модель $G^4_{2,3}$)

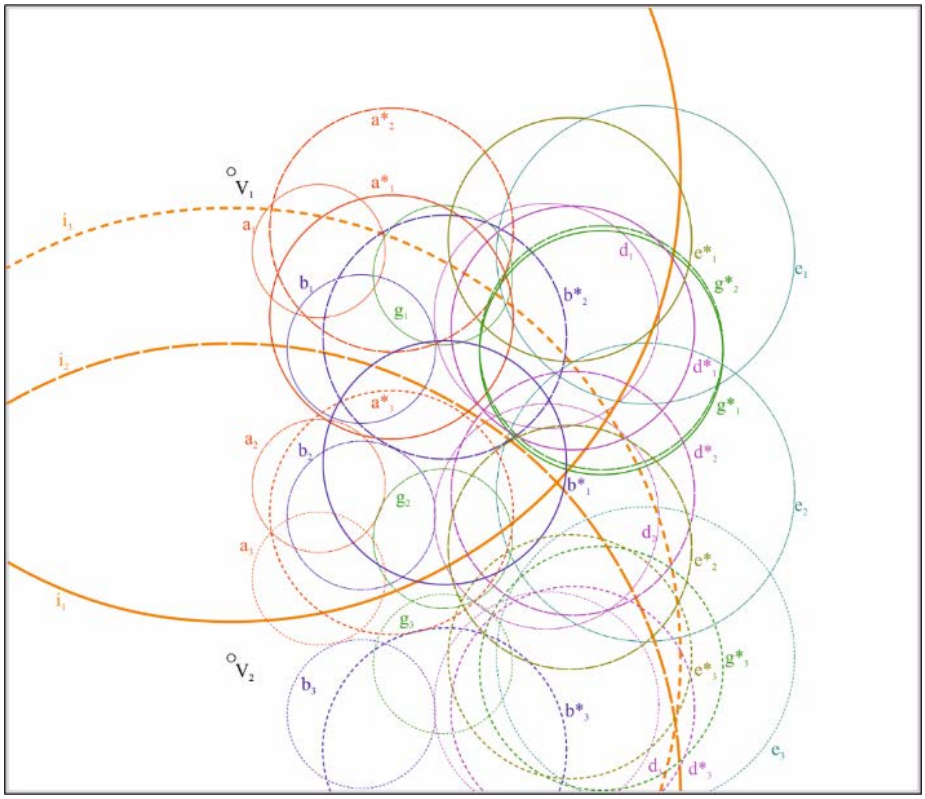


Рис. 19. Задание гиперсферы ψ произвольного радиуса в одной из точек пересечения трех инверсионных гиперсфер и результат преобразования исходных гиперсфер в гиперсферы одинакового радиуса в преобразовании инверсии относительно ψ (модель $G^4_{2,3}$)

Проведем через полученный центр и центры гиперсфер α^*, β^*, γ^*, δ^* и ε^* прямые линии и найдем с помощью алгоритма alg4 точки их пересечения с соответственными гиперсферами (рисунок 20):

$$t_1a(T_1A_1, T_1A_2, T_1A_3) \quad t_1b(T_1B_1, T_1B_2, T_1B_3)$$
$$t_2a(T_2A_1, T_2A_2, T_2A_3) \quad t_2b(T_2B_1, T_2B_2, T_2B_3)$$
$$t_3a(T_3A_1, T_3A_2, T_3A_3) \quad t_3b(T_3B_1, T_3B_2, T_3B_3)$$
$$t_4a(T_4A_1, T_4A_2, T_4A_3) \quad t_4b(T_4B_1, T_4B_2, T_4B_3)$$
$$t_5a(T_5A_1, T_5A_2, T_5A_3) \quad t_5b(T_5B_1, T_5B_2, T_5B_3).$$

Полученные точки есть точки касания двух гиперсфер к пяти гиперсферам-образам α^*, β^*, γ^*, δ^* и ε^* равного радиуса.

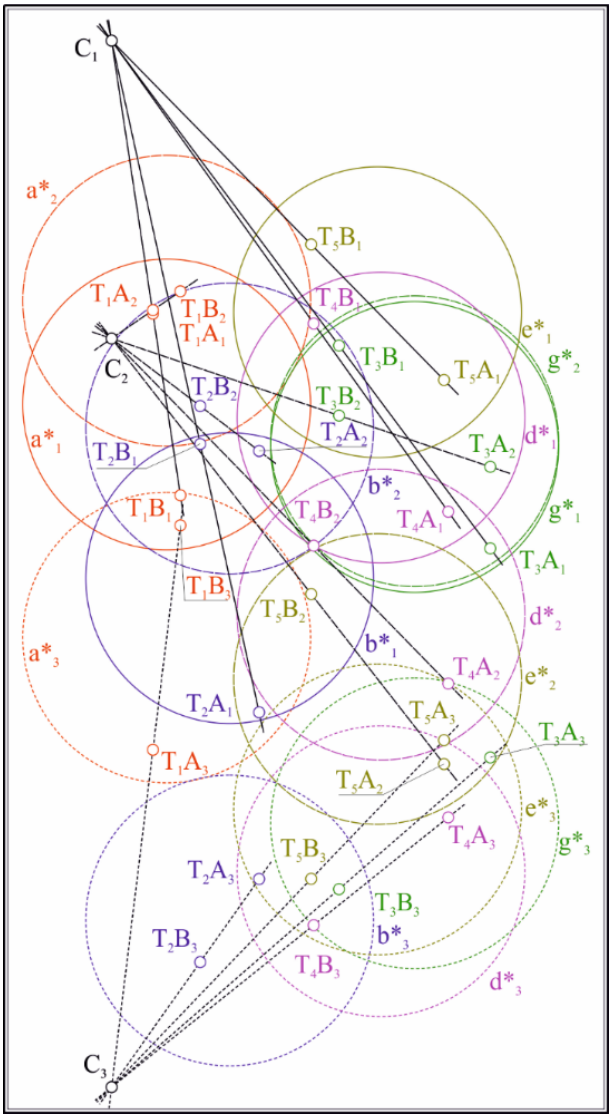


Рис. 20. Поиск точек касания двух не пересекающихся по действительным сферам гиперсфер к пяти гиперсферам одинакового радиуса (модель $G^4_{2,3}$)

Распределив эти точки касания гиперсфер и гиперсфер-образов в два множества таким образом (используя алгоритм alg5), чтобы расстояние от каждой точек первого множества до центра (C_1, C_2, C_3) было больше радиуса гиперсферы ω, а от точек второго – меньше этого радиуса, построим на двух пятерках точек две гиперсферы ρ^* и τ^*, касательные к α^*, β^*, γ^*, δ^* и ε^* (алгоритм alg8). Тогда образы ρ и τ этих гиперсфер в преобразовании инверсии относительно гиперсферы ψ будут касательными к исходным гиперсферам $\alpha(a_1, a_2, a_3)$, $\beta(b_1, b_2, b_3)$, $\gamma(g_1, g_2, g_3)$, $\delta(d_1, d_2, d_3)$ и $\varepsilon(e_1, e_2, e_3)$ (рисунок 21).

Поставленная задача решена.

4. Заключение

В результате проведенных исследований были получены следующие результаты:

1) Разработана единая конструктивная геометрическая модель, позволяющая решать задачу Аполлония без известных исключений и учитывающая как действительные, так и мнимые значения исходных данных и получаемых результатов.

2) Впервые представлено полное конструктивное решение аналога задачи Аполлония для четырехмерного пространства.

3) Представлена методика и продемонстрировано ее применение для визуального синтеза компьютерных программ, основанных на принципах конструктивного геометрического моделирования и позволяющих применять эти модели в прикладных областях, нуждающихся в геометрической интерпретации и визуализации данных, а также управления ими через визуально-графический интерфейс.

4) Продемонстрировано применение средств геометрического моделирования для решения задачи, которая трудно формализуется в аналитической форме без привлечения геометрической теории.

5) Представленные чертежи демонстрируют высокую информационную насыщенность геометрических моделей, что доказывает невозможность ведения исследовательской деятельности и практических внедрений ее результатов без применения средств автоматизации соответствующих исследований.

6) Исследование геометрических моделей и конструкций приобретает ясно очерченный смысл, поскольку методика визуального проектирования позволяет без каких-либо дополнительных усилий и затрат практически претворять результаты исследований в виде действующих программ и аппаратных устройств, формировать востребованную систему геометрических знаний.

7) Продемонстрированы возможности системы конструктивного геометрического моделирования Симплекс в деле проектирования конструкций геометрических машин.

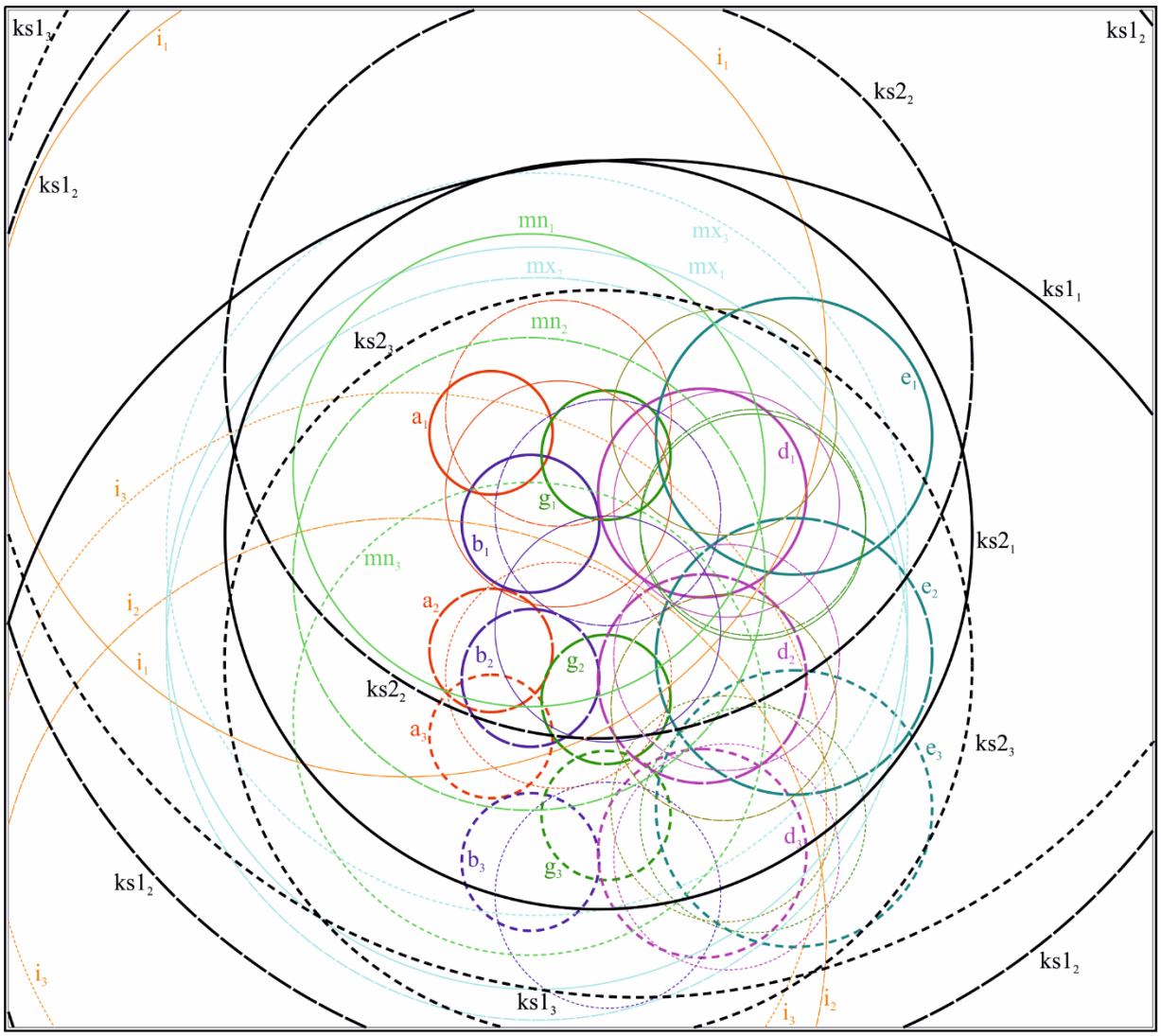


Рис. 21. Окончательный результат решения задачи (модель $G^4_{2,3}$)

Список используемых источников

1. Волошинов Д.В. Геометрическая лаборатория. Новый геометрический инструмент // Качество графической подготовки: проблемы, традиции и инновации: Материалы VII международной Интернет-конференции. Пермь. 2017.
2. Короткий В.А. Центральное проецирование двух компланарных коник в две окружности // Проблемы качества графической подготовки. Материалы IV международной Интернет-конференции. Пермь. 2014.
3. Четверухин Н.Ф. Проективная геометрия. М.: Учпедгиз. 1961. 360 с.
4. Вальков К.И. Введение в теорию моделирования. Л.: ЛИСИ, 1974. 152 с.
5. Волошинов Д.В. Алгоритм решения задачи Аполлония на основе построения ортогональных окружностей // 26-я Международная научная конференция. Россия, Нижний Новгород. 2016. С. 284–288.
6. Волошинов Д.В. Геометрическая лаборатория. Закладываем основы // Качество графической подготовки: проблемы, традиции и инновации. Материалы VII международной Интернет-конференции. Пермь. 2017.
7. Волошинов Д.В. Геометрическая лаборатория. Инструменты ортогональности // Качество графической подготовки: проблемы, традиции и инновации. Материалы VII международной Интернет-конференции. Пермь. 2017.
8. Волошинов Д.В. Инструмент для геометрического эксперимента. Каким ему быть? // Проблемы качества графической подготовки: традиции и инновации. Материалы V международной Интернет-конференции. Пермь. 2015.
9. Boissonnat J-D., Teillaud M. Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces. Springer-Verlag, 2006.
10. Brazil M, Zachariasen M. Optimal Interconnection Trees in the Plane. Theory, Algorithms and Applications. Springer, 2015.
11. Viete F. Apollonius Gallus. Paris: Le Clerc, 1600.
12. Von Staudt G.K.C. Geometrie der Lage. Nürnberg: Verlag von Bauer und Raspe, 1847.
13. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть первая. Планиметрия. М.: Учпедгиз, 1948. 608 с.
14. Гирш А.Г. Наглядная мнимая геометрия. М.: Маска, 2008. 216 с.
15. Жижилкин И.Д. Инверсия. М.: Изд-во МЦНМО. 2009. 72 с.
16. Курант Р., Роббинс Г. Что такое математика? (Элементарный очерк идей и методов). М.: МЦНМО, 2001. 568 с.

17. Пеклич В.А. Мнимая начертательная геометрия. М.: Издательство Ассоциации строительных вузов. 2007. 104 с.
18. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение. Ч. 1 // Геометрия и графика. 2015. Т. 3. № 1. С. 16–25.
19. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение. Ч. 2 // Геометрия и графика. 2015. Т. 3. № 2. С. 9–22.
20. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение. Ч. 3: сопряжения // Геометрия и графика. 2015. Т. 3. № 4. С. 3–14.
21. Сальков Н.А. Свойства циклид Дюпена и их применение. Ч. 4: приложения // Геометрия и графика. 2016. Т. 4. № 1. С. 21–33.
22. Сальков Н.А. Способы задания циклид Дюпена // Геометрия и графика. 2017. Т. 5. № 3. С. 11–24.
23. Сальков Н.А. Циклида Дюпена и ее приложение: монография. М.: ИНФРА-М. 2016. 141 с.
24. Вольберг О.А. Основные идеи проективной геометрии. М.: Учпедгиз, 1949. 188 с.
25. Филиппов П.В. Начертательная геометрия многомерного пространства и ее приложения. М.: ЛЕНАНД. 2016. 282 с.
26. Глаголев Н.А. Проективная геометрия. М.: Высшая школа, 1963. 342 с.

* * *

CONSTRUCTIVE GEOMETRIC MODEL OF FOUR-DIMENSIONAL SPACE AS A BASIS FOR SOLVING PROBLEMS OF ZONING AND POSITIONING IN THE DESIGN MOBILE NETWORK

D. Voloshinov[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Voloshinov D. Constructive Geometric Model of Four-Dimensional Space as a Basis for Solving Problems of Zoning and Positioning in the Design Mobile Network // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 44–60.

Abstract: *It is proved in the article, that the Apollonius problem and its analogues have a single method of solution, in contrast to the current notion, that these problems can be solved only in individual ways. The concept of the geometric experiment, proposed by the author, made it possible to discover many previously unknown laws, discussed in the article, thanks to the carrying out of numerous computational tests in the system Simplex, developed for visual design of geometric models. In this paper it is considered an example of a solution on the analog of the Apollonius problem for four-dimensional space, but the developed algorithm is universal, and it can be applied with equal success to solving similar problems in spaces of arbitrary dimensions. The obtained results demonstrate the possibilities of constructive modeling methods and multidimensional descriptive geometry in the application to solving complex mathematical problems, determine the trends in the development of automation systems for constructive geometric modeling.*

Keywords: *mobile network, Voronoi Diagrams, scientific visualization, multidimensional constructive geometric modeling, geometric experiment, projective geometry, the problem of Apollonius, imaginary geometric objects, zoning, positioning.*

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ ПОВЫШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА АЦП ЦИФРОВЫХ РАДИОПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ

О.В. Воробьев[1], **А.А. Прасолов**[1*]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: prasolov.alex@gmail.com

Информация о статье
УДК 621.396.621.59
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Воробьев О.В., Прасолов А.А. Сравнение методов повышения динамического диапазона АЦП цифровых радиоприемных устройств // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 61–68.

Аннотация: *В данной статье рассмотрены методы повышения динамического диапазона аналого-цифровых преобразователей в цифровых радиоприемных устройствах, а также проведен их сравнительный анализ. Приведены аналитические выражения и результаты экспериментов. Сделаны выводы об эффективности использования рассмотренных методов.*

Ключевые слова: *динамический диапазон, цифровые радиоприемные устройства, аналого-цифровой преобразователь, передискретизация, посткоррекция, компандирование, дизер.*

Введение

При современном уровне развития цифровых технологий большинство радиоприемников и радиопередатчиков могут быть реализованы в цифровой форме. Разработчики таких цифровых радиоприемных устройств стараются расположить блок цифровой обработки как можно ближе к антенне. Фактически, размещение аналого-цифрового предобразователя (АЦП) на выходе высокочастотной части и выполнение непосредственной дискретизации на радиочастоте или на промежуточной частоте может показаться привлекательным, однако в таком случае бывает сложно получить высокую чувствительность и избирательность.

В радиоприемных устройствах нижняя граница динамического диапазона определяется чувствительностью, а верхняя – заданным уровнем компрессии входного сигнала. В широкополосных приемниках динамический диапазон правильней определять как отношение полезного сигнала к величине максимального побочного канала приема. При работе АЦП в многосигнальном режиме по входу, верхнюю и нижнюю границу динамического диапазона наиболее корректно определять с учетом интермодуляционных составляющих. Однако, точки пересечения продуктов интермодуляции второго и третьего порядка не определены (не предусмотрены) для АЦП. Для измерения искажений преобразователей используются однотональные или многотональные характеристики динамического диапазона, свободного от гармоник (SFDR, *от англ.* Spurious-Free Dynamic Range).

Увеличение разрешения АЦП может быть использовано для увеличения отношения сигнал/шум (SNR, *от англ.* Signal to-noise ratio), однако при этом динамический диапазон может и не улучшиться. Порог чувствительности цифровых радиопремных устройств главным образом будет определяться тепловым шумом и шумом АЦП [1].

Определение коэффициента шума АЦП

Как известно, АЦП имеет относительно высокий коэффициент шума (30–40 дБ) по сравнению с другими каскадами, поэтому ему должен предшествовать блок малошумящего усилителя.

Если определить коэффициент шума АЦП по аналогии с определением коэффициента шума аналоговых устройств как:

$$К_{ш\ АЦП} = 1 + \frac{Р_{ш\ кв}}{Р_{ш\ т}},$$

где $Р_{ш\ т}$ – располагаемая мощность тепловых шумов эквивалентного генератора; $Р_{ш\ кв}$ – мощность шу-

мов квантования в полосе пропускания ΔF, при развиваемой мощности на стандартном сопротивлении R_0 = 50 Ом:

$$P_{ш\ кв} = \frac{U^2_{ш\ кв}}{R_0} \cdot \frac{2 \cdot \Delta F}{F_д}, \quad (1)$$

тогда выражение для коэффициента шума АЦП в относительных единицах принимает вид:

$$К_{ш\ АЦП} = 1 + \frac{U^2_{pp}}{2^{2b} \cdot F_д \cdot 6 \cdot R_0 \cdot k \cdot t_0}$$

или в децибелах:

$$К_{ш\ АЦП} = 10 \cdot \log_{10}\left(1 + \frac{U^2_{pp}}{2^{2b} \cdot F_д \cdot 6 \cdot R_0 \cdot k \cdot t_0}\right) \text{ дБ}, \quad (2)$$

где k = 1.38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана, t_0 – температура окружающей среды, при которой находится эквивалентный генератор (полагаем t_0 = 293 К).

Как и следовало ожидать, коэффициент шума зависит от разрядности АЦП (фактически эффективное число бит – ENOB, *от англ.* Effective number of bits), максимального размаха сигнала на его входе U_{PP}, а также частоты дискретизации $F_Д$, поскольку, чем выше частота дискретизации, тем ниже спектральная плотность шумов квантования в пределах полосы пропускания ΔF. От полосы пропускания ΔF коэффициент шума АЦП не зависит, поскольку и шумы, создаваемые АЦП, и внешние тепловые шумы оцениваются в одинаковой полосе.

В качестве примера на рисунке 1 приведены графики зависимости коэффициента шума АЦП от его разрядности при нескольких значениях $F_Д$ для U_{PP} = 2,56 В. Видно, что при разрядности 16 и частоте дискретизации 150–200 МГц удается получить значения коэффициента шума АЦП приблизительно 10 дБ.

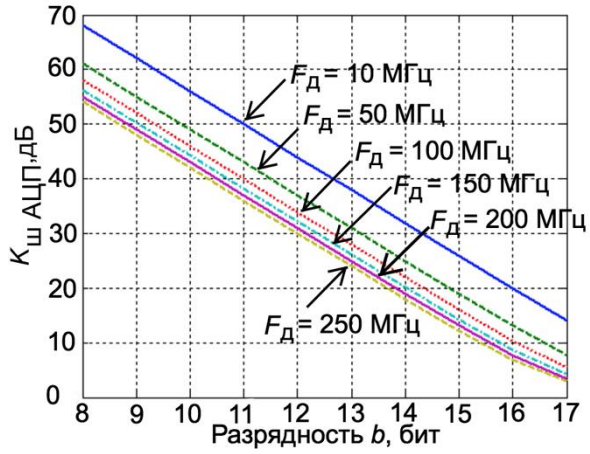


Рис. 1. Зависимость коэффициента шума АЦП от его разрядности и частоты дискретизации (U_{PP} = 2,56 В)

С учетом того, что эффективная разрядность АЦП ниже номинальной на 2–4 разряда, в случае использования 16-разрядных АЦП при указанной частоте дискретизации можно ожидать получения реального значения коэффициента шума АЦП около $К_{ш\ АЦП}$ = (20–30) дБ, а в случае использования 14-разрядных АЦП – можно ожидать приблизительно $К_{ш\ АЦП}$ = (30–40) дБ. Коэффициент шума АЦП, оцениваемый с помощью (2), является основным параметром, влияющим на выбор коэффициента передачи аналогового тракта.

Шумы радиоприемного тракта с цифровой обработкой складываются из шумов аналогового тракта и шумов АЦП. Для их количественной оценки удобно использовать коэффициент шума приемника. Его можно представит в виде суммы двух слагаемых, определяющих вклад шумов аналогового тракта и АЦП:

$$К_{ш\ пр} = К_{ш\ ан} + \frac{К_{ш\ АЦП} - 1}{К_{р\ ан}}, \quad (3)$$

где $К_{ш\ пр}$, $К_{ш\ ан}$, $К_{ш\ АЦП}$ – значения коэффициента шума приемника, аналогового тракта и АЦП, соответственно; $К_{р\ ан}$ – коэффициент передачи аналогового тракта по мощности; все параметры, входящие в (3), должны быть оценены «в разах».

