

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ИСТОЧНИКА РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНО- ДАЛЬНОМЕРНЫМ И УГЛОМЕРНЫМ МЕТОДАМИ. ЧАСТЬ 2. 2D-МОДЕЛИРОВАНИЕ

Г.А. Фокин^{1*} , В.О. Лазарев¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

*Адрес для переписки: grihafokin@gmail.com

Информация о статье

УДК 621.396.969.181.23

Статья поступила в редакцию 17.10.2019

Ссылка для цитирования: Фокин Г.А., Лазарев В.О. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 2. 2D-моделирование // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 65–78. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-65-78

Аннотация: В настоящей работе представлено развитие обобщенной математической модели оценки пределов точности позиционирования, исследованной в части 1, при определении местоположения источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами для частных сценариев на плоскости. Результатом настоящего исследования являются реализованные 2D-модели, которые являются удобным инструментом установления пределов точности позиционирования и могут быть использованы для практического обоснования топологий размещения станций в современных и перспективных радиосетях для решения задач радиосвязи, радиолокации и радионавигации, в том числе для установления и ведения связи средствами адаптивного диаграммообразования. На примере частных сценариев с тремя радиостанциями показано, что для задач позиционирования соседних устройств в условиях их сверхплотного распределения на плоскости при кооперации минимально необходимого числа измерителей предпочтительным оказывается угломерный метод позиционирования.

Ключевые слова: круговое вероятное отклонение, позиционирование, разностно-дальномерный метод, угломерный метод.

1. ВВЕДЕНИЕ

Задачи позиционирования источника радиоизлучения (ИРИ) востребованы в различных практических приложениях определения местоположения (ОМП) и предъявляют различные требования к точности. Так, например, для сетевого позиционирования абонентских станций в системах мобильной связи и сетях радиодоступа может быть достаточно точности в десятки метров, в то время как для задач автономных подвижных роботизированных комплексов и интеллектуальных транспортных систем предъявляются гораздо более высокие требования к точности позиционирования [1].

Исследуемая задача позиционирования ИРИ в терминах теории радиолокации относится к области многопозиционных систем пассивной радиолокации (МПСПР) [2]. ОМП в МПСПР осуществляется на основе первичных измерений на пространственно-разнесенных пунктах приема (ПП), или сенсорах времени прихода, направления прихода или доплер-

овских сдвигов сигналов, излучаемых ИРИ. Наиболее распространенными пассивными первичными измерениями являются гиперболические, или разностно-дальномерные и угломерные.

Применительно к перспективным системам мобильной связи и сетям радиодоступа задача позиционирования ИРИ на плоскости и в пространстве может рассматриваться как необходимая предварительная процедура для установления и ведения связи средствами адаптивного диаграммообразования. Тенденция организации радиосвязи с направленной передачей и приемом в пространстве объясняется использованием перспективными системами и сетями радиодоступа более высокочастотного диапазона, что позволяет увеличить количество антенн в портативных абонентских станциях и использовать диаграммообразование с формированием луча на основе предварительного определения местоположения [3]. Для максимизации пространственного уплотнения одновремен-

ных передач абонентских станций, являющихся ИРИ, и минимизации влияния на соседние радиостанции, луч диаграммы направленности антенны должен быть образован достаточно узким. Точность направления луча диаграммы направленности передатчика на приемник и луча диаграммы направленности приемника на передатчик определяется точностью предварительного позиционирования соседних радиостанций [4].

В качестве методов позиционирования в системе мобильной связи LTE наибольшее распространение получили разностно-дальномерный [5, 6] и угломерный [7, 8] методы ОМП. Оба метода решают поставленную задачу при наличии прямой видимости (LOS, *от англ.*, Line of Sight) между ИРИ и ПП [9], однако в условиях отсутствия прямой видимости (NLOS, *от англ.*, Non Line of Sight) точность ОМП резко ухудшается [10]. Повышение точности позиционирования ИРИ в условиях отсутствия прямой видимости возможно за счет избыточной топологии стационарных, а также посредством подвижного ПП [11], например, на борту беспилотного летательного аппарата [12].

Задачей работы является развитие известных методов ОМП в МПСР применительно к перспективным системам мобильной связи и сетям радиодоступа в части исследования и разработки математической и имитационной моделей оценки точности позиционирования ИРИ для частных случаев на плоскости. Актуальность настоящего исследования определяется современной тенденцией организации радиосвязи с диаграммообразованием на плоскости и в пространстве, в том числе в сверхплотных сетях пятого поколения, где позиционирование является предварительной процедурой установления и ведения направленной радиосвязи для максимизации пространственного уплотнения одновременных передач. Представленные далее модели и методы основаны на полученных в исследовании [13] выражениях.

Работа является продолжением исследования [13], в котором была разработана и обобщена математическая модель и выполнена предварительная оценка пределов точности позиционирования ИРИ разностно-дальномерным (РДМ) и/или угломерным методом (УМ) на плоскости. Целью настоящей работы является развитие исследования [13] для частных сценариев на плоскости, а также анализ частных сценариев оценки точности позиционирования ИРИ для РДМ и/или УМ на плоскости.

В разделе 2 через теорию МПСР вводятся понятия первичных измерений и пространственных оценок координат (ПОК), иллюстрируется влияние погрешности первичных измерений на ПОК, также проиллюстрирована метрика кругового вероятного отклонения КВО (СЕР, *от англ.*, Circular Error Probability), которая далее служит основой оценки точности позиционирования для частных случаев на

плоскости. В разделах 3 и 4 производится оценка точности позиционирования ИРИ для частных случаев на плоскости с использованием РДМ и УМ, соответственно; при выводе выражений используются полученные в [13] результаты обобщенной модели оценки точности позиционирования. В разделе 5 сформулированы выводы и направления дальнейших исследований по оценке точности позиционирования в пространстве.

2. ПЕРВИЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ

В теории МПСР задачу позиционирования принято решать в два этапа [2]: на первом этапе оценивают параметры принятых от ИРИ сигналов, т. е. первичные измерения, связанные с каждым ПП/сенсором (дальность, пеленг) или парой пунктов (разность дальностей); на втором этапе по этим первичным измерениям находятся пространственные оценки координат ИРИ, что представляет собой статистическую задачу. Если совокупность первичных измерений во всех пунктах приема МПСР однозначно определяет точку в пространстве, координаты этой точки и принимают в качестве оценки координат ИРИ. На практике число измеряемых параметров сигналов во всех пунктах приема МПСР часто превышает число неизвестных координат ИРИ, т. е. имеются избыточные измерения. Также вследствие погрешности первичных измерений получается неопределенность в оценке координат ИРИ (так называемые площадки вероятного местоположения), поэтому возникает дополнительная статистическая задача оценки ПОК.

На рисунках 1а, 1б представлен пример влияния погрешности первичных измерений разности расстояний Δd для РДМ на точность оценки местоположения ИРИ для двух первичных измерений двумя сенсорами при их движении по вертикальной линии, откуда видно, что при пересечении гипербол на плоскости образуются площадки вероятного местоположения, размер которых увеличивается с увеличением ошибки Δd .

На рисунках 1в, 1г представлен пример влияния погрешности первичных измерений угла прихода сигнала $\Delta \varphi$ для УМ на точность ОМП ИРИ для двух первичных измерений одним сенсором при его движении по окружности вокруг ИРИ, откуда видно, что при пересечении секторов на плоскости образуются площадки вероятного местоположения, размер которых увеличивается с увеличением ошибки $\Delta \varphi$. Эллипс ошибок нижней границы Крамера – Рао для ПОК увеличивается с увеличением площадки вероятного местоположения, а вытянутость эллипса по некоторой оси визуализирует более высокую дисперсию оценок по этой оси по сравнению с другой осью. Для разрешения ста-

статистической неопределенности ПОК ИРИ используют, как правило, метод максимума правдоподобия в предположении нормального распределения ошибок первичных измерений параметров сигналов в каждом пункте приема МПСР. Координаты ИРИ в системе координат МПСР связаны с измеряемыми первичными измерениями нелинейными функциональными соотношениями, в виду этого

непосредственное использование метода максимума правдоподобия приводит к необходимости решения систем нелинейных уравнений. Чтобы обойти эту трудность, применяют метод линеаризации нелинейных функциональных соотношений и итеративный метод последовательных приближений [2].

