

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕЙРОННЫХ СТРУКТУР

Л.М. Макаров¹, А.В. Поздняков^{2, 3, 4}, С.В. Протасеня^{1*}, Д.О. Иванов², В.С. Львов²,
С.Н. Львов²

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

²Санкт-Петербургский государственный педиатрический медицинский университет,
Санкт-Петербург, 194100, Российская Федерация

³Северо-Западный государственный медицинский университет им. И.И. Мечникова,
Санкт-Петербург, 191015, Российская Федерация

⁴Российский научный центр радиологии и хирургических технологий им. акад. А.М. Гранова,
Санкт-Петербург, 197758, Российская Федерация

*Адрес для переписки: saivodabur@yandex.ru

Информация о статье

УДК 519.61

Статья поступила в редакцию 26.06.2019

Ссылка для цитирования: Макаров Л.М., Поздняков А.В., Протасеня С.В., Иванов Д.О., Львов В.С., Львов С.Н. Математическое моделирование и численные методы анализа нейронных структур // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 3. С. 98–107. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-3-98-107

Аннотация: В статье представлена математическая модель топологического описания нейронных структур головного мозга человека, описывающая процедуры численного анализа результатов магниторезонансной томографии. Созданная модель обеспечивает возможность построения облачной вычислительной среды, реализующей синтез количественных показателей различия анализируемых фрагментов нейронной ткани, которая создается средствами телекоммуникационного сервиса, способствующего вовлечению в процесс исследования большого количества специалистов в создание набора априорных суждений об эволюции регистрируемых процессов.

Ключевые слова: математическая модель, облачные вычисления, компьютерный анализ, нейронная структура.

Организация и проведение научных исследований в современных условиях повсеместного использования компьютерных технологий основывается на большом материале междисциплинарных знаний. Потенциал знаний современной биофизики в значительной степени обновляется посредством большого количества научных исследований в области классической физики, биохимии, биологии и математики. Математические концепции, описывающие сложные биофизические процессы, формируются в терминах смежных научных дисциплин. Постоянно расширяющееся поле понятий актуализирует проблему создания аналитической среды, где широко представлены технологии интерактивного синтеза суждений, позволяющих формировать прогнозы развития событий в организме человека на основе результатов инструментального исследования.

Инструментальные исследования представляются как процесс создания комплексной аналитиче-

ской среды, и осуществляются на основе вычислительных средств. Типичные решения в этой области формируются по двухуровневой схеме: создание математической модели вычислительного процесса, получение оценок исследуемого процесса и разработка модели сетевого доступа к конфигурационному вычислительному ресурсу. Второй уровень в современной терминологии соотносят с облачными вычислениями, реализуемыми для большого количества пользователей. «Публичное» облако позволяет средствами современных инфотелекоммуникаций обеспечить масштабные работы по анализу результатов перспективных медико-биологических исследований. В таком понимании телекоммуникационные средства и технологии представляются важнейшей составляющей в процессе познания особенностей развития нейронных структур.

Одним из перспективных методов научных исследований нейронных структур является магниторезонансная томография (МРТ). Разработка математических моделей интерпретации результатов

исследования посредством компьютерных технологий рассматривается в качестве первоочередной задачи, решение которой в будущем обеспечит построение системы облачных вычислений.

Создавая технические системы исследования живого организма, постоянно обновляется аксиоматический базис, способствующий формированию новых воззрений на эволюцию живой материи. Так, например, успехи в квантовой теории строения атома запустили обширный механизм исследований в области ядерного магнитного резонанса (ЯМР), которые с течением времени воспроизвели серию медицинских МРТ, значительно дополнив представления о нейронной сети, в частности структур головного мозга (СГМ) [1].

Расширяя эти представления, укажем, что компьютерный топологический анализ фреймов МРТ, создаваемых техническими средствами обработки сигналов ЯМР, представляется хорошо известной процедурой формирования профессиональных суждений о функциональном состоянии нейронной ткани СГМ. Значительное укрепление профессиональных суждений о состоянии СГМ является актуальной задачей, решение которой целесообразно вести в терминах и понятиях вычислительной компьютерной геометрии, где, оперируя понятиями точки, линии, многоугольника и поверхности, синтезируется искомое суждение о топологии нейронной структуры с набором количественных показателей.

Следует признать, что основные понятия и определения вычислительной геометрии составляют основу квантовой физики, широко оперирующей понятиями точечного объекта в нелинейном пространстве.

Проникновение сугубо теоретических квантовых постулатов в медицинскую практику создало основы развития квантовой биофизики. В этом эволюционном процессе витального развития биофизики отчетливо просматривается строгая линия взаимной связи материальных явлений, прослеживаемых от простейшей молекулы до сложной организации целостного организма. Размеры типичных молекулярных соединений, которые чрезвычайно широко распространены в структуре живых организмов, составляют 10^{-15} м. Атомарно-молекулярные конструкции биологической ткани разных видов обладают сложным строением и многообразием функциональных правил организации гомеостазиса.

Развивая общие представления о гомеостазисе, акцентируем внимание на энергетике отдельной клетки и клеточных кластеров. Эта тематическая линия исследований функционального состояния организма постоянно пополняется новыми представлениями, формируемыми на основе современных инструментальных исследований [2].

