АППРОКСИМАЦИЯ РЕШЕНИЯ ВНУТРЕННЕЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТОНКОГО ТРУБЧАТОГО ВИБРАТОРА МЕТОДОМ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Д.П. Табаков¹, А.Г. Майоров^{1*} ©

¹Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, 443010, Российская Федерация *Адрес для переписки: andrey.mayorov.92@yandex.ru

Информация о статье УДК 621.396 Статья поступила в редакцию 26.09.2019

Ссылка для цитирования: Табаков Д.П., Майоров А.Г. Аппроксимация решения внутренней электродинамической задачи для тонкого трубчатого вибратора методом собственных функций // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 58–64. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-58-64

Аннотация: В статье рассмотрен метод собственных функций для построения приближенного решения внутренней задачи электродинамики. В работе произведена полиномиальная аппроксимация частотной зависимости собственных значений и собственных функций оператора сингулярного интегрального уравнения вибраторной антенны. Осуществлено сравнение решений внутренней задачи, полученных прямым методом и с помощью двух видов аппроксимации.

Ключевые слова: вибраторная антенна, сингулярное интегральное уравнение, метод коллокаций, собственные значения, аппроксимация, экстраполяция.

Введение

Решение внутренней электродинамической задачи, подразумевающей отыскание функции распределения тока по поверхности излучения, имеет особое значение в теории антенн. Вид этой функции определяет решение внешней электродинамической задачи в любой точке пространства. В строгой постановке решение внутренней задачи сводится к системам сингулярных интегральных уравнений (СИУ) [1]. Решение систем СИУ осуществляется путем их сведения к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом моментов [2]. В рамках данного метода сходимость решения определяется выбором базисных и тестовых функций. В случае, когда базисные и тестовые функции являются собственными функциями интегрального оператора (ИО), необходимость в решении СЛАУ отпадает, так как ее матрица становится диагональной, а элементы диагонали определяются собственными значениями ИО.

Определение собственных значений и собственных функций ИО также является непростой задачей, но если она решена, то появляются по крайней мере три преимущества. Первое заключается в независимости вида собственных функций от частоты, второе – в возможности аппроксимации частотных зависимостей собственных значений, и, соответственно, аппроксимации решения внутренней задачи без решения СЛАУ на конкретной частоте. Третье заключается в отсутствии необходимости решения СЛАУ при изменении функции возбуждения. Также представление решения внутренней задачи в форме разложения в ряд по собственным функциям позволяет лучше понять причины его формирования.

В статье рассматривается применение данного подхода к решению внутренней задачи для наиболее простого излучателя – вибраторной антенны.

Сингулярное интегральное уравнение

Наиболее известной на сегодняшний день является тонкопроволочная модель вибратора, в рамках которой внутренняя задача сводится к интегральному уравнению (ИУ) Поклингтона [3]. Данная модель имеет ряд недостатков, рассмотренных в [1]. Там же предложена более совершенная трубчатая модель вибратора, решение внутренней задачи для которого сводится к СИУ с особенностью типа Коши, записанному относительно производной поверхностной плотности тока. В [4] распределение тока для трубчатой модели вибратора вычисляется с помощью гиперсингулярного ИУ. Геометрия трубчатого вибратора показана на рисунке 1, где: L – длина вибратора; a – радиус трубки; 2b – ширина зазора; p – смещение центра зазора вдоль оси Oz; l – натуральный параметр $l \in [0; L]$.



Рис. 1. Геометрия трубчатого вибратора

СИУ трубчатого вибратора связывает *z*-компоненту неизвестной функции распределения плотности тока $\eta(z)$ с *z*-компонентой распределения стороннего электрического поля $E_z^{(CT)}(z)$. В рамках модели данные функции предполагаются азимутально-независимыми. При этом данное СИУ удобно представить в операторной форме:

$$\mathcal{Z}_m[\overline{Z} \eta(z')] = E_z^{(CT)}(z), \quad z \in [-L/2, L/2], \quad (1)$$

где \overline{Z} (*) – нормированный ИО, осуществляющий линейное преобразование функции без изменения размерности:

$$\bar{Z}(*) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} (*)K(z,z')dz';$$