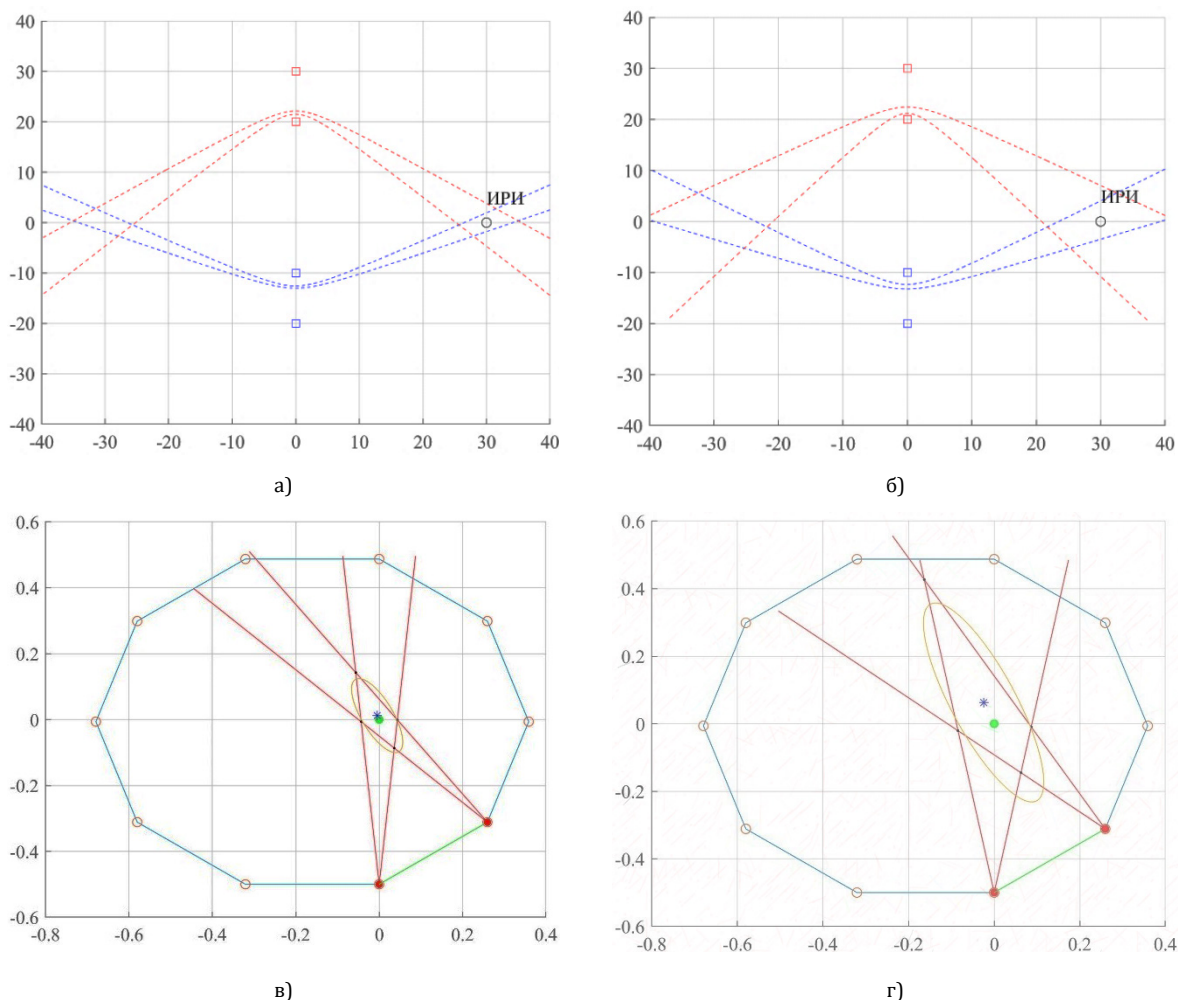


Рис. 1. Пример влияния на оценку местоположения (в км) ошибки первичных измерений разности расстояний для РДМ – 10 %-ая (а) и 20 %-ая погрешность измерения Δd (б), а также угла прихода для УМ – погрешность измерения $\Delta\varphi = 5^\circ$ (в) и $\Delta\varphi = 10^\circ$ (г)

Линеаризация основана на предположении о малости ошибок измерения. Положение ИРИ оценивается относительно опорной точки (ОТ) с известными координатами, которая должна выбираться вблизи истинного положения ИРИ так, чтобы криволинейные поверхности положения, определяемые результатами измерений, можно было в окрестности опорной точки аппроксимировать касательными плоскостями. При этом ошибки измерений приводят лишь к параллельному сдвигу (но не к повороту) плоскостей. Основное достоинство метода линеаризации состоит в том, что он позволяет получить в явном виде оптимальные (например, максимально правдоподобные) ПОК ИРИ и корреляционную матрицу ошибок ПОК.

Метод максимума правдоподобия, линеаризация нелинейных функциональных соотношений и итеративный метод последовательных приближений вместе с обобщенной математической моделью работы алгоритмов и методик позиционирования, а также оценка их потенциальной точности были исследованы в [14]. Целью настоящей работы является продолжение этого исследования с оценкой точности ПОК для частных сценариев позиционирования ИРИ средствами РДМ и УМ по метрике КВО на плоскости.

Для оценки точности позиционирования ИРИ широкое распространение получили две метрики оценки точности ОМП: характеристика вероятного отклонения ОМП и нижняя граница Крамера – Рао.

Проиллюстрируем суть метрики кругового вероятного отклонения (КВО) на примере рисунков 2 и 3. ПОК ИРИ моделируются двумерным вектором из независимых случайных величин (СВ) с нормальным распределением. На рисунке 2 показаны результаты моделирования 10 ПОК с ошибкой, заданной гауссовской СВ с нулевым средним и единичной дисперсией. Радиус окружности ρ зависит от α – вероятности того, что модуль ошибки ПОК окажется меньше ρ . ПОК с небольшой ошибкой могут попасть в окружность радиуса ρ , при этом маленькие значения радиуса ρ соответствуют низкой вероятности α попадания ПОК в заданную окружность; с его увеличением окружность становится больше, и ПОК с большей ошибкой уже могут попасть в заданную окружность.

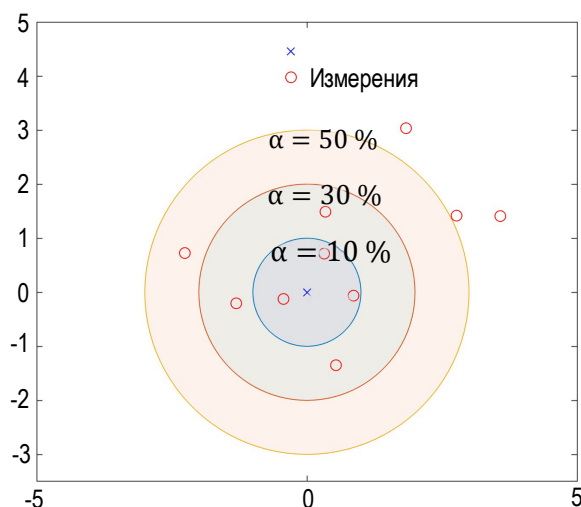


Рис. 2. Оценка характеристики КВО

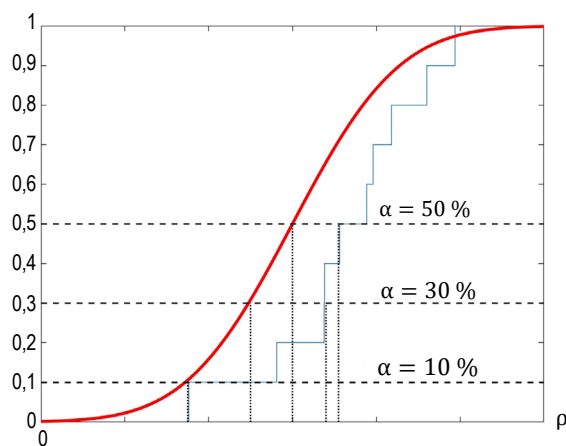


Рис. 3. Интегральная функция распределения отклонения оценки координат

На рисунке 3 показаны дискретная (синим) и непрерывная (красным) интегральные функции распределения ПОК ИРИ, построенные для примера на рисунке 2; функция распределения связывает вероятность отклонения и радиус отклонения ρ : чем ниже вероятность отклонения α , тем меньше радиус отклонения ПОК от истинного местоположения ИРИ, то есть меньше окружность, в которую

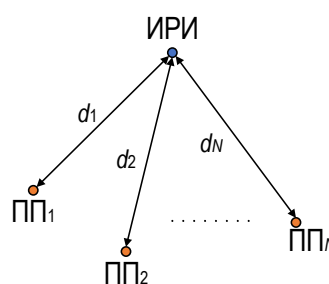
могут попасть измерения ПОК, а в окружность меньшего радиуса может попасть меньше ПОК.

Далее в разделах 3.1 и 4.1 будет исследована математическая модель оценки точности позиционирования РДМ и УМ на основе обобщенной модели, представленной в [14]. Оценка точности позиционирования на плоскости для частных случаев с тремя ПП будет выполнена по метрике КВО в разделах 3.2 и 4.2 для РДМ и УМ соответственно.

3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫМ МЕТОДОМ

3.1. Математическая модель оценки точности позиционирования РДМ

Пусть t_0 – время излучения сигнала ИРИ, а $t_1, t_2, \dots, t_N$ – времена прихода излученного сигнала от ИРИ на N пунктов приема $i = 1, 2, \dots, N$ (рисунок 4).

Рис. 4. ИРИ и N пунктов приема

Обозначим координаты ПП векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$, где $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ – вектор-столбец размерности $n \times 1$. Если скорость распространения сигнала $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, а d_i – расстояние между ИРИ и i -м ПП, время прихода сигнала на последний можно определить следующим выражением:

$$t_i = t_0 + d_i/c + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где ε_i – ошибка измерения времени прихода сигнала.

В векторном виде уравнение можно записать в виде [14]:

$$\mathbf{t} = t_0 \mathbf{1} + \mathbf{d}/c + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (2)$$

где $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец времен прихода сигнала; $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец расстояний между ИРИ и ПП с координатами $\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T, i = 1, 2, \dots, N$; $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец ошибок измерений времен прихода сигналов; $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – единичный вектор-столбец.