Отмечено, что в основе процессов изменения энергетического потенциала молекулы, по аналогии с атомарной конструкцией, находится процедура изменения электронной конфигурации, образующей периферическую часть молекулы. Изменение электронной конфигурации молекулы характеризуется переходным процессом – возбуждением, при котором изменяется кривая зависимости электронной энергии от расстояния между ядрами атомов [3]. При заданной электронной конфигурации атомы молекулы могут совершать колебательное движение относительно друг друга и вращаться относительно общего центра инерции. Полную энергию какого-либо стационарного состояния молекулы можно представить в виде аддитивного набора:

$$W = W_e + W_y + W_r, \quad (1)$$

где W_e – энергия, обусловленная электронной конфигурацией; W_y – энергия колебательного движения; W_r – энергия вращательного движения.

Используя уравнения квантовой механики, установлено, что не только при изменении электронной конфигурации, но и при изменении энергии колебательного и вращательного движений энергия указанных видов движения характеризуется дискретными значениями [4].

Следуя этим представлениям, в системе, представленной из N частиц (атомов, молекул), количество частиц с энергией E_i определяется соотношением Л. Больцмана [5]:

$$n_i = A(\omega_i) \exp\left(-\left(\frac{E_i}{kT}\right)\right), \quad (2)$$

где ω_i – статистический вес (число возможных состояний частицы с энергией E_i); T – температура; постоянная A находится из условия, что сумма n_i по всем возможным значениям i равна заданному полному числу частиц N в системе (условие нормировки): $\sum_i n_i = N$; $A = 1/N$; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

На начальном этапе развития статистических представлений о распределении энергии внутри системы оценка энергетического состояния рассматривалась исключительно для наблюдаемой материальной системы, обладающей множеством частиц. Эта оценка создавалась в рамках классической статистики, которая в последующем стала основой для формулировки постулатов квантовой статистики. Расширяя представления о физических основах процессов Природы, квантовая статистика привела к открытию распределений Бозе – Эйнштейна для частиц с целым спином и распределений Ферми – Дирака для частиц с полуцелым спином [6].

Теоретические положения квантовой физики, рассматривающие состояние сложной системы, представленной набором химических элементов, воспроизвели основные принципы создания технической системы, реализующей ЯМР. Наличие ин-

струментального средства исследования на основе ЯМР позволило использовать эффект резонансного радиочастотного поглощения электромагнитной энергии различными веществами с ненулевым магнитным моментом ядер, помещенных во внешнее постоянное магнитное поле. Типичными представителями таких веществ являются ядра химических элементов: 1H , 2H , ^{13}C , ^{14}N , ^{15}N .

Методология проведения исследований на основе ЯМР формируется на физических представлениях о том, что, создавая стационарное магнитное поле B_0 и дополняя этот физический фактор радиочастотным полем B_1 , реализуется энергетическое воздействие на молекулярный кластер.

Типичный биологический объект можно охарактеризовать жидким кристаллом, представленным водной средой. Вода – это прежде всего водород и протонные кластеры, которые под действием внешнего электромагнитного поля разворачиваются по направлению силовых линий поля. Ориентация магнитных диполей по силовым линиям поля является вынужденной, а потому возникает явление прецессии, которая в квантовой физике определяется как Ларморова частота. При включении источника излучения радиоволн (РЧ1), магнитные моменты протонных образований начинают вращаться по часовой стрелке. Аналитическая система томографа фиксирует состояние магнитного резонанса.

Для веществ, у которых ядерный спин составляет полуцелое значение, а это в первую очередь водород, входящий в состав воды, наблюдается энергетическая смена состояний атомарной конструкции. В поле B_0 для атомарной молекулярной конструкции оказываются возможны только два состояния – невозбужденное (E_0) и возбужденное (E_1). Именно этот эффект порождает смену ориентации магнитного дипольного момента у ядер атома водорода (рисунок 1).

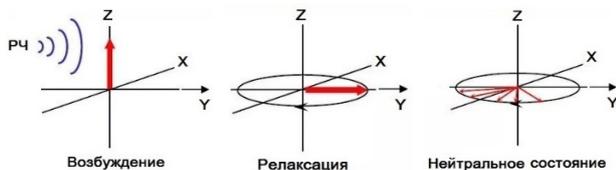


Рис. 1. Схема состояний магнитного диполя ядра водорода

В терминах теории Л. Больцмана в состоянии термодинамического (статистического) равновесия большое количество спинов (N) характеризуется небольшой энергией, условно равномерно распределенной по всему ансамблю атомов [5]. Напротив, при наложении на объект исследования внешнего поля уровень энергии возрастает. В нормальных условиях лаборатории при температуре 18–20 °С в магнитном поле 0,25 Тл разность концентраций спинов, направленных вдоль и против магнитного поля, незначительна – примерно один протон на миллион ядер.

Разность энергий ΔE между невозбужденным и возбужденным состоянием определяется так:

$$\Delta E = \hbar\omega_0, \quad (3)$$

где \hbar – постоянная Планка; ω_0 – частота электромагнитного излучения, необходимая для перехода системы из одного состояния в другое.