 $\eta(z')$ – функция распределения плотности электрического тока вдоль поверхности вибратора; K(z, z') – ядро СИУ:

$$K(z,z') = \frac{a i}{4\pi k} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \int_{-\pi}^{\pi} G(z,z',\psi) d\psi;$$

G – функция Грина свободного пространства:

$$G=\frac{e^{-i\,kR}}{R};$$

R – расстояние между точкой источника и точкой наблюдения, располагающихся на поверхности вибратора:

$$R = \sqrt{(z - z')^2 + 4a^2 \sin^2(\psi/2)};$$
 (2)

k – волновое число; *Z_m* – волновой импеданс свободного пространства.

В неявном виде ядро СИУ содержит логарифмическую и гиперсингулярную особенности [5] и может быть записано в виде:

$$K(z,z') = D(z,z') + c_1 \ln|z - z'| + \frac{c_2}{(z - z')^{2'}}$$
(3)

где D(z, z') – ядро, не содержащее особенностей; c_1, c_2 – известные коэффициенты.

В отличие от ИУ Поклингтона [3], классифицируемого как ИУ Фредгольма первого рода [1], решение представленного СИУ корректно и устойчиво при любых отношениях a/λ , где λ – длина волны излучения.

Собственные значения и собственные функции интегрального оператора

Задача на собственные значения и собственные функции в нашем случае может быть записана в виде:

$$\begin{bmatrix} \bar{Z} \ \varphi_k(z') \end{bmatrix} = \xi_k \varphi_k(z), \qquad z \in [-L/2, L/2], \\ k = 1, 2, \dots, \infty,$$
(4)

где $\xi_k - k$ -ое собственное значение интегрального оператора; $\varphi_k(z)$ – соответствующая ему собственная функция.

Учитывая, что $\eta(z) = H_{\phi}(z)$, значения Z_m/ξ_k приобретают смысл поверхностного импеданса для соответствующих собственных функций. Отметим, что оператор \overline{Z} является несамосопряженным вследствие того, что энергия излучения, создаваемая поверхностным током $\eta(z)$, уходит в открытое пространство в виде электромагнитных волн. В результате этого собственные значения и собственные функции задачи (4) являются комплексными. В теории характеристических мод для перехода к вещественным ξ_k и $\varphi_k(z)$ используют иную формулировку задачи [6, 7]. Свойство ортогональности собственных функций выражается в форме:

$$\int_{L} \varphi_n(z) \varphi_k(z) dz = \delta_{n,k},$$
(5)

где δ_{*n,k*} – символ Кронекера.

С учетом этого прямое $K = K^{+1}$ и обратное $K = K^{-1}$ ядра СИУ могут быть представлены в виде:

$$K^{\pm 1}(z, z') = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k^{\pm 1} \varphi_k(z) \varphi_k(z').$$
 (6)

Если функции распределения тока и стороннего поля представлены в виде разложения в ряды по собственным функциям:

$$\eta(z') = \sum_{k=1}^{\infty} \eta_k \varphi_k(z'), \quad E^{(CT)}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon_k \varphi_k(z), \quad (7)$$

то коэффициенты η_k могут быть определены следующим образом:

$$\eta_k = \varepsilon_k \sigma_k / \mathcal{Z}_m, \quad \sigma_k = \xi_k^{-1}. \tag{8}$$

В результате при известных или заранее определенных функциях $\varphi_k(z)$ внутренняя задача может быть решена без использования СЛАУ, а аппроксимация зависимостей $\xi_k = \xi_k(L/\lambda, a/L)$ позволяет осуществлять аппроксимацию решения СИУ (4) с помощью (7, 8).

При численном моделировании необходимо осуществить дискретизацию задачи (4). Наиболее просто и наглядно это осуществляется с помощью метода коллокаций [8], суть которого заключается в разбиении вибратора на короткие сегменты длиной $\Delta_j \ll \lambda$, токовая функция на которых считается постоянной: $\eta(z') = \eta(z_i) = \eta_i$.