Рассмотрим алгоритм РДМ, когда помимо оцениваемого трехмерного вектора $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$ вычисляется время излучения ИРИ (t_0). Тогда выражение (2) представляет частный случай обобщенного выражения (7) из [13], где $\mathbf{r} = \mathbf{t}, \mathbf{f}(\mathbf{x}_t) = t_0 \mathbf{1} + \mathbf{d}/c, \mathbf{n} = \boldsymbol{\varepsilon}$ и $\mathbf{x}_t = [t_0 \ x \ y \ z]^T$. В условиях прямой видимости расстояние d_i , по которому распространяется сигнал от ИРИ до ПП $_i$, определяется выражением $d_i = \|\mathbf{x} - \mathbf{r}_i\|$, где $\|\cdot\|$ – евклидова норма вектора.

Пусть опорная точка в окрестности $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$ истинного местоположения ИРИ определяет вектор

$\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$, тогда расстояние d_{0i} от ПП_i до опорной точки равно $\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_i\|$.

При $\mathbf{x}_{t_0} = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ матрица Якоби для РДМ, согласно (12) из [13], определяется как [14]:

$$\mathbf{G} = [\mathbf{1} \ \mathbf{F}/c], \quad (3)$$

где

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_1)^T / d_{01} \\ \vdots \\ (\mathbf{x}_0 - \mathbf{r}_N)^T / d_{0N} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Каждая строка матрицы $\mathbf{F}$ представляет собой единичный вектор, направленный от ПП_i с координатами $\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ к опорной точке с координатами $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$. В гиперболических системах непосредственная оценка времени излучения сигнала ИРИ t_0 не выполняется. Параметр t_0 исключается из (1) путем измерения разности времен прихода сигналов:

$$t_i - t_{i+1} = (d_i - d_{i+1})/c + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (5)$$

где n_i – ошибка измерений разности времен прихода сигналов. При измерении разности $t_i - t_{i+1}$ ошибки измерений определяются выражением:

$$n_i = \varepsilon_i - \varepsilon_{i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (6)$$

Ошибка измерений n_i имеет нулевое среднее, если следующие друг за другом измерения ε_i и ε_{i+1} имеют одинаковые математические ожидания, даже если они ненулевые. Ненулевое среднее $E[n_i]$ может быть результатом рассинхронизации/раскалибровки ПП. При оценке разности времен прихода сигналов $t_i - t_{i+1}$ посредством кросс-корреляции, выражение (6) может и не соблюдаться. В матричном виде выражение (5) можно представить в виде [14]:

$$\mathbf{H}\mathbf{t} = \mathbf{H}\mathbf{d}/c + \mathbf{n}, \quad (7)$$

где $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{(N-1) \times N}$ – матрица вида:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Если (6) справедливо, тогда справедливо следующее выражение:

$$\mathbf{n} = \mathbf{H}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец ошибок измерений времен прихода сигнала.

Рассмотрим алгоритм РДМ для случая, когда оценивается трехмерный вектор $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$. Тогда выражение (7) представляет собой частный случай обобщенного выражения (7) из [13], где $\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{t}$, $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{H}\mathbf{d}/c$. Согласно выражению (12) из [13] при $\mathbf{x} = [x \ y \ z]^T$ матрица Якоби определяется как:

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}\mathbf{F}/c, \quad (10)$$

где матрица $\mathbf{F}$ определяется согласно (4). Обозначим через $\mathbf{N}_\varepsilon$ ковариационную матрицу ошибок измерений времен прихода сигналов. Если выражение (7) справедливо, тогда матрица ошибок измерений $\mathbf{N}$, определяемая обобщенным выражением (8) из [14], связана с $\mathbf{N}_\varepsilon$ выражением:

$$\mathbf{N} = \mathbf{H}\mathbf{N}_\varepsilon\mathbf{H}^T. \quad (11)$$

Подставив (10) в (17) из [13], получим оценку метода наименьших квадратов для алгоритма РДМ:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + c(\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T\mathbf{N}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T\mathbf{N}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{t} - \mathbf{H}\mathbf{d}_0/c), \quad (12)$$

где $\mathbf{d}_0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – вектор-столбец расстояний от ПП_i, $i = 1, 2, \dots, N$ до опорной точки $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$.

Оценка (12) является несмещенной, если $\mathbf{n}$ является вектором случайных величин с нулевым средним, а также если ошибка линеаризации пренебрежимо мала. Ковариационная матрица оценки, определяемая обобщенным выражением (21) из [13], для алгоритма РДМ имеет вид [14]:

$$\mathbf{P} = c(\mathbf{F}^T\mathbf{H}^T\mathbf{N}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{F})^{-1}. \quad (13)$$

Оценка метода наименьших квадратов для РДМ (12) справедлива для условий прямой видимости между ИРИ и пунктом приема МПСР. В общем случае, алгоритм метода наименьших квадратов требует знания статистик ошибок измерений. Однако при использовании (11), если ковариации ε_i равны нулю, а дисперсии одинаковы и равны σ_ε^2 , оценка (12) оказывается независима от σ_ε^2 .

Равенство дисперсий ошибок измерений ε_i оказывается обоснованным допущением для одинаковых ПП. Обозначим через σ_{ti}^2 дисперсию ошибки ε_i измерения времени прихода сигнала t_i на i -ый ПП, тогда квадрат среднеквадратического отклонения (СКО) ошибки измерения дальности определяется выражением $c^2\sigma_s^2$, где σ_s^2 – средняя дисперсия ошибок времен прихода сигналов [14]:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_{ti}^2. \quad (14)$$

Геометрический фактор снижения точности позиционирования (GDOP, от англ. Geometric Dilution of Precision) определяется как отношение квадратного корня из среднеквадратического отклонения оценки местоположения к квадратному корню из среднеквадратического отклонения ошибки измерения дальности. Для РДМ с алгоритмом несмещенной оценки GDOP равен:

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{trace}[\mathbf{P}]}}{c \cdot \sigma_s}. \quad (15)$$

Параметр GDOP показывает, насколько ошибка измерения дальности, определяемая $c \cdot \sigma_s$, масштабируется геометрическими соотношениями пространственного расположения ИРИ и пункта приема МПСР. Если геометрическое расположение ПП от-

носителем ИРИ таково, что дисперсии времен прихода сигналов примерно одинаковы, то GDOP слабо зависит от $c \cdot \sigma_s$. Для позиционирования на плоскости величина KBO (CER) [14]:

$$\text{CER} \approx (0,75c \cdot \sigma_s) \text{GDOP}. \quad (16)$$

Так как дисперсии времен прихода сигнала σ_t^2 являются преимущественно результатом шума измерений, обоснованным является представление ошибки измерения ε_i в виде суммы значения постоянного смещения и случайной величины шума с нулевым средним и нормальным распределением.

Граница Крамера – Рао для оценки времени прихода сигнала в условиях аддитивного белого гауссовского шума определяется выражением [14]:

$$\sigma_t^2 = [(2E/N_0)\beta_r^2]^{-1}, \quad (17)$$

где E – энергия сигнала ИРИ; $N_0/2$ – двусторонняя спектральная плотность мощности (СПМ) шума, β_r^2 – функция параметров измерительной РДМ системы, в том числе, ширины полосы сигнала.

Если $S(\omega)$ – преобразование Фурье сигнала от ИРИ, тогда:

$$\beta_r^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S(\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}. \quad (18)$$

Если принятый от ИРИ сигнал представляет собой последовательность импульсов, тогда E – это сумма энергий отдельных импульсов. Для радиолокационных сигналов с последовательностью импульсов длительностью T_p , каждый из которых прошел через фильтр с полосой пропускания B , подходящая аппроксимация функции ширины полосы сигнала следует из (18) и определяется как [14]:

$$\beta_r^2 \approx 2B/T_p, \quad BT_p \gg 1. \quad (19)$$

Для сигналов систем радиосвязи с равномерным распределением $S(\omega)$ в полосе B подходящая аппроксимация функции ширины полосы сигнала следует из (18) и определяется выражением [14]:

$$\beta_r^2 \approx \pi^2 B^2 / 3. \quad (20)$$

Далее проанализируем точность РДМ для частного случая трех ПП на плоскости.

3.2. Оценка точности позиционирования РДМ на плоскости для частного случая с тремя пунктами приема

Рассмотрим частный случай позиционирования ИРИ РДМ с тремя ПП на плоскости; оценке подлежит вектор из двух координат $\mathbf{x} = [x \ y]^T$. Плоскостная модель обоснована для случая, когда ИРИ и ПП находятся на поверхности Земли достаточно близко друг к другу настолько, что ее кривизной можно пренебречь. Предполагается, что один из трех ПП является опорным и выполняет сбор измерений времени прихода сигналов от двух других

для вычисления разностей времен прихода и последующей обработки.