Синхронные колебания протонных кластеров с радиочастотой источника (РЧ1) фиксируются детекторами (РЧ2) томографа. Импульсное включение РЧ1, а затем фиксация детекторами РЧ2 радиочастотного отклика от водородного кластера характеризуется возрастающим уровнем прецессии, что соответствует физическим представлениям о повышении намагниченности водородных ядер кластера. Многократное повторение этой процедуры создает пространственный портрет распределения атомов водорода в исследуемом объекте.

Уровень намагниченности водородного кластера пропорционален количеству протонов в единице объема ткани. Это позволяет вводить в рассмотрение обобщенный показатель кластера V , мм³. Принимая во внимание, что количество протонов в биологической ткани велико, реализуется фиксация индуцированного радиоизлучения на катушке РЧ2, которое техническими средствами преобразуется в электрический сигнал, а средствами компьютерной графики в изображение – фрейм.

Одним из типичных объектов исследования средствами МРТ являются головной мозг. Детализируя структуру головного мозга, можно выделить функциональные нейронные образования (рисунок 2) и парные элементы желудочков (рога), где 1 – передний рог бокового желудочка; 2 – центральный отдел; 3 – задний рог бокового желудочка; 4 – боковой рог (рисунок 3). При выделении отдельных нейронных структур, обладающих известными анатомическими названиями, исследователь активно пользуется развитым интерфейсом компьютерной графики. Выбирая область интереса, исследователь указывает цветовой уровень, по которому интерфейс формирует периметр, а все дальнейшие процедуры исполняет аналитический блок компьютера. Метод ядерномагнитной томографии реализует возможность зафиксировать объемные показатели нейронных структур, выделенных исследователем в интерактивном режиме при работе с компьютерной программой формирования фрейма. На начальном этапе исследования создается полный фрейм СГМ (см. рисунок 2а). Затем оператор-исследователь самостоятельно устанавливает на фрейме область интереса, например, как указано на рисунке 2б, для которой программный вычислительный модуль компьютера проводит расчет объема нейронной структуры [2, 7].

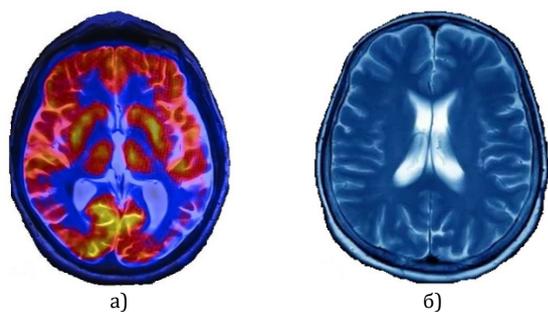


Рис. 2. Фрейм структур головного мозга: а) левая и правая гемисферы; б) левый и правый желудочки

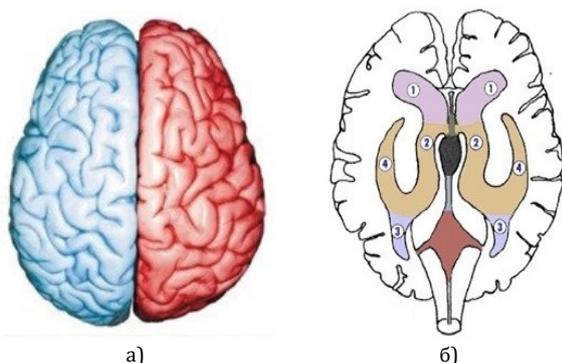


Рис. 3. Элементы структуры головного мозга: а) левая и правая гемисфера; б) желудочки

Понятие о финишном результате действий исследователя создается на основе представлений о единичном элементе графического изображения – вокселе. Это понятие формируется на определении поверхности [8] Гаусса, охватывающей установленную область пространства. Иначе говоря, оперируя понятием воксель, следует использовать методологию анализа изображений исключительно трехмерной графики. Для МРТ это представление полностью соответствует концепции подсчета протонов в единице объема биологической ткани.

Рассмотрим общий принцип формирования оценки пространственной структуры. В рамках принятых понятий поверхность S в окрестности точки O обладает критериями гладкости [8]. Полагаем, что через точку O проведена нормаль n к поверхности и касательная плоскость P . Проведем геометрические построения (рисунок 4).

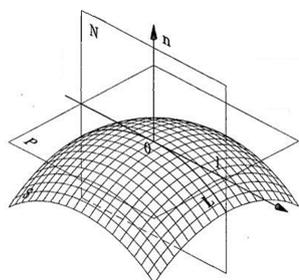


Рис. 4. Схема формирования пространственных координат

Проведем через нормаль n плоскость N , перпендикулярную к плоскости P , являющейся касательной к поверхности S . В таком построении плоскость N соприкасается с поверхностью S по кривой L и с касательной плоскостью по прямой l . Осуществим

вращение плоскости N вокруг нормали n . В таком случае каждому положению плоскости N на поверхности S и на плоскости P будет соответствовать кривая L и прямая l . Многократное вращение создаст семейство кривых L . Данные кривые точно также, как и поверхность S , обладают определенными критериями гладкости, что характеризуется наличием не равных нулю радиусов кривизны R в точке O .