Здесь z_j – точки коллокации, расположенные в центрах соответствующих сегментов; j = 1, ..., N – номер сегмента, N – их общее число. В результате получаем задачу на собственные значения и векторы в стандартной формулировке:

$$\widehat{\mathbf{Z}}\boldsymbol{\varphi}_{k} = \xi_{k}\boldsymbol{\varphi}_{k}, \quad k = 1, \dots, N, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{\phi}_k$ – собственные векторы, содержащие значения собственных функций в точках коллокации $z_j; Z_{i,j}$ – элементы матрицы $\hat{\mathbf{Z}}$:

$$Z_{i,j} = \int_{-\frac{\Delta_j}{2}}^{\frac{\Delta_j}{2}} K(z_i, z_j + z') dz', \quad i, j = 1, \dots, N.$$

Значения поверхностной плотности тока $\mathbf{\eta} = \{\eta_1, \eta_2 ... \eta_N\}$ в точках коллокации можно вычислить следующим образом:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathcal{Z}_m \widehat{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}} \, \widehat{\boldsymbol{\xi}}^{-1} \, \widehat{\boldsymbol{\Phi}} \, \boldsymbol{e}, \tag{10}$$

где $\hat{\Phi}$ – матрица; *k*-ая строка которой содержит $\boldsymbol{\varphi}_k$; $\hat{\boldsymbol{\xi}}$ – диагональная матрица, содержащая собственные значения $\boldsymbol{\xi}_k$; **е** – вектор стороннего поля в точках коллокаций.

Аппроксимация собственных функций

Численное моделирование проводилось в диапазонах значений $L/\lambda \equiv x \in (0, 2]$. При этом предполагалось, что $a/\lambda \equiv y = 4 \cdot 10^{-3}$, что позволяет считать трубчатый вибратор достаточно тонким. Волновое сопротивление среды составляло $Z_m =$ 120π Ом (воздух или вакуум), а число точек коллокации - 200. В рамках метода коллокаций вибратор разбивался на сегменты равной длины Δ с расположением точек коллокации в центрах сегментов. Вычисления проводились с использованием чисел двойной точности. При этом были получены массивы для 45-ти собственных чисел и собственных векторов, послужившие основой для проведения аппроксимации решения внутренней задачи. На рисунке 2 представлен вид первых четырех собственных функций $\phi_k(l/L)$, полученных путем интерполяции собственных векторов матрицы **Ž**. При этом для собственных функций на интервале $t = l/L \in [0,1]$ выполняется условие нормировки по мощности:

$$\int_{0}^{\infty} |\varphi_k(t)|^2 dt = 1, \quad k = 1, 2, \dots, \infty.$$
 (11)

Отметим, что собственные функции являются комплексными, причем мнимая часть $\varphi_k(t)$ по максимальной амплитуде примерно в 40 раз мень-ше действительной. Данное соотношение уменьшается с увеличением у. Это позволяет сделать вывод о том, что фаза колебаний собственных функций зависит от координаты l на вибраторе, и максимальная разность фаз нарастает с увеличением y.

1



Рис. 2. Вид первых 4-х собственных функций: а) действительная часть; б) мнимая часть

Анализируя графики (см. рисунок 2), можно предположить, что собственные функции тонкого вибратора в первом приближении допускают достаточно простую тригонометрическую аппроксимацию:

$$\widetilde{\varphi}_k(t) = \sqrt{2} \begin{cases} \cos(\pi(2t-1)k/2), & \text{если } k - \text{нечет.;} \\ -\sin(\pi(2t-1)k/2), & \text{если } k - \text{четн.} \end{cases}$$
 (12)

На рисунке 3 представлены результаты аппроксимации распределения полного тока $I = 2\pi a \eta$ на симметричном вибраторе, полученные при x = 0,5и x = 1,5. Модель возбуждения тока была взята из [1, с. 198]. Для аппроксимации использовалось первое выражение (7), в котором осуществлена замена $\varphi_k \rightarrow \tilde{\varphi}_k$. Решение, показанное сплошными линиями, также получено на основе (7). Графики демонстрируют хорошее визуальное совпадение результатов. Отметим, что при расчете характеристик электрического вибратора в дальней зоне используют приближенное распределение тока [9], для симметричного случая имеющее вид:

$$I(z) = I_0 \frac{\sin(k|L/2 - z|)}{\sin(kL/2)},$$
(13)

где *I*₀ – значение тока в точке питания.