Предположим, что ошибки измерений времени прихода сигналов ε_i на ПП_{*i*} являются некоррелированными СВ, тогда ковариационная матрица $\mathbf{N}_\varepsilon$ определяется выражением:

$$\mathbf{N}_\varepsilon = \begin{bmatrix} \sigma_{t1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{t2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{t3}^2 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Матрица $\mathbf{H}$ (8) для случая трех пунктов приема $N = 3$ определяется выражением:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Обозначим через φ_{0i} азимутальное направление прихода сигнала от опорной точки оценки местоположения ИРИ с координатами $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0]^T$ на ПП_{*i*} с координатами $\mathbf{r}_i = [x_i \ y_i]^T$ (рисунок 5):

$$\varphi_{0i} = \tan^{-1} \left(\frac{y_0 - y_i}{x_0 - x_i} \right), \quad i = 1, 2, 3. \quad (23)$$

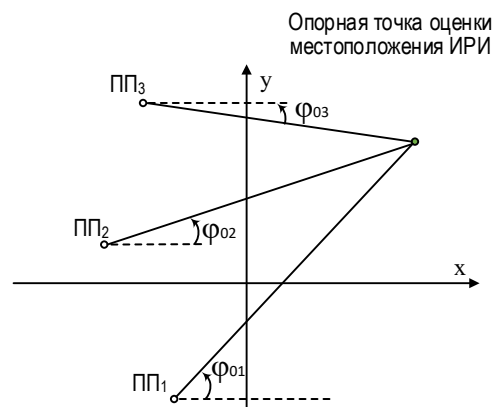


Рис. 5. Определение азимутальных углов прихода для опорной точки и трех пунктов приема

Выражение (4) для случая трех пунктов приема $N = 3$ определяется как:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_{01} & \sin\varphi_{01} \\ \cos\varphi_{02} & \sin\varphi_{02} \\ \cos\varphi_{03} & \sin\varphi_{03} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Ковариационную матрицу $\mathbf{P}$ можно оценить, подставив (11, 21, 22 и 24) в (13). Компоненты матрицы $\mathbf{P}$, согласно (40) из [13], определяются [14]:

$$\sigma_1^2 = \alpha[\sigma_{t1}^2(\sin\varphi_{02} - \sin\varphi_{03})^2 + \sigma_{t2}^2(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{03})^2 + \sigma_{t3}^2(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{02})^2]; \quad (25)$$

$$\sigma_2^2 = \alpha[\sigma_{t1}^2(\cos\varphi_{02} - \cos\varphi_{03})^2 + \sigma_{t2}^2(\cos\varphi_{01} - \cos\varphi_{03})^2 + \sigma_{t3}^2(\cos\varphi_{01} - \cos\varphi_{02})^2]; \quad (26)$$

$$\sigma_{12} = \alpha[\sigma_{t1}^2(\cos\varphi_{03} - \cos\varphi_{02})(\sin\varphi_{02} - \sin\varphi_{03}) + \sigma_{t2}^2(\cos\varphi_{03} - \cos\varphi_{01})(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{03}) + \sigma_{t3}^2(\cos\varphi_{02} - \cos\varphi_{01})(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{02})]. \quad (27)$$

где

$$\alpha = c^2[(\cos\varphi_{01} - \cos\varphi_{02})(\sin\varphi_{02} - \sin\varphi_{03}) - \quad (28)$$

$$-(\cos\varphi_{02} - \cos\varphi_{03})(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{02})]^{-2}.$$

Из (25–28) следует, что при равенстве любых двух углов дисперсии σ_1^2 , σ_2^2 и $\sigma_{12} \rightarrow \infty$: такая ситуация возможна тогда, когда опорная точка оценки местоположения ИРИ находится вдоль линии, соединяющей два ПП.

Оценка по алгоритму метода наименьших квадратов для частного случая РДМ с тремя ПП следует из (12) и определяется:

$$\hat{x} = x_0 + \sqrt{\alpha}[(t_1 - d_{01}/c)(\sin\varphi_{02} - \sin\varphi_{03}) + (t_2 - d_{02}/c)(\sin\varphi_{03} - \sin\varphi_{01})^{-2} + (t_3 - d_{03}/c)(\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{02})]; \quad (29)$$

$$\hat{y} = y_0 + \sqrt{\alpha}[(t_1 - d_{01}/c)(\cos\varphi_{03} - \cos\varphi_{02}) + (t_2 - d_{02}/c)(\cos\varphi_{01} - \cos\varphi_{03}) + (t_3 - d_{03}/c)(\cos\varphi_{02} - \cos\varphi_{01})]. \quad (30)$$

Для оценки расстояния между опорным ПП и ИРИ можно провести ось x через опорный пункт и опорную точку оценки местоположения ИРИ так, чтобы расположение опорного пункта совпадало с началом координат. Если опорная точка оценки местоположения ИРИ достаточно близка к истинному местоположению ИРИ, тогда за расстояние между опорным ПП и ИРИ можно принять оценку $\hat{x}$ в (29), а дисперсию оценки можно аппроксимировать значением σ_1^2 в (25). В противном случае расстояние между опорным пунктом и ИРИ можно оценить как $\sqrt{\hat{x}^2 + \hat{y}^2}$.

Азимут направления прихода сигнала от ИРИ к опорному ПП, отсчитываемый от оси x , определяется выражением:

$$\hat{\varphi} = \tan^{-1}(\hat{y}/\hat{x}). \quad (31)$$

Смещение оценки по алгоритму метода наименьших квадратов для частного случая РДМ с тремя ПП следует из (20) из [13] и определяется выражением [14]:

$$b_1 = \sqrt{\alpha}\{E[\varepsilon_1](\sin\varphi_{02} - \sin\varphi_{03}) + E[\varepsilon_2](\sin\varphi_{03} - \sin\varphi_{01}) + E[\varepsilon_3](\sin\varphi_{01} - \sin\varphi_{02})\}; \quad (32)$$

$$b_2 = \sqrt{\alpha}\{E[\varepsilon_1](\cos\varphi_{03} - \cos\varphi_{02}) + E[\varepsilon_2](\cos\varphi_{01} - \cos\varphi_{03}) + E[\varepsilon_3](\cos\varphi_{02} - \cos\varphi_{01})\}. \quad (33)$$

Ненулевые значения $E[\varepsilon_i]$ являются результатом рассинхронизации/раскалибровки ПП, а также погрешности определения их собственных координат.

Допустим, что вектор $\mathbf{n} = \mathbf{H}\mathbf{e}$ в (9) содержит СВ, распределенные по нормальному закону, тогда выражения (41, 42) из [13] вместе с (25–28) позволяют получить СЕР для рассмотренного частного случая трех ПП в зависимости от углов и дисперсий времен прихода сигналов:

$$\text{СЕР} \approx 0,75\sqrt{\lambda_1 + \lambda_2} = 0,75\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \quad (34)$$

Для фиксированного расположения ПП и ИРИ можно вычислить круговое вероятное отклонение СЕР. При вычислении СЕР пересчет в декартовы координаты осуществляется с использованием (23), а опорная точка предполагаемого расположения предполагается настолько близкой к истинному местоположению ИРИ, что обосновано допущение $d_{0i} = d_i$.

Обозначим через L протяженность линейного расположения трех ПП с координатами $(0, -L/2)$, $(0,0)$, $(0, L/2)$. Допустим, что в (17) достигается нижняя граница, тогда дисперсия равна:

$$\sigma_t^2 = \frac{N_0}{2E\beta_f^2}. \quad (35)$$

Энергию принятого сигнала от ИРИ на ПП _{L} , расположенном на расстоянии $d_{0i} = L$, можно аппроксимировать как E/L^n , где n – показатель потерь пространства радиоволн (РРВ), тогда дисперсия измерений на ПП _{L} :

$$\sigma_{tL}^2 = \sigma_t^2 L^n = \frac{N_0 L^n}{2E\beta_f^2}. \quad (36)$$

Дисперсию измерений на ПП _{i} , расположенном на расстоянии d_{0i} , можно определить через (36) выражением:

$$\sigma_{ti}^2 = \sigma_{tL}^2 (d_{0i}/L)^n, \quad i = 1, 2, 3, \quad (37)$$

где σ_{tL}^2 – нижняя граница σ_{ti}^2 при $d_{0i} = L$.

На рисунке 6 показаны нормированные контуры КВО РДМ при $n = 2$ и 4 для расположения трех пунктов приема в линию и треугольник в точках $(0, -L/2)$, $(-L/2, 0)$, $(0, L/2)$ при $n = 2$ и 4 соответственно. Значения на кривых означают нормированный к L радиус КВО, в окружность которого попадает оценка местоположения ИРИ с вероятностью 50 %. Таким образом, чем больше это значение, тем выше ошибка ОМП. Показатель $n = 2$ соответствует условиям РРВ в свободном пространстве, а показатель $n = 4$ – условиям РРВ в городе/пригороде.

Из сравнения графиков контуров для $n = 2$ и $n = 4$ следует, что чем выше показатель потерь РРВ, тем выше ошибка ОМП по критерию нормированного КВО; для одинаковых значений нормированных отсчетов по оси x/y радиус КВО (чем выше радиус, тем выше отклонение от истинного местоположения) окажется выше в случае $n = 4$ по сравнению с условиями, когда $n = 2$, что и объясняет увеличение ошибки ОМП. Также отличительными особенностями КВО является специфичность контура вдоль пересечения линий, проходящих через два ПП (см. рисунок 5). Это накладывает ограничение на территориальное распределение пунктов приема: отклонение от линейного расположения нежелательно при необходимости широкого охвата зоны МПСПР.