Сделанные построения позволяют констатировать, что при вращении плоскости N относительно нормали n , центры кривизны кривых L перемещаются и способны переходить с одной стороны плоскости P на другую. В этом случае происходит смена знака радиусов кривизны L , например, с плюса на минус. Это замечание чрезвычайно полезно при отслеживании динамики событий, воспроизводимых в виде трека на плоскости.

Развивая эти представления, можно сделать вывод о том, что полученные кривые в касательной плоскости P для любых гладких поверхностей порождают фигуры трех видов, в самом общем представлении соотносимых с эллипсом, гиперболой или парой параллельных прямых [6], которые называются индикатрисами (рисунок 5).

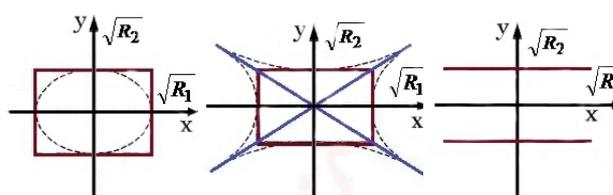


Рис. 5. Виды индикатрис поверхностей

Принимая во внимание, что рассматриваемые кривые описываются уравнениями второго порядка и имеют по две ортогональные оси симметрии, радиусы кривизны поверхностей по этим направлениям определяются как главные радиусы R_1 и R_2 , иначе – параметры кривизны поверхности.

Для поверхностей в виде эллипса, где R_1 и R_2 имеют одинаковый знак, констатируем наличие положительной кривизны по Гауссу ($\Gamma > 0$). Для поверхностей в виде четырех ветвей гиперболы радиусы кривизны обладают разными знаками, что соответствует определению отрицательной кривизны по Гауссу ($\Gamma < 0$). Аналогичные суждения для поверхностей в виде двух параллельных прямых выявляют параметр $R = \infty$, а, следовательно, наличие нулевой кривизны $\Gamma = 0$.

Представленные суждения, хорошо известные в топологическом анализе поверхностей, позволяют их распространить на все множество гладких поверхностей, в том числе и таких, которые не обладают формальным описанием. Так, все множество гладких поверхностей, подвергающихся исследованию методом МРТ, могут адекватно замещаться одной из трех кривых (фигур) с положительной, отрицательной и нулевой гауссовой кривизной.

Акцентируя внимание на трех геометрических фигурах, отмечаем возможность выделения общего ключевого понятия, позиционируемого в образе окружности. Следуя теоретическим построениям Гаусса [6, 9], отмечаем безупречность логики выбора этого образа, а впоследствии и критерия кривизны поверхности. Окружность, как ключевой образ поверхности, можно трансформировать в пространственный образ – сферу [10]. Взаимосвязь геометрии многих пространственных фигур со сферой очевидна и представляет особый интерес в задачах моделирования. Вычислительная геометрия, оперируя понятиями одних топологических структур, определяет в модели подобие с другими структурами, используя базовый образ окружности – сферы.

Введем в рассмотрение додекаэдр как один из пяти возможных правильных многогранников, который состоит из двенадцати правильных пятиугольников, являющихся его гранями. Полагаем, что при определенных размерах граней додекаэдра, правильный пятиугольник на поверхности сферы обладает равными в 120° углами. Сформировав три пятиугольника, обнаружим хорошее, без зазоров, «замощение» поверхности. Продолжая эту

процедуру, обнаружим, что такие двенадцать правильных пятиугольников полностью покрывают поверхность сферы [9, 10].

Исследование СГМ методом МРТ позволяет избирательно зафиксировать пространственный объем фрагментов, соотносимых с определенными анатомическими образованиями головного мозга. В рамках общности введенных понятий и определений, будем рассматривать СГМ как образ сферы, для которого внутреннее пространство отождествляется со структурой додекаэдра [11]. Введенные в рассмотрение понятия положены в основу модели вычисления оценки развертки событий намагниченности протонных кластеров на заданном интервале наблюдения. В качестве массива данных рассматривается набор фреймов СГМ, сформированный посредством магниторезонансного томографа, для двух групп: «норма» и «патология». Группа «патология» – это детский церебральный паралич (ДЦП).

Используя магниторезонансный томограф, компьютерный блок управления исследовательской процедурой, по установленной группе фреймов фиксируется набор показателей для детской возрастной группы от 3 месяцев до 1 года (таблица 1).

ТАБЛИЦА 1. Средние значения объема мозговых структур у детей с ДЦП ($n = 20$) и детей группы сравнения ($n = 7$) [11]

№ п/п	Анатомическая структура	Объем структуры, мм ³		№ п/п	Анатомическая структура	Объем структуры, мм ³	
		Группа «патология»	Группа «норма»			Группа «патология»	Группа «норма»
1.	Белое вещество, правая гемисфера	126901,15	164719,1	3.	Белое вещество, левая гемисфера	123735,748	162564,9
2.	Правый боковой желудочек	8009,2	4704,8	4.	Левый боковой желудочек	9434,5	3604,9

Примем в качестве основы средние значения объема СГМ (см. таблицу 1) и проведем вычисление показателей додекаэдра:

$$V = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5}) \approx 7,66a^3, \quad (4)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{V}{7,66}}, \quad (5)$$

$$S = 3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} \approx 20,65a^2, \quad (6)$$

где V – объем додекаэдра; a – размер ребра; S – площадь поверхности.