Но это выражение, в отличие от (7), не может быть использовано для вычисления ближних полей и определения входного сопротивления антенны.



Рис. 3. Сравнение решения внутренней задачи с решением для аппроксимированных собственных функций

Аппроксимация собственных значений

Недостатком аппроксимационной формулы является необходимость вычисления на конкретной частоте собственных значений ξ_k , использующихся при вычислении коэффициентов разложения тока по формуле (8):

$$\eta(z') = \sum_{k=1}^{N} \eta_k \widetilde{\varphi}_k(z').$$
(14)

При этом собственные значения для трубчатого вибратора по сути являются функциями двух нормированных переменных:

$$\xi_k = \xi_k(x, y).$$

В [10] произведено исследование данных функций. Там же было показано, что для них целесообразна запись в форме:

$$\xi_k(x, y) = \dot{A}_k(x) \dot{\xi}_k(x, y) + i \, \ddot{A}_k(x) \ddot{\xi}_k(x, y), \quad (15)$$

где $\dot{A}_k(x)$ и $\ddot{A}_k(x)$ – функции, с точностью до множителя определяющие асимптотическое поведение собственных значений при $x \to 0$:

$$\dot{A}_{k}(x) = \begin{pmatrix} x^{2} & k \in 1, 3, \dots \\ x^{4} & k \in 2, 4, \dots \end{pmatrix}, \quad \ddot{A}_{k}(x) \equiv \ddot{A} = \frac{1}{x}; \quad (16)$$

 $\dot{\xi}_k(x,y), \, \ddot{\xi}_k(x,y) - функции, гладкие относительно переменной x, причем:$

$$\dot{\xi}_k(x \to 0, y) \to \alpha_k(y), \ \ddot{\xi}_k(x \to 0, y) \to \beta_k(y), \ (17)$$

где $\alpha_k(y)$, $\beta_k(y)$ – граничные функции. При этом действительная часть ξ_k демонстрирует разное асимптотическое поведение для четных и нечетных значений k, а мнимая часть ξ_k ведет себя асимптотически одинаково с точностью до множителя для всех k. В целом при $x \to 0$ собственные числа становятся чисто мнимыми, что отражается в емкостном характере сопротивления электрического вибратора при малых x [11]. Здесь и далее для нечетных и четных и четных элементов последовательности V_k будем использовать обозначения $V_j^{(o)}$ (k = 2j - 1) и $V_j^{(e)}$ (k = 2j), $k, j = 1, ..., \infty$.

Согласно исследованиям, проведенным в [11], функции $\dot{\xi}_k(x, y)$, $\ddot{\xi}_k(x, y)$ – допускают аппроксимацию полиномами невысокого порядка в относительно широком диапазоне значений аргументов, а зависимость функций $\xi_k(x, y)$ от координаты yменее существенная, чем от координаты x. Поэтому аппроксимация зависимостей $\xi_k(x, y)$ от координаты x при фиксированной геометрии вибратора (y = const) возможна в следующем виде:

$$\zeta_k(x, \ y = \text{const}) \equiv \zeta_k(x) \approx \tilde{\zeta}_k(x) =$$
$$= \sum_{i=1}^{P} \zeta_{k,i} x^{(i-1)}, \ \zeta \equiv \dot{\xi}, \ddot{\xi}.$$
(18)

Таким образом, при $y = \text{const} функциональные зависимости <math>\xi_k(x, y)$ для заданного диапазона значений x можно восстановить из таблиц действительных коэффициентов $\zeta_{k,i}$, число которых определяется формулой $2 \times N \times P$.