Из (3) следует, что выбором высокого значения $К_{р\ ан}$ можно минимизировать вклад шумов АЦП и приблизиться к минимальному значению коэффициента шума приемника, ограниченного, в свою очередь, значением коэффициента шума аналогового тракта: $К_{ш\ пр} \approx К_{ш\ ан}$. Это достигается при:

$$К_{р\ ан} \gg \frac{К_{ш\ АЦП} - 1}{К_{ш\ ан}}.$$

Для снижения собственных шумов АЦП необходимо:

– увеличивать коэффициент усиления аналогового тракта;

– увеличивать частоту дискретизации с последующей децимацией сигнала;

– поддерживать амплитуду сигнала, подаваемого на вход АЦП к амплитуде, соответствующей полному размаху преобразования;

– уменьшать величину паразитных интермодуляционных составляющих на выходе АЦП.

Технология передискретизации

Технология передискретизации (oversampling) – это способ уменьшения шума квантования путем повышения частоты дискретизации в несколько раз. Обычно при осуществлении аналого-цифрового преобразования на вход АЦП включают фильтр низкой частоты для защиты от наложения спектров, тогда спектральная плотность мощности будет определятся выражением:

$$\sigma_0^2 = \int_0^{f_c} e^2_{rms}(f)df = e^2_{rms}\left(\frac{2f_c}{f_Д}\right) = \frac{e^2_{rms}}{k}, \quad (4)$$

где e_{rms} – средняя мощность шума; $f_Д$ – частота дискретизации; f_c – частота сигнала; k – коэффициент передискретизации.

Выражение (4) показывает, что можно снизить мощности шума на выходе АЦП за счет избыточной дискретизации (k), не повлияв на полезный сигнал.

Коэффициент передискретизации k показывает, во сколько раз повышается частота дискретизации, и определяется выражением:

$$k = \frac{f_д}{2 \cdot f_c}.$$

При использовании передискретизации мощность шума распространяется в более широком диапазоне частот. Таким образом, эффективная плотность мощности шума в полосе полезного сигнала оказывается ниже при более высокой частоте дискретизации.

С другой стороны, при известной мощности шума можно рассчитать требуемую разрядность АЦП. Решая (4), получаем уравнение (5), которое показывает, как вычислить эффективное число бит при известной мощности шума и коэффициенте передискретизации:

$$b = \frac{1}{2}\log_2\left(U_{pp}\right)^2 - \frac{1}{2}\log_2(\sigma_0^2) - \frac{1}{2}\log_2(12) - \\ - \frac{1}{2}\log_2(k). \quad (5)$$

Из (1) следует, что при каждом удвоении частоты дискретизации уровень мощности шума в полосе уменьшается на 3 дБ, и увеличивается разрешающая способность на 1/2 бит [2]. Таким образом, для получения каждого дополнительного бита эффективной разрядности требуется увеличение частоты дискретизации в 4 раза.

В системе, где применяется передискретизация сигнала на коэффициент k, в тракте цифровой обработки сигнала (ЦОС) обычно происходит децимация сигнала на тот же самый коэффициент k. Это приводит к снижению шумов квантования на коэффициент k, что приводит к повышению отношения сигнал/шум на $10 \cdot \log_{10}(k)$ (таблица 1).

ТАБЛИЦА 1. Увеличение SNR и ENOB при передискретизации

Коэффициент передискретизации k	Увеличение SNR, дБ	Увеличение ENOB, бит
2	3	0,5
4	6	1,0
8	9	1,5
16	12	2,0
32	15	2,5
64	18	3,0
128	21	3,5
256	24	4,0
512	27	4,5
1024	30	5,0
2048	33	5,5
4096	36	6,0

Для дополнительного увеличения отношения сигнал/шум к сигналу на входе АЦП подмешивают треугольный сигнал. Если предположить, что мгновенное значение входного сигнала находится между q_1 и q_0 уровнями квантования, то на выходе АЦП оно будет преобразовано или в q_1, или в q_0. При добавлении треугольного сигнала, на выходе АЦП получается серия из N выборок сигнала, соответствующих q_1 и q_0.

Усредняя значения q_1 и q_0 в течение заданного интервала N, можно определить положение мгновенного значения сигнала между двумя уровнями квантования.

В связи с высокой частотой дискретизации изменение входного сигнала можно рассматривать как относительно малое. На рисунке 2 [3] показан входной сигнал с уровнем 0,6 МЗР (младшего значащего разряда).

При обычном аналого-цифровом преобразовании входной сигнал был бы приведен к значению 1 МЗР. При добавлении треугольного сигнала и передискретизации на выходе АЦП получается некоторое количество отсчетов с 0 и 1.

При использовании передискретизации в 16 раз, получаем на выходе семь «0» и девять «1» отсчетов (рисунок 2). Это приводит к значению сигнала на выходе 9/16 = 0,563, что намного точнее, чем при обычном аналого-цифровом преобразовании.

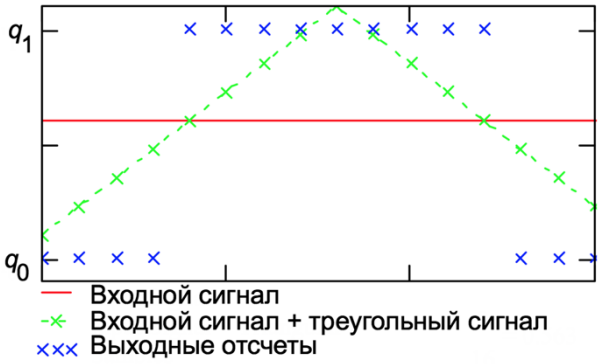


Рис. 2. Значения отсчетов сигнала на выходе при передискретизации и усреднении

В общем случае, применимо следующее уравнение при передискретизации с добавлением треугольного сигнала [3]:

$$\text{SNR} = 20 \cdot log_{10}\left(\frac{k}{2}\right).$$

Способ передискретизации с добавлением треугольного сигнала (таблица 2) увеличивает отношение сигнал/шум примерно на 6 дБ или на один бит эффективной разрядности для каждого удвоения частоты дискретизации. Это в два раза лучше, чем при использовании обычной передискретизации.

Тем не менее, этот метод требует, чтобы входной сигнал был не коррелирован с треугольным сигналом. Если это не может быть обеспечено, то сигнал

не должен изменяться более чем на +/– 0,5 МЗР в течении периода дискретизации.

ТАБЛИЦА 2. Увеличение SNR и ENOB при передискретизации и добавлении треугольного сигнала

Коэффициент передискретизации k	Увеличение SNR, дБ	Увеличение ENOB, бит
2	-	0
4	6	1
8	12	2
16	18	3
32	24	4
64	30	5
128	36	6
256	42	7
512	48	8
1024	54	9
2048	60	10
4096	66	11

Способы подмешивания псевдослучайного шума

Как и в случае использования передискретизации, задача подмешивания псевдослучайного шума (дизера) состоит в декорреляции отсчетов сигнала на выходе АЦП [4].

Аналого-цифровой преобразователь имеет два типа характерных искажений: статические и динамические. Статическая нелинейность вызвана нелинейностью передаточной функции АЦП и определяется через ошибки интегральной нелинейности (INL, *от англ.* Integral Non-Linearity) и дифференциальной нелинейности (DNL, *от англ.* Differential Non-Linearity). Динамическая нелинейность описывается такими параметрами как SINAD, *от англ.* Signal-to-noise and distortion ratio (отношение сигнал/шум и коэффициент искажения), SFDR.

Добавление к входному сигналу широкополосного шума с амплитудой, приблизительно равной половине младшего значащего разряда, позволяет улучшить SFDR аналого-цифрового преобразования при определенных условиях. Однако, увеличение среднеквадратического уровня шума в широкой полосе приводит к соответствующему ухудшению SNR.

Другим способом, особенно в широкополосных приемниках, является внесение узкополосного шума вне полосы информационного сигнала. Обычно вблизи нулевой частоты компоненты сигнала отсутствуют, поэтому данную низкочастотную область можно занять вносимым шумом. Еще одно возможное расположение спектра вносимого шума – вблизи частоты $f_{д/2}$. Поскольку вносимый шум занимает гораздо меньшую полосу чем сигнал, ухудшение отношения сигнал/шум будет весьма незначительным по сравнению со случаем подмешивания шума в широкой полосе.

Существует два вида дизера. Во-первых, псевдослучайный шум может быть сгенерирован псевдослучайным цифровым генератором чисел в блоке ЦОС. Далее этот шум подается на цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП) и подмешивается к входному сигналу АЦП. На выходе АЦП псевдослучайный шум вычитается из сигнала, в результате чего не происходит ухудшения SNR.

Другой метод используется для создания узкополосного невычитаемого дизера. Для того, чтобы подмешиваемый шум не вносил искажений в принимаемый сигнал, его нужно устанавливать на границах зоны Найквиста, а именно вблизи нулевой частоты и частоты Найквиста. Как правило эти две зоны не используются в приемнике по различным причинам.

Побочные продукты могут быть также удалены из сигнала, при выполнении условия [5]:

$$P_{ш\ лт} > P_{FS\ АЦП} - 6.02 \cdot b,$$

где $P_{ш\ лт}$ – мощность шумов аналогового тракта (до АЦП); $P_{FS\ АЦП}$ – мощность сигнала, соответствующая полному размаху АЦП; b – разрядность АЦП.

На рисунке 3а показан спектр сигнала на выходе АЦП при отсутствии дизера, а на рисунке 3б – спектр сигнала при подмешивании шума в область нулевой частоты [4].

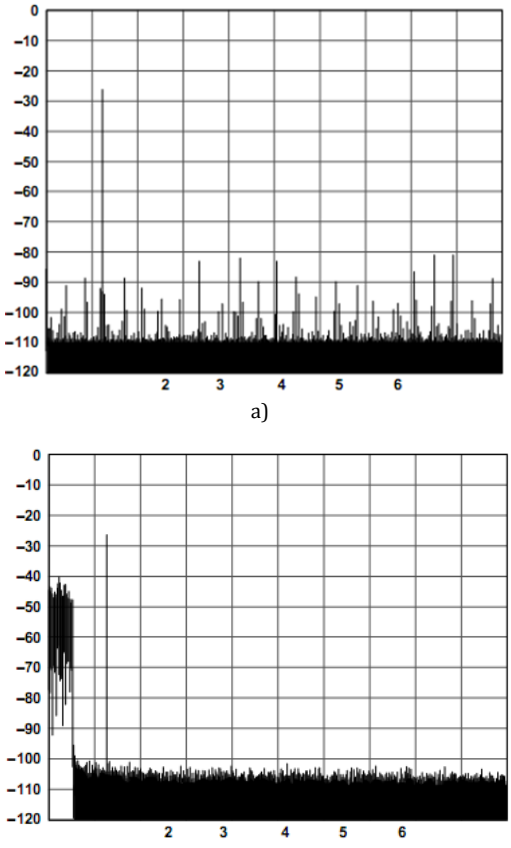


Рис. 3 Спектр сигнала на выходе АЦП AD9042 при: а) отсутствии дизера; б) наличии дизера.

Как видно из рисунка 3, при использовании дизера происходит увеличение динамического диапазона, свободного от гармоник на 22 дБ, при ухудшении отношения сигнал/шум – на 5 дБ.

Как показано в [4], отношение сигнала/шум при использовании дизера определяется выражением:

$$\mathrm{SNR} = 20 \cdot \log_{10} \sqrt{\left(2\pi \cdot f_c \cdot t_j\right) + \left(\frac{1+\varepsilon}{2^b}\right)^2 + \left(\frac{U_{\text{ш}}}{2^b}\right)^2},$$

где f_c – частота сигнала на входе АЦП; t_j – среднеквадратическое значение уровня шума, вызванного джиттером; ε – усредненная DNL; $U_{\text{ш}}$ – среднеквадратичное значение теплового шума.

Таким образом, добавление дизера увеличивает спектральную плотность шума и, следовательно, влияет на SNR. Так, выигрыш на 10 дБ в SFDR может уменьшить SNR на 3 дБ. В таблице 3 показаны динамические параметры (суммарный коэффициент гармонических искажений (THD, *от англ.* Total Harmonic Distorsions), SFDR, SNR) микросхемы АЦП AT84AS008 при использовании частоты дискретизации 1,7 ГГц и подаче на ее вход гармонического сигнала с частотой 710 МГц, с использованием дизера и без него.

ТАБЛИЦА 3. Динамические параметры АЦП при использовании дизера и без него

Параметр	Мощность входного сигнала, дБм	Без дизера, дБн	С дизером (уровень –17 дБм), дБн	Разница, дБ
SFDR	–5	57	63	6
	–20	44	52	8
SNR	–5	49	46,8	–2,2
	–20	34	31	–3
THD	–5	52	59,5	7,5
	–20	41	50	9

Компромисс между выигрышем в SFDR и небольшой потерей в SNR может быть найден за счет оптимизации добавляемого уровня дизера. Для АЦП уровень подмешиваемого шума обычно вычисляется с учетом уровня INL. Чтобы компенсировать интегральную нелинейность, ширина полосы шумового сигнала должна быть тем шире, чем больше INL, но при этом необходимо избежать резкого снижения SNR.

В [6] рассмотрено и проанализировано несколько типов дизера и показано, что дизер с нормальным распределением приводит к лучшим результатам, при условии, что дисперсия шума σ_d равна шагу квантования.

Экспериментальные результаты в [7] показывают, что эффективное число битов для 12-разрядного АЦП может быть увеличено до 16 бит с использованием невычитаемого стохастического равномерного дизера в диапазоне [–Δ, Δ] и N = 16384, а для вычитаемого дизера эффективное число битов для 12-разрядного АЦП может быть увеличено и еще больше.

Методы посткоррекции

Еще одним способом улучшения характеристик АЦП являются методы посткоррекции, где коррекция сигнала осуществляется в блоке ЦОС, позволяя компенсировать ошибки в сигнале на выходе АЦП. Обзор методов компенсации ошибки приведены в [8]. Методы посткоррекции основаны на построении модели АЦП. Обзор состояния дел в современных методах моделирования и моделей можно найти в [9]. Как правило, модель АЦП строится с помощью высокопроизводительных измерительных установок, после чего разрабатывается алгоритм посткоррекции. В литературе большинство из предлагаемых методов моделирования АЦП описывают статические свойства преобразователя. Методы посткоррекции на основе статической модели используют таблицы поиска (LUT), то есть, на выходе АЦП отсчеты сигнала переназначаются с помощью таблицы поиска таким образом, что некоторые характеристики АЦП улучшаются [10]. Методы посткоррекции на основе LUT показали, что возможно улучшить такие параметры АЦП как: SFDR, THD, SINAD. Однако, это требует огромных вычислительных ресурсов и большого объема памяти для хранения отсчетов сигналов. Как показано в [11, 12], посткоррекция на основе LUT без учета динамики АЦП ограниченна в полосе пропускания. Характеристики и тестирование динамических эффектов АЦП имеют важное значение для функционирования систем с широкой полосой пропускания и высоким динамическим диапазоном. На рисунке 4 представлена обобщенная структурная схема метода посткоррекции на основе LUT [13], которая используется для построения различных алгоритмов. При этом построение алгоритмов возможно при учете нижеприведенных принципов.

1) Схема индексирования определяет, как индекс таблицы I формируется из последовательности отсчетов сигнала на выходе АЦП $x(n)$. Существует несколько схем индексирования: статическая, схема пространства состояний и фазовый метод коррекции.

2) Осуществление коррекции сигнала или его замена. Таблица LUT может быть использована для хранения корректирующих значений, которые могут быть добавлены к сигналу на выходе АЦП $\hat{s}(n) = x(n) + e_I$, или замены: $\hat{s}(n) = e_I$.

3) Осуществление выбора опорного сигнала. Калибровка LUT является непростой задачей, как, впрочем, и выбор эталонного сигнала. Выбор эталонного сигнала дает различные варианты получения опорного сигнала $S_{REF}(n)$, который необходим для калибровки LUT. Опорный сигнал, подаваемый

на АЦП на стадии тестирования, в идеальном случае должен иметь бесконечное разрешение. На практике же получается, что опорный сигнал оценивается с некоторым приближением. Он получается путем включения дополнительных устройств, таких, как эталонный АЦП, на выходе которого происходит сравнение сигнала с выходным сигналом тестируемого АЦП, или ЦАП, на вход которого подается цифровой сигнал калибровки, и этим сигналом тестируется испытуемый АЦП.

4) Осуществление выбора метода оценки. В [11,13–15] описаны различные способы получения таблицы значений из опорного сигнала.

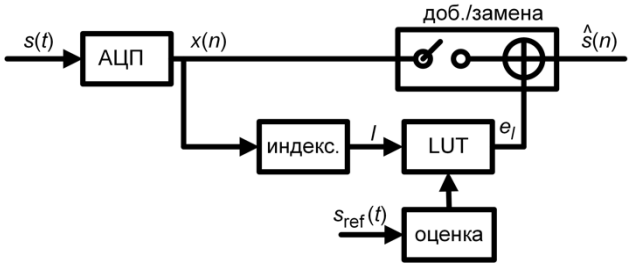


Рис. 4. Обобщенная структурная схема метода посткоррекции на основе LUT

На рисунке 5 представлена структурная схема метода посткоррекции на основе LUT [13].

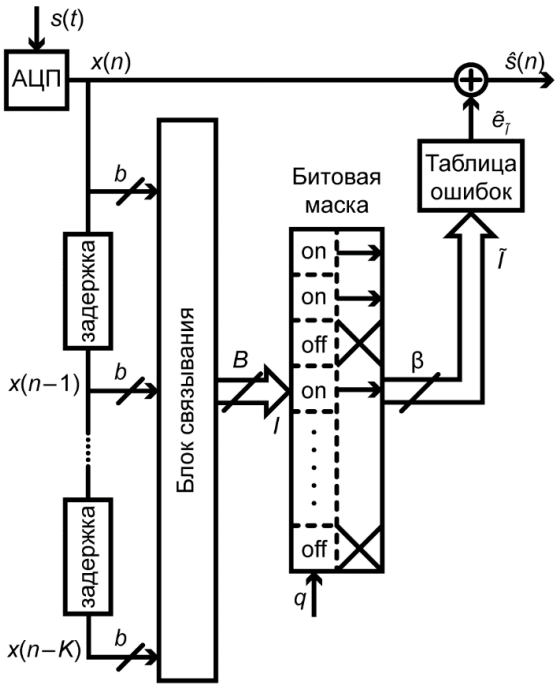


Рис. 5. Структурная схема метода посткоррекции на основе LUT

Схема метода посткоррекции (рисунок 5) позволяет осуществить коррекцию сигнала $x(n)$ на выходе b-битного АЦП. Она имеет в своем составе блок связывания текущего значения отсчета сигнала на выходе АЦП $x(n)$ с предыдущем значением $x(n-1)$. Однако, число отсчетов на входе блока связывания может быть больше двух ($x(n-K)$), позволяя тем самым увеличить точность оценки.

На выходе блока содержится адрес I разрядностью $B = 2b$. Полное адресное пространство имеет размер $2b$ бит, но может быть сокращено в блоке битовой маски до величины β бит. Тогда количество адресов на выходе блока битовой маски будет равно $\tilde{I} = 2^{\beta}$. Значение адреса подается в блок таблицы ошибок, которая содержит округленные значения ошибки, вызванной интегральной нелинейностью $\tilde{e}(x,s) = \left[\mathrm{INL}_Q(x,s)\right]$ и полученной на стадии тестирования.

В [16] была произведена оценка работы алгоритма. В качестве АЦП была взята микросхема Analog Devices AD876 и в таблице 4 представлены параметры сигнала на входе, и выходе блока посткоррекции.

ТАБЛИЦА 4. Результат применения метода посткоррекции

Параметр	Значение до посткоррекции	Значение после посткоррекции
Разрядность	10 бит	10 бит
SINAD	56 дБ	60,2 дБ
ENOB	9 бит	–
THD	–62 дБн	–72 дБн
SFDR	65 дБ	75 дБ

Использование компандирования

Еще один подход регулировки уровня сигнала перед АЦП возникает при выполнении задачи разработки шлюзов, сбора данных сети городских датчиков (измерение расхода воды и газа, управление парковкой и т.д.), которая связана с реализацией различных протоколов связи, поддерживаемых [17]. Как следствие, шлюз должен быть достаточно гибким в настройке, чтобы его можно было переконфигурировать и обновлять, добавляя новые протоколы связи. Это легко реализуется при использовании архитектуры программно-определяемой радиосистемы [18], которая позволяет оцифровать всю полосу одновременно, чтобы осуществлять обработку сигнала в цифровом виде. При этом АЦП шлюза должен иметь возможность оцифровывать сигналы, имеющие потенциально разные характеристики. Следовательно, этот АЦП должен иметь достаточное разрешение для одновременной демодуляции нескольких сигналов, имеющих высокий динамический диапазон. Исследование, проведенное в [19], показало, что, учитывая условия и технологии распространения городских датчиков, сигналы могут иметь динамический диапазон более 100 дБ, требующий оцифровки с 21-битным разрешением, чтобы иметь возможность демодулировать каждый из них. Если разрешение АЦП ниже, слабый сигнал будет потерян в шуме квантования. Поскольку разрешение 21 бит не может быть реализовано при оцифровке полосы пропускания 8 МГц современными АЦП [20], необходимо найти другой способ оцифровки таких сигна-

лов. Одним из способов решения этой проблемы является использование методов компандирования. В [17] изучается техника компандирования, предложенная в [21].

Для уменьшения требуемого разрешения при одновременной оцифровке нескольких сигналов с высоким динамическим диапазоном в [17] моделировался алгоритм сжатия с кусочно-линейным, постоянным коэффициентом усиления со смещением. Данный алгоритм позволяет уменьшить шум квантования при декодировании двух различных сигналов, находящихся на разных частотах и имеющих высокую разность амплитуд. Это позволяет уменьшить сложность АЦП для получения низкой битовой ошибки, полученной по слабому сигналу.

В [17] предложены две реализации, основанные на каскадных или параллельных компараторах. Оба подхода были смоделированы с использованием программного обеспечения Agilent ADS и подтвердили их ожидаемые теоретические характеристики (таблица 5).

ТАБЛИЦА 5. Величина Bit Error Rate (BER) в зависимости от метода компандирования

Разрядность АЦП	Величина BER		
	Параллельная архитектура	Последовательная архитектура	Без компандирования
5	$1.7 \cdot 10^{-2}$	$1.4 \cdot 10^{-2}$	$3.7 \cdot 10^{-1}$
8	$1.2 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$8.6 \cdot 10^{-3}$
25	$1.3 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-3}$

Основным преимуществом каскадной архитектуры является ее низкая сложность, тогда как параллельная архитектура позволяет повысить точность при наличии смещения по постоянному току, поскольку ошибка на одном компараторе не распространяется на другие. Однако, суммарный выигрыш получается в каскадной архитектуре, поскольку насыщение компараторов происходит быстрее, что приводит к меньшей вероятности ошибки при оцифровке.

Как видно из таблицы 5, обе реализации обеспечивают хорошие результаты: при разрядности в 8 бит обеспечивают одинаковые значения BER, сопоставимые с 25-битной разрядностью АЦП; при разрядности 5 бит использование компандирования обеспечивает существенный выигрыш.

Заключение

Использование высокой частоты дискретизации позволяет уменьшить уровень спектральной плотности мощности шума в полосе пропускания на 3 дБ при каждом удвоение частоты дискретизации. Подмешивание в сигнал псевдослучайного внеполосного шума позволяет улучшить SFDR, но при этом SNR ухудшается. Так, за каждый выигрыш в SFDR на 10 дБ, SNR уменьшается на 3 дБ. Использования передискретизации вместе с внеполосным дизером позволяет компенсировать ухудшение SNR. Методы посткоррекции являются наиболее сложными по реализации из всех рассмотренных методов и приводят к результатам, схожим с результатами использования дизера. Однако, при посткоррекции происходит увеличение как SFDR, так и SNR. Компанидирование дает существенный выигрыш только при использовании АЦП с низкой разрядностью (меньше 6).

В дальнейшей работе планируется осуществить сравнительную оценку данных методов при использовании одного типа АЦП и для одного конкретного приложения.

Список используемых источников

1. Кузнецов П.В. Адаптивное увеличение динамического диапазона цифрового приемника // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 1 (1). С. 62–71.

2. Candy J.C., Temes G.C. A tutorial discussion of the oversampling method for A/D and D/A conversion // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. 1990. Vol. 2. PP. 910–913.