Наличие исходных данных обследования позволяет сформировать пару показателей:

$$e = a; \quad b = \frac{V}{S}. \quad (7)$$

Представленные показатели используем для создания модели развертки событий в выделенной анатомической структуре, характеризующейся намагниченностью протонных кластеров.

Принимая общую теоретическую линию формирования образа поверхности СГМ, проведем построение модели развертки событий по уравнению эллипса:

$$\begin{aligned} x(t) &= e \cos(t) \\ y(t) &= b \sin(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Отметим, что выбор функционала модели сделан в соответствии с общим тезисом Гаусса по топологии поверхности. Используя данные таблицы 1, вычислим значение ребра додекаэдра a , а затем проведем расчеты параметров e и b . По смыслу данные параметры характеризуют оси эллипса, задающие развертку событий, реализуемых в модели на интервале 2π . Проведем построение серии образов СГМ (рисунок 6), где оси абсцисс соответствует показатель деформации воксель (мм), а оси ординат – показатель деформации поверхности (мм). Формально, проведенные построения позволяют оценить «степень различия» нормальных нейронных структур от патологических структур. Такое сравнение проведем по выражению (9), где x_1 – текущее значение показателя деформации вокселя («норма»); y_1 – текущее значение показателя деформации поверхности («норма»); e_1 – текущее значение показателя деформации вокселя («патология»); h_1 – текущее значение показателя деформации поверхности («патология»).

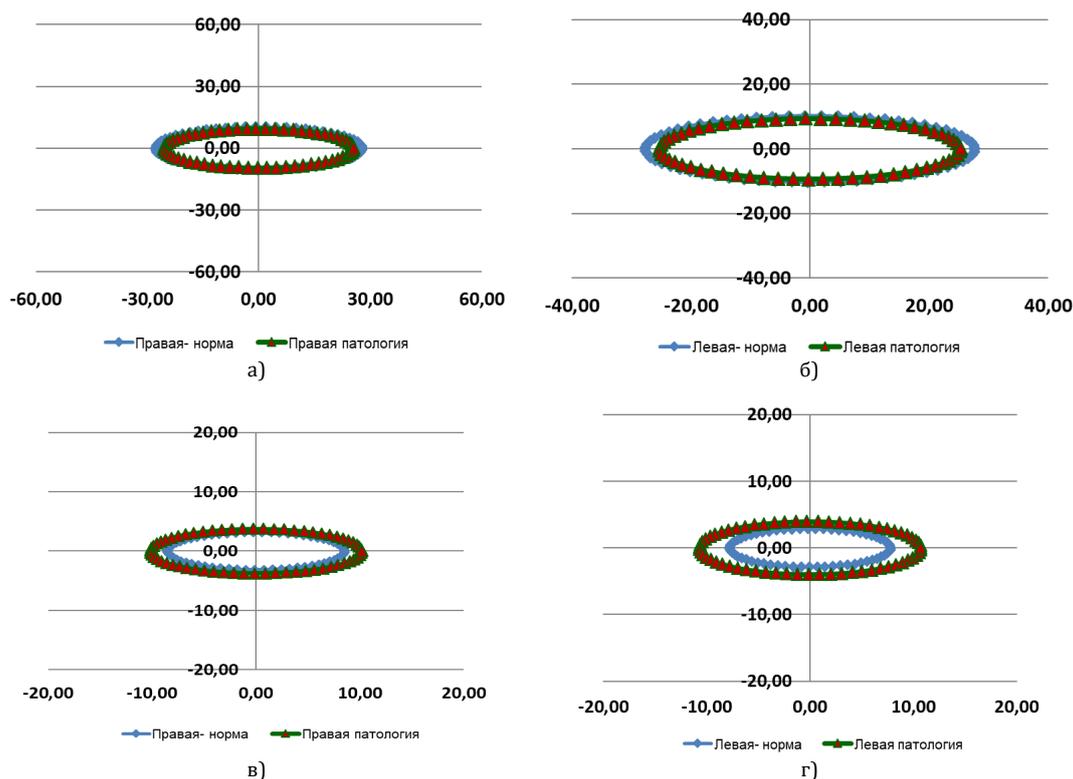


Рис. 6. Треки событий правой (а) и левой (б) гемисфер, правого (в) и левого (г) боковых желудочков в модели по функционалу эллипса

$$\Delta = \sqrt{(x_1 - e_1)^2 + (y_1 - h_1)^2 + \dots + (x_{1n} - e_{1n})^2 + (y_{1n} - h_{1n})^2}. \quad (9)$$

Сформируем массивы для группы «норма»: $P(t) = [x_i, y_i]$, и для группы «патология»: $Q(t) = [e_i, h_i]$. Проведем сопоставление массивов, а результаты представим в таблице 2. Укажем область существования оценки $[0, \infty)$. Очевидно, что при полном совпадении образов исследуемых СГМ оценка различия составляет $\Delta = 0$.