Для рассматриваемого вибратора определение коэффициентов $\zeta_{k,i}$ осуществлялось в трех диапазонах: $x \in [0; 0, 5] \cup [0, 5; 1] \cup [1; 1, 5]$. В каждом из них массивы данных для собственных чисел содержали 30 значений, вычисленных с равным шагом по частоте. При вычислении $\zeta_{k,i}$ применялся метод квадратичной интерполяции (P = 3) с оптимальным выбором среднего узла по критерию минимума невязки для всех значений k:

$$\rho = \sum_{j} (\zeta_k(x_j) - \tilde{\zeta}_k(x_j))^2.$$
⁽¹⁹⁾

Таким образом, общее число действительных коэффициентов в каждом из диапазонов составило $6 \times N$. Следующий этап заключался в аппроксимации зависимости коэффициентов $\zeta_{k,i}$ от номера собственного значения k. Эмпирическим путем было установлено, что для данного случая хорошо подходит аппроксимационная формула следующего вида:

$$\zeta_{k,i} \approx \left(\sum_{j=1}^{J_i} \zeta'_{i,j} k^{(j-1)}\right) / k^{\theta_i}, \quad k \ge p_i,$$
 (20)

где p_i , θ_i и J_i – соответственно, нижняя граница применимости аппроксимационной формулы, степенной параметр и число коэффициентов, в общем случае разные для различных $\zeta_{k,i}$.

Объединим данные параметры в один список $\gamma_i: \{p_i, \theta_i, J_i\}$ и будем ассоциировать его со своей

последовательностью $\zeta_{k,i}$ Эти параметры, а также необходимость отдельной аппроксимации для четных и нечетных коэффициентов устанавливается эмпирическим путем. Так, было выявлено, что в раздельной аппроксимации не нуждаются только коэффициенты $\xi_{k,1}$ и $\xi_{k,3}$.

Для остальных коэффициентов по результатам экспериментов получены следующие данные:					
для <i>x</i> ∈ [0; 0,5]:	$\dot{\gamma}_{i=1,2}^{(o)}$: {2,7/3,1},	$\dot{\gamma}_{i=3}^{(o)}$: {2,7/3,2};	$\dot{\gamma}_{i=1,2}^{(e)}$: {2,5/3,2},	$\dot{\gamma}_{i=3}^{(e)}$: {2,5/3,3};	
	$\ddot{\gamma}_{i=1}$: {2,1/3,3},	$\ddot{\gamma}_{i=3}{:}\{2,\!1/4,\!2\};$	$\ddot{\gamma}_{i=2}^{(o)}$: {4,5/3,3},	$\ddot{\gamma}_{i=2}^{(e)}$: {5,5/4,2};	
для <i>x</i> ∈ [0,5; 1]:	$\dot{\gamma}_{i=1,2}^{(o)}$: {2,7/3,2},	$\dot{\gamma}_{i=3}^{(o)}$: {2,7/3,3};	$\dot{\gamma}_{i=1}^{(e)}$: {2,7/3,2},	$\dot{\gamma}^{(e)}_{i=2,3}$: {2,7/3,3};	
	$\ddot{\gamma}_{i=1}$: {2,1/3,3},	$\ddot{\gamma}_{i=3}{:}\{2,\!1/4,\!2\};$	$\ddot{\gamma}_{i=2}^{(o)}$: {4,7/3,3},	$\ddot{\gamma}_{i=2}^{(e)}$: {5,3.1,3};	
для <i>x</i> ∈ [1; 1,5]:	$\dot{\gamma}_{i=1\dots 3}^{(o)}$: {2, 11/3,1}, $\dot{\gamma}_{i=1\dots 2}^{(e)}$: {2, 3,3};				
	$\ddot{\gamma}_{i=1}$: {2, 1/3,3},	ÿ _{i=3} :{6, 1/3	,3}; $\ddot{\gamma}_{i=2}^{(o)}$: {4, 7/	3,3}, $\ddot{\gamma}_{i=2}^{(e)}$: {5, 3,3}.	

Процедура непосредственного вычисления коэффициентов аппроксимации, имеющих индекс і, по дискретному ряду $\zeta_{k,i}$ на практике приводила к проблеме отсутствия их убывания с ростом номера k, что говорит о неустойчивости решения данной задачи. Данная проблема была решена следующим образом. На первом этапе с помощью кубической сплайн-интерполяции осуществлялся переход от дискретного ряда ζ_{k,i} к непрерывной функциональной зависимости $\zeta_i(k)$ с переходом к стандартному интервалу $s \in [-1, 1]$, на котором определялись узлы *s*_k, необходимые для использования квадратурных формул при вычислении коэффициентов разложения по полиномам Чебышева первого рода. Число узлов sk выбиралось равным числу элементов дискретного ряда $\zeta_{k,i}$ по соответствующему индексу. Далее осуществлялся пересчет коэффициентов ряда Чебышева в коэффициенты ряда Тэйлора. При этом ряд Тейлора получался убывающим.