3. Oversampling Techniques Using the TMS320C24x Family. SPRA461. Texas Instruments Europe, 1998.

4. Brannon B. Overcoming Converter Nonlinearities with DITHER // Analog Devices Application Note AN-410. 1995.

5. Šebesta J. Digital Receiver Front-End and AGC Loop Computation // International Czech-Slovak Scientific Conference Radioelektronika. 2003. PP. 79–82.

6. Carbone P., Petri D. Effect of additive dither on the resolution of ideal quantizers // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 1994. Vol. 43. Iss. 3. PP. 389–396.

7. Aumala O., Holub J. Practical aspects of dithered quantizers // 1st International On-line Workshop on Dithering in Measurement. 1998. PP. 11–18.

8. Balestrieri E., Daponte P., Rapuano S. A state of the art on ADC error compensation methods // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2005. Vol. 54. Iss. 4. PP. 1388–1394.

9. Arpaia P., Daponte P., Rapuano S. A state of the art on ADC modelling // Computer Standards & Interfaces. 2004. Vol. 26. Iss. 1. PP. 31–42.

10. Irons F.H., Hummels D.M., Kennedy S.P. Improved compensation for analog-to-digital converters // IEEE Transactions on Circuits and Systems. 1991. Vol. 38. Iss. 8. PP. 958–961.

11. Handel P., Skoglund M., Pettersson M. A calibration scheme for imperfect quantizers // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2000. Vol. 49. Iss. 5. PP. 1063–1068.

12. Bjorsell N., Handel P. Histogram Tests for Wideband Applications // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2008. Vol. 57. Iss. 1. PP. 70–75.

13. Lundin H. Post-correction of analog-to-digital converters. Stockholm: Signaler, sensorer och system, 2003.

14. Elbornsson J. Equalization of Distortion in A/D Converters. Linköping: UniTryck, 2001.
15. Lundin H., Skoglund M., Handel P. On external calibration of analog-to-digital converters // 11th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal Processing. 2001. PP. 377–380.
16. Lundin H. Characterization and Correction of Analog-to-Digital Converters. Stockholm: KTH, 2005.
17. Vallérian M., Hutu F., Miscopein B., Villemaud G., Risset T. Additive companding implementation to reduce ADC constraints for multiple signals digitization // 13th IEEE International New Circuits and Systems Conference (NEWCAS). 2015.
18. Dardaillon M., Marquet K., Martin J., Risset T., Charles H.P. Cognitive Radio Programming: Existing Solutions and Open Issues [Research Report]. RR–8358. INRIA, 2013.
19. Vallérian M., Villemaud G., Miscopein B., Risset T., Hutu F. SDR for SRD: ADC specifications for reconfigurable gateways in urban sensor networks // IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS). 2014. PP. 178–180.
20. Jonsson B.E. A survey of A/D-converter performance evolution // 17th IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems. 2010. PP. 766–769.
21. Cees J.B., Sawigun C., Wouter A.S. An additive instantaneously companding readout system for cochlear implants // Biomedical Circuits and Systems Conference (BioCAS). 2010. PP. 126–129.

* * *

COMPARISON OF METHODS FOR INCREASING THE DYNAMIC RANGE OF ADC IN DIGITAL RADIO RECEIVERS

O. Vorobiev[1], **A. Prasolov**[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Vorobiev O., Prasolov A. Comparison of Methods for Increasing the Dynamic Range of ADC in Digital Radio Receivers // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 61–68.

Abstract: *This article discusses methods for increasing the dynamic range of Analog-to-digital converter in digital radio receivers and its comparative analysis. Analytic equations and experimental results are given. Conclusions about the performance of the discussed methods are drawn.*

Keywords: *dynamic range, digital radio receivers, Analog-to-digital converter, oversampling, post-correction, companding, dither.*

БИЛИНЕЙНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С ПОНИЖЕННЫМ УРОВНЕМ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОГО ФОНА В ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ (продолжение обзора)

С.В. Дворников[1*]

[1]Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного,
Санкт-Петербург, 194064, Российская Федерация
*Адрес для переписки: practicdsv@yandex.ru

Информация о статье
УДК 621.391
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Дворников С.В. Билинейные распределения с пониженным уровнем интерференционного фона в частотно-временном пространстве: продолжение обзора // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 69-81.

Аннотация: *Представлен обзор теоретических основ синтеза различных видов псевдораспределений класса Вигнера. Проанализированы возможности известных подходов по снижению негативных последствий обработки многокомпонентных сигналов на основе билинейных распределений. Представлены аналитические выражения для частотно-временных распределений, обладающих низким уровнем интерференционного фона. Обоснованы причины применения сглаживающих оконных функций в частотном и временном пространствах. Приведены аналитические выражения и результаты экспериментов наиболее известных форм билинейных распределений с пониженным уровнем интерференционного фона.*

Ключевые слова: *частотно-временные псевдораспределения, методы борьбы с интерференционным фоном, обработка многокомпонентных сигналов, распределения класса Коэна.*

Введение

В предыдущей статье [1], посвященной теоретическим основам представления нестационарных процессов на основе их совместных частотно-временных распределений (ЧВР) энергии, были подробно рассмотрены причины, побудившие к применению методов частотно-временного анализа. Показана определяющая роль и место функции Вигнера, как базового ЧВР в классе распределений Коэна. Приведены аналитические выражения и результаты экспериментов, характеризующие особенности обработки нестационарных сигналов на основе наиболее известных ЧВР класса Коэна. Вместе с тем показаны основные ограничения частотно-временного анализа, обусловленные наличием так называемого интерференционного фона, возникающим при обработке, в общем случае, многокомпонентных сигналов, что ограничивает практическое применение канонических форм распределений класса Коэна.

В связи с этим, в настоящей статье представлены ключевые моменты, связанные с дальнейшим генезисом методов теории билинейных распределений, направленных на снижение негативных последствий, вызванных интерференционным фоном. Основу данному направлению положили работы таких выдающихся ученых как Claasen T.A.C.M., Meclenbrauker W.F.G, Choi H., Williams W. [2, 3].

Проблемы обработки многокомпонентных сигналов

В общем случае многокомпонентные сигналы можно представить в следующем виде [4, 5]:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n} z_i(t), \qquad (1)$$

где $z_i(t)$ – i-ая компонента каждого из колебаний, составляющих многокомпонентный (совокупность однокомпонентных сигналов); n – общее количество обрабатываемых компонент.

С учетом указанных обстоятельств многокомпонентный сигнал можно представить, как формулу:

$$z_i(t) = A_i(t)\cos\theta_i(t), \qquad (2)$$

где $A_i(t)$, $\theta_i(t)$ – гладкие функции, соответственно, амплитуды и полной фазы i-ой компоненты.

Многокомпонентная ситуация, как правило, возникает и в условиях сложной сигнально помеховой обстановки. В этом случае, ввиду ограниченности частотного диапазона устройств обработки, входной поток будет представлять суммарный процесс случайных мешающих воздействий и преднамеренных помех в совокупности с полезным сигналом конечной длительности [6, 7].

Применение ЧВР Вигнера при обработке многокомпонентных сигналов приводит к появлению на частотно-временной плоскости наряду с отдельными компонентами так называемых интерференционных всплесков, представляющих результат взаимодействия энергетических составляющих входного процесса, расположенных на различных частотах временного интервала [8].

В своей совокупности интерференционные компоненты представляют паразитный помеховый фон. Данное утверждение основывается на свойствах функции Вигнера [9].

Пусть обрабатывается входной поток, состоящий из двух независимых сигналов $z(t)$ и $g(t)$. Тогда распределение Вигнера будет иметь вид [10]:

$$\rho_{z+g}(f,t) = \rho_z(f,t) + \rho_g(f,t) + 2\mathrm{Re}\left[\rho_{z,g}(f,t)\right], \quad (3)$$

где

$$\rho_{z,g}(f,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} z_a^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) g_a\left(t+\frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau} d\tau -$$

взаимное ЧВР Вигнера двух сигналов.

Анализ выражения (3) показывает, что результирующая частотно-временная матрица помимо компонентов, соответствующих сигналам $z(t)$ и $g(t)$, содержит компоненты, представляющие результат их взаимодействия $\rho_{z,g}(f,\ t)$, которые и являются паразитным интерференционным фоном.

В подтверждение теоретическим выкладкам на рисунке 1 представлен фрагмент распределения Вигнера смеси двух независимых сигналов линейной частотной модуляции (ЛЧМ):

$$y(t) = \cos\left(2\pi f_1 t + \frac{\alpha_1 t^2}{2}\right) + \\ +\cos(2\pi f_2 t + + \frac{\alpha_2 t^2}{2}). \quad (4)$$

На частотно-временной плоскости распределения, помимо суммы двух сигналов, отчетливо просматриваются паразитные компоненты взаимодействия $z(t)$ и $g(t)$. Очевидно, что интерференционный фон значительно усложняет проведение последующего анализа полученного ЧВР. И если при использовании тестовых сигналов интерференционный фон еще как-то можно учесть за счет априорных данных о структуре сигнала и локализации его компонент на частотно-временной плоскости, то при работе с радиоизлучениями, параметры которых неизвестны, указанная проблема фактически не разрешима.

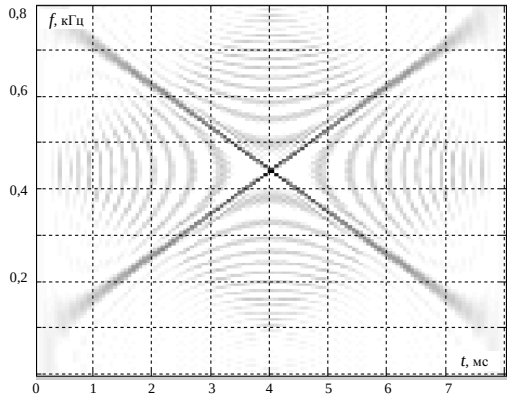


Рис. 1. Фрагмент распределения Вигнера тестового двухкомпонентного ЛЧМ-сигнала

Поскольку на практике в полосе полезного сигнала помимо шума могут присутствовать излучения и других радиоэлектронных средств, включая и помехи как преднамеренного характера, так и возникающие в результате многолучевого распространения радиоволн, то в такой ситуации интерференционный фон полностью учесть практически невозможно. Следовательно, невозможно и однозначно выделить полезный сигнал.

Применение функций в виде ядер преобразований для подавления интерференционных компонент

В настоящее время разработаны различные подходы к решению указанной проблемы, среди которых наиболее конструктивным видится использование ядра преобразования «экспоненциального» вида [3]:

$$\Phi(\tau,\xi) = \mathrm{e}^{-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma}, \quad \sigma > 0. \quad (5)$$

Действительно, для многокомпонентного сигнала (1) с учетом (3) получим распределение следующего вида:

$$\rho(f,t) = \sum_{i=1}^{N} \rho_{z_i,z_i}(f,t) + \sum\sum_{n\neq m} \rho_{z_n,z_m}(f,t). \quad (6)$$

В (6) значение $\rho_{z_n,z_m}(f,t)$ определяется в соответствии с теоремой Мойалла [11]:

$$\left|\int_{-\infty}^{+\infty} z_a^*(t) g_a(t)\, dt\right|^2 = \\ = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho_z(f,t)\cdot\rho_g^*(f,t)\, df dt. \quad (7)$$

С математической точки зрения первый член равенства (6) соответствует автокорреляции от функции неопределенности (ФН). А второй член представляет собой взаимную ФН от N однокомпонентных сигналов, составляющих многокомпонентный сигнал.

С учетом указанных обстоятельств представим формулу (7) в следующем виде:

$$\chi(\xi,\tau)=\sum_{i=1}^{N}\chi_{z_i,z_i}(\xi,\tau)+\sum\sum_{n\neq m}\chi_{z_n,z_m}(\xi,\tau). \quad (8)$$

В соответствии с определением в [12], одна из форм ФН имеет вид:

$$\chi_{z_n,z_m}(\xi,\tau)=\Phi(\xi,\tau)\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{\infty}z_{a_n}(\mu+\frac{\tau}{2})\ z^*_{a_m}\left(\mu-\frac{\tau}{2}\right)e^{j2\pi f\tau}d\mu. \quad (9)$$

Анализ выражений (8) и (9) позволяет определить сущность механизма подавления интерференционного фона, который фильтрует взаимные ингредиенты суммарного распределения.

Вместе с тем адекватность величин $\sum\sum_{n\neq m}\rho_{z_n,z_m}(f,\ t)$ и $\sum\sum_{n\neq m}\chi_{z_n,z_m}(\xi,\ \tau)$ указывает на то, что решение проблемы подавления интерференционного фона может быть обеспечено за счет соответствующего ядра преобразования $\Phi(\tau,\xi)$, вид которого обеспечил бы при неизменности первой суммы в выражении (8), равенство нулю второй.

В [13, 14] обосновано, что надлежащий выбор ядра приведет к тому, что в выражении (7) интерференционные составляющие могут взаимно компенсировать друг друга.

Действительно, в соответствии со свойствами распределения, значения функции (9) при $n=m$ будут локализоваться вокруг начала координат плоскости ФН, в то время как при $n\neq m$ точка локализации будет смещена относительно указанного значения. Причем смещение будет тем существеннее, чем сильнее различие между $z_n(t)$ и $z_m(t)$. Следовательно, в качестве критерия выбора ядра можно рассматривать условия, при которых в пределах значимой области распределения интерференционные компоненты были бы минимальны.

При этом следует учесть, что уменьшение значимой области неизбежно ведет к снижению уровня сигнальной энергии в результирующем распределении [10]. Здесь важен компромисс между степенью подавления интерференционного фона и частотно-временными размерами области локализации энергии (обработки).

Указанным условиям в полной мере соответствует ядро вида (5). Во-первых, оно отвечает большинству ограничений, накладываемых на ядро. Во-вторых, позволяет регулировать степень концентрации энергии в начале координат области ФН, за счет управления параметром σ_ρ. В-третьих, хорошо вписывается в концепцию распределений класса Коэна, поскольку при $\sigma_\rho\to\infty$ оно ведет к ЧВР Вигнера.

Тогда, подставляя значение (5) в обобщенное распределение Коэна [1]:

$$\rho(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp[j2\pi(\xi t-f\tau-\xi\nu)]\times$$
$$\times\Phi(\tau,\xi)z^*_a\left(\nu-\frac{\tau}{2}\right)z_a\ \left(\nu+\frac{\tau}{2}\right)d\nu d\tau d\xi, \quad (10)$$

окончательно получим:

$$\rho_{CW}(f,t;\sigma_\rho)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp[j2\pi(\xi t-f\tau-\xi\nu)]\times$$
$$\times\exp[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\rho]z^*_a\left(\nu-\frac{\tau}{2}\right)z_a\ \left(\nu+\frac{\tau}{2}\right)d\nu d\tau d\xi. \quad (11)$$

Далее, интегрирование по ξ приводит к следующему виду билинейного ЧВР, получившего название распределение Чоя–Вильямса [3]:

$$\rho_{CW}(f,t;\ \sigma_\rho)=\frac{1}{4\sqrt{\pi^3}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{\tau^2/\sigma_\rho}}\times$$
$$\times\exp\{-[(\nu-t)^2/(4\tau^2/\sigma_\rho)\ ]-j2\pi\xi\tau\}\times$$
$$\times z^*_a\left(\nu-\frac{\tau}{2}\right)z_a\ \left(\nu+\frac{\tau}{2}\right)d\nu d\tau. \quad (12)$$

В практических приложениях часто встречается следующая форма представления ЧВР Чоя–Вильямса [15]:

$$\rho_{CW}(f,t;\ \sigma_\rho)=2\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{\sigma_\rho}}{4\sqrt{\pi}|\ \tau\ |}\ e^{-\nu^2\sigma_\rho/(16\tau^2)}\times$$
$$\times z\left(t+\nu+\frac{\tau}{2}\right)z^*\left(t+\nu-\frac{\tau}{2}\right)e^{-j2\pi f\tau}d\nu d\tau. \quad (13)$$

Распределение (13) локализует обрабатываемый фрагмент в частотно-временной области, тем самым в значительной степени подавляя интерференционный фон (рисунок 2).

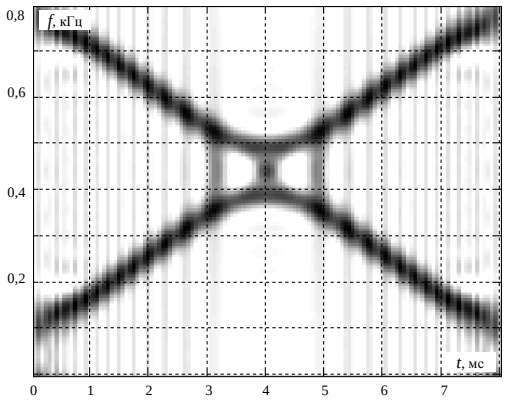


Рис. 2. Фрагмент распределения Чоя–Вильямса тестового двухкомпонентного сигнала

Аанализ полученных результатов показывает, что распределение (13) не в полной мере подавляет мешающие компоненты на частотно-временной плоскости, которые проявляются на рисунке 2 в виде вертикальных затемненных полос.

Действующая область обработки, регулируемая ядром (5), позволяет регулировать указанную область независимо как в частотном, так и во времен-

ном направлении. Расширение временной области при одновременном сужении частотной делает результирующее распределение (рисунок 3) близким по своим характеристикам, в том числе и по наличию интерференции, к ЧВР Вигнера (рисунок 1).

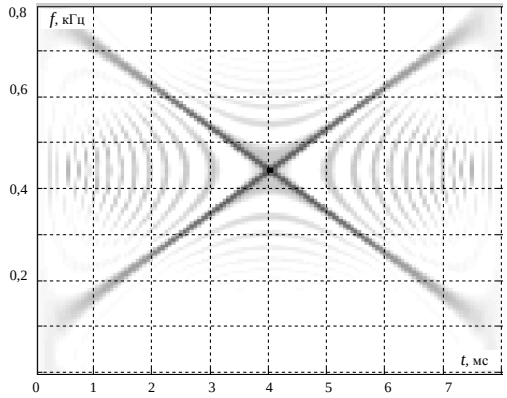


Рис. 3. Фрагмент распределения Чоя–Вильямса тестового двухкомпонентного сигнала (максимальное расширение временной области обработки при одновременном сужении частотной)

В то же время расширение частотной области с одновременным сужением временной делает результирующее распределение Чоя–Вильямса в принципе непригодным для использования его в качестве инструмента обработки. Размытость энергии в пределах значимой области обработки значительно затрудняет определение истинного положения линий мгновенных частот (рисунок 4).

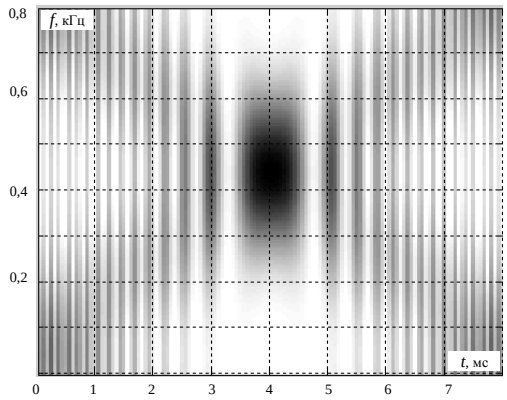


Рис. 4. Фрагмент распределения Чоя–Вильямса тестового двухкомпонентного сигнала (максимальное расширение частотной области обработки при одновременном сужении временной)

Применение ядра (5) дало возможность создания целого класса так называемых распределений «экспоненциального» типа. В частности, приведение выражения (5) к виду:

$$\Phi_R(\tau,\xi)=\exp\left[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\rho - j\pi\xi\tau\right],\quad \sigma_\rho>0 \quad (14)$$

позволяет получить распределение Рихачека «экспоненциального» типа [8].

При модификации ядра, описываемого выражением (14) имеем плотность распределения активной энергии «экспоненциального» типа [12]:

$$\Phi_A(\tau,\xi)=\frac{1}{2}\exp[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\upsilon]\cos(\pi\xi\tau),\quad \sigma_\rho>0, \quad (15)$$

а преобразование (5) к виду:

$$\Phi_P(\tau,\xi)=j\exp[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\rho]\sin(\pi\xi\tau),\quad \sigma_\rho>0 \quad (16)$$

приводит к экспоненциальной плотности распределения «реактивной» энергии [10].

В [16] профессором А.А. Алексеевым получена обобщенная форма для синтеза ЧВР «экспоненциального» типа. С этой целью было предложено введение в (5) дополнительного параметра α_ρ, регулирующего значимую область главного лепестка, в пределах которого осуществляется сигнальная обработка:

$$\Phi(\tau,\xi)=j\exp[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\rho - j2\pi\alpha_\rho\xi\tau\ ],\sigma_\rho>0. \quad (17)$$

В [3] для модификации ядра (5) предложено использовать мультипликативное дополнение $\exp[-j2\pi\alpha_\rho\xi\tau]$, позволяющее получить:

$$\Phi(\tau,\xi)=\exp[-(2\pi\xi\tau)^2/\sigma_\rho]\cdot\exp[-j2\pi\alpha_\rho\xi\tau]. \quad (18)$$

С учетом (14) обобщенное распределение «экспоненциального» типа принимает следующий вид:

$$\rho_{\pm}^{\alpha_\rho}(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-j2\pi f\tau)\times \times\left\{\int_{-\infty}^{\infty}W_{\sigma_\rho,\alpha_\rho}^{\pm}(u-t,\tau)z_a\left(u+\frac{\tau}{2}\right)z_a^*\times \times(u-\tau/2)\ du\right\}d\tau, \quad (19)$$

где

$$W_{\sigma_\rho,\alpha_\rho}^{\pm}(u-t,\tau)=\frac{\sqrt{\sigma_\rho}}{4\sqrt{\pi\tau^2}}\times \times\left\{\exp\left(\frac{-(u-t+\alpha_\rho\tau)^2}{4\tau^2/\sigma_\rho}\right)\pm\exp\left(\frac{-(u-t-\alpha_\rho\tau)^2}{4\tau^2/\sigma_\rho}\right)\right\}. \quad (20)$$

Действительно, при $\alpha_\rho=0$ приходим к распределению Чоя–Вильямса. При $\alpha_\rho=0{,}5$ получим модифицированное ЧВР Рихачека, из составляющих которого синтезируется огибающая функции распределения мгновенной энергии с пониженным уровнем интерференционного фона. Однако, в отличие от его классической формы, полученная модификация не имеет отрицательных значений.

В частности, выбор знака (+) в (19) дает модифицируемое распределение активной энергии, а знак (–) приводит к модифицированному распределению «реактивной» (по Рихачеку) энергии. В то же время при $\sigma_\rho\to\infty$ ЧВР (19) обращается, в зависимости от знака, в реальную или мнимую часть комплексной функции плотности распределения энергии [16].

Особенностью распределения (19) является возможность регулировки степени подавления интерференции за счет варьирования параметром σ_ρ.

Следует заметить, что характер паразитного фона может быть различным на каждом срезе ЧВР. Очевидно, что с его изменением желательно менять и значение параметра σ_ρ, поскольку уменьшение частотно-временных размеров значимой области обработки одновременно с подавлением интерференционного фона ведет к существенному уменьшению уровня положительных (т.е. истинных) компонент распределения.

В [17] предлагается использовать энтропийный подход. Его цель состоит в выборе вектора параметров используемого ЧВР таковым, чтобы результирующая рельефность спектра (определяемая им) была бы максимальной. Другими словами, указанный выбор предполагает, что мера неопределенности (энтропия) спектра будет максимальной.

Для континуального случая выражение, учитывающее степень неопределенности, имеет вид:

$$\max_f I = -\int_0^F \rho(f)\log_2\rho(f)df, \qquad (21)$$

где $\rho(f)$ – нормированная спектральная характеристика анализируемого процесса.

В общем случае $\rho(f)$ можно рассматривать как частотный маргинал любого из распределений класса Коэна. Выражение (21) является аналогом соответствующего определения энтропии, где вместо вероятностной характеристики процесса используется энергетическая.

Следует заметить, что «рельефность» описания ЧВР, характеризующая его информационное наполнение, проявляется в изменении соотношений между спектральными коэффициентами мощности по отношению к равномерному спектру.

Тогда для численного расчета энтропии целесообразно воспользоваться следующим выражением:

$$I = -P\log\left(\frac{P}{N}\right) + \sum_{k=1}^{N} P_k \log P_k = \\ = \sum_{k=1}^{N} P_k \log\left(\frac{P_k N}{P}\right), \qquad (22)$$

здесь P – суммарная мощность сигнала.