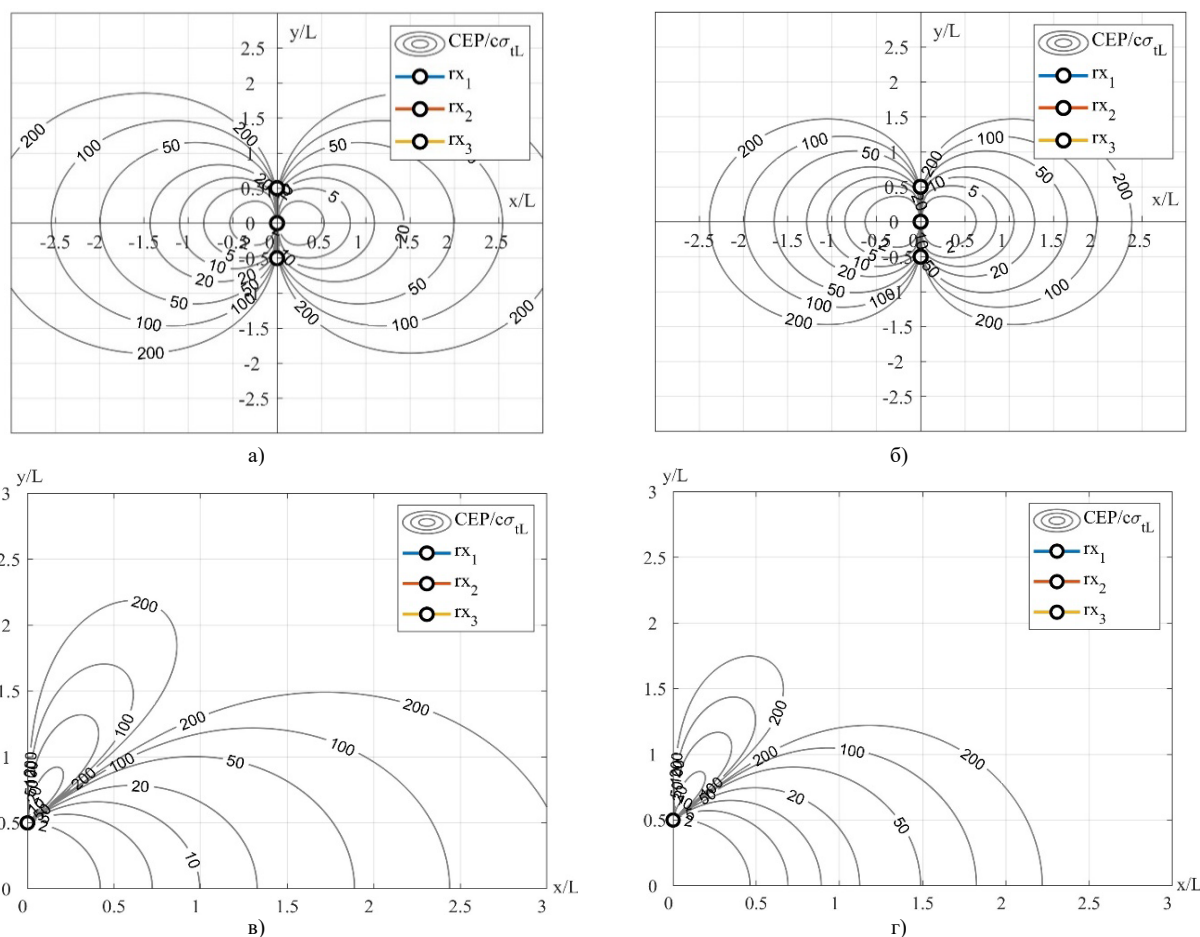


Рис. 6. Нормированный контур КВО РДМ для трех пунктов приема в линию при $n = 2$ (а) и $n = 4$ (б) и в треугольник при $n = 2$ (в) и $n = 4$ (г)

4. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ УГЛОМЕРНЫМ МЕТОДОМ

4.1. Математическая модель оценки точности позиционирования УМ

Отдельные угломерные измерения азимута и угла места на двух и более стационарных пунктах приема МПСР или же по ходу движения подвижного ПП комбинируются для последующей оценки местоположения ИРИ в пространстве. При отсутствии шума измерений линии направления прихода сигнала от ИРИ на двух и более ПП пересекутся в одной точке и обозначат точное местоположение ИРИ. При наличии шума измерений линии направления прихода сигнала от ИРИ на двух и более ПП уже не пересекутся в одной точке (рисунок 7), поэтому для ОМП ИРИ требуется обработка первичных измерений.

Обозначим через θ_i – угол места, а через φ_i – азимут, измеренные на ПП_i относительно линии отсчета в пространстве, линия отсчета при этом параллельна оси x (рисунок 8).

Пусть (x_i, y_i, z_i) – координаты ПП_i, а (x, y, z) – неизвестные координаты ИРИ, тогда при отсутствии ошибок измерений угол места равен:

$$\theta_i = \cos^{-1} \left(\frac{x - x_i}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}} \right), \quad (38)$$

$$0 \leq \theta_i \leq \pi.$$

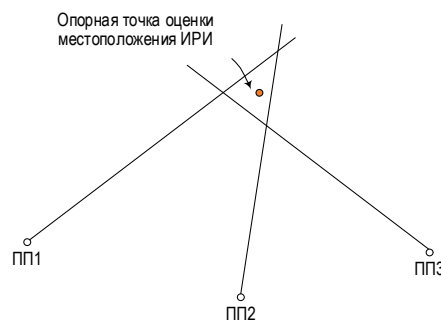


Рис. 7. Линии направлений прихода сигналов на трех пунктах приема

На рисунке 8 азимут φ_i определяется в плоскости ИРИ, перпендикулярной оси z , и отсчитывается против часовой стрелки от линии отсчета, параллельной оси x . Если угол возвышения ψ_i ПП_i относительно ИРИ известен, тогда азимут φ_i может быть вычислен по геометрическому соотношению:

$$\cos \theta_i = \cos \varphi_i \cos \psi_i. \quad (39)$$

Если угол возвышения ψ_i достаточно мал, направление прихода сигнала аппроксимируется азимутом:

$$\varphi_i = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right). \quad (40)$$

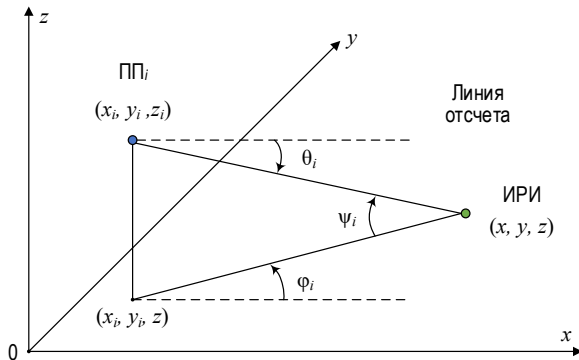


Рис. 8. Определение углов прихода для УМ

В большинстве практических приложений ИРИ находится на поверхности Земли, поэтому координата z предполагается известной. Для оценки координат (x, y) ИРИ на плоскости используются угловые измерения азимута (40). Таким образом, трехмерная задача позиционирования ИРИ в пространстве сводится к двумерному определению местоположения ИРИ на плоскости; при этом предполагается, что ИРИ и пункты приема МПСР лежат в одной плоскости, и направления прихода сигнала определяются только азимутами; решение задачи в такой постановке называется триангуляцией.

Рассмотрим алгоритм УМ, когда вектор координат ИРИ $\mathbf{x} = [x \ y]^T$ оценивается на плоскости. Предполагается, что сигнал от ИРИ на N пунктах приема ПП_{*i*} принимается в условиях прямой видимости. Измеренный угол прихода φ_i от ИРИ ПП_{*i*} определяется по выражению:

$$\varphi_i = f_i(\mathbf{x}) + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (41)$$

где n_i – ошибка измерения угла прихода сигнала на ПП_{*i*}; $f_i(\mathbf{x})$ – нелинейная функция:

$$f_i(\mathbf{x}) = \tan^{-1} \left(\frac{y - y_i}{x - x_i} \right). \quad (42)$$

В векторном виде уравнения (41) можно записать в виде:

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}. \quad (43)$$

Пусть вектор $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0]^T$ определяет опорную точку в окрестности истинного местоположения ИРИ, например, в центре многоугольника, образованного линиями измеренных направлений прихода сигналов. Обозначим через φ_{0i} азимут прихода сигнала от опорной точки оценки местоположения ИРИ до ПП_{*i*}, тогда можно записать следующее выражение:

$$\sin \varphi_{0i} = \frac{y_0 - y_i}{d_{0i}}; \quad \cos \varphi_{0i} = \frac{x_0 - x_i}{d_{0i}}, \quad (44)$$

где $d_{0i} = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2}$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Согласно (12) из [13] при $\mathbf{x}_0 = [x_0 \ y_0]^T$ матрица Якоби для УМ равна [14]:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -(\sin \varphi_{01})/d_{01} & (\cos \varphi_{01})/d_{01} \\ \vdots & \vdots \\ -(\sin \varphi_{0N})/d_{0N} & (\cos \varphi_{0N})/d_{0N} \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Оценка методом наименьших квадратов для алгоритма УМ согласно выражению (17) из [14]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + (\mathbf{G}^T \mathbf{N}^{-1} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{N}^{-1} \boldsymbol{\varphi}_r, \quad (46)$$

где i -ая компонента вектора $\boldsymbol{\varphi}_r$ определяется выражением:

$$\varphi_{ri} = \varphi_i - \varphi_{0i} = \varphi_i - \tan^{-1} \left(\frac{y_0 - y_i}{x_0 - x_i} \right), \quad (47)$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где φ_{ri} – угол между измеренным направлением прихода сигнала φ_i и направлением на опорную точку φ_{0i} (рисунок 9).