В численном эксперименте было проведено сравнение расчетов распределения тока с помощью непосредственного вычисления коэффициентов в (8), с помощью их аппроксимации по формуле (18), а также с помощью комбинированной аппроксимации, суть которой заключалась в использовании формулы (18) при *k* ≤ 3 и формулы (20) при *k* > 3. Результаты сравнения показали отсутствие визуальных отличий в распределениях тока, полученных различными способами при использовании одинаковых систем собственных функций (исходных либо аппроксимированных), поэтому соответствующие графики в статье не приводятся. Таким образом, использование комбинированного подхода для осуществления аппроксимации внутренней задачи в каждом диапазоне потребовало знания 18 действительных значений коэффициентов разложения (18) и примерно такого же количества действительных значений коэффициентов разложения (20).

Еще одним интересным моментом является оценка экстраполяционных свойств представленных алгоритмов аппроксимации. Соответствующие результаты для несимметричного вибратора показаны на рисунке 4. Как видно из графиков, результат аппроксимации остается вполне приемлемым даже при значениях x, почти в 1,5 раза превышающих верхнюю границу зоны аппроксимации. При этом наибольшие расхождения по амплитуде наблюдаются в окрестности резонанса, наблюдающегося при $x \approx 2$. Если учесть данный факт при выборе средней точки полосы, погрешность аппроксимации можно дополнительно уменьшить.

Заключение

Возможности метода решения внутренней задачи для излучающих и переизлучающих структур продемонстрированы на примере наиболее простой структуры – трубчатого вибратора, которая в этом случае сводится к решению СИУ. Методика аппроксимации внутренней задачи для рассматриваемой структуры предполагает приближение собственных функций интегрального оператора СИУ простыми тригонометрическими функциями, а для приближения зависимости собственных чисел от их номера, частоты излучения, а также от геометрических параметров вибратора, предполагается использование полиномов невысокого порядка.

В результате при фиксированном отношении a/L были разработаны и опробованы два варианта аппроксимации для собственных чисел. Первый вариант предполагал аппроксимацию для каждого собственного числа в некотором диапазоне изменения отношения L/λ . Второй вариант строился на основе первого и основывался на дополнительной аппроксимации зависимостей получаемых коэффициентов от номера собственного числа, что позволяет произвести уменьшение объема информации, необходимого для аппроксимации решения внутренней задачи с заданной точностью.



Рис.4. Экстраполяция решения внутренней задачи при различных значениях x: 1 – непосредственное решение; 2 – аппроксимация по формуле (18); 3 – комбинированная аппроксимация

Результаты численных расчетов и графических построений показали, что в аппроксимируемом диапазоне частот непосредственное и аппроксимированное решение внутренней задачи практически не имеет визуальных отличий. Также предложенные варианты аппроксимации показали хорошие экстраполяционные свойства. Наибольшие отличия при экстраполяции наблюдаются в окрестности резонансных частот, и учет этого факта в дальнейшем можно использовать для минимизации невязки рассматриваемых решений. В дальнейшем планируются обобщить предложенный подход на более сложные излучающие и переизлучающие структуры, разработать новые алгоритмы аппроксимации и внести дополнения в алгоритмы, предложенные в статье.

Список используемых источников

1. Неганов В.А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 450 с.

2. Harrington R.F. Field Computation by Moment Method. Macmillan, New York, 1968. 150 p.

3. Pocklington H.C. Electrical oscillations in wire // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1897. № 9. PP. 324–332.

4. Лифанов И.К., Ненашев А.С. Гиперсингулярные интегральные уравнения и теория проволочных антенн // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. № 1. С.121–137.

63

5. Неганов В.А., Табаков Д.П., Клюев Д.С. Физическая регуляризация некорректных задач теории антенн // Электросвязь. 2011. № 5. С. 35–37.