«Энтропия» может быть вычислена не только для дискретного спектра. Очевидно, что данный подход может быть использован и в отношении ЧВР. В частности, в [18] таким образом оценивалась «рельефность» срезов билинейных распределений.

В рассматриваемом случае использования распределения «экспоненциального» типа в качестве энергетической характеристики может выступать плотность распределения энергии. В каждый момент времени она является функцией параметра подавления интерференционного фона σ_ρ и функцией эффективной длительности окна T, т.е. $\rho(f; t; T; \sigma_\rho)$. Динамика изменения качества распределения предполагает существование определенного оптимального вектора параметров $(T; \sigma_\rho)$ в каждый момент времени, который формально может быть записан следующим образом:

$$\max_{T,\sigma_\rho} I_t(T,\sigma_\rho) = \max_{T,\sigma} \int_0^\infty \rho(f,t;\quad T,\sigma_\rho) \times \\ \times \log_2 \frac{\rho(f,t;\quad T,\sigma_\rho)}{P(t)} df, \qquad (23)$$

где $P(t) = \int_0^\infty f \times \rho(f,t;\quad T,\ \sigma_\rho)\, df$ характеризует среднее значение энергии ЧВР в момент времени t.

К сожалению, непосредственное использование критерия (23) связано с трудностями, обусловленными наличием отрицательных значений у отдельных форм ЧВР. Попытки синтезировать ЧВР с положительными значениями, предпринятые в [8], настолько снижают качество результирующих распределений, что они по своим свойствам оказываются не лучше спектрограмм. Использование модуля ЧВР не имеет под собой серьезных оснований.

В [16] предложено для синтеза ЧВР со свойствами «положительности» на всем временном интервале использовать комплексную функцию Рихачека, путем добавления в (23) выражения для огибающей ЧВР мгновенной энергии. К сожалению, по степени концентрации сигнальных компонент в континууме точек их мгновенных частот и уровню паразитного интерференционного фона, огибающая ЧВР мгновенной энергии заметно уступает всем модификациям ЧВР Вигнера и Чоя–Вильямса с ядром (5).

С рассмотренных позиций более интересным видится подход, основанный на использовании только положительной части распределения.

Базируясь на таком подходе, для ЧВР (19) можно записать следующее условие для расчета энтропии:

$$I_t(\sigma_\rho) = \int_0^{F_{\max}} \tilde{\rho}_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,t)\log_2\left[\frac{\tilde{\rho}_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho} F_{\max}}{\int_0^{F_{\max}} \tilde{\rho}_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,\ t)df}\right] df, \qquad (24)$$

где

$$\tilde{\rho}_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,t) = \begin{cases} 0 & \text{при } \rho_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,t) < 0; \\ \dfrac{\rho_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,\ t)}{\int_0^{F_{\max}} \rho_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,\ t)df} & \text{при } \rho_{\sigma_\rho}^{\alpha_\rho}(f,t) \geq 0. \end{cases} \qquad (25)$$

Проведенные исследования в [10] показали, что наиболее значимая величина σ_ρ, влияющая на степень подавления интерференционного фона, лежит в интервале $0{,}1 < \sigma_\rho < 10$.

Так, на рисунке 5 представлена нормированная величина функции (24) в зависимости от значения параметра σ_ρ для многокомпонентного сигнала вида (1).

Анализ результатов (рисунок 5), позволяют заключить, что функция $I_t(\sigma_\rho)$ является гладкой и имеет один выраженный экстремум при $\sigma_\rho = 1$.

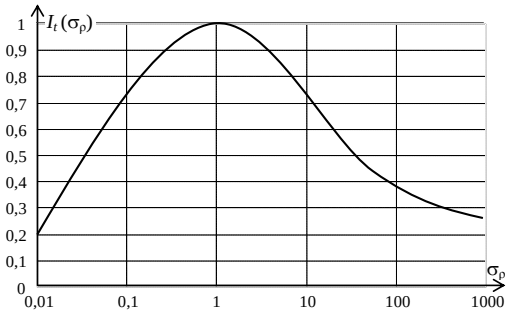


Рис. 5. Зависимость «рельефности» (информативности) распределения от параметра подавления интерференционного фона

Результаты эксперимента в целом согласуются с теоретическими положениями. Действительно, ухудшение значений $I_t(\sigma_\rho)$ в диапазоне $\sigma_\rho > 10$ обусловлено тем, что уменьшение действующей частотно-временной области ведет к снижению концентрации сигнальной энергии ЧВР и, как следствие, к ухудшению разрешающей способности, поскольку фильтрующее ядро подавляет не только интерференционный фон, но и сигнальные компоненты. В то же время, при выборе значения $\sigma_\rho < 0{,}1$, степень подавления интерференции будет недостаточной. В результате сопутствующий интерференционный фон не позволит однозначно идентифицировать сигнальные компоненты.

Применение сглаживающих функций для подавления интерференционных компонент

Другое направление поиска продуктивных методов устранения интерференционных явлений, связано с использованием псевдораспределений.

Так, анализ континуальной формы распределения Вигнера [1] показывает, что при расчете каждой из единичных площадок частотно-временных матриц распределения требуется обработка входного процесса в бесконечных пределах:

$$\rho_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} z_a^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right) z_a \times \times \left(t+\frac{\tau}{2}\right) \exp(-j2\pi f\tau)\, d\tau. \quad (26)$$

Указанное обстоятельство в значительной степени снижает продуктивность использования частотно-временного подхода при анализе непрерывных процессов. В целях устранения указанного недостатка в [2] предложено ограничить временной интервал наблюдения, т.е. использовать некоторую функцию окна $h_0(\tau)$, в пределах которой и проводились бы вычисления.

Тогда в результате весовой обработки сигнал $z_a(\tau)$ будет иметь следующий вид:

$$z_t(\tau) = z_a(\tau)h(\tau - t), \quad (27)$$

где t – момент времени, указывающий на положение функции окна.

Распределение Вигнера от сигнала вида (27) равносильно распределению (26) для сигнала $z_a(\tau)$, но в условиях конечного временного интервала, т.е. $\rho_t(f,t)|_{\tau=t}$.

В то же время распределение вида $\rho_t(f,t)|_{\tau=t}$ можно синтезировать, используя обобщенное ЧВР Коэна (выражение (46) в [1]):

$$\rho(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} U(f-\ \xi, t-\tau)\rho_W(\xi,\tau)\ d\tau d\xi\ . \quad (28)$$

В итоге получим:

$$\rho_t(f,t)|_{\tau=t} = \int_{-\infty}^{\infty} U_h(f-\xi, t-\tau)\rho_W(\xi,\tau)d\xi. \quad (29)$$

Очевидно, что для расчета $\rho_t(f,t)|_{\tau=t}$ нет необходимости рассматривать всю совокупность значений временных отчетов, заданных формулой (29). Вполне достаточно ограничиться значениями, расположенными на линии $\tau = t$:

$$\rho_t(f,\tau)_{|\tau=t} = \int_{-\infty}^{\infty} U_h(f-\xi,0)\ \rho_W(\xi,\tau)d\xi. \quad (30)$$

Так как в левой части (30) априори – распределение Вигнера (в ограниченных интервалах), то такой результат возможен лишь только в том случае, если в качестве весовой функции будет выступать распределение Вигнера функции окна вида:

$$U_h(f-\xi,0) = \rho_h(f-\xi,0). \quad (31)$$

Формулу (30) можно представить в виде:

$$\rho_t(f,\tau)_{|\tau=t} = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_h(f-\xi,0)\rho_W(\xi,\tau)d\xi. \quad (32)$$

Обозначим в (32) результат следующим образом:

$$\tilde{\rho}_W(f,t) = \rho_t(f,\tau)_{|\tau=t} = = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_h(f--\xi,0)\rho_W(\xi,\tau)d\xi. \quad (33)$$

Распределение вида $\tilde{\rho}_W(f,t)$ в [2] определено как псевдораспределение Вигнера (ПРВ).

Анализ выражения (30) показывает, что $\tilde{\rho}_W(f,t)$ связано с распределением (26) операцией свертки по частоте исходной функции Вигнера с независящей от времени функцией окна, форма которого соответствует виду исходной функции.

Для фиксированного значения t ПРВ можно рассматривать, как функцию от f, которая получается операцией фильтрации $\rho_W(f,\ t)$ с импульсной характеристикой $\rho_h(f\ -\ \xi,\ 0)$ (здесь переменная f как бы играет роль времени [8]). Следовательно, ПРВ (рисунок 6) представляет сглаженную по частоте версию традиционного ЧВР Вигнера.

С другой стороны, использование при формировании ЧВР сигнала вида (27) равносильно введению в распределение дополнительного окна следующего вида: $h(\tau/2)h^*(-\tau/2)$.

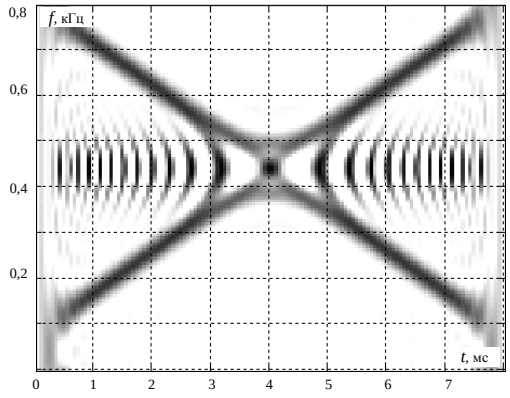


Рис. 6. Фрагмент псевдораспределения Вигнера тестового двухкомпонентного сигнала

Тогда с учетом симметричной формы записи ПРВ во временной области можно представить в следующем виде:

$$\tilde{\rho}_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} h^*(-\tau/2) z_a^*(t-\tau/2) \times \times h\left(\frac{\tau}{2}\right) z_a\left(t+\frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (34)$$

Для частотной области:

$$\tilde{\rho}_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\frac{\nu}{2}) F_a(f+\frac{\nu}{2}) \times \times H^*\left(-\frac{\nu}{2}\right) F_a^*\left(f-\frac{\nu}{2}\right) e^{j2\pi t\nu} d\nu, \quad (35)$$

где H^* – преобразование Фурье от функции окна.

Отметим, что псевдо-ЧВР Вигнера является распределением класса Коэна, синтезируемого из обобщенного ЧВР Коэна (выражение (28) в [1]) при соответствующем выборе ядра вида:

$$\Phi(\tau,\xi) = h\left(\frac{\tau}{2}\right) \cdot h^*\left(\frac{\tau}{2}\right). \quad (36)$$

Ядро (36) удовлетворяет ограничениям № 1, 2, 3, 5, 8, накладываемым на ядро преобразования (таблица 1, которая приведена в [1] и дублируется здесь), что позволяет предположить о наличии указанных свойств у псевдо-ЧВР Вигнера.

В частности, свойство № 6 (временных маргиналов) имеет место при условии равенства нулю значения мгновенной частоты в момент времени $\tau = 0$.

Единственное невыполнение приходится на свойства № 7 (частотных маргиналов) и № 9 (дифференцируемости по частоте) в силу несоответствия первой части накладываемых ограничений.

Действительно, среднее время T_{z_t} в этом случае определяется по формуле:

$$T_{z_t}(f) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} T_z(\xi)|F_a(\xi)|^2 \rho_h(f-\xi,0) d\xi}{\int_{-\infty}^{\infty} |F_a(\xi)|^2 \rho_h(f-\xi,0) d\xi}. \quad (37)$$

ТАБЛИЦА 1. Желательные свойства ЧВР и соответствующие им ограничения, накладываемые на ядро преобразования

№ п/п	Свойства ЧВР	Ограничения, накладываемые на ядро преобразования Коэна
1	$z_a(t-t_0) \to \rho(f,t-t_0)$	$\Phi(\tau,\ \xi)$ не зависит от t
2	$F_a(f-f_0) \to \rho(f-f_0,\ t)$	$\Phi(\tau,\ \xi)$ не зависит от f
3	$\begin{cases} z_a(t)=0, \\ \rho(f,t)=0. \end{cases}$ при $\lvert t\rvert > T$	$\int \Phi(\tau,\xi) e^{j2\pi\xi\tau} d\xi = 0$ при $\lvert\tau\rvert < 2\lvert t\rvert$
4	$\begin{cases} F_a(f)=0, \\ \rho(f,t)=0. \end{cases}$ при $\lvert f\rvert > \Omega/2\pi$	$\int \Phi(\tau,\xi) e^{-j2\pi\xi\tau} d\tau = 0$ при $\lvert\xi\rvert < 2\lvert f\rvert$
5	$\rho(f,t) = \rho^*(f,\ t)$	$\Phi(\tau,\xi) = \Phi^*(-\tau,-\xi)$
6	$\int \rho(f,\ t)\, df = \lvert z_a(t)\rvert^2$	$\Phi(0,\ \xi) = 1$ при всех ξ
7	$\int \rho(f,t)\, dt = \lvert F_a(f)\rvert^2$	$\Phi(\tau,\ 0) = 1$ при всех τ
8	$\frac{\int f\cdot\rho(f,t)\, df}{\int \rho(f,t)\, df} = \frac{d}{dt}\operatorname{arctg}\frac{\tilde{z}(t)}{z(t)}$	$\begin{cases} \Phi(0,\ \xi) = 1, \\ \frac{\partial}{\partial\xi}\Phi(\tau,\ \xi)\lvert_{\tau=0} \end{cases}$ при всех ξ
9	$\frac{\int t\cdot\rho(f,t)\mathrm{d}t}{\int \rho(f,t)\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{df}\operatorname{arctg}\frac{b(f)}{a(f)}$	$\begin{cases} \Phi(\tau,\ 0) = 1, \\ \frac{\partial}{\partial\tau}\Phi(\tau,\ \xi)\lvert_{\xi=0} \end{cases}$ при всех τ
10	$\rho(f,\ t) \geq 0$ при всех f и t	$\Phi(\tau,\ \xi)$ – ФН весовой функции $h(t)$

В то же время мгновенный спектр, с точки зрения синтеза близкий по своей природе к псевдо-ЧВР Вигнера, удовлетворяет лишь ограничениям № 1, 2, 5 соответствующих свойств (таблица 1). Поскольку отсутствует возможность выполнения следующих условий:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F_a(f,t)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} |z_a(\tau)|^2 |h(\tau-t)|^2 d\tau, \quad (38)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F_a(f,t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F_a(\xi)|^2 |H(\xi-f)|^2 d\xi, \quad (39)$$

свойства № 3 и 4 недоступны для любых форм мгновенных спектров. Указанные ограничения объясняются тем, что (38) и (39) вместо значения мгновенной энергии дают усредненную и взвешенную, в пределах длительности весовой функции, плотность энергии. Отсутствие же свойств № 6–9 объясняется неотрицательностью значения $\left|F_a(f,t)\right|^2$ [8].

Следует заметить, что под понятием отсутствие тех или иных свойств для мгновенных спектров следует понимать их строгое невыполнение, что, однако, не исключает их соблюдение в среднем. Следовательно, при незначительных изменениях мгновенных частот в пределах временного интервала эффективной длительности весовых функций применение различных форм представления мгновенных спектров вполне допустимо. В противном случае необходим переход к псевдораспределениям, позволяющих снять с анализируемых сигналов ограничения по конечности их энергии.

В общем случае понятие псевдораспределения может быть обобщено и на другие ЧВР в классе Коэна. В том числе и к распределениям мгновенной энергии. В результате будут получены псевдораспределения огибающей и полной фазы [10].

Наличие положительных свойств у различных форм ЧВР позволяет сделать заключение о том, что все множество распределений класса Коэна, обладает свойством унитарной эквивалентности [20].

Физический смысл указанного понятия основывается на том, что любые частотно-временные сдвиги, происходящие в исходном сигнале, вызывают аналогичные изменения в соответствующих ему распределениях:

$$\begin{array}{ccc} z(t) & \rightarrow & z(t-t')\,\mathrm{e}^{-j2\pi f' t} \\ \downarrow & & \downarrow \\ F_z(f,t) & \rightarrow & F_z\left(f-f',t-t'\right). \end{array} \qquad (40)$$

Соблюдение частотно-временной инвариантности для синтезируемых распределений выступает в качестве мощного признака, указывающего на их принадлежность к ЧВР класса Коэна.

Условие (40) можно рассматривать в качестве критерия, позволяющего осуществлять поиск частотно-временных представлений, наиболее адекватно (в соответствии с решаемой задачей) характеризующих распределение энергии анализируемых процессов в пространстве «частота – время».

Псевдо-ЧВР в значительной степени расширили область практического применения билинейных распределений. Однако их ограничения, связанные с усреднением энергии в пределах окна анализа, требуют продолжения поиска форм описания сигналов с лучшими метрологическими свойствами.

К сожалению, псевдораспределения только частично решают указанную проблему борьбы с интерференцией, поскольку применение сглаживающих функций ведет к подавлению негативных компонент только в частотной области, что обусловлено свойствами одномерности сглаживающих функций (рисунок 6).

Вместе с тем анализ результатов применения псевдо-ЧВР Вигнера показывает, что для подавления мешающих компонент во временной области необходимо осуществлять предварительное сглаживание обрабатываемого процесса. Следовательно, аналитическое выражение такого преобразования будет иметь следующий вид [10]:

$$\hat{\rho}_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} g_t(\nu - t) z_a^*\left(\nu - \frac{\tau}{2}\right) \times \\ \times z_a\left(\nu + \frac{\tau}{2}\right) d\nu\ \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau} d\tau, \qquad (41)$$

здесь $g_t(\nu)$ – сглаживающая функция для $z_a(\nu)$.

Полученное распределение можно определить как сглаженное ПРВ – выражение можно считать обобщенным по отношению к (34).

Действительно, при $g_t(t) = \delta(t)$ из (41) получаем классическую формулу ПРВ. Результат обработки тестового сигнала на основе сглаженного псевдо-ЧВР Вигнера представлен на рисунке 7.

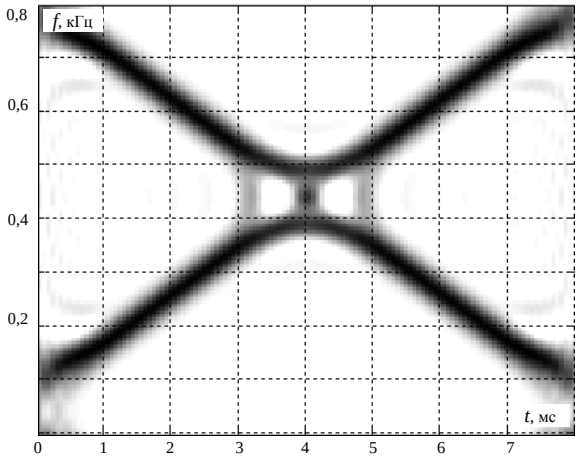


Рис. 7. Фрагмент сглаженного псевдораспределения Вигнера тестового двухкомпонентного сигнала

Процедуру синтеза сглаженного псевдо-ЧВР Вигнера удобно рассматривать с точки зрения предварительной обработки ядра преобразования независимыми весовыми функциями в частотной h_0 и во временной g_t области. Управление разрешающей способностью h_0 и g_t позволяет контролировать уровень подавления интерференции.

Действительно, преобразуем форму обобщенного ЧВР Коэна (выражение (46) в [1]):

$$\rho\ (f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(f-\ \xi, t-\nu) \int_{-\infty}^{\infty} z_a^*\left(\nu - \frac{\tau}{2}\right) \times \\ \times z_a\left(\nu + \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-j2\pi\xi\tau} d\tau d\nu d\xi = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} U(f-\ \xi, t-\nu)\ \mathrm{e}^{-j2\pi\xi\tau} d\xi \right\} \times \\ \times z_a^*\left(\nu - \frac{\tau}{2}\right) z_a\left(\nu + \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-j2\pi\xi\tau} d\tau d\nu. \qquad (42)$$

В (42) значение, выделенное в фигурные скобки, представляет не что иное, как обратное преобразование Фурье от весовой функции преобразования. Тогда с учетом выражения (46) в [1] имеем двойное интегрирование по частоте и одно по времени. Следовательно, результирующее значение будет представлять некоторую функцию двойного аргумента $[\phi(t-\nu,\ \tau)\ \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau}]$. Таким образом формулу (42) запишем в виде следующего выражения:

$$\rho(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t-\nu,\tau) z_a^*\left(\nu - \frac{\tau}{2}\right) \times \\ \times z_a\left(\nu + \frac{\tau}{2}\right) \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau} d\tau d\nu. \qquad (43)$$

Полученное выражение в целом не противоречит здравому смыслу. Так, подставляя вместо $\phi(t,\tau)$ δ-функцию, из (43) получаем распределение Вигнера.

Согласно равенству (43), синтез ЧВР можно трактовать как свертку по времени ядра вида $\phi(t,\tau)$ и корреляционного процесса $z_a^*(\nu-\tau/2)z_a(\nu+\tau/2)$, с последующей реализацией процедуры преобразования Фурье по переменной времени τ.

Обобщенное представление (42) можно рассматривать и в терминах процедуры преобразования Фурье:

$$\rho(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{E}_\rho(\xi,f-\varsigma)F_a^*\left(f-\frac{\xi}{2}\right)\times \times F_a\left(f+\frac{\xi}{2}\right)\mathrm{e}^{j2\pi\xi t}d\varsigma d\xi, \quad (44)$$

где

$$\mathrm{E}_\rho(\xi,f)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t,\tau)\times \exp[-j2\pi(\xi t+f\tau)]\,dtd\tau. \quad (45)$$

Тогда свертка осуществляется в частотной области, с последующим выполнением обратного преобразования Фурье по переменной ξ.

Достоинства полученных выражений (43) и (44) в том, что они допускают синтез новых форм распределений на базе существующих ЧВР. Так, для формирования псевдораспределения Вигнера используется действительная и симметричная функция скользящего окна $h_0(t)$. В этом случае ядро преобразования будет иметь вид:

$$\phi(t,\tau)=\delta(t)h^2\left(\frac{\tau}{2}\right), \quad (46)$$

$$\mathrm{E}_\rho(\xi,f)=4H(2f)*H(2f), \quad (47)$$

где $H(f)$ – преобразование Фурье $h(\tau)$; $(*)$ – процедура одномерной свертки.

Аналитический результат (46) и (47) указывает на высокое временное разрешение псевдо-ЧВР. Вместе с тем согласно (47) ядро не зависит от частотного параметра ξ, поэтому псевдораспределение не способно подавлять интерференционные компоненты, расположенные вдоль оси $\xi=0$ (рисунок 6).

Скользящие окна используются и для построения спектрограмм. В этом случае ядро будет иметь вид:

$$\phi(t,\tau)=h\left(t+\frac{\tau}{2}\right)h\left(t-\frac{\tau}{2}\right), \quad (48)$$

$$\mathrm{E}_\rho(\xi,f)=H\left(f+\frac{\xi}{2}\right)H\left(f-\frac{\xi}{2}\right). \quad (49)$$

Анализ (48) показывает, что поскольку ядро зависит от t, то оно в значительной степени будет сглаживать сигнальную энергию (возникает эффект размытости). В то же время величина $\mathrm{E}_\rho(\xi,f)$ в (49) осуществляет фильтрацию как по переменной f, так и по ξ. Следовательно, все ЧВР, построенные на основе мгновенных спектров (спектрограммы), будут подавлять интерференцию, но получаемые при этом оценки частоты будут «размыты» (сглажены).

Данный вывод подтверждают результаты обработки тестового двухкомпонентного сигнала, представленные на рисунке 8.

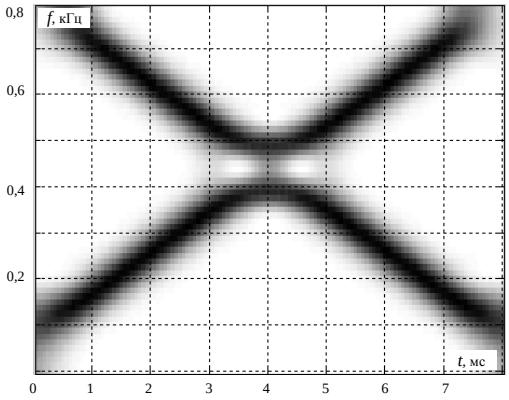


Рис. 8. Фрагмент спектрограммы тестового двухкомпонентного сигнала

Следует заметить, что ЧВР Вигнера не единственное распределение, используемое в качестве базовой функции при синтезе новых частотно-временных описаний. В этих целях также применяется ЧВР Бьорна–Джордона [11]:

$$\rho_{BJ}(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|\tau|}\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2}z_a^*\left(\nu-\frac{\tau}{2}\right)\times \times z_a\left(\nu+\frac{\tau}{2}\right)d\nu\ \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau}d\tau. \quad (50)$$

Особенность функции (50) состоит в локализации временной области, в пределах которого обрабатывается сигнал. В результате ограничивается количество спектральных компонент, взаимное воздействие которых друг на друга как раз и приводит к образованию интерференции. В этих целях в [11] предложено результат вычислений внутреннего интеграла ЧВР (50) сглаживать окном $h_0(\tau)$:

$$\rho_{ZAM}(f,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[h_0(\tau)\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2}z_a^*\left(\nu-\frac{\tau}{2}\right)\times \times z_a\left(\nu+\frac{\tau}{2}\right)d\nu\right]\mathrm{e}^{-j2\pi f\tau}d\tau. \quad (51)$$

Полученное выражение (51) называют распределением Дзао–Атласа–Маркса [10, 21].