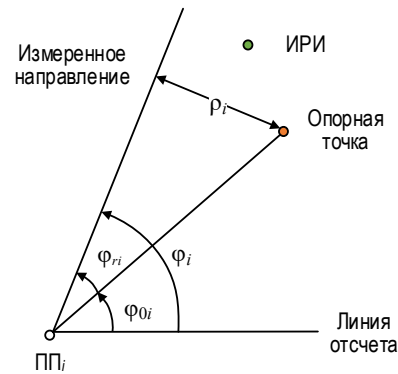


Рис. 9. Угол между измеренным направлением прихода сигнала и направлением на ОТ

Если ошибки измерений угла прихода сигналов на ПП_{*i*} – независимые случайные величины с дисперсиями $\sigma_{\varphi i}^2$, $i = 1, 2, \dots, N$, тогда:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \sigma_{\varphi 1}^2 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \sigma_{\varphi N}^2 \end{bmatrix}. \quad (48)$$

Непосредственное вычисление элементов ковариационной матрицы $\hat{\mathbf{x}}$ в (46) с использованием подстановки (45, 48) в (21) из [13] дает [14]:

$$\sigma_1^2 = E[(\hat{x} - x)^2] = \frac{\mu}{\mu\lambda - v^2}; \quad (49)$$

$$\sigma_2^2 = E[(\hat{y} - y)^2] = \frac{\lambda}{\mu\lambda - v^2}; \quad (50)$$

$$\sigma_{12} = E[(\hat{x} - x)(\hat{y} - y)] = \frac{v}{\mu\lambda - v^2}. \quad (51)$$

где

$$\mu = \sum_{i=1}^N \frac{\cos^2 \varphi_{0i}}{d_{0i}^2 \sigma_{\varphi i}^2}; \quad \lambda = \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2 \varphi_{0i}}{d_{0i}^2 \sigma_{\varphi i}^2}; \quad (52)$$

$$v = \sum_{i=1}^N \frac{\sin \varphi_{0i} \cos \varphi_{0i}}{d_{0i}^2 \sigma_{\varphi i}^2}.$$

Оценка по алгоритму метода наименьших квадратов для УМ, следует из подстановки в (46) формул (45) и (48) и определяется выражениями [14]:

$$\hat{x} = x_0 + \frac{1}{\mu\lambda - \nu^2} \sum_{i=1}^N \varphi_{ri} \frac{(\nu \cos \varphi_{0i} - \mu \sin \varphi_{0i})}{d_{0i} \sigma_{\varphi i}^2}; \quad (53)$$

$$\hat{y} = y_0 + \frac{1}{\mu\lambda - \nu^2} \sum_{i=1}^N \varphi_{ri} \frac{(\lambda \cos \varphi_{0i} - \nu \sin \varphi_{0i})}{d_{0i} \sigma_{\varphi i}^2}. \quad (54)$$

Смещение оценки по алгоритму метода наименьших квадратов для УМ следует из (20) в [13] и, если ошибкой линеаризации можно пренебречь, определяется как [14]:

$$b_1 = \frac{1}{\mu\lambda - \nu^2} \sum_{i=1}^N E[n_i] \frac{(\nu \cos \varphi_{0i} - \mu \sin \varphi_{0i})}{d_{0i} \sigma_{\varphi i}^2}; \quad (55)$$

$$b_2 = \frac{1}{\mu\lambda - \nu^2} \sum_{i=1}^N E[n_i] \frac{(\lambda \cos \varphi_{0i} - \nu \sin \varphi_{0i})}{d_{0i} \sigma_{\varphi i}^2}. \quad (56)$$

Зависимость оценки и смещения от дисперсий $\sigma_{\varphi i}^2$, $i = 1, 2, \dots, N$, исключается в (53–56) тогда, когда дисперсии оказываются одинаковыми. Допущение о равенстве дисперсий $\sigma_{\varphi i}^2$ обоснованно, если измерительные возможности ПП одинаковы.

Обозначим через ρ_i кратчайшее расстояние от опорной точки до линии направления прихода сигнала на ПП_{*i*} (см. рисунок 9). Предположим, что опорная точка достаточно близка к истинному местоположению ИРИ, а ошибки измерения малы, тогда справедливы следующие выражения:

$$\varphi_{ri} \approx \rho_i / d_{0i}; \quad \cos \varphi_{0i} \approx \cos \varphi_i; \quad \sin \varphi_{0i} \approx \sin \varphi_i, \quad (57)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

Подстановка выражений (57) в (52–54) приводит к известному алгоритму оценки Стэнсфилда [15], полученному при допущении о малых ошибках измерений направлений прихода сигнала. Если опорная точка x_0 достаточно близка к истинному местоположению ИРИ x , то алгоритм метода наименьших квадратов оказывается предпочтительнее алгоритма Стэнсфилда, так как последний приводит к большему смещению оценки до тех пор, пока ошибка измерений не становится достаточно малой.

Квадрат среднеквадратического отклонения оценки дальности для систем УМ определяется как среднее от дисперсии произведения $d_{0i} \varphi_{ri}$:

$$\sigma_d^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_{0i}^2 \sigma_{\varphi i}^2. \quad (58)$$

По аналогии с (15), GDOP для несмещенной оценки по алгоритму УМ:

$$\text{GDOP} = \frac{\sqrt{\text{trace}[\mathbf{P}]}}{\sigma_d}. \quad (59)$$

Если расположение ПП относительно ИРИ таково, что дисперсии направлений прихода сигналов одинаковы, то GDOP слабо зависит от σ_d . Для позиционирования на плоскости из (34) и (59) следует выражение:

$$\text{СЕР} \approx (0,75 \sigma_d) \text{GDOP}. \quad (60)$$

Дисперсия направлений прихода сигнала σ_{φ}^2 является преимущественно результатом шума измерений. Для условий аддитивного белого гауссовского шума при достаточно высоком отношении E/N_0 известна аппроксимация σ_{φ}^2 выражением:

$$\sigma_{\varphi}^2 \approx \left(\frac{2E}{N_0} \beta_{\varphi}^2 \right)^{-1}, \quad (61)$$

где β_{φ}^2 – функция параметров измерительной УМ системы.

Для фазового интерферометра дисперсия σ_{φ}^2 может быть представлена выражением [14]:

$$\sigma_{\varphi}^2 \geq \left(\frac{c}{2\pi f_0 d \cos \varphi} \right) \left(\frac{E}{N_0} \right)^{-1}, \quad |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \quad (62)$$

где f_0 – несущая частота сигнала ИРИ; d – максимальное расстояние между антеннами интерферометра; φ – истинное направление на ИРИ.

Далее проанализируем точность УМ для частного случая трех ПП на плоскости.

4.2. Оценка точности позиционирования УМ на плоскости для частного случая с тремя пунктами приема

Рассмотрим частный случай оценки местоположения ИРИ УМ с пятью симметрично расположенными ПП относительно опорной точки (рисунок 10).

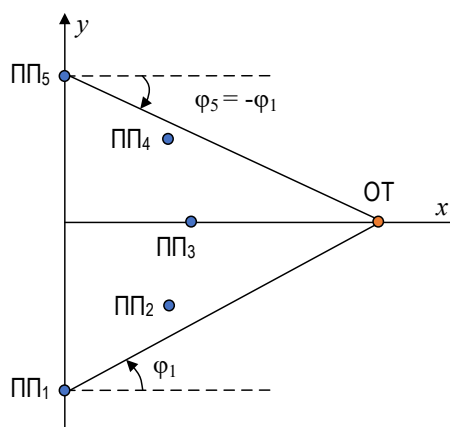


Рис. 10. Определение углов прихода для пяти симметрично расположенных пунктов приема

ПП расположены симметрично относительно опорной точки так, что:

$$\varphi_{0i} = -\varphi_{0(N-i+1)}, \quad d_{0i}^2 \sigma_{\varphi i}^2 = d_{0(N-i+1)}^2 \sigma_{\varphi(N-i+1)}^2, \quad (63)$$

$$i = 0, 1, \dots, [N/2],$$

где $[N/2]$ – округление до ближайшего целого значения к $N/2$ так, что это значение будет не меньше $N/2$. Если N – нечетное, будем далее полагать:

$$\varphi_{0i} = 0, \quad i = [N/2]. \quad (64)$$

Пример на рисунке 10 может иметь место, когда измерения собираются подвижным пунктом приема, например, на борту БПЛА с равномерно распределенными временными интервалами по ходу движения. Подстановка (63) и (64) в (52) приводит к $v = 0$, тогда из (51) следует, что $\sigma_{12} = 0$. Это позволяет сделать вывод о том, что симметричное, но не обязательно линейное распределение ПП (или точек взятия измерений для случая подвижного ПП) относительно опорной точки оценки местоположения ИРИ позволяет получить некоррелированные оценки координат.