6. Garbacz R.J. Modal expansions for resonance scattering phenomena // Proceedings of the IEEE. 1965. Vol. 53. Iss. 8. PP. 856–864. DOI:10.1109/PROC.1965.4064

7. Harrington R., Mautz J. Theory of characteristic modes for conducting bodies // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1971. Vol. 19. Iss. 5. PP. 622–628. DOI:10.1109/TAP.1971.1139999

8. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 487 с.

9. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высшая школа. 1988. 432 с.

10. Табаков Д.П., Майоров А.Г. О собственных значениях интегрального оператора сингулярного интегрального уравнения тонкого трубчатого вибратора // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22. № 1. С. 26–31.

11. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн. М.: Радио и связь, 2002. 416 с.

* * *

APPROXIMATION OF CURRENT ON A THIN TUBULAR VIBRATION ANTENNA USING THE EIGENFUNCTION METHOD

D. Tabakov¹, A. Mayorov¹

¹Povolghskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, 443010, Russian Federation

Article info

The article was received 26th September 2019

For citation: Tabakov D., Mayorov A. Approximation of Current on a Thin Tubular Vibration Antenna Using the Eigenfunction Method. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2019;5(4):58–64. (in Russ.) Available from: https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-4-58-64

Abstract: The article considers the method of eigenfunctions for getting the approximated current solution to the internal problem of electrodynamics. The paper considers a polynomial frequency dependence approximation of the eigenvalues and eigenfunctions of the operator for conducting bodies. The current solutions obtained by the straightforward method and with the help of method using the comparison of two approximation types.

Keywords: vibrator antenna, singular integral equation, collocation method, eigenvalues, eigenfunctions, approximation, extrapolation.

References

1. Neganov V.A. *Fizicheskaya regulyarizatsiya nekorrektnykh zadach elektrodinamiki* [Physical Regularization of Incorrect Problems of Electrodynamics]. Moscow: Saynes-Press Publ.; 2008. 450 p. (in Russ.)

2. Harrington R.F. Field Computation by Moment Method. Macmillan, New York, 1968. 150 p.

3. Pocklington H.C. Electrical oscillations in wire. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1897;9:324–332.

4. Lifanov I.K. Hypersingular integral equations and the theory of wire antennas. *Differential equations*. 2005;41(1):121–137. (in Russ.)

5. Neganov V.A., Klyuyev D.S., Tabakov D.P. Fizicheskaya regulyarizatsiya nekorrektnykh zadach teorii antenn [Physical Regularization of Incorrect Problems of Antenna Theory]. *Elektrosvyaz.* 2011;5:35–37. (in Russ.)

6. Garbacz R.J. Modal expansions for resonance scattering phenomena. *Proceedings of the IEEE*. 1965;53(8):856–864. Available from: https://doi.org/10.1109/PROC.1965.4064

7. Harrington R., Mautz J. Theory of characteristic modes for conducting bodiesю *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1971;19(5):622–628. Available from: https://doi.org/10.1109/TAP.1971.1139999

8. *Vychislitelnye metody v elektrodinamike* [Computational Methods in Electrodynamics]. Moscow: Mir Publ., 1977. (in Russ.) 9. Sazonov D.M. *Antenny i ustroystva SVCH: uchebnik dlya radiotekhnicheskikh spetsial'nostey vuzov* [Antennas and micro-

9. Sazonov D.M. Antenny i ustroystva SVCH: uchebnik alya radioteknnicheskikh spetsial hostey vuzov [Antennas and micro wave devices: for radio engineering specialties of universities]. Moscow: Vysshaya shkola Publ.; 1988. 432 p. (in Russ.)

10. Tabakov D.P., Mayorov A.G. Eigenvalues of the integral operator of the singular integral equation for a thin tubular vibrator. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2019;22(1):26–31. (in Russ.)

11. Neganov V.A., Nefedov E.I., Yarovoy G.P. *Elektrodinamicheskiye metody proyektirovaniya ustroystv SVCH i antenn* [Electrodynamic Design Methods of Microwave Devices and Antennas]. Moscow: Radio i svyaz Publ.; 2002. 416 p. (in Russ.)