ТАБЛИЦА 2. Расчетные значения различия нейронных СГМ

Трек событий		Оценка различия «Норма - Патология»
Гемисферы	правой	14,067
	левой	14,626
Желудочка	правого	10,019
	левого	17,865

Полученные оценки указывают на подобие – сопоставимость треков событий, инициализируемых в модели по функционалу эллипса. Относительно небольшие различия – отклонения патологических нейронных структур от «нормы» наблюдаются для гемисфер. Эти части головного мозга обладают большой массой и имеют много функциональных элементов. Для структур желудочкового комплекса отмечаем хорошо различимые и значимые различия. Здесь различие проявляется в несколько единиц.

Выявленные расчетные показатели отличия нейронных структур естественно связаны с топологией пространственной организации нейронной сети. Следуя этим представлениям, можно указать на то, что зрительные образы, воспроизведенные в модели по функционалу эллипса, создают приближенные понятия, которые требуется уточнить.

Принимая это во внимание, рассмотрим функционал модели на основе эпициклоиды, представленной выражением:

$$\begin{aligned} X(t) &= (R + r) \cos(t) - r \cos\left(\frac{R + r}{r} t\right), \\ Y(t) &= (R + r) \sin(t) - r \sin\left(\frac{R + r}{r} t\right), \end{aligned} \quad (10)$$

где t – вариативный циклический параметр развертки событий по намагниченности протонных кластеров, реализуемый на интервале $[0, 2\pi)$.

Используем данные таблицы 1 и проведем построения образов развертки событий. Введем обозначения:

$$R = a_{nr} = \frac{V}{S}. \quad (11)$$

По аналогии с выражениями (8, 9) создадим массив значений для группы «норма»: $P(t) = [x_i, y_i]$, и

для группы «патология»: $Q(t) = [e_i, h_i]$. В этом случае показатель R характеризует уровень деформации вокселя, а показатель r – уровень деформации поверхности кластера, обладающего установленным объемом.

Очевидно, созданные массивы обладают различиями, которые целесообразно представить в графическом виде. Этот прием хорошо известен в медицинской практике и является необходимым составляющим элементом построения финишного суждения. Однако, для множества практических задач диагностики этого недостаточно. Требуется указать численный показатель различия группы «норма» от группы «патология».

Вычисление показателя Ω проведем по аналогичному выражению (9). При этом полагаем, что $(x_i, y_j) \in P$; $(e_i, h_j) \in Q$.

Следуя установленным принципам получения итоговых оценок, проведем вычисление и построение образов событий, моделируемых по функционалу эпициклоиды. Очевидно, выбранный функционал модели содержит два переменных параметра X и Y , являющихся важным атрибутом понятия кривизны поверхности, которая позиционируется поверхностью СГМ. Проведем построение образов.

Первый образ СГМ (белое вещество, правая гемисфера) представлен на рисунке 7а. Отметим, что данная структура головного мозга представлена симметричными анатомическими фрагментами. Именно поэтому проводится сравнение сначала по правым фрагментам, а затем – по левым фрагментам

головного мозга. Визуальный анализ пары образов указывает на более высокую интенсивность процессов модификации нейронной структуры в позиции «норма», чем в позиции «патология». Используя выражение (9), получим расчетное значение различия $\Omega_{\text{пр.гемисфера}} = 26,638$ по линии периметра образа. В терминах биофизики можно предложить суждение, указывающее на более интенсивное развитие нейронной структуры для «нормы», чем в случае «патологии».

Второй образ СГМ (белое вещество, левая гемисфера) представлен на рисунке 7б. Здесь уместны аналогичные пояснения, а расчетный показатель равен $\Omega_{\text{лв.гемисфера}} = 27,696$. Объединяя полученные пояснения, следует признать наличие подобия в образах «патология» правого и левого фрагмента гемисфер. Такое суждение справедливо, поскольку обнаруживаем незначительное различие в оценках:

$$\Omega_{\text{пр.гемисфера}} \approx \Omega_{\text{лв.гемисфера}} \quad (12)$$

Третий образ (правый боковой желудочек) представлен на рисунке 7в. Это также парный анатомический фрагмент СГМ. Осуществим сопоставление двух «нормальных» и двух «патологических» фрагментов, с использованием данных таблицы 1. Парное сопоставление фрагментов убедительно демонстрирует наличие существенных различий в структурах, которые представляется возможным оценить не только субъективно, по зрительному образу, но и количественно, по показателю $\Omega_{\text{пр.бокЖел.}} = 18,973$.