Фрагмент ЧВР тестового двухкомпонентного сигнала, полученного на основе функции (51), представлен на рисунке 9. Механизм подавления интерференционного фона в ЧВР (51) по своей природе аналогичен (41).

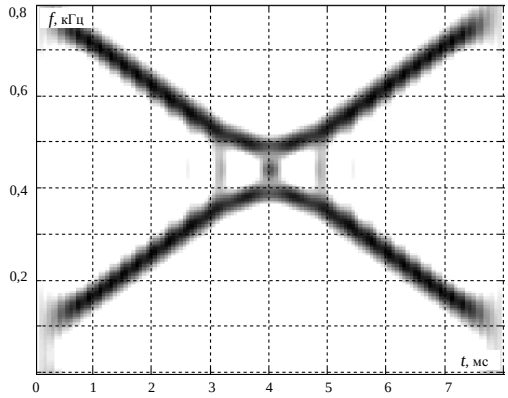


Рис. 9. Фрагмент распределения Дзао–Атласа–Маркса тестового двухкомпонентного сигнала

Действительно, временной размах билинейной корреляции в ЧВР Дзао–Атласа–Маркса определяется переменной t, а управление аргументом τ при сглаживании результата, вычисленного внутренним интегралом, дает возможность регулировать параметры частотного разрешения результирующего распределения.

Результаты, представленные на рисунке 9, указывают на высокую фильтрующую способность распределения Дзао–Атласа–Маркса, однако по степени концентрации полезных сигнальных компонент вдоль линий мгновенных частот оно уступает сглаженному псевдо-ЧВР Вигнера [10].

Дальнейшие поиски решения проблемы снижения интерференции преимущественно связаны с экспериментами по выбору соответствующей формы ядра в (43). К таким распределениям следует отнести обобщенное прямоугольное ЧВР [22]:

$$\rho_{GRD}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2\phi(t-\nu,\ \tau)}{|\tau|^{\alpha}} \operatorname{sinc}\left(\frac{2\phi(t-\nu,\ \tau)\nu}{|\tau|^{\alpha}}\right) \times \times K(t,\nu,\tau)\, e^{-j2\pi f\tau} d\tau d\nu, \quad (52)$$

где

$$K(t,\nu,\tau) = z^*\left(t+\nu-\frac{\tau}{2}\right)\cdot z\left(t+\nu+\frac{\tau}{2}\right);$$

α – параметр, определяющий степень ассиметричности функции sinc.

В общем случае формула (52) не определяет форму ядра. Однако сам факт применения функции sinc обеспечивает интервалу обработки прямоугольность формы при любом выбор $\phi(t,\nu,\tau)$.

Модифицированные формы частотно-временных распределений

Следующее направление поиска приемлемых форм ЧВР с низким уровнем интерференционного фона связано с модификацией ядер в рамках известных аналитических описаний, теперь уже сглаживающих функций. В частности, к таковым следует отнести распределение с ядром Хеннинга [15]:

$$\rho_{RIDH}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(\tau)\left[\int_{t-/2}^{t+|\tau|/2} \frac{g_t(\nu)}{|\tau|} \times \times \left(1+\cos\left(\frac{2\pi\nu}{\tau}\right)\right) K(t,\nu,\tau)\ d\nu\right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (53)$$

Выражение (53) представляет собой частотно-временное распределение с пониженным уровнем интерференции за счет использования ядра Хеннинга [22].

Близким по своим свойствам к ЧВР с ядром Хеннинга следует отнести и распределение с ядром, в основе которого лежит функция с треугольной характеристикой [10, 11]:

$$\rho_{RIDT}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(\tau)\left[\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2} \frac{2g_t(\nu)}{|\tau|} \times \times \left(1-\frac{2|\nu|}{|\tau|}\right) K(t,\nu,\tau)\ d\nu\right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (54)$$

К семейству рассматриваемых ЧВР следует отнести и распределение с ядром Бесселя [15]:

$$\rho_{RIDB}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(\tau)\left[\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2} \frac{2g_t(\nu)}{\pi\ |\tau|} \times \times \sqrt{1-\left[\frac{\nu-t}{\tau}\right]^2}\cdot K(\nu,\tau)\ d\nu\right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (55)$$

а также – распределение Баттерворта, в основе ядра которого лежит функция с амплитудно-частотной характеристикой соответствующего фильтра [15]:

$$\rho_{DB}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\sigma}}{2|\tau|} e^{-|\nu|\sqrt{\sigma}/|\tau|} \times \times K(t,\nu,\tau)\, e^{-j2\pi f\tau} d\nu d\tau. \quad (56)$$

Особое место среди рассматриваемых ЧВР занимает так называемое распределение, ядро которого базируется на коэффициенты биноминального разложения [15]:

$$\rho_{RIDBC}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{t-|\tau|/2}^{t+|\tau|/2} \frac{1}{2^{2|\tau|+1}} \times \times \binom{2|\tau|+1}{|\tau|+\nu+1} K(t,\nu,\tau)\ d\nu\right] e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (57)$$

Дискретная форма (57) очень удобна с точки зрения применимости в практических приложениях, базируемых на технологии цифровой обработки сигналов.

Следует заметить, что поиск приемлемых форм ядра может быть, в принципе, бесконечным. Однако все возможные ЧВР, синтезированные на основе рассмотренной технологии, по своим свойствам

будут близки к семейству распределений «экспоненциального» типа. В качестве примера на рисунке 10 представлено ЧВР с ядром Бесселя тестового двухкомпонентного сигнала.

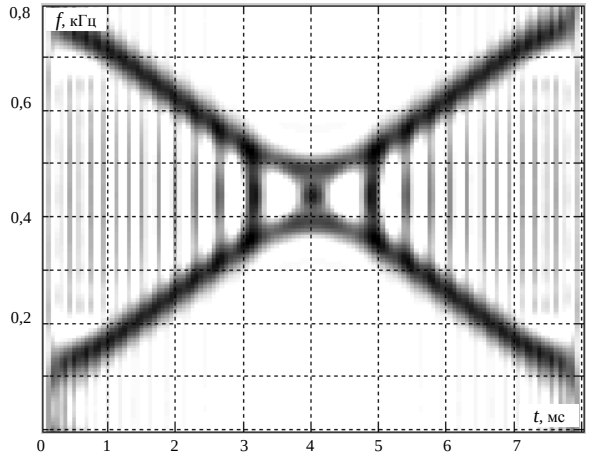


Рис. 10. Фрагмент распределения с ядром Бесселя тестового двухкомпонентного сигнала

Главное отличие каждого из ЧВР рассмотренного семейства заключается лишь в реализационной сложности ядра той или иной формы.

Возвращаясь к псевдораспределениям, следует отметить, что псевдораспределение активной энергии Рихачека часто называют распределением Маргенау–Хилла [8]:

$$\rho_{MH}(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2}[z(t+\tau)z^*(t) + z(t)z^*(t-\tau)]\ \mathrm{e}^{-j2\pi f\tau}d\tau. \quad (58)$$

Аналитическое выражение (58) очень удобно с точки зрения построения на его основе быстрых вычислительных алгоритмов с применением технологии цифровой обработки сигналов.

Рассмотренные подходы к синтезу билинейных распределений довольно полно раскрывают их природу с математической точки зрения. Однако многие из представленных аналитических представлений не всегда удобны в практическом плане.

В связи с указанными обстоятельствами, более привлекательным видится метод прямого синтеза билинейных ЧВР из распределений первого порядка. В частности, для получения ПРВ (34) достаточно осуществить свертку двух спектрограмм.

Действительно, распределение Вигнера в частотной области имеет следующий вид:

$$\rho_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} F_a^*\left(f-\frac{\nu}{2}\right)F_a\left(f+\frac{\nu}{2}\right)\mathrm{e}^{j2\pi t\nu}d\nu. \quad (59)$$

Учитывая, что F_a^* представляет собой преобразование Фурье от сигнала вида z_a^*, представим исходное выражение следующим образом [23]:

$$\rho_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} z_a^*(\tau)e^{-j2\pi\left(f-\frac{\nu}{2}\right)\tau}d\tau\right]^* \times \times\left[\int_{-\infty}^{\infty} z_a(\tau)\ e^{-j2\pi(f+\nu/2)\tau}d\tau\right]\mathrm{e}^{j2\pi t\nu}d\nu. \quad (60)$$

В полученном преобразовании введем для каждого из сомножителей, выделенных квадратными скобками, оконные функции, учитывая, что в качестве переменной x в подынтегральных выражениях используются значения $(f+\nu/2)$ и $(f-\nu/2)$ соответственно:

$$\tilde{\rho}_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau-t)z_a^*(\tau)\ \mathrm{e}^{-j2\pi(f-\nu/2)\tau}d\tau\right]^* \times \times\left[\int_{-\infty}^{\infty} h^*(\tau+t)z_a(\tau)\ \mathrm{e}^{-j2\pi(f+\nu/2)\tau}d\tau\right]\mathrm{e}^{j2\pi t\nu}d\nu. \quad (61)$$

Очевидно, выделенные в квадратные скобки части представляют модуль оконного преобразования Фурье сигнала, по сути – мгновенный спектр.

Следовательно, после соответствующей замены, предложенной в [23], получим выражение:

$$\tilde{\rho}_W(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_z^*\left(f-\frac{\nu}{2},t\right)S_z\left(f+\frac{\nu}{2},t\right)\mathrm{e}^{j2\pi t\nu}d\nu. \quad (62)$$

Конечное выражение представляет результат обратного оконного преобразования Фурье от свертки комплексно сопряженных спектрограмм.

Результирующее выражение (62) открывает новый подход к разработке продуктивных ПРВ. Действительно, его можно интерпретировать как замену сигнала в исходном распределении Вигнера на его мгновенный спектр (оконным преобразованием Фурье), вычисляемый по формуле. Общий вид аналитического выражения, определяющего указанную операцию, можно представить формулой [26]:

$$S_z(f,t) = \int_{-\infty}^{\infty} z(\tau)h(\tau-t)\exp(-j2\pi f\tau)d\tau, \quad (63)$$

где $S_z(f,t)$ – результат представления процесса на частотно-временном плане, называемый оконным преобразованием Фурье (преобразование Фурье на коротком интервале времени).

Поскольку представленный подход не меняет природы синтезируемого ЧВР, то, следовательно, ему присущи те же недостатки, которые свойственны псевдораспределению Вигнера (34). Прежде всего, функции (63) и (34) не обладают свойством получения точного маргинального распределения по времени (свойство 7 в таблице 1), поскольку не удовлетворяют ограничению на ядро преобразования ($\Phi(\tau,0) \equiv 1$ при всех τ) [10, 11].

Заключение

К сожалению, точного решения задачи полного подавления интерференционного фона при обработке многокомпонентных сигналов, в рамках известных подходов, не существует.

Билинейные ЧВР класса Коэна, в общем случае, являются подоптимальными, поэтому конкретный тип распределения сигнала должен определяться целью проводимой обработки.

Таким образом, для алгоритмов обработки, построенных на рассмотренных выше принципах, проблема разделения двух близко расположенных по частоте сигналов имеет место. Трудно рассчитывать на ее решение в явном виде, поскольку даже доказательство существования такого решения проблематично.

Следовательно, всегда имеется возможность дальнейшего поиска эффективных процедур обработки сигналов в приложении к практическим задачам радиомониторинга [24]. Очевидно, что он должен быть направлен на оптимизацию сглаженных форм псевдораспределений, обладающих пониженным уровнем интерференционного фона.

Другим продуктивным подходом к анализу и обработке нестационарных сигналов является использование многомерных описаний функции плотности распределения их энергии (полиспектральные представления и кумулянты [25]).

Несмотря на указанные проблемы, билинейные распределения все более активно используются в решении практических задач обработки сигналов, что следует из работ [26–31].

Несмотря на то, что теория частотно-временного анализа считается уже сформированной, проводимые исследования, в частности [32], открывают новые возможности билинейных распределений.

Список используемых источников

1. Дворников С.В. Теоретические основы синтеза билинейных распределений энергии нестационарных процессов в частотно-временном пространстве (обзор) // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 1. С. 47–60.
2. Claasen T.A.C.M., Meclenbrauker W.F.G. The Wigner Distribution – a Tool for Time-Frequency Signal Analysis. Part 1, 2, 3 // Phllips Journal of Research. 1980. Vol. 35. PP. 217–250, 276–300, 372–389.
3. Choi H., Williams W. Improved Time-Frequency Representations of Multicomponent Signals Using Exponential Kernels // IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing 1989. Vol. 37. PP. 862–871.
4. Дворников С.В. Теоретические основы представления сигнала в аналитическом виде функциями его огибающей и полной фазы // Научное приборостроение. 2006. Т. 16. № 4. С. 106–111.
5. Дворников С.В., Алексеева Т.Е. Распределение Алексеева и его применение в задачах частотно-временной обработки сигналов // Информация и космос. 2006. № 3. С. 9–20.
6. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов. радио, 1970. 728 с.
7. Дворников С.В., Кудрявцев А.М. Теоретические основы частотно-временного анализа кратковременных сигналов: монография. СПб.: ВАС, 2010. 240 с.
8. Cohen L. Time-Frequency Distribution – a Review // Proceedings of the IEEE. 1989. Vol. 77. Iss. 7. PP. 941–981.
9. Алексеев А.А., Аладинский В.А., Железняк В.К., Комарович В.Ф., Дворников С.В. Применение методов частотно-временной обработки акустических сигналов для анализа параметров реверберации // Научное приборостроение. 2001. Т. 11. № 1. С. 65–76.
10. Дворников С.В. Теоретические основы синтеза билинейных распределений. СПб.: ВАС, 2007. 268 с.
11. Cohen L. Time-Frequency Analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
12. Алексеев А.А. Частотно-временной анализ сигналов связи и радиотехнического обеспечения. Л.: ВАС, 1987. 96 с.
13. Cohen L. Generalized Phase-Space Distribution Function // Journal of Mathematical Physics. 1966. Vol. 7. Iss. 5. PP. 781–786.
14. Дворников С.В. Теоретические основы синтеза частотно-временных представлений класса Коэна // Информация и космос. 2008. № 3. С. 16–24.
15. Auger F., Flandrin P., Gonc¸alv`es P., Lemoine O. Time-Frequency Toolbox. Reference Guide. 2005. 179 p.
16. Алексеев А.А., Чеченев С.Ю., Кириллов А.Б. Анализ сигналов на основе функций распределения мощности в условиях многосигнального воздействия // Радиотехника. 1993. № 10–12. С. 32–37.
17. Kesler S., Haykin S. The Maximum Entropy Method Applied to the Spectral Analysis of Radar Clutter // IEEE Transactions on Information Theory. 1978. Vol. 24. Iss. 2. PP. 269–272.
18. Алексеев А.А., Кириллов А.Б. Модификация функций неопределенности и распределения Вигнера в базисе Уолша // Радиотехника и электроника. 1993. № 9. С. 1605–1614.
19. Алексеев А.А., Кожевников С.В. и др. Функции распределения мощности и частотно-временной анализ радиосигналов // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений). 1986. Т. 29. № 9. С. 79–82.
20. Baraniuk R.G. Covariant Time-Frequency Representations through Unitary Equivalence // IEEE Signal Processing Letters. 1996. Vol. 3. № 3. PP. 79–81.
21. Дворников С.В., Бородин Е.Ю., Маджар Х., Махлуф Ю.Х. Частотно-временное оценивание параметров сигналов на основе функций огибающих плотности распределения их энергии // Информация и космос. 2007. № 4. С. 41–45.
22. Auger F. Some Simple Parameter Determination Ruler for the Generalized Choi-Williams and Butterworth Distributions // IEEE Signal processing letters. 1994. Vol. 1. № 1. PP. 9–11.
23. Goncalves P., Baraniuk R.G. A Pseudo-Bertrand Distribution for Time-Scale Analysis // IEEE Signal Processing Letters. 1996. Vol. 3. Iss. 3. PP. 82–84.

24. Дворников С.В. Проблема поиска сигналов источников информации при радиомониторинге // Мобильные системы. 2007. № 4. С. 33–35.
25. Boashash B., Ristic B. Time-varying polyspectra and reduced Wigner – Ville trispectrum // Proceedings of SPIE. Advanced Signal Processing Algorithms, Architectures, and Implementations III. 1992. Vol. 1770.
26. Алексеев А.А., Железняк В.К., Комарович В.Ф., Дворников С.В. Автоматизированная система контроля интенсивности физических полей рассеивания сигналов // Научное приборостроение. 2000. Т. 10. № 3. С. 77–87.
27. Дворников С.В., Яхеев А.Ф. Метод измерения параметров кратковременных сигналов на основе распределения Алексеева // Информация и космос. 2011. № 1. С. 66–74.
28. Дворников С.В., Железняк В.К., Храмов Р.Н., Желнин С.Р., Медведев М.В., Симонов А.Н., Сауков А.М. Метод обнаружения радиоизлучений на основе частотно-временного распределения Алексеева // Научное приборостроение. 2006. Т. 16. № 1. С. 107–115.
29. Дворников С.В., Осадчий А.И., Дворников С.С., Родин Д.В. Демодуляция сигналов на основе обработки их модифицированных распределений // Контроль. Диагностика. 2010. № 10. С. 46–54.
30. Яхеев А.Ф., Дворников С.В. Измерение параметров сигналов на основе оптимизации формы распределения Алексеева // Наукоемкие технологии. 2009. Т. 10. № 1. С. 25–28.
31. Дворников С.В. Демодуляция сигналов на основе обработки их модифицированных частотно-временных распределений // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 7–11.
32. Дворников С.В., Сауков А.М. Модификация частотно-временных описаний нестационарных процессов на основе показательных и степенных функций // Научное приборостроение. 2004. Т. 14. № 3. С. 76–85.

* * *

BILINEAR TIME-FREQUENCY DISTRIBUTIONS WITH A LOWERED LEVEL OF THE INTERFERENCE BACKGROUND IN THE FREQUENCY-TEMPORARY SPACE (continued review)

S. Dvornikov[1]

[1]Telecommunications Military Academy,
St. Petersburg, 194064, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Dvornikov S. Bilinear Time-Frequency Distributions with a Lowered Level of the Interference Background in the Frequency-Temporary Space: Continued Review // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 69-81.

Abstract: *An overview of the theoretical foundations of the synthesis of various types of pseudo-distributions of the Wigner class is presented. The possibilities of known approaches to reduce the negative consequences of processing multicomponent signals based on bilinear distributions are analyzed. Analytical expressions for time-frequency distributions with a low level of interference background are presented. The reasons for applying smoothing window functions in the frequency and time spaces are substantiated. Analytical expressions and experimental results of the most known forms of bilinear distributions with a reduced level of interference background are presented.*

Keywords: *frequency-time pseudo-distributions, methods for controlling the interference background, processing multicomponent signals, distribution of the Cohen class.*

УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫЙ ПРОТОКОЛ МАРШРУТИЗАЦИИ OSPF, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЙ ПОВЫШЕННУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ СЕТЕЙ СВЯЗИ

С.И. Макаренко[1*]

[1]ООО «Корпорация «Интел групп»,
Санкт-Петербург, 197372, Российская Федерация
*Адрес для переписки: mak-serg@yandex.ru

Информация о статье
УДК 004.722
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Макаренко С.И. Усовершенствованный протокол маршрутизации OSPF, обеспечивающий повышенную устойчивость сетей связи // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 82–90.

Аннотация: *В статье представлен вариант усовершенствованного протокола OSPF, обеспечивающего повышенную устойчивость сети связи. Повышение устойчивости протокола OSPF достигается за счет более полного использования им имеющегося топологического ресурса сети, а также формирование у данного протокола дополнительной функциональности – способности одновременно с поиском кратчайших путей формировать дополнительные резервные пути.*

Ключевые слова: *сеть связи, протокол маршрутизации, устойчивость сети, конвергенция сети, время сходимости, OSPF.*

Введение

Анализ основных тенденций развития телекоммуникационных сетей (ТКС) специального назначения (СН), представленный в работе [1], показал, что их особенностью является функционирование в условиях преднамеренных дестабилизирующих воздействий радиоэлектронного и информационно-технического характера. При этом используемые в ТКС СН протоколы маршрутизации ориентированы на псевдостатическую структуру сети и, как показали теоретические и экспериментальные исследования автора [2, 3], этим протоколам свойственны длительные процессы восстановления связи при изменении топологии сети, централизация принятия решений о перемаршрутизации потоков трафика, недостаточно проработанные механизмы своевременного обнаружения изменений в топологии сети. Основным концептуальным недостатком протоколов маршрутизации является низкая эффективность реакции на изменения топологии сети их математической основы – алгоритмов поиска кратчайших путей. Подавляющая часть широко используемых протоколов маршрутизации (OSPF, IS-IS, IGRP, EIGRP, PNNI и др.) основана на алгоритмах Дейкстры и Беллмана-Форда, которые являются «поглощающими» и по своей сути не способны одновременно с поиском кратчайших путей в сети строить множество резервных путей, которые можно использовать в случае изменения топологии. Имеющиеся алгоритмы поиска нескольких путей между узлами (например, алгоритм Йена) являются итерационными и основаны на последовательном поиске все тех же кратчайших путей при удалении отдельных ребер сети. Однако в таких алгоритмах количество итераций резко возрастает при увеличении размерности сети, что препятствует применению этих алгоритмов в составе протоколов маршрутизации реальных ТКС. Указанные факторы ведут к существенному снижению устойчивости ТКС СН при использовании в них стандартных протоколов маршрутизации.

Одним из направлений устранения вышеуказанных недостатков существующих протоколов маршрутизации и, соответственно, повышения устойчивости ТКС СН является использование имеющегося топологического ресурса в сети и формирование у

известных протоколов маршрутизации дополнительной функциональности – способности одновременно с поиском кратчайших путей находить дополнительные резервные пути. Данные пути предполагается использовать в случае, если в результате преднамеренных дестабилизирующих воздействий топология сети изменилась и требуется произвести пересчет кратчайших маршрутов, но без прерывания процессов передачи трафика.

Этот подход в теоретическом виде формализован в форме метода обеспечения устойчивости телекоммуникационной сети за счет использования ее топологической избыточности в работе автора [4]. В работе автора [5] на основе данного метода предложена модификация алгоритма поиска кратчайших путей Дейкстры в направлении повышения устойчивости, за счет дополнительного формирования в сети как кратчайших, так и резервных путей. В настоящей статье предлагается рассмотреть применение вышеуказанных методов и модифицированного алгоритма Дейкстры к практике, а именно – к совершенствованию протокола маршрутизации OSPF (*от англ*. Open Shortest Pass First) в интересах повышения устойчивости ТКС СН, функционирующей на основе данного протокола.

Особенности протокола OSPF

Протокол OSPF – стандартный протокол маршрутизации по состоянию каналов, поддержи-вающий работу со стеками протоколов TCP/IP и IP/MPLS, алгоритм поиска маршрута в котором основан на алгоритме Дейкстры. Полное описание протокола OSPF представлено в RFC 2328 [6] и в работе [7]. Рассмотрим основные особенности протокола OSPF, значимые для решения задачи повышения устойчивости ТКС СН.

В OSPF в качестве метрики M канала связи (КС) используется интегральный коэффициент качества обслуживания:

$$M = k_1 \frac{10^8}{C} + k_2 T_{\text{зад}}, \qquad (1)$$

где C – пропускная способность канала связи, бит/с; $T_{\text{зад}}$ – задержка передачи в канале связи, с; k_1, k_2 – коэффициенты, определяющие значимость параметров (по умолчанию для протокола OSPF $k_1 = 1$, $k_2 = 0$).