Для случая двух пунктов приема $N = 2$ из (49–54) следует:

$$\sigma_1^2 = \frac{d_{01}^2 \sigma_{\varphi 1}^2}{2 \sin^2 \varphi_{01}}, \quad \sigma_2^2 = \frac{d_{01}^2 \sigma_{\varphi 1}^2}{2 \cos^2 \varphi_{01}}; \quad (65)$$

$$\hat{x} = x_0 - \frac{d_{01}}{2 \sin \varphi_{01}} (\varphi_{r1} - \varphi_{r2}), \quad (66)$$

$$\hat{y} = y_0 + \frac{d_{01}}{2 \cos \varphi_{01}} (\varphi_{r1} + \varphi_{r2}).$$

Если опорная точка располагается на пересечении двух направлений прихода сигнала, то $\varphi_{r1} = \varphi_{r2} = 0$ и из рисунка 9 следует, что $(\hat{x}, \hat{y}) = (x_0, y_0)$, и из (58, 59, 65) можно вывести выражение:

$$\text{GDOP} = \sqrt{2} / \sin 2\varphi_{01}. \quad (67)$$

Минимальное значение GDOP в (67), равное $\sqrt{2}$, достигается при $\varphi_{01} = \pi/4$. При $\sigma_{12} = 0$ из (41, 42) в [13], (34) следует:

$$\text{СЕР} = 0,563 \max(\sigma_1, \sigma_2) + 0,614 \min(\sigma_1, \sigma_2). \quad (68)$$

При $N = 3$ дисперсия $\hat{x}$ остается той же, а дисперсия $\hat{y}$ становится [14]:

$$\sigma_2^2 = \left(\frac{2 \cos^2 \varphi_{01}}{d_{01}^2 \sigma_{\varphi 1}^2} + \frac{1}{d_{02}^2 \sigma_{\varphi 2}^2} \right)^{-1}, \quad (69)$$

откуда следует, что добавление дополнительного ПП повышает точность оценки координаты $\hat{y}$ ИРИ. При удалении ИРИ от ПП, угол φ_{01} уменьшается, и, таким образом, повышается отношение σ_1^2 / σ_2^2 .

Если вектор $\mathbf{n}$ в (43) содержит случайные величины, распределенные по нормальному закону, тогда выражения (41, 42) из [13], (34) вместе с (49–52) позволяют получить СЕР для рассмотренного частного случая трех пунктов приема в зависимости от углов прихода сигналов и их дисперсий. Допустив, что опорная точка настолько близка к истинному местоположению ИРИ, что $d_{0i} = d_i$, а угол φ_{0i} равен истинному направлению на ИРИ, геомет-

рическое место точек местоположения ИРИ с постоянным значением СЕР можно вычислить с использованием (44).

Как и для случая РДМ, рассмотрим линейное расположение ПП с координатами $(0, -L/2)$, $(0, 0)$, $(0, L/2)$. Обозначим через $\sigma_{\varphi L}$ значение $\sigma_{\varphi i}$ при $d_{0i} = L$ и $\varphi_{0i} = 0$. Допустим, что в (62) достигается нижняя граница, тогда дисперсия равна:

$$\sigma_{\varphi i}^2 = \frac{\sigma_{\varphi L}^2}{\cos^2 \varphi_{0i}} \left(\frac{d_{0i}}{L} \right), \quad |\varphi_i| < \frac{\pi}{2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (70)$$

где

$$\sigma_{\varphi L}^2 = \frac{c^2 L^n N_0}{(2\pi f_0 d)^2 E}. \quad (71)$$

На рисунке 11 показаны нормированные контуры КВО УМ при $n = 2$ и $n = 4$ для расположения трех ПП в линию и в точках треугольника с координатами $(0, -L/2)$, $(-L/2, 0)$, $(0, L/2)$ соответственно. Анализ графиков на рисунке 11 позволяет сделать следующие выводы: во-первых, контуры КВО УМ похожи на соответствующие контуры КВО РДМ для расположения ПП в линию (см. рисунок 6); во-вторых, при прочих равных условиях значение радиуса КВО для УМ оказывается ниже, чем для РДМ. Также из графиков (см. рисунки 6 и 11) можно сделать вывод о том, что для УМ нелинейное расположение ПП с точки зрения равномерности рабочей зоны охвата оказывает менее пагубное влияние, чем для РДМ.

В целом же, по критерию нормированного показателя КВО можно сделать следующий вывод для частного случая позиционирования на плоскости с использованием трех ПП: чтобы гиперболические (разностно-дальномерные) системы обеспечивали более точное позиционирование ИРИ по сравнению с угломерными, необходимо выполнение следующего условия [14]:

$$q \sigma_{\varphi L} < L \sigma_{\varphi L}, \quad (72)$$

где $q \approx 5$. Подставляя (36, 71) в (72), получим:

$$\sqrt{2} q \pi f_0 d < L \beta_r. \quad (73)$$

Для радиолокационных сигналов подстановка (19) в (73) дает:

$$T_p (q \pi f_0 d)^2 < B L^2. \quad (74)$$

Для сигналов систем радиосвязи подстановка (20) в (73) дает:

$$\sqrt{6} q f_0 d < B L. \quad (75)$$

Анализ выражений (74, 75) позволяет сделать вывод о том, что гиперболические системы предпочтительнее тогда, когда длина набора ПП L возрастает, а ширина полосы сигнала B увеличивается.

Из совместного анализа графиков на рисунках 6 и 11 следует, что при кооперативной обработке измерений от трех радиостанций, организованных в

кулярной их расположению, однако для УМ точность ОМП оказывается несколько выше. При организации радиостанций в треугольник точность УМ также оказывается выше, чем РДМ.

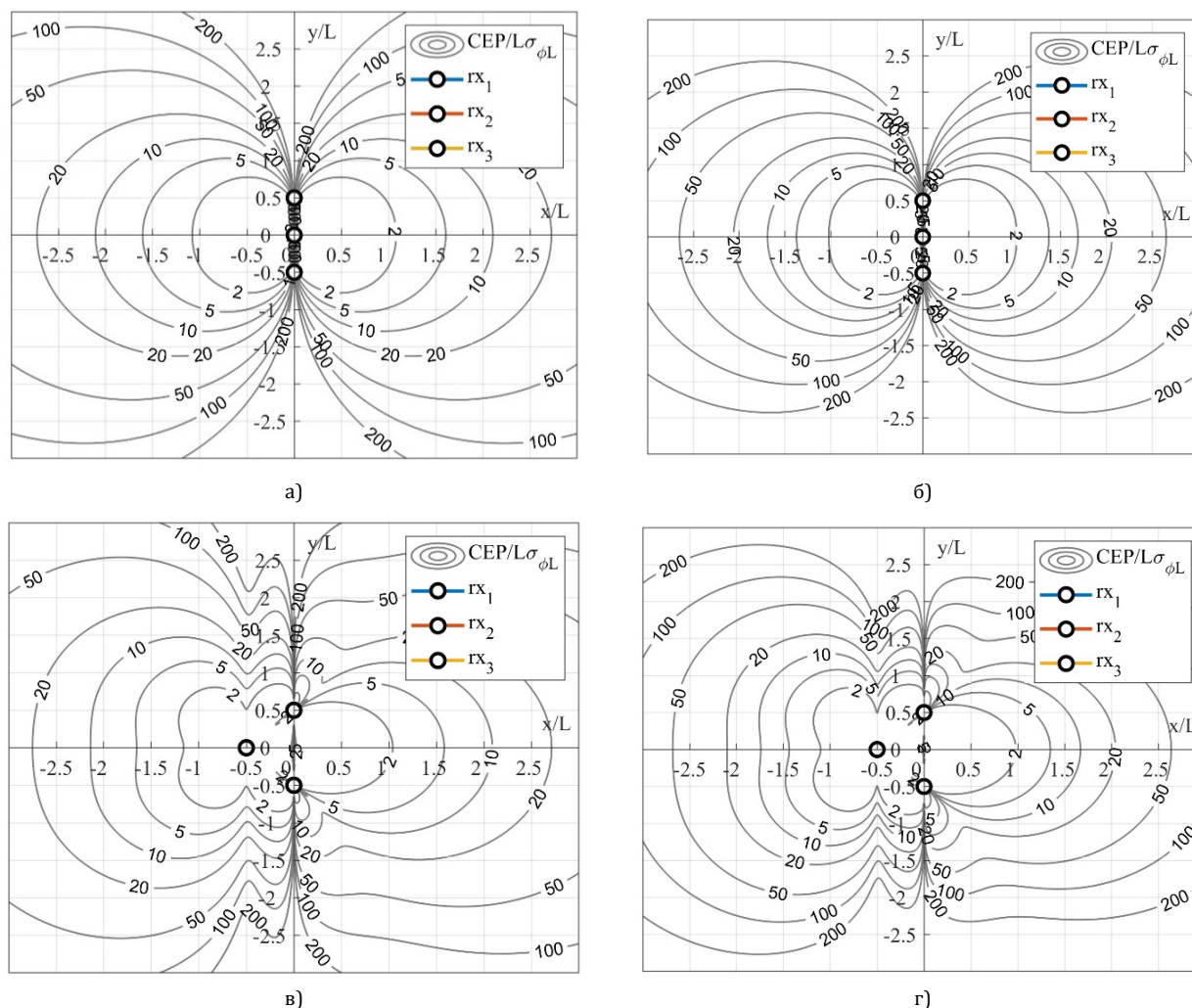


Рис. 11. Нормированный контур кругового вероятного отклонения УМ для трех пунктов приема в линию при $n = 2$ (а) и $n = 4$ (б) и в треугольник при $n = 2$ (в) и $n = 4$ (г)

Для организации радиосвязи с адаптивным диаграммообразованием и максимизации пространственного уплотнения одновременных передач, требуется оценка направления луча диаграммы направленности передатчика на приемник и луча диаграммы направленности приемника на передатчика, что, в свою очередь, определяется точностью предварительного позиционирования соседних радиостанций. В настоящем исследовании численно проанализированы частные сценарии оценки точности позиционирования источников радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами при ко-

Исследование выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации по Гранту Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых № МК-3468.2018.9.