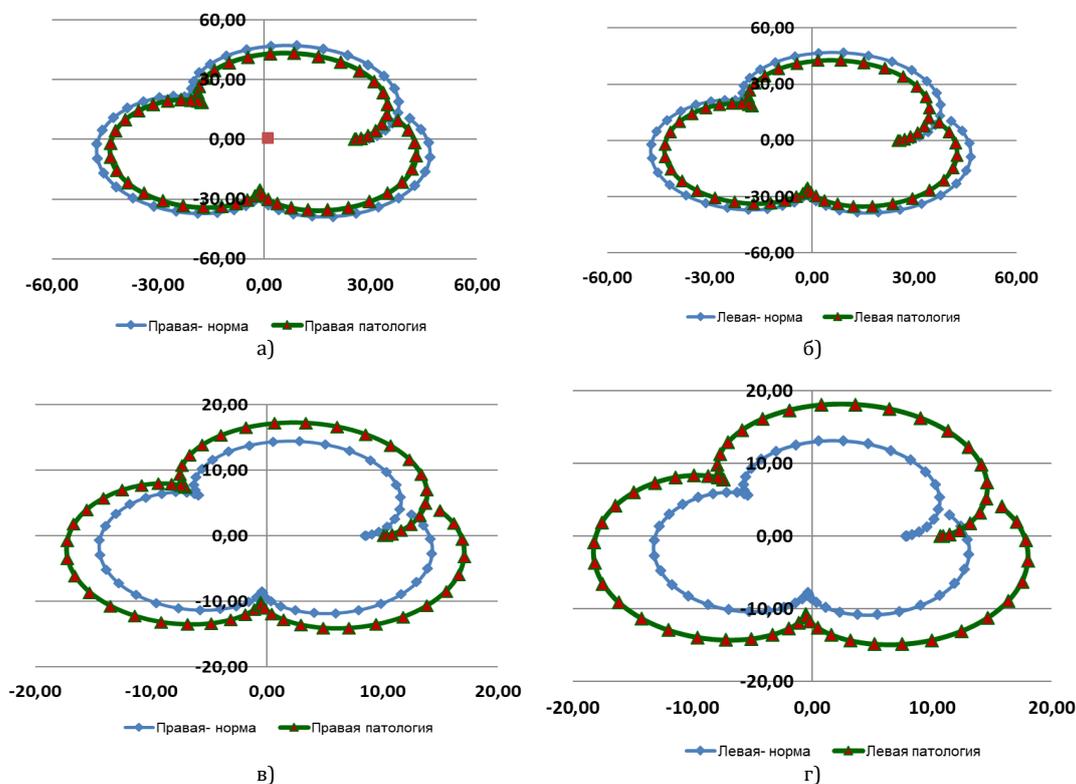


Рис. 7. Треки событий правой (а) и левой (б) гемисфер, правого (в) и левого (г) боковых желудочков в модели по функционалу эпициклоиды

Аналогичные построения и расчет для левого бокового желудочка указывают на несколько большее значение показателя $\Omega_{\text{лв.бокЖел.}} = 33,831$ (рисунок 7г). В данном случае отчетливо наблюдается преобладание патологических процессов. Это суждение создается на основе большей разницы в показателях:

$$\Omega_{\text{пр.бокЖел.}} \leq \Omega_{\text{лв.бокЖел.}} \quad (13)$$

В методологии метода вычислений морфометрических оценок фрагментов головного мозга, в качестве базовых постулатов приняты физические принципы формирования фреймов МРТ, анализ которых осуществлен средствами вычислительной геометрии.

Аксиомы вычислительной геометрии традиционно оперируют понятиями сходства и подобия. Реализуя эти определения на топологических СГМ средствами компьютерного анализа, вычисляются количественные оценки функциональной развитости нейронных СГМ. Функциональная развитость нейронной структуры рассматривается с точки зрения подобия аналогичной структуры, обладающей статусом «нормы» или «патологии». В методологическом отношении такая трактовка результатов создается на хорошо известном базисе обширных натуральных исследований, исполненных на разных материальных объектах в области классической физики – медицинской биофизики.

Внедрение в такие исследования компьютерных технологий, обладающих возможностью конструировать графические образы, способствует приобретению новых знаний об особенностях функционирования СГМ. Так, например, наличие возможности укрепить суждение о «норме» нейронного кластера избранного анатомического отдела можно на основании анализа данных модели. Действительно, рассматривая имеющиеся наборы данных клинических исследований (таблица 1), представляется возможным в модели воспроизвести обобщенный показатель μ исследуемой нейронной структуры. Аппелируя понятиями кривизны поверхности, по определению Гаусса, можно сказать, что вычисляемое значение μ характеризует динамику изменения кривизны поверхности. Чем большее значение μ будет получено в расчетах, тем выше «изрезанность поверхности вершинами и провалами». С учетом выражения (10) вычисление показателя μ проведем по выражению:

$$\mu = \sqrt{\sum_i (R_i - r_i)^2}. \quad (14)$$

В качестве иллюстративного примера рассмотрим «нормальную» структуру гемисферы и «нормальную» структуру правого бокового желудочка. Очевидно, что при условии одного и того же организма биохимические и биофизические свойства нейронных структур в указанных кластерах будут примерно одинаковыми, поскольку дипольные мо-

менты водородных ядер мало отличаются. Принимая это во внимание, а также расчеты для структур в категории «патология», представим результат вычислений в таблице 3.

ТАБЛИЦА 3. Данные расчета показателя μ («норма» / «патология»)

Анатомическая структура		Показатель μ	Различие в парной структуре, %
Гемисфера	Правая	323,517 / 295,723	0,88 / 0,84
	Левая	320,662 / 293,251	
Боковой желудочек	Правый	98,451 / 117,628	8,49 / 5,51
	Левый	90,089 / 124,151	

Полученные результаты убедительны и, можно сказать, полностью соответствует позитивному тезису о схожести по биофизическому критерию элементарных нейронных СГМ. Другими словами, отклонение по симметричности в парных отделах головного мозга по показателю μ – естественное явление. Различия по массе и размерам поверхности выбранных для исследования анатомических фрагментов также хорошо известны и имеют строгое объяснение.