Вычисляемая протоколом OSPF метрика пути представляет собой сумму метрик всех КС, входящих в состав пути. Если в процессе формирования дерева кратчайших путей в ТКС СН маршрутизатор обнаруживает более чем один путь к какому-либо узлу или подсети, то он использует только один путь с наименьшей метрикой. Каждый маршрутизатор обладает полной информацией о состоянии всех интерфейсов всех маршрутизаторов сети и самостоятельно решает задачу определения маршрутов передачи трафика.

Для транспортных целей OSPF напрямую использует протокол IP, т.е. он не использует для передачи своих сообщений протоколы UDP или TCP. При отправке своих сообщений протокол OSPF использует свой код в соответствующем протокольном поле IP-заголовка. Так как протокол OSPF не требует инкапсуляции своих пакетов, это сильно облегчает маршрутизацию в сетях с большим количеством шлюзов и сложной топологией (так как исключается лишняя циркуляция пакетов, что сокращает транзитный трафик).

Протокол OSPF основан на двухуровневой модели сети. Для обозначения выделенной автономной области маршрутизации в OSPF используется термин «опорной области» («backbone»). К конкретной опорной области все прочие области присоединяются через пограничные маршрутизаторы. Протокол OSPF реализует функции маршрутизации лишь в пределах одной конкретной опорной области, которая может охватывать любую часть сети (однако она должна быть непрерывной). Согласно негласному эмпирическому правилу в одной области не должно быть более 40 маршру-тизаторов и она может быть поделена на отдельные подобласти, каждая из которых становится отдельным объектом маршрутизации, что позволяет значительно сократить необходимый объем таблицы маршрутизации (ТМ).

Для передачи маршрутной информации протокол OSPF использует широковещательные рассылки сообщений Hello. В протоколе OSPF используется несколько временных параметров, и среди них наиболее важными являются интервал сообщения Hello и интервал отказа маршрутизатора [2]. Каждый маршрутизатор отправляет сообщение Hello каждому своему смежному маршрутизатору один раз на протяжении интервала Hello. Если по истечении интервала отказа маршрутизатора сообщение Hello от соседа не получено, то считается, что этот смежный маршрутизатор неработоспособен, и по сети распространяется объявление об изменении сетевых связей, чтобы другие маршрутизаторы произвели пересчет маршрутов. Интервал отказа маршрутизатора определяется как количество интервалов времени, которое должно пройти без получения сообщений Hello, чтобы соседний маршрутизатор стал считаться недоступным. Обычно интервал отказа маршрутизатора равен 1-5 интервалов Hello.

При обнаружении нового маршрутизатора смежные маршрутизаторы обмениваются информацией для аутентификации. Если эта операция проходит успешно, они передают друг другу свои системные идентификаторы. Когда интервал отказа маршрутизатора истекает, то маршрутизатор с наивысшим приоритетом и наибольшим идентификатором объявляет себя ответственным маршрутизатором (DR, *от англ.* Designated Router), а следующий за ним по

приоритету маршрутизатор объявляет себя резервным ответственным маршрутизатором (BDR, *от англ.* Backup Designated Roter). В BDR хранится копия ТМ и этот маршрутизатор берет на себя функции DR в случае, когда тот оказывается недоступным. DR отвечает за поддержание актуального состояния и синхронизацию ТМ всех маршрутизаторов опорной области, обновление информации о метрике КС, а также за широковещательную рассылку сообщений об изменениях топологии сети в данной опорной области.

При изменении состояния того или иного КС маршрутизатор, к которому этот КС подключен, посылает соответствующее сообщение DR, BDR и соседним маршрутизаторам, а те, в свою очередь, делают то же самое. Далее маршрутизаторы сравнивают номер версии состояния поддерживаемых ими КС с номерами версий, хранимых на DR. Используя широковещательные рассылки, маршрутизаторы обмениваются сообщениями об изменении состояний КС, поддерживая актуальность как своих, так ТМ в DR. Причем в каждом таком сообщении указывается временная метка для того, чтобы сообщение, прибывшее позже нового из-за случайных задержек в сети, не нарушило актуальность ТМ. В случае отказа КС маршрутизаторы отправляют друг другу не все содержимое ТМ, а только данные о КС, изменивших свое состояние. Маршрутизаторы обмениваются не только своими, но и чужими сообщениями о топологических связях, получая данные о состоянии всех КС сети. На основе этих данных формируется граф сети, идентичный для всех маршрутизаторов опорной области. Кроме данных о соседях, маршрутизатор в своем сообщении перечисляет подсети, с которыми он непосредственно связан. Поэтому после получения информации о графе связей в сети, вычисление маршрута до каждой подсети производится непосредственно по этому графу, при этом вычисление маршрутов, как до узлов опорной области, так и к другим подсетям производится по алгоритму Дейкстры.

Общая схема функционирования маршрутизатора со стандартным протоколом OSPF представлена на рисунке 1.

Модифицированный алгоритм Дейкстры

В основе предлагаемого усовершенствования протокола OSPF лежит использование модифицированного алгоритма поиска кратчайших путей Дейкстры, представленного в работе автора [5].

Рассмотрим кратко данный модифицированный алгоритм. При его формализации используются следующие обозначения:

$D = \{d_i\}$, $i = 1, \ldots, n$ – множество расстояний до помеченных вершин от начальной вершины;
d_i – расстояние от вершины U_1 до вершины U_i, полученное при использовании алгоритма поиска кратчайших путей;
$G(U, V)$ – ориентированный граф, соответствующий ТКС СН;
$I = 1, \ldots, n$ – переменная, счетчик вершин;
$J = 1, \ldots, n$ – переменная, счетчик вершин;
L – множество смежных помеченных вершин, содержащих множество расстояний от начальной вершины до помеченных вершин;
$L = \{l_i\}$, $i = 1, \ldots, n$ – множество смежных помеченных вершин;
$l_i = U_j$ – помеченная вершина, через которую достигнута вершина U_i; по окончании работы алгоритма переменная l_i содержит кратчайшие пути от i-ой вершине к каждой вершине графа;
n – количество вершин в графе;
P – множество помеченных вершин;
T – переменная, определяющая последнюю помеченную вершину;
U_1 – начальная вершина;
$V(U_i, U_j)$ – вес ребра, соединяющего i-ую и j-ую вершины;
$R = \{r\}$ – множество вершин потенциальных резервных путей (в это множество вносятся достигнутые вершины, смежные с рассматриваемой; в дальнейшем элементы множества используются при нахождении резервных путей);
$C = \{c\}$ – множество весов ребер потенциальных резервных путей (в это множество вносятся веса ребер, исходящих из вершин, вносимых в множество R, и входящих в рассматриваемую вершину);
$Z = \{z\}$ – множество резервных путей в вершину (содержит резервные пути в рассматриваемую вершину, сформированные в результате проведения логических операций над входящими в него элементами и элементами множеств R и L);
$S = \{s\}$ – множество весов резервных путей к вершине (содержит веса путей из множества Z и используется для ранжировки резервных путей при выводе результатов работы алгоритма).

Схема модифицированного алгоритма Дейкстры приведена на рисунках 2а и 2б. К новым элементам алгоритма относятся блоки 16–23, 25.

В блоках 16–17 реализуется формирование множества вершин R к текущей рассматриваемой вершине.

В блоках 18–23, путем пересечения множеств R и L, а также Z, осуществляется формирование множества Z резервных путей.

В блоке 25 осуществляется ранжировка резервных путей по сумме весов, входящих в их состав ребер.

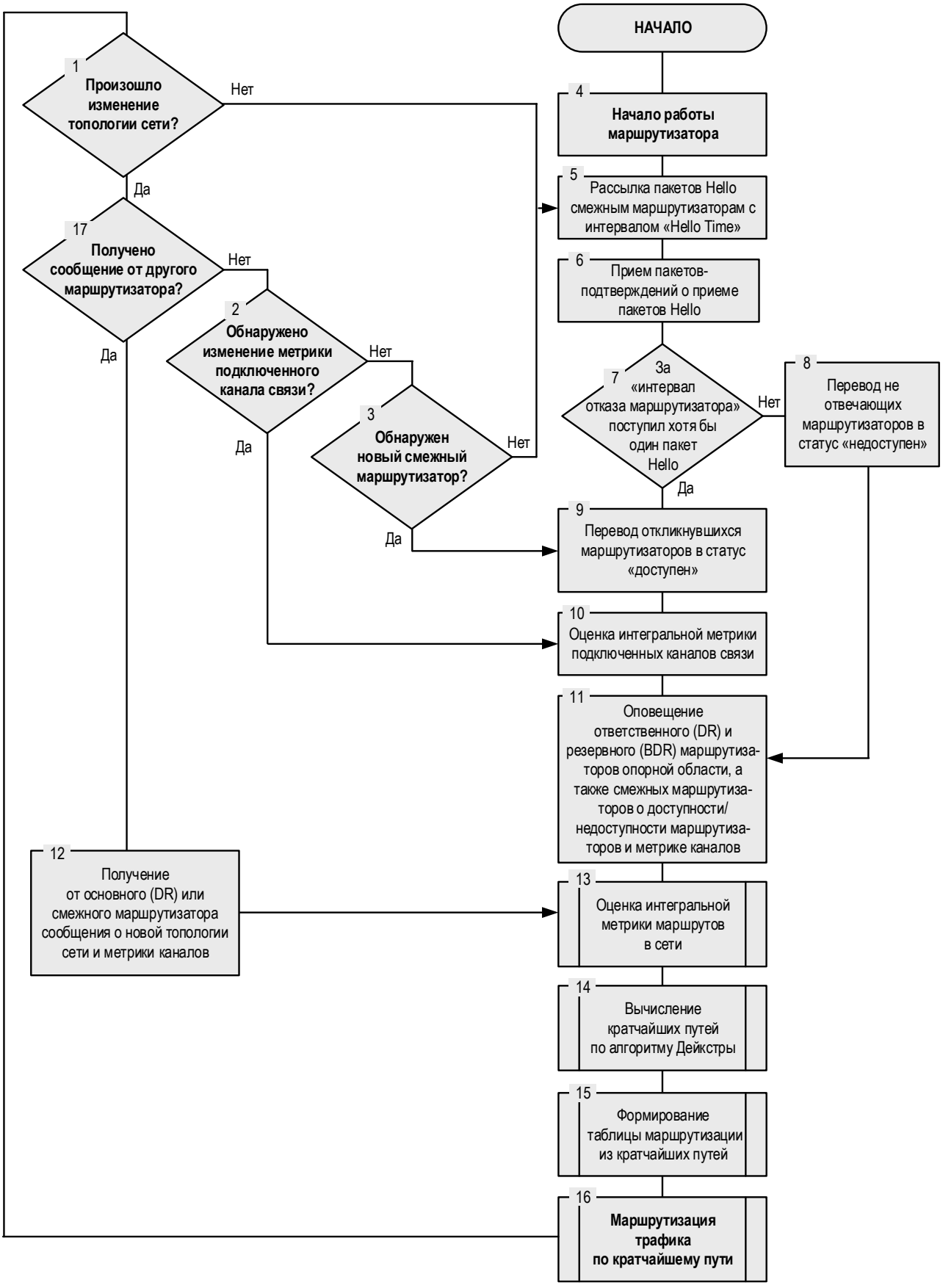


Рис. 1. Схема функционирования маршрутизатора на основе протокола OSPF

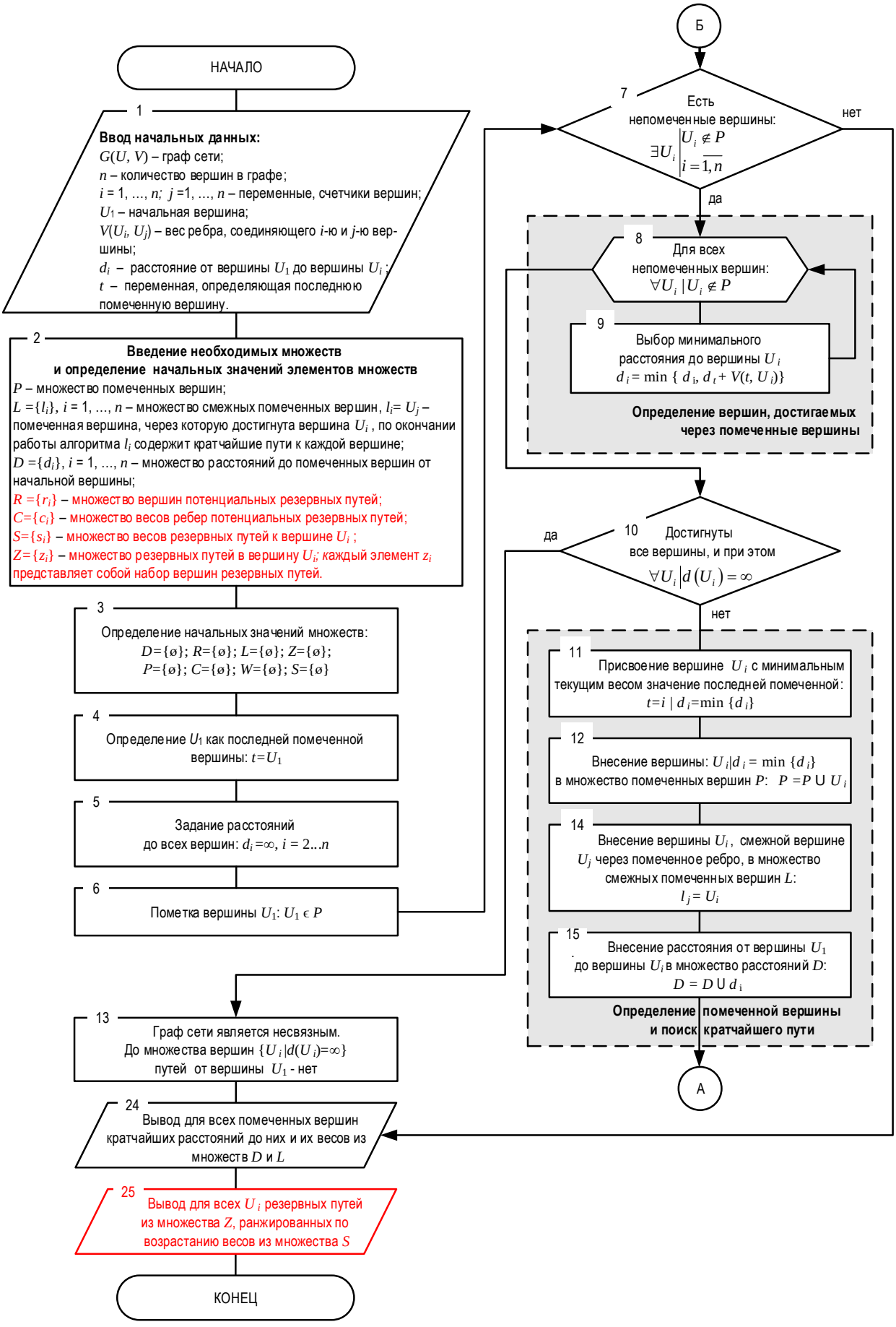


Рис. 2а. Модифицированный алгоритм поиска кратчайших путей Дейкстры [5]

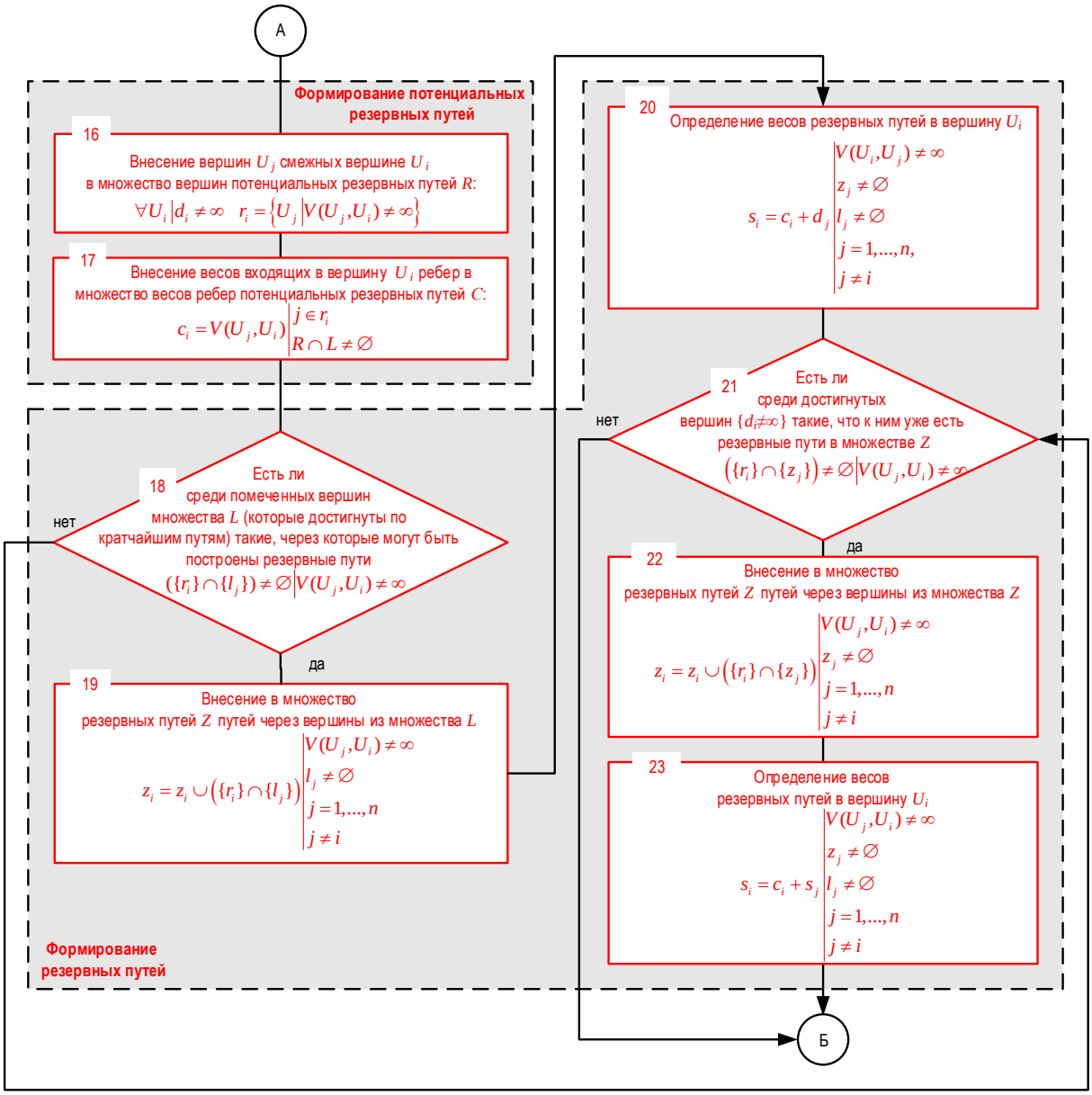


Рис. 2б. Модифицированный алгоритм поиска кратчайших путей Дейкстры [5] (продолжение)

Усовершенствование протокола маршрутизации OSPF

В рамках совершенствования протокола OSPF для использования его в составе ТКС СН предлагается реализовать несколько направлений доработки данного протокола:

– в метрике протокола необходимо явно учесть надежность каналов связи путем введения соответствующего параметра;

– расчет маршрутов необходимо вести по модифицированному алгоритму поиска кратчайших путей Дейкстры, представленному в работе [5], который одновременно с кратчайшими путями формирует и множество резервных путей;

– в таблице маршрутизации необходимо хранить как кратчайшие, так и непересекающиеся резервные маршруты, ранжированные по уровню увеличения суммарной метрики маршрута;

– при поступлении от ответственного маршрутизатора области или от смежных маршрутизаторов сообщения об изменении топологии сети или метрики КС, а также в случае самостоятельного выявления подобных фактов, маршрутизатор сразу же переходит на резервный маршрут, а уже потом производит оповещение ответственного маршрутизатора и смежных маршрутизаторов, ведет пересчет кратчайших путей и формирование новых маршрутов.

Остальные усовершенствования относительно стандартного протокола OSPF представлены на рисунке 3. К измененным функциям относятся блоки 10–12 и 16–19.

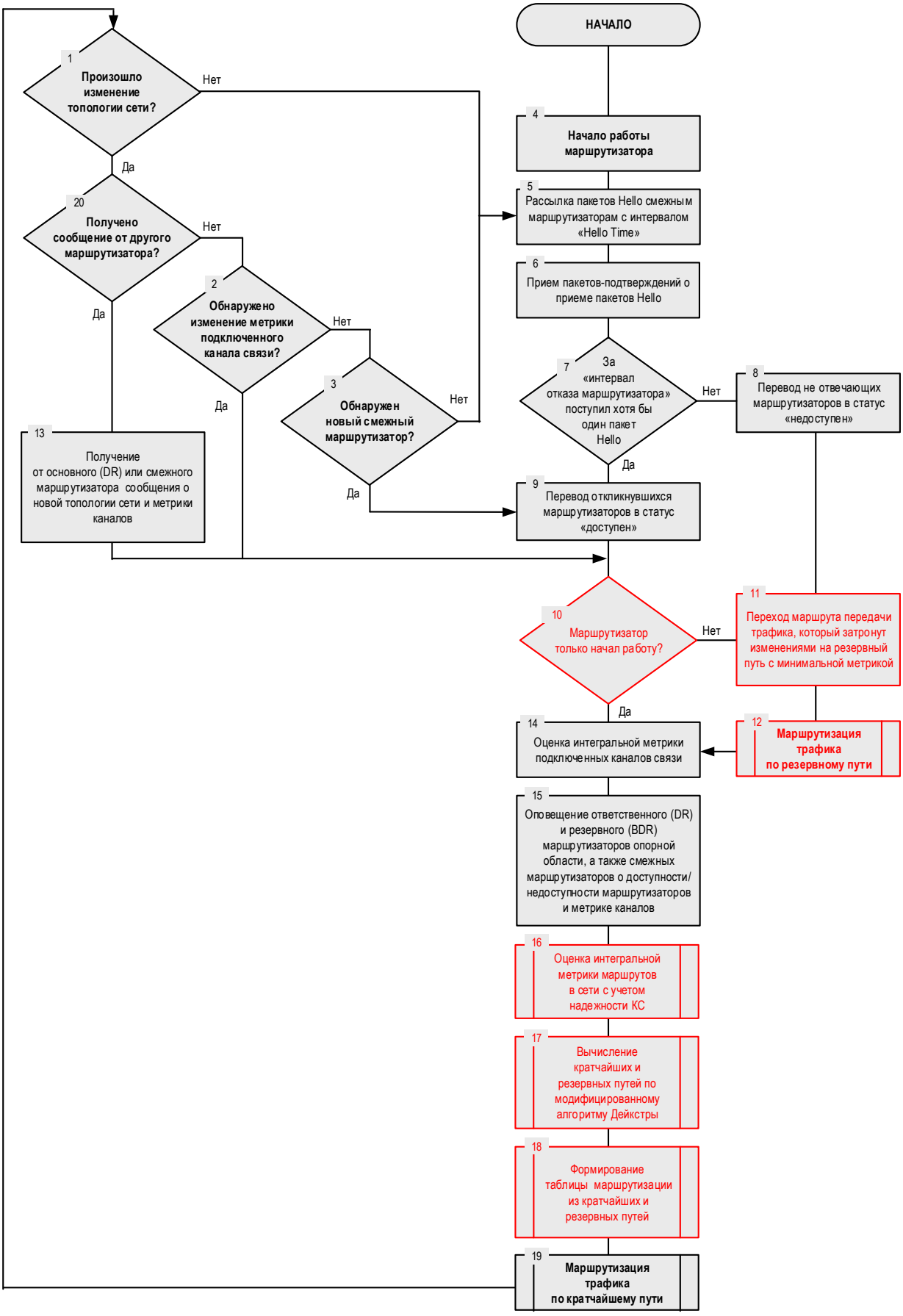


Рис. 3. Схема функционирования маршрутизатора на основе усовершенствованного протокола OSPF

Блок 10 выступает своеобразным «логическим вентилем», который на начальном этапе работы маршрутизатора позволяет сформировать ТМ из кратчайших и резервных путей, а в дальнейшем, при любых изменениях в сети, перенаправляет трафик, на который влияют произошедшие изменения, на резервные пути (блоки 11, 12). Переход трафика на резервные пути позволяет не прерывать передачу данных при выполнении операций, представленных в блоках 14–19.