операции трех соседних радиостанций, геометрически организованных на плоскости в линию и треугольник. Полученные контуры кругового вероятного отклонения в нормированных координатах применительно к сценарию сверхплотных радиосетей позволяют сделать вывод о том, что для задач позиционирования соседних ИРИ при кооперации минимально необходимого числа измерителей предпочтительным оказывается угломерный метод позиционирования.

В дальнейшем планируется обобщение полученных результатов математического и имитационного моделирования на случай позиционирования в пространстве.

Список используемых источников

1. Zekavat R., Buehrer R.M. Handbook of Position Location: Theory, Practice, and Advances. Hoboken: John Wiley & Sons, 2019.
2. Черняк В.С., Заславский Л.П., Осипов Л.В. Многопозиционные радиолокационные станции и системы // Зарубежная радиоэлектроника. 1987. № 1. С. 9–69.
3. Фокин Г.А. Управление самоорганизующимися пакетными радиосетями на основе радиостанций с направленными антеннами. Дис. ... канд. техн. наук. СПб: СПбГУТ, 2009.
4. Бабков В.Ю., Фокин Г.А. Оценка вероятности успешного радиоприема в самоорганизующихся пакетных радиосетях на основе радиостанций с направленными антеннами // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. № 4(82). С. 77–84.
5. Киреев А.В., Фокин Г.А. Позиционирование объектов в сетях LTE посредством измерения времени прохождения сигналов // Труды учебных заведений связи. 2016. Т. 2. № 1. С. 68–72.
6. Сиверс М.А., Фокин Г.А., Духовницкий О.Г. Оценка возможностей метода разностно-дальномерного метода позиционирования абонентских станций в системах мобильной связи LTE средствами имитационного моделирования // Информационные технологии моделирования и управления. 2016. Т. 98. № 2. С. 149–160.
7. Киреев А.В., Фокин Г.А. Пеленгация источников радиоизлучения LTE мобильным пунктом радиоконтроля с круговой антенной решеткой // Труды Научно-исследовательского института радио. 2015. № 2. С. 68–71.
8. Киреев А.В., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в сетях LTE с использованием круговой антенной решетки // IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция (Санкт-Петербург, Россия, 3–4 марта 2015). Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании: сборник научных статей в 2 томах. СПб: СПбГУТ, 2015. Т. 1. С. 122–126.
9. Фокин Г.А. Методика идентификации прямой видимости в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 78–82.
10. Фокин Г.А. Имитационное моделирование процесса распространения радиоволн в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 83–89.
11. Фокин Г.А. Комплексная имитационная модель для позиционирования источников радиоизлучения в условиях отсутствия прямой видимости // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 1. С. 85–101. DOI:10.31854/1813-324x-2018-1-85-101
12. Аль-Одхари А.Х., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 5–17. DOI:10.31854/1813-324x-2018-2-5-17
13. Лазарев В.О., Фокин Г.А. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 1 [14] // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 2. С. 88–100. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-2-88-100
14. Torrieri D.J. Statistical Theory of Passive Location Systems // Cox I.J., Wilfong G.T. (eds) Autonomous Robot Vehicles. New York: Springer, 1990. DOI:10.1007/978-1-4613-8997-2_13
15. Stansfield R.G. Statistical theory of d.f. fixing // Journal of the Institution of Electrical Engineers – Part IIIA: Radiocommunication. 1947. Vol. 94. Iss. 15. PP. 762–770. DOI:10.1049/ji-3a-2.1947.0096

* * *

POSITIONING ACCURACY EVALUATION OF RADIO EMISSION SOURCES USING TIME DIFFERENCE OF ARRIVAL AND ANGLE OF ARRIVAL METHODS. PART 2. 2D-SIMULATION

G. Fokin¹ , V. Lazarev¹

¹The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info

The article was received 17th October 2019

For citation: Fokin G., Lazarev V. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 2. 2D-Simulation. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2019;5(4):65–78. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-65-78>

Abstract: This article presents the development of a generalized mathematical model for estimating the limits of positioning accuracy, which was studied in part 1, when determining the radio source location using the difference-range and goniometric methods for particular scenarios on the plane. The results of this study were implemented in 2D models, which is a convenient tool for establishing the positioning accuracy limits and can it be practically used to substantiate the topologies of station placement in modern and advanced radio networks for solving radio communication, radar, and radio navigation problems, including adaptive beamforming for establishing and maintaining communications. Using private scenarios with three radio stations as an example, it is shown that for positioning of neighboring devices under conditions of their ultra dense distribution on the plane during the cooperation of the minimum required receivers number, the goniometer method is preferable.

Keywords: Circular Error Probable, Positioning, Time Difference of Arrival, Angle of Arrival.

References

1. Zekavat R., Buehrer R.M. *Handbook of Position Location: Theory, Practice, and Advances*. Hoboken: John Wiley & Sons; 2019.
2. Chernyak V.S., Zaslavsky L.P., Osipov L.V. *Mnogopozitsionnye radiolokatsionnye stantsii i sistemy* [Multiposition radar Stations and Systems]. *Zarubezhnaia radioelektronika*. 1987;1:9–69. (in Russ.)
3. Fokin G.A. *Upravlenie samoorganizuiushchimisia paketnymi radiosetiami na osnove radiostantsii s napravlennymi antenami* [Control of Self-Organizing Packet Radio Networks Based on Radio Stations with Directional Antennas]. Ph.D. Thesis. St. Petersburg: The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications Publ.; 2009. (in Russ.)
4. Babkov V.Iu., Fokin G.A. *Otsenka veroiatnosti uspeshnogo radiopriema v samoorganizuiushchikhsia paketnykh radio-setiakh na osnove radiostantsii s napravlennymi antennami* [Estimation of the Probability of Successful Radio Reception in Self-Organizing Packet Radio Networks Based on Radio Stations with Directional Antennas]. *St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems*. 2009;4(82):77–84. (in Russ.)
5. Kireev A., Fokin G. Positioning of Objects in LTE Networks by Measuring Signal Time of Arrival. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2016;2(1):68–72. (in Russ.)
6. Sivers M.A., Fokin G.A., Dukhovnitskii O.G. *Otsenka vozmozhnostei metoda raznostno-dalnomernogo metoda pozitsionirovaniia abonentskikh stantsii v sistemakh mobilnoi sviazi LTE sredstvami imitatsionnogo modelirovaniia* [Opportunity Assessment Method Rangedifference Positioning Method of Subscriber Stations in the LTE Mobile Communication Systems by Means of Simulation]. *Informatsionnye tekhnologii modelirovaniia i upravleniia*. 2016; 98(2):149–160. (in Russ.)
7. Kireev A., Fokin G. Radio Direction-Finding of LTE Emissions Using Mobile Spectrum Monitoring Station with Circular Antenna Array. *Trudy NIIR*. 2015;2:68–71. (in Russ.)
8. Kireev A., Fokin G.A. Positioning of Radio-Frequency Source in LTE Networks by Uniform Circular Array. *Proceedings of the IVth International Conference on Infotelecommunications in Science and Education, 3–4 March 2015, St. Petersburg, Russia*. St. Petersburg: The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications Publ., 2015. Vol. 1. p. 122–126. (in Russ.)
9. Fokin G.A. *Metodika identifikatsii priamoi vidimosti v radioliniiakh setei mobilnoi sviazi 4-go pokoleniia s prostranstvennoi obrabotkoi signalov* [The Direct Line of Sight Identification Technique in the Radio Links of the 4th Generation Mobile Communication Networks with Spatial Signal Processing]. *Trudy Nauchno-issledovatel'skogo instituta radio*. 2013;3:78–82. (in Russ.)
10. Fokin G.A. *Imitatsionnoe modelirovanie protsessa rasprostraneniia radiovoln v radioliniiakh setei mobilnoi sviazi 4-go pokoleniia s prostranstvennoi obrabotkoi signalov* [Simulation of the Process of Propagation of Radio Waves in the Radio Links of the 4th Generation Mobile Communication Networks with Spatial Signal Processing]. *Trudy Nauchno-issledovatel'skogo instituta radio*. 2013;3:83–89. (in Russ.)
11. Fokin G. Complex Imitation Model of Radio Emission Sources's Positioning in the Non-Line-of-Sight Conditions. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2018;4(1):85–101. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2018-1-85-101>
12. Al-Odhari A., Fokin G. Positioning of Radio Emission Sources in Hilly Terrain Using Unmanned Aerial Vehicles. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2018;4(2):5–17. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2018-2-5-17>
13. Lazarev V., Fokin G. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 1. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2019;5(2):88–100. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-2-88-100>
14. Torrieri D.J. Statistical Theory of Passive Location Systems. In: Cox I.J., Wilfong G.T. (eds) *Autonomous Robot Vehicles*. New York: Springer; 1990. Available from: https://doi.org/10.1007/978-1-4613-8997-2_13
15. Stansfield R.G. Statistical theory of d.f. fixing. *Journal of the Institution of Electrical Engineers - Part IIIA: Radiocommunication*. 1947;94(15):762–770. Available from: <http://dx.doi.org/10.1049/ji-3a-2.1947.0096>