Блок 16 содержит изменения связанные с усовершенствованием метрики КС, которые указаны ранее, а именно – переход вычислению метрики от выражения (1) к выражению (2).

Блок 17 отличается тем, что в нем вместо стандартного алгоритма Дейкстры вычисление кратчайших и резервных путей реализуется по модифицированному алгоритму.

В блоке 18 реализуется функция добавления в ТМ помимо кратчайших путей еще и резервных путей. Таким образом, маршрут передачи изменяется с резервного пути, введенного в блоке 12, на текущий кратчайший путь.

Учет в составе метрики КС параметра надежности предлагается вести путем использования интегральной метрики, подобной той, которая используется в протоколе IGRP:

$$M = \left(k_1 \frac{10^8}{C} + k_2 \frac{T_{\text{зад}}}{10}\right) \frac{k_3}{\eta + k_4}, \qquad (2)$$

где η – надежность канала связи, как доля успешно переданных по каналу связи пакетов; k_1, k_2, k_3, k_4 – коэффициенты, определяющие значимость параметров.

Заключение

В связи с широкой распространенностью протокола OSPF и наличием у него определенных недостатков в части обеспечения устойчивости сети, вопросы его усовершенствования рассматривались во многих работах зарубежных и отечественных ученых [8–24]. Вместе с тем предложения по совершенствованию протокола маршрутизации OSPF, представленные в настоящей статье, отвечают критерию технической новизны:

1) в составе усовершенствованного протокола OSPF используется модифицированный алгоритм поиска кратчайших путей Дейкстры [5], который впервые разработан автором и который одновременно с кратчайшими путями позволяет формировать и множество резервных путей;

2) в усовершенствованном протоколе OSPF изменена последовательность выполнения операций, а также введены дополнительные операции, выполняемые при изменении топологии сети, что позволяет снизить время восстановления связи при динамическом изменении как метрики отдельных КС, так и топологии сети в целом.

Практическая значимость предложений по совершенствованию протокола OSPF заключается в том, что они применимы к широкому спектру ТКС СН, использующим для маршрутизации трафика стандартный протокол OSPF, и позволяют реализовать повышение устойчивости ТКС СН по двум направлениям – за счет повышения структурной связности сети и за счет снижения длительности переходных режимов маршрутизации.

Список используемых источников

1. Макаренко С.И. Перспективы и проблемные вопросы развития сетей связи специального назначения // Системы управления, связи и безопасности. 2017. № 2. С. 18–68.

2. Макаренко С.И. Время сходимости протоколов маршрутизации при отказах в сети // Системы управления, связи и безопасности. 2015. № 2. С. 45–98.

3. Макаренко С.И., Афанасьев О.В., Баранов И.А., Самофалов Д.В. Экспериментальные исследования реакции сети связи и эффектов перемаршрутизации информационных потоков в условиях динамического изменения сигнально-помеховой обстановки // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 4. URL: http://jre.cplire.ru/jre/apr16/4/text.pdf (дата обращения: 30.05.2018).

4. Макаренко С.И. Метод обеспечения устойчивости телекоммуникационной сети за счет использования ее топологической избыточности // Системы управления, связи и безопасности. 2018. № 3. С. 14–30.

5. Цветков К.Ю., Макаренко С.И., Михайлов Р.Л. Формирование резервных путей на основе алгоритма Дейкстры в целях повышения устойчивости информационно-телекоммуникационных сетей // Информационно-управляющие системы. 2014. № 2 (69). С. 71–78.

6. RFC 2328. OSPF version 2. Ascend Communication, 1998. 244 p.

7. Программа сетевой академии Cisco. CCNA 1 и 2. М.: «Вильямс». 2008. 1168 с.

8. Goyal M., Soperi M., Baccelli E., Choudhury G., Shaikh A., Hosseini H., Trivedi K. Improving Convergence Speed and Scalability in OSPF: A Survey // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2012. Vol. 14. Iss. 2. PP. 443–463.

9. Goyal M., Xie W., Hosseini S.H., Vairavan K., Rohm D. Improving OSPF Dynamics on a Broadcast LAN // Simulation. 2006. Vol. 82. Iss. 2. PP. 107-129.

10. Goyal M., Xie W., Soperi M., Hosseini S.H., Vairavan K. Scheduling routing table calculations to achieve fast convergence in OSPF protocol // Fourth International Conference on Broadband Communications, Networks and Systems (BROADNETS '2007). 2007. PP. 863–872.

11. Goyal M., Ramakrishnan K.K., Feng W.-C. Achieving faster failure detection in OSPF networks // IEEE International Conference on Communications (ICC '2003). 2003. Vol. 1. PP. 296–300.

12. Siddiqi A., Nandy B. Improving Network Convergence Time and Network Stability of an OSPF-Routed IP Network // International Conference on Research in Networking. Networking Technologies, Services, and Protocols; Performance of Computer and Communication Networks; Mobile and Wireless Communications Systems. Lecture Notes in Computer Science. 2005. Vol. 3462. PP. 469–485.
13. Basu A., Riecke J. Stability issues in OSPF routing // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. 2001. Vol. 31. Iss. 4. PP. 225–236.
14. Pun H. Convergence Behavior of RIP and OSPF Network Protocols. PhD. thesis. B.A.Sc., University of British Columbia. 2001. 59 p.
15. Ayari N., Barbaron D., Lefevre L., Primet P. Fault tolerance for highly available internet services: concepts, approaches, and issues // IEEE Communication Surveys and Tutorials. 2008. Vol. 10. Iss. 2. PP. 34–46.
16. Dilber M. N., Raza A. Analysis of successive Link Failures effect on RIP and OSPF Convergence time delay // International Journal of Advances in Science and Technology. 2014. PP. 42–48.
17. Zhao D., Hu X., Wu C. A Study on the Impact of Multiple Failures on OSPF Convergence // International Journal of Hybrid Information Technology. 2013. Vol. 6. № 3. PP. 65–74.
18. Wang F., Chen S, Li X., Li Y. A Route Flap Suppression Mechanism Based on Dynamic Timers in OSPF Network // The 9th International Conference for Young Computer Scientists. 2008. PP. 2154–2159.
19. Перепелкин Д.А. Алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации на базе протокола OSPF при динамическом добавлении элементов корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2010. № 34. С. 65–71.
20. Перепелкин Д.А. Алгоритм парных перестановок маршрутов на базе протокола OSPF при динамическом подключении узлов и линий связи корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2013. № 4–1 (46). С. 67–75.
21. Перепелкин Д.А. Алгоритм парных перестановок маршрутов на базе протокола OSPF при динамическом отказе узлов и линий связи корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2014. № 47. С. 84–91.
22. Перепелкин Д.А. Алгоритм адаптивной ускоренной маршрутизации на базе протокола OSPF при динамическом отказе элементов корпоративной сети // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2011. № 37. С. 53–58.
23. Перепелкин Д.А., Перепелкин А.И. Повышение качества функционирования корпоративных сетей на базе протокола OSPF // Качество. Инновации. Образование. 2010. № 12 (67). С. 51–56.
24. Перепелкин А.И., Перепелкин Д.А. Разработка алгоритма динамической маршрутизации на базе протокола OSPF в корпоративных вычислительных сетях // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2009. № 28. С. 68–72.

* * *

THE IMPROVED OSPF PROTOCOL FOR HIGH NETWORK STABILITY

S. Makarenko[1]

[1]Intel Group Corporation ltd,
St. Petersburg, 197372, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Makarenko S. The Improved OSPF Protocol for High Network Stability // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 82–90.

Abstract: *The improved OSPF routing protocol is presents in the paper. The improved OSPF protocol is to use topological network redundancy and create backup paths. This protocol provides high network stability, if the network topology changes rapidly.*

Keywords: *network*, *routing protocol*, *network stability*, *network convergence time*, *OSPF.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО ОБРАЗА АТОМА КРЕМНИЯ В МИКРОЭЛЕКТРОНИКЕ

Л.М. Макаров[1], **С.В. Протасеня**[1*]

[1]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация
*Адрес для переписки: saitvodabur@yandex.ru

Информация о статье
УДК 519.61
Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Макаров Л.М., Протасеня С.В. Моделирование фрактального образа атома кремния в микроэлектронике // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 91–98.

Аннотация: *Рассмотрены вопросы синтеза фрактальной модели, учитывающие особенности технологии создания полупроводниковых структур на основе стабильных изотопов кремния. Установлен общий принцип априорного создания полупроводниковых материалов, способных реализовать высокий показатель теплопроводности для изделий микроэлектроники, эксплуатируемой на высоких частотах. Представлены составляющие общей концепции синтеза новых образцов изделий микроэлектроники, демонстрирующие перспективы компьютерного моделирования фрактальных образов атомарных конструкций полупроводников.*

Ключевые слова: *моделирование, микроэлектроника, фрактальный образ, изотоп, полупроводники.*

Многие технические и технологические решения в современном мире создаются на основе большого информационного материала. Информационные ресурсы сети Интернет постоянно пополняются новыми публикациями, размышлениями и суждениями. Социум средствами телекоммуникаций воспроизвел огромный научный пласт знаний и практических результатов натурных исследований, которые являются основой для конструирования новых понятий, направленных на решение актуальных проблем.

Развитие микроэлектроники традиционно связано с элементной базой, обеспечивающей создание сложных вычислительных устройств. Целенаправленная модернизация элементной базы сегодня формируется на основе квантовой теории, вскрывающей «тонкие эффекты полупроводника». Утонченность новых понятий часто создается посредством модели, реализуемой компьютером и средствами визуализации результатов, например, фрактальными моделями [4]. Введение этих понятий подчеркивает тот факт, что современная микроэлектроника является большим научно-производственным кластером, обеспечивающим прогрессивное развитие социума. В историческом отношении развитие микроэлектроники характеризуется серией научных разработок. Научные концепции микроэлектроники основываются на большом количестве исследовательских работ в области кристаллографии, атомарной физики и химии. Первые опытные проекты по созданию полупроводниковых структур относят к середине двадцатого столетия. Относительно несложные физические модели полупроводниковых элементов, исполненные в лабораторных условиях, инициировали создание первых промышленных образцов полупроводниковых изделий. В дальнейшем, с развитием промышленного выпуска средств вычислительной техники, потребность в полупроводниковых изделиях резко возросла. Типичную группу полупроводников составляют атомы германия, кремния, селена, теллура, мышьяка.

Наряду с промышленным ростом выпуска полупроводников повышались требования к техническим параметрам изделий. На первых этапах эти требования рассматривались на уровне геометрических размеров, критических параметров работы в разных условиях эксплуатации технических изделий.

Совершенствование технологии производства микроэлектронных компонентов для вычислительных систем создало общую концепцию производства интегральных схем. Этот этап развития микроэлектроники стимулировал развитие новой концепции технологического развития производства, где большое внимание уделяется метрологии и средствам технологического контроля. Этим аспектам производственного процесса уделяется

большое внимание. Совершенствование технических показателей полупроводниковых изделий в большей степени зависит от качества и состава природного материала полупроводников. Совершенствуя научные основы физики полупроводников, становится возможным создание сложных моноструктур.

Большие интегральные схемы явились логической надстройкой в технологии по производству средств микроэлектроники. Современные концепции развития отрасли микроэлектроники свидетельствуют о постоянном росте научного и технологического потенциала, ориентированного на создание ультрабольших интегральных схем. Кристаллическая структура таких микроэлектронных средств, например, микропроцессора, создается на основе примерно $3*10^9$ экземпляров транзисторов, обладающих длиной затвора около 8 нм.

Для микроэлектроники, как промышленного кластера, большое значение придается научным (физическим) исследованиям, а также разработке и освоению новых технологий создания прогрессивных изделий. Прогресс в отрасли наблюдается на фоне непрерывного повышения уровня сложности производства и технологии мониторинга качества готовых изделий. Так, например, на начальном этапе становления отрасли, производство схем динамической памяти емкостью всего 64 Кбит на сетке в 3,0 мкм проводилось по технологии в 100 операций и семью литографическими процедурами. Эта же технология вначале двадцать первого столетия, реализует производство микросхем с 1 Гбит памяти 440 операциями на сетке в 0,13 мкм и посредством 21 литографической процедуры. Совершенствование микроэлектронных изделий проводится по широкому перечню полупроводников, но основное внимание уделяется атомам кремния и германия.

Выделяя физические аспекты в исследовании свойств полупроводников, устанавливается почти очевидный факт, что электрические свойства неметалла сильно зависят от примесей. Именно обширные физические исследования устанавливают аномальные свойства типичных полупроводников: германия и кремния. В промышленности эту особенность используют, модулируя нужный тип полупроводника. При нормальной температуре кремний хрупок, но при нагревании выше 800 C^0 возможна пластическая деформация. Для германия устанавливается наличие специфических свойств, которые позволяют создавать уникальные приборы, например, видеорегистраторы.

Существует несколько технологических схем получения кристаллического кремния методом электрического расплава. В качестве исходного материала используется кварцит, иногда кварц. Кварцит представляет типичную горную породу зернистого строения. Кварц представляет хорошо различимую структуру оксида кремния, основу которой составляет шестигранная призма.

Природные формы кремнезема представлены минералом кварцем или породами почти полностью им сложенными – кварцитом. Инородные минералы, содержащиеся в кварците, золе восстановителя и электродах, являются источником поступления в кремний железа, алюминия, кальция и других элементов. Относительно несложная технология добычи кварцита порождает проблемы получения образцов кремния с малой долей примесей. Типичная характеристика кремневого сырья представляется составом: SiO_2 (98 %); Fe_2O_3 (0,25 %); Al_2O_3 (0,6 %); CaO (0,25 %). Конечный продукт – кристаллический кремень характеризуется составом: Si (99,2–97,84 %); Fe (0,39–0,8 %); Al (0,25–0,45 %); другие примеси (0,32–0,54 %).

Независимо от типа и происхождения кристаллического кремния, полученные квадратные, псевдоквадратные призмы и цилиндры из кремния разрезаются на пластины, на которых методами планарной технологии создаются электронные приборы.

Технологический процесс создания кремниевых ИС представлен двумя направлениями. Первое направление имеет аббревиатуру FEOL (*от англ.* «front end of line» или «front end processing») и характеризует процесс создания активных приборов – транзисторов. Второе направление – BEOL (*от англ.* «back end of line» или «back end processing») – характеризует группу процессов по созданию межэлементных связей внутри микроструктуры электронного изделия. Эти направления имеют общую концепцию развития. В относительно недавнем прошлом основным тезисом концепции являлось уменьшение размеров полупроводниковых приборов, что позволяло повысить рабочую частоту. Разработка таких проектов тесно связана с технологическими особенностями получения кристаллического кремния. Стремление понизить размеры полупроводниковых приборов реализовывалось средствами новейших методов и технических средств контроля технологического процесса. Развитие технических систем мониторинга всего технологического процесса – от производства кремниевого сырья до полупроводникового прибора инициализировало работы по моделированию полупроводниковых структур.

Создание моделей полупроводниковых структур широко распространено. Для этого направления характерно рассмотрение некоторого списка вопросов, раскрывающих как природные (физические (химические) свойства исходного материала), так и исключительно виртуальные понятия. Так, например, технологические требования создания «тонкой области» затвора транзистора, продиктованные практическими соображениями о малых размерах полупроводникового прибора, сформи-

ровали устойчивый образ двумерного и плоского слоя. В физическом отношении такие слои создаются на основе связанных атомов. По серии исследований установлено, что толщина двумерного материала много меньше типичных образцов, обладающих «линейной – плоской структурой». Двумерный материал полупроводника создается как монослой гофрированного типа. В такой структуре условно можно выделить «среднюю плоскость», относительно которой создается монослой с чередующимися по высоте расположения атомами. Основное преимущество «двумерных материалов» в том, что созданный на их основе полупроводниковый прибор обладает значительно меньшими размерами. Такой результат достигается посредством предварительного расчета, моделирования новой кристаллической структуры и, что самое важное, на основе определенного химического состава исходного материала – пластин кремния.

Пластины кремния, как основа производства полупроводниковых приборов, должны соответствовать определенным требованиям по чистоте. В реальных условиях производственной линии сверхбольшой интегральной схемы на пластины воздействует множество факторов. Технологически чистой считается поверхность, концентрация примесей на которой не препятствует воспроизводимому получению заданных значений и стабильности параметров интегральной микросхемы.

Загрязнения можно рассматривать как примеси, находящиеся на поверхности пластин. Условно такие примеси подразделяются на несколько групп. Твердые поверхностные примеси отличаются по физическим и химическим свойствам от пластин кварца. Примеси могут неравномерно располагаться по поверхности пластин, образуя своеобразный рисунок, наблюдаемый посредством электронного микроскопа. Происхождение этих примесей разнообразно и не всегда удается учету.

Аморфные примеси, как правило, представлены пленками с толщиной слоя 1–2 нм. К этой группе следует отнести пленки собственных оксидов кремния. Типичное представление о качестве по чистоте кремниевого материала формирует представление о трех кластерах.

Первый кластер отождествляют с кремнием высокого качества (99,999 %), пригодным для создания электронных изделий и высоким показателем времени жизни основных носителей заряда.

Наличие в полупроводнике, при определенных условиях, основных и неосновных носителей заряда, характеризует неравновесное состояние. Поскольку такое состояние не характерно для полупроводника, неравновесное состояние сменяется равновесным состоянием, как только исчезает управляющее внешнее воздействие. Длительность перехода к равновесному состоянию определяется временем жизни неосновных носителей заряда. Поскольку концентрация основных носителей заряда при управляющем воздействии меняется незначительно, принято рассматривать время жизни неосновных носителей заряда. Так, например, для дырочной конструкции полупроводника после прекращения управляющей инжекции электронов изменение неравновесной концентрации электронов объясняется наличием разности скоростей рекомбинации и генерации. Скорость смены управления состоянием полупроводника характеризуется рабочей частотой. Понятие о рабочей частоте можно воспроизвести в терминах квантовой теории, где требуется учитывать массу полупроводника, образованную разными пропорциями позитронов и нейтронов.

Второй кластер характеризует полупроводниковый кремний (99,999 %) так называемого солнечного вещества, широко используемого в фотоэлектрических преобразовательных приборах.

Третий кластер представлен так называемым техническим кремнием (98 %), широко используемым в производстве поликристаллического кремния.

Многие свойства полупроводников объясняются особенностями атомарной конструкции, созданной на аксиомах квантовой теории. В основе атомарной концепции находится постулат, согласно которому в Природе существуют только уникальные атомарные конструкции. Изменение физических свойств атомов возможно при условии модификации массы атома. Следуя этим представлениям, подчеркнем важность понятия связи заряда атома с порядковым номером в таблице химических элементов Д.И. Менделеева. Наличие протонов и нейтронов, реализующих сложный процесс взаимного превращения и определяющих массу атома, способствует расширению понятия о строении атома, о модификации массы, об изотопе химического элемента.

Изменение изотопного состава образца вещества модифицирует физические свойства объекта [5]. В целом, для большинства атомов химических элементов изменение изотопного состава мало влияет на химические свойства, лишь отчасти модифицируя физически параметры. Однако, для типичных полупроводниковых объектов – атомов кремния и германия, эти представления можно признать неполными. Переход к нанотехнологиям, затрагивающим физические эффекты на малых атомарных расстояниях, сформировал представление о важности учета изотопного состава образов полупроводникового материала.

Чистые полупроводники являются объектом, главным образом, теоретического интереса. Основные исследования полупроводников связаны с созданием сложных атомарных конструкций,

обеспечивающих, как минимум, высокое быстродействие. Создание сложных атомарных конструкций базируется на теоретических расчетах и натурных исследованиях лабораторных образцов. Надо признать, что на практике это большие затраты. Польза этих исследований часто невелика, поскольку трудно изначально разработать генеральный план создания полупроводника с заданными свойствами. Хорошо известно, что чистые полупроводниковые материалы, такие как германий и кремний, содержат при комнатной температуре небольшое количество электронно-дырочных пар и поэтому способны поддерживать небольшие токовые нагрузки. Для увеличения проводимости чистых материалов используется процесс легирования.

Другое направление современных исследований физики полупроводников базируется на квантовой теории, рассматривающей атомарную конструкцию. Известно, что масса атома формируется позитрон-нейтронной парой. Изменение количества нейтронов в структуре атома позиционируется новой атомарной конструкцией – изотопом. Для любого химического элемента известного в настоящее время обнаружен уникальный набор изотопов. Кремний и германий, как полупроводниковые материалы, не исключение. Современная практика создания технологического сырья для полупроводниковых изделий дополняется новыми физическими понятиями. В частности, существенного влияния изотопного состава полупроводника на технические показатели изделий микроэлектроники.

В настоящее время известно, что серия методов исследования – ядерный магнитный резонанс, построение сечений рассеивания нейтронов и спектра ядерных состояний убедительно свидетельствует об отсутствии явных признаков изменения физических и химических свойств атомарных конструкций большинства атомов. Однако, для некоторых полупроводниковых атомарных конструкций эти представления не соответствуют действительности. В атомарных конструкциях полупроводников, где учитывается изотопный состав материала, проявляются важные физические эффекты. В самом общем понимании физики наблюдаемого явления превалирует мнение о наличии «скрытых» атомарных процессов.

Такие изотопические процессы наиболее отчетливо проявляются в типичных полупроводниковых структурах германия и кремния. Интерес к детальному изучению физики изотопических процессов обосновывается необходимостью создания надежных образцов микроэлектроники.

В качестве базового тезиса, поясняющего существо наблюдаемого изотопического явления, рассматривается отчетливо наблюдаемый в эксперименте феномен: увеличение теплопроводности полупроводниковой структуры, созданной на основе определенного изотопа. Высокая степень теплопроводности полупроводникового материала позволяет создавать изделия микроэлектроники, способные работать на высокой тактовой частоте, и, следовательно, обладать способностью реализовывать большее количество вычислительных процедур.

В исследовании изотопических явлений традиционно оперируют базовыми понятиями физики. Так, при описании динамики смены состояний полупроводниковой кристаллической структуры используют терминологию акустики. Это оказывается полезным при формировании кинетической модели распределения фононов, сопоставляемых с дискретным тепловым потоком. Впервые проблема зависимости фононной теплопроводности от средней массы атома, с учетом изотопного состава, рассматривалась в середине двадцатого столетия в работах А.Ф. Иоффе [5]. Наблюдаемый феномен происходит благодаря уникальному строению кристалла атома полупроводника и определенной массовой доли нейтронов. Сочетание массовой доли реального атома и нейтронной добавки порождает эффект фононного резонанса, способствующего увеличению теплопроводности. Изотопический эффект отчетливо проявляется у атомов кристаллов германия и кремния. Это оказывается полезным при создании аппаратных полупроводниковых изделий микроэлектроники, работающих на высоких частотах.

Рассмотрим типичный набор полупроводниковых структур, основу которых составляют изотопы. Часть из них является природными, а другая часть получена искусственно. Время жизни изотопов оценивается периодом полураспада. Согласно кантовой теории некоторые изотопы имеют очень большой период полураспада. Это так называемые стабильные изотопы [5]. Другие изотопы обнаруживают изменения массы атома за определенное время.

Типичный перечень изотопов кремния представлен в таблице 1.

ТАБЛИЦА 1. Набор изотопов кремния

Символ	Количество протонов (p)	Количество нейтронов (n)	Масса изотопа (а.е.м.)	Период полураспада
^{28}Si	14	14	27,976	**стабилен**
^{29}Si	14	15	28,976	**стабилен**
^{30}Si	14	16	29,973	**стабилен**
^{31}Si	14	17	30,975	157,3 мин
^{32}Si	14	18	31,974	170,0 лет
^{33}Si	14	19	32,978	6,18 с
^{34}Si	14	20	33,978	2,77 с
^{35}Si	14	21	34,982	780 мс

На практике широко используются полупроводниковые материалы на основе кремния, созданные с участие изотопа ^{28}Si. Именно такая структура кристалла кремния, с контролируемым энергетическим спектром, позволяет создавать современные микроэлектронные изделия.

Альтернативой атому кремния, для микроэлектроники, является атом германия, который часто рассматривается в качестве дублера (таблица 2).

ТАБЛИЦА 2. Набор изотопов атома германия

Символ	Количество протонов (p)	Количество нейтронов (n)	Масса изотопа (а.е.м.)	Период полураспада
^{69}Ge	32	37	68,927	39,05 ч
^{70} Ge	32	38	69,924	**стабилен**
^{71} Ge	32	39	70,9249	11,41 суток
^{72} Ge	32	40	71,92207	**стабилен**
^{73} Ge	32	41	72,92345	**стабилен**
^{74} Ge	32	42	73,92117	**стабилен**
^{75} Ge	32	43	74,9228	82,78 мин
^{76} Ge	32	44	75,9214	**1,58·10^{21} лет**

Наличие современных информационных технологий, позволяющих создавать компьютерные модели на основе разных семантических ресурсов, понятий и определений позволяет средствами математики проводить построение математической модели [4]. Математическая модель рабочей полупроводниковой структуры, воспроизводимая с учетом постулатов квантовой теории и зонной теории проводимости, создается на основе фрактала:

$$X(t) = (R + r)\mathrm{Cos}(t) - r\mathrm{Cos}\left(\frac{R + r}{r}t\right)$$
$$Y(t) = (R + r)\mathrm{Sin}(t) - r\mathrm{Sin}(\frac{R + r}{r}t) \quad (1)$$

Фрактал позиционирует диссипативную систему, отождествляемой с образом полупроводниковой структуры, с учетом установленных параметров развертки событий.

Дробный показатель, как первичный признак фрактального образа, конструируемого, например, в декартовой системе, позволяет использовать типичные компьютерные вычислительные среды. Выберем в качестве вычислительной среды EXCEL. Относительная простота написания макросов позволяет воспроизвести вариативные фрактальные образы.

Выбор функционала проведем на группе соотносимых объектов, например, окружностей. Типичным функционалом, реализующим сложную плоскую кривую, является уравнение эпициклоиды, где базовыми объектами являются две окружности с радиусами R и r. Эпициклоида позиционируется плоской кривой, образуемой фиксированной точкой окружности, катящейся по внешней стороне другой окружности без скольжения.

Создадим графический образ для изотопа ^{28}Si. Воспользуемся данными таблицы 1 и выражения (1). Предположим, что $R = p$ и $r = n$, тогда $R = p = 14$, $r = n = 12$, при $t = (0,2\ \pi)$ (рисунок 1).

Согласно сведениям натурных исследований, такая структура атома кремния воспроизводит показатель теплопроводности на 24 % больше, чем при иных сочетаниях протонов и нейтронов в атомарной конструкции кремния [6].

Резюмируя многочисленные научные материалы по теме высокой теплопроводности полупроводниковой структуры, созданной на основе кремния ^{28}Si, примем фрактальный образ за основу. Для образа введем показатель:

$$\Omega = \frac{P}{n} = 1{,}0 \quad (2)$$

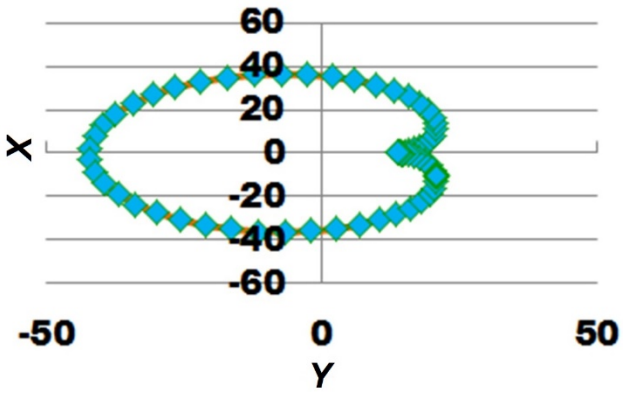


Рис. 1. Фрактальный образ атома кремния ^{28}Si, Ω = 1.0

Формально такая атомарная конструкция отождествляется с естественной природной конструкцией атома кремния. В качестве суждения по этому тезису следует указать, что в прошлом, когда изотопному составу полупроводника не уделялось должного внимания, в производстве и технологии создания средств микроэлектроники это представлялось обычным совпадением оптимальных условий физической реализации материального объекта. Однако стремление улучшить проводимость полупроводника методом легирования способствовало актуализации натурных исследований, а затем теоретического осмысления рабочих процессов полупроводниковой структуры в разных, в энергетическом смысле, атомарных конструкциях. Долгий и затратный механизм создания новых полупроводниковых структур на основе натурных исследований дополнился теоретическими положениями [2, 3]. На практике решение этой проблемы можно рассматривать на основе квантовой теории атома, реализуемой средствами моделирования атомарных конструкций [1], в том числе и сложных атомарных конструкций, получаемых методом легирования. В этом смысле, высокая скорость получения результатов посредством компьютерного моделирования, позволяет сокра-

тить финансовые и временные затраты и, одновременно с этим, указать направление высоко перспективных разработок полупроводниковых структур [3]. Выделяя этот тезис, воспроизведем серию фрактальных образов на основе атома кремния.

По аналогии создадим графический образ для изотопа ^{29}Si. Полагая p = 14, n = 15 представим образ на рисунке 2.

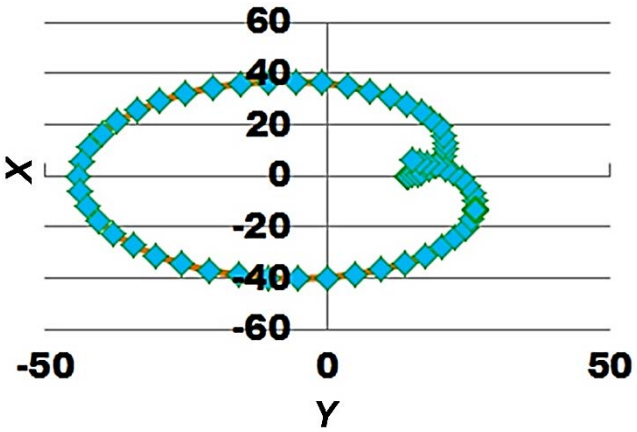


Рис. 2. Фрактальный образ атома кремния ^{29}Si, Ω = 0,93

Исполнив необходимые расчеты, создадим образ ^{30}Si (рисунок 3).

Отмечаем, что изменение изотопного состава кремния ухудшает теплопроводность. Это следует из анализа серии графических образов атомов кремния. По мере добавления в композицию атомов новых изотопов происходит искажение базового образа (рисунок 1). Акцентируя внимание на модификации исходного образа, можем констатировать возможность получения количественных показателей фрактального набора. Представленная процедура создания структуры полупроводника, на основе нескольких изотопов кремния, демонстрирует утрату высокого показателя теплопроводности (Ω → 0). Это суждение реализуется на основе простых вычислений, реализуемых выражением (1).

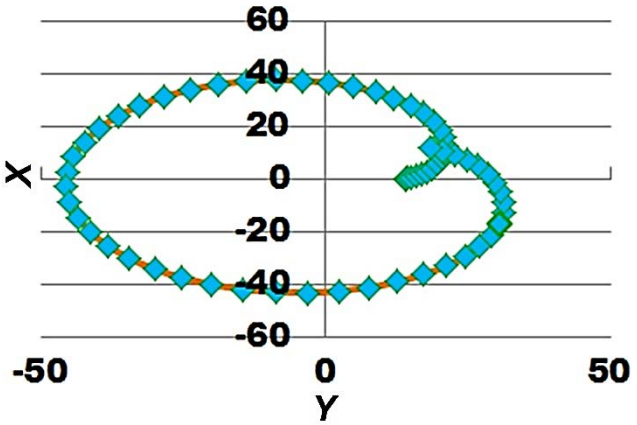


Рис. 3. Фрактальный образ атома кремния ^{30}Si, Ω = 0,88

Рассмотрим типичную композицию атомов кремния ^{28}Si, ^{29}Si и ^{30}Si (рисунок 4), созданную по технологии легирования (^{28}Si = 0,87, ^{29}Si = 0,008, ^{30}Si = 0,122).

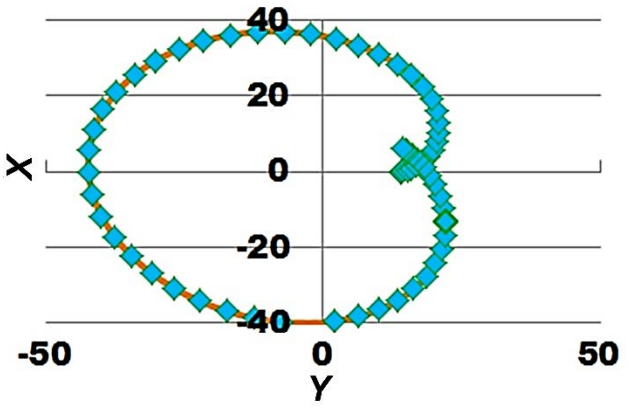


Рис. 4. Фрактальный образ атомов кремния ^{28}Si, ^{29}Si, ^{30}Si, Ω = 0,93

Проведем аналогичные вычисления для структур полупроводников на основе германия. Природный атом германия характеризуется параметрами p = 32, n = 32. (^{64}Ge). Типичный стабильный природный образец изотопа атома (^{70}Ge) германия: p = 32, n = 38. Это атомарная конструкция создана на основе стабильного изотопа германия с наименьшим количеством нейтронов. Образ изотопа атома ^{70}Ge представлен на рисунке 5.

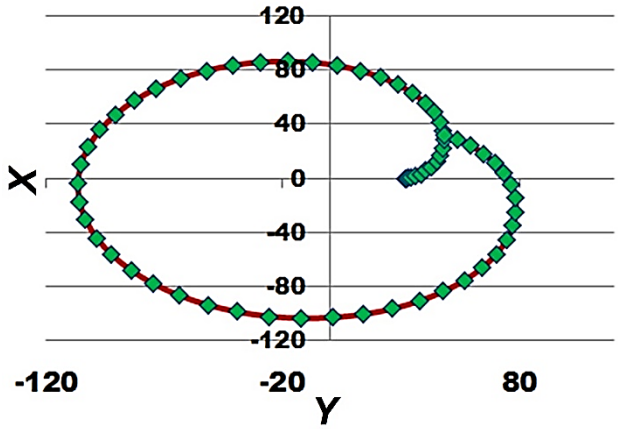


Рис. 5. Фрактальный образ атома германия ^{70}Ge, Ω = 0,8421

Теплопроводность германия-70 (^{70}Ge) в несколько раз выше, чем у германия природного изотопного состава.

Фрактальный образ для изотопа ^{72}Ge представлен на рисунке 6, а для изотопа ^{73}Ge на рисунке 7. Композиционный образ полупроводника созданного на основе технологии легирования (^{70}Ge, ^{72}Ge, ^{73}Ge) представлен на рисунке 8.

Продолжим создание типичного набора фрактальных образов на основе изотопов германия и проведем сравнение с изотопным набором атомов кремния.

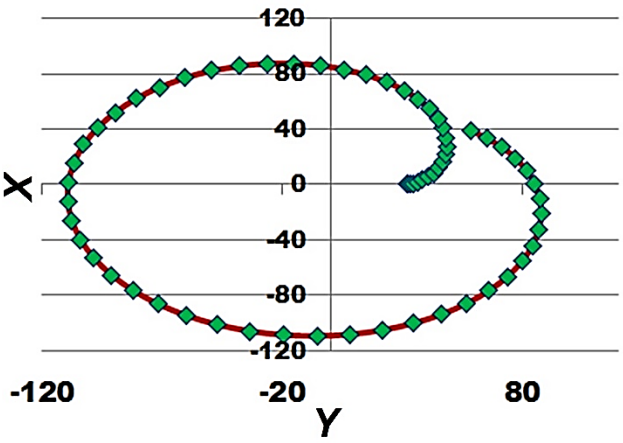


Рис. 6. Фрактальный образ атома германия ^{72}Ge, Ω = 0,8

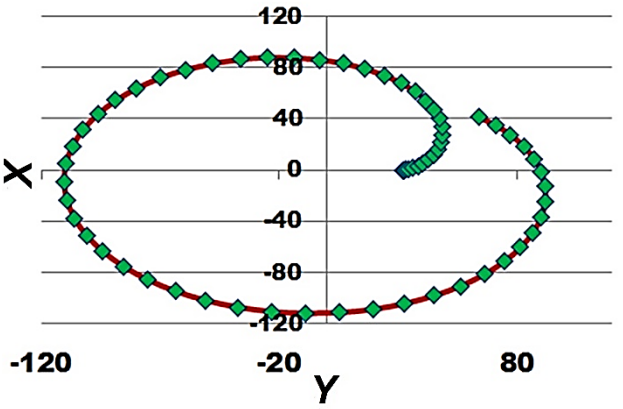


Рис. 7. Фрактальный образ атома германия ^{73}Ge, Ω = 0,7804

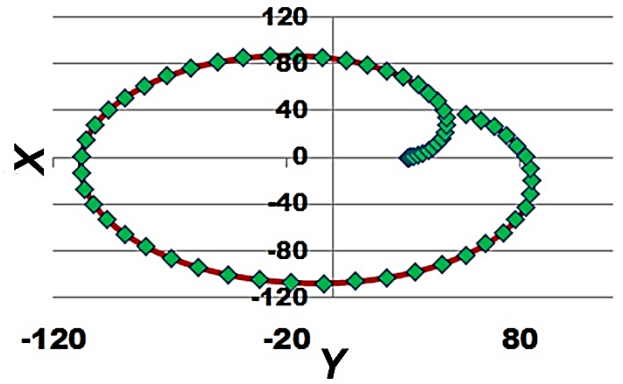


Рис. 8. Фрактальный образ атомов германия ^{70}Ge, ^{72}Ge, ^{73}Ge, Ω = 0,8067

Представленные результаты в формате графических образов, созданных на основе функционала (1), свидетельствуют о подобии полупроводниковых структур германия и кремния. Наряду с этим использование базовой фрактальной модели позиционирования атомов полупроводниковых структур убедительно свидетельствует о возможности проведения широкого списка исследовательских задач. В качестве иллюстрации созданных представлений создадим таблицу сводных результатов (таблица 3).

ТАБЛИЦА 3. Сводные данные результатов расчета

№	Итерации анализа	Показатель теплопроводности Ω
Кремний		
1.	^{28}Si	1
2.	^{29}Si	0,931
3.	^{30}Si	0,881
4.	Si (28 + 29 + 30)	0,933
Германий		
1.	^{70}Ge	0,842
2.	^{72}Ge	0,8
3.	^{73}Ge	0,780
4.	Ge (70 + 72 + 73)	0,806

Представленные данные оформим графически – в виде треков для разных атомов изотопов.

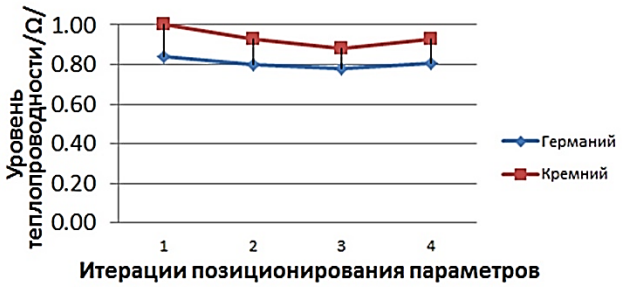


Рис. 9. Треки изменения теплопроводности для разных изотопов германия и кремния

Представленные результаты свидетельствуют о важности рассмотрения вопросов теплопроводности полупроводников с учетом изотопного состава материала. Данное суждение основывается на существовании многочисленных результатов натурных исследований, исполненных в рамках представлений о диссипативной системе атомарной конструкции полупроводника.

Заключение

Стремление создать совершенную элементную основу в микроэлектронике по современным представлениям достижимо, но требует проведения натурных исследований, которые всегда сопряжены с большими затратами. Принимая этот тезис за основу, и понимая важность натурных исследований, актуализируется задача предсказания свойств полупроводникового материала на основе имеющихся физических данных. Априорные сведения о полупроводниковой структуре можно получить посредством моделирования, например, на основе фрактальной модели. Предложенный формальный процесс построения модели и реализм получаемых априорных результатов о свойствах полупроводниковой структуры, на серии подобных исследований полупроводников убедительно демонстрирует общий тезис об адекватности модели.

Предложенная модель построения фрактального образа полупроводника хорошо согласуется с имеющимися физическими понятиями об изменениях свойств полупроводников при легировании. Развивая эти представления, можно создать достаточно сложные аддитивные композиции полупроводниковых структур, естественно, обладающих нелинейными показателями, в частности, показателем теплопроводности. Наличие такой модели, как инструмента познания и конструирования полупроводниковых структур, способствует развитию технологий производства сложных изделий микроэлектроники.

Список используемых источников

1. Макаров Л.М. Алгоритм позиционирования атомов химических элементов // EUROPEAN RESEARCH: INNOVATION IN SCIENCE, EDUCATION AND TECHNOLOGY. Collection of scientific articles XXXIX International scientific and practical conference. 2018. С. 9–16.

2. Макаров Л.М. Априорные знания об атомах химических элементов // Проблемы современной науки и образования. 2018. № 5 (125). С. 6–15.

3. Макаров Л.М., Поздняков А.В. Формализм позиционирования стабильных изотопов // Проблемы современной науки и образования. 2018. № 6 (126). С. 119–124.

4. Макаров Л.М., Протасеня С.В. Оценка трафика телекоммуникационной сети в условиях высокой неопределенности обнаружения семантических признаков // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 4. С. 70–78.

5. Мартинсон Л.К., Смирнов Е.В. Квантовая физика. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 528 с.

6. Гусев А.В., Гавва В.А., Козырев Е.А. Выращивание монокристаллов стабильных изотопов кремния // Перспективные материалы. 2010. № 8. С. 366–369.

* * *

THE FRACTAL SIMULATION IMAGE OF ATOM OF SILICON IN MICROELECTRONICS

L. Makarov[1], S. Protasenya[1]

[1]The Bonch-Bruevich State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info
Article in Russian

For citation: Makarov L., Protasenya S. The Fractal Simulation Image of Atom of Silicon in Microelectronics // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 2. PP. 91–98.

Abstract: *The questions of synthesis of fractal model considering features of technology of creation of semiconductor structures on the basis of stable isotopes of silicon are considered. The general principle of aprioristic creation of the semiconductor materials capable to realize a high rate of heat conductivity for products of the microelectronics operated at high frequencies is established. The components of the general concept of synthesis of new samples of products of microelectronics showing the prospects of computer modeling of fractal images of atomic designs of semiconductors are presented.*

Keywords: *simulation, microelectronics, fractal image, isotope, semiconductors*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АЛЬ-ОДХАРИ Абдулвахаб Хуссейн — аспирант кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, abdwru2011@yandex.ru

АНДРЕЕВ Владимир Александрович — доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки Российской Федерации, Президент Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, andreev@psati.ru

АНДРЕЕВА Елена Ивановна — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры фотоники и линий связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, AndreevaElenaFils@gmail.com

БАБАЕВ Никита Вадимович — инженер научно-образовательного центра «Беспроводные инфотелекоммуникационные сети» Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, n.babaev2016@yandex.ru

БУРДИН Антон Владимирович — доктор технических наук, доцент, помощник ректора по инновациям, профессор кафедры линий связи и измерений в технике связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, bourdine@yandex.ru; bourdine-av@psuti.ru

БУРДИН Владимир Александрович — доктор технических наук, профессор, проректор по науке и инновациям Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, burdin@psati.ru

БЫЛИНА Мария Сергеевна — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры фотоники и линий связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, BylinaMaria@mail.ru

ВОЛОШИНОВ Денис Вячеславович — доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и компьютерного дизайна Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, denis.voloshinov@yandex.ru

ВОРОБЬЕВ Олег Владимирович — кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, vorobiev@bk.ru

ГЛАГОЛЕВ Сергей Федорович — кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой фотоники и линий связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, GlagolevSF@yandex.ru

ДВОРНИКОВ Сергей Викторович — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиосвязи Военной академии связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного, practicdsv@yandex.ru

МАКАРЕНКО Сергей Иванович — кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального директора по научной работе ООО «Корпорация «Интел групп», mak-serg@yandex.ru

МАКАРОВ Леонид Михайлович — кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры конструирования и производства радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, elfbio@gmail.com

ПРАСОЛОВ Александр Александрович старший преподаватель кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, prasolov.alex@gmail.com

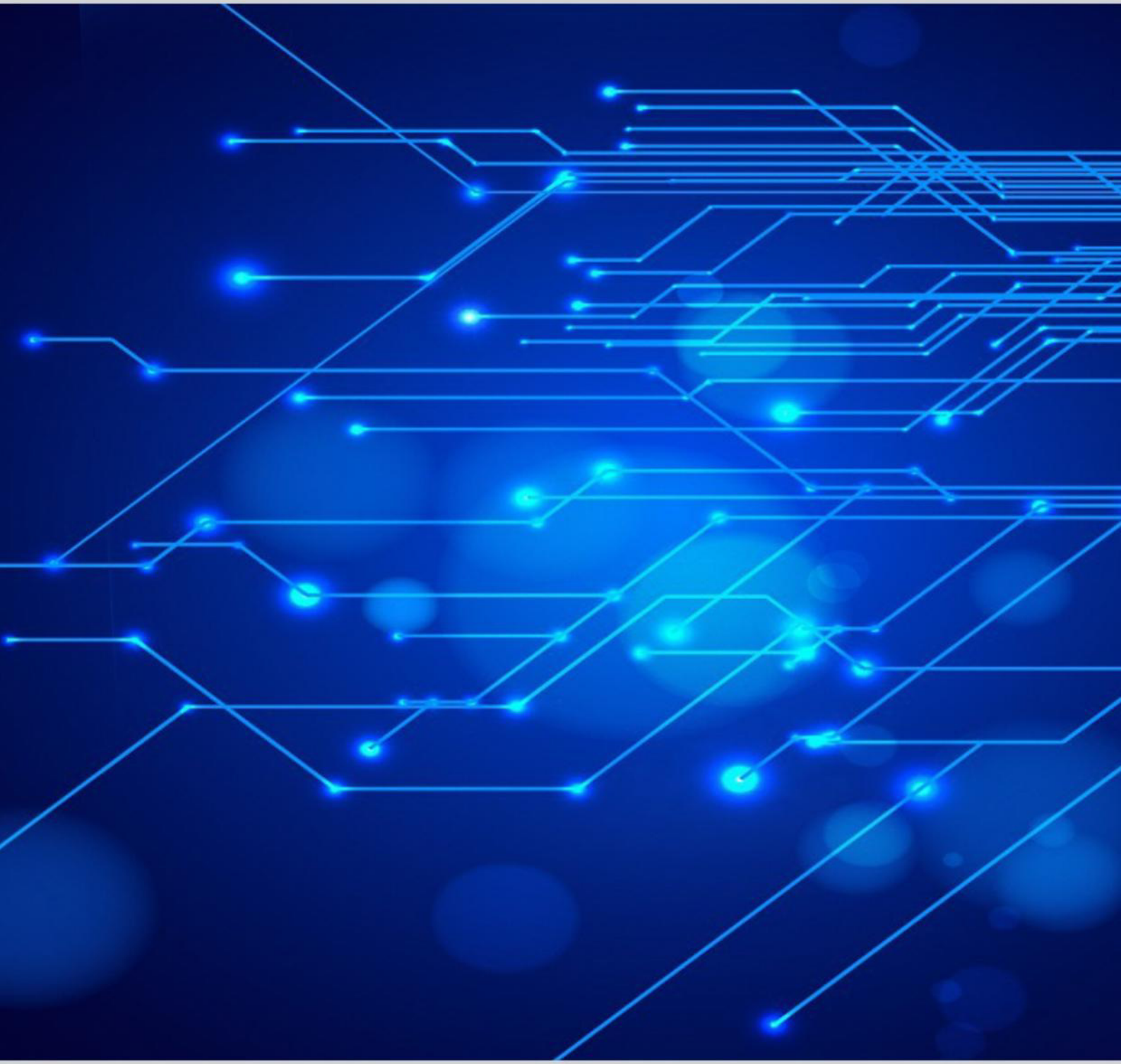
ПРОТАСЕНЯ Сергей Витальевич кандидат технических наук, доцент кафедры конструирования и производства радиоэлектронных средств Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, saitvodabur@yandex.ru

СИМОНИНА Ольга Александровна кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, olga.simonina@spbgut.ru

ЧАЙМАРДАНОВ Павел Александрович аспирант кафедры фотоники и линий связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, pchai@yandex.ru

ФОКИН Григорий Алексеевич кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, grihafokin@gmail.com

Учредитель и издатель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича"
E-mail: tuzs@spbgut.ru Web: tuzs.sut.ru VK: vk.com/spbtuzs



ISSN: 1813-324X
Подписной индекс по каталогу "Межрегионального агентства подписки" – 35664