Но обнаруженное малое различие по показателю μ для гемисферы свидетельствует о высокой степени подобия топологий нейронных сетей. Наличие такого результата позволяет создать процедуру оценки состояния нейронной ткани не только по методике сравнительного анализа однотипных СГМ, принадлежащих разным организмам, но и на одном избранном организме. Фактически устанавливая приоритет некоторого нейронного кластера и соотнося полученные значения на фрейме с «нормой», представляется возможным обнаружить «фрагменты патологии», а также организовать мониторинг «участков патологии». Такая целевая постановка задачи исследования значительно повышает достоверность результатов.

В числе наиболее значимых нарушений нейронных СГМ находятся: энцефалопатия, ДЦП, инсульт, болезнь Паркинсона и болезнь Альцгеймера, распространенность последней ежегодно стремительно увеличивается. Это заболевание обладает нечеткой этиологией и характеризуется выраженным нарушением когнитивных функций, фактически на фоне абсолютно полного осознания окружающих событий. Для этого заболевания результаты исследования СГМ методом МРТ показывают выраженную атрофию коры больших полушарий (гемисфер) с расширением борозд и увеличением желудочков [1, 12].

Так, по результатам представленного анализа для правого и левого желудочков значение $\mu_{\text{патология}}$ меньше $\mu_{\text{норма}}$. Такое соотношение показателей возможно в случае «спрямления – выравнивания»

складчатой поверхности нейронной структуры, относимой к анатомическому образованию желудочков СГМ. Показатель «спрямления» поверхности, который соотносим с геометрией объема, действительно свидетельствует об увеличении размеров желудочков. В дополнении к этому следует указать, что представленные здесь атрибуты заболевания достаточно просто сочетаются с медицинской терминологией вывода суждений. Эта особенность представленной модели позволяет организовать диагностический процесс на основе МРТ-фреймов с высоким уровнем доверия.

Актуальность изучения функциональных проявлений деятельности нейронных СГМ продиктована наличием многочисленных нарушений, с относительно малой этиологией.

Следуя этим представлениям, которые актуализируют проблематику анализа результатов исследования фреймов ядерного магнитного томографа, средствами компьютерных технологий, в вышеизложенном материале рассмотрен традиционный метод выделения патологических участков СГМ, который развит и дополнен серией вычислительных процедур, позволяющих определять количественные оценки различия нейронных структур. Именно такой процесс обеспечивает возможность осуществления постоянного мониторинга практически любого нарушения СГМ с реальными показателями динамики смены состояний нейронного кластера. Такие показатели оказываются чрезвычайно полезными как в

задачах этимологического характера, так и в формировании прогноза развития событий для установленного анатомического фрагмента нейронной СГМ.

Акцентируя внимание на компьютерных технологиях, следует указать на возможность организации телекоммуникационного медицинского сервиса. Действительно, широкое распространение ЯМР исследований СГМ в медицинской практике и сети Интернет позволяет оперативно проводить удаленный анализ фреймов, создавать электронные библиотеки, осуществлять системный мониторинг нарушений СГМ. Платформа облачных вычислений, должным образом представленная набором интерактивных процедур анализа фреймов, может рассматриваться как логическое продолжение проекта построения массового телекоммуникационного сервиса в области анализа результатов номографического исследования.

Полученные результаты исследования создают благоприятные предпосылки формирования диагностических заключений о состоянии СГМ на основе компьютерного анализа томограмм. Использование компьютерных технологий анализа данных открывает широкие возможности количественного описания развития СГМ как в норме, так и при различных видах патологии. Применение предложенных в статье информационных компьютерных технологий оценки нарушений СГМ способствует отбору наиболее перспективных терапевтических процедур, учитывающих индивидуальные особенности организма.

Список используемых источников

1. Румболдт З., Кастильо М., Хуанг Б., Росси А. КТ- и МРТ-визуализация головного мозга. Подход на основе изображений. М.: МЕДпресс-информ, 2016. 428 с.
2. Макаров Л.М., Поздняков А.В., Мелашенко Т.В., Александров Т.А., Тащилкин А.И. МРТ головного мозга в онтогенезе плода новорожденного – диагностическая основа модели диссипативных систем // *International Scientific Review*. 2017. № 4(35). С. 85–91.
3. Головинский П.А. Математические модели. Теоретическая физика и анализ сложных систем. От формализма классической механики до квантовой интерференции. М.: Либроком, Editorial URSS, 2016. 370 с.
4. Мартинсон Л., Смирнов Е. Квантовая физика. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 526 с.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика в 10 томах. Том 3. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М.: Физматлит, 2008.
6. Гаусс К.Ф. Труды по теории чисел. М.: Издательство «Книга по Требованию», 2012. 979 с.
7. Львов В.С., Поздняков А.В., Иванов Д.О., Тащилкин А.И., Макаров Л.М., Позднякова О.Ф. и др. О возможности МР-морфометрии и диффузионно-тензорной МРТ в диагностике двусторонних спастических форм детского церебрального паралича // *Педиатр*. 2019. Т. 10. № 1. С. 29–36. DOI:10.17816/PED10129-36
8. Борисович Ю.Г., Близняков Н.М., Израилевич Я.А., Фоменко Т.Н. Введение в топологию. М.: Ленард, 2015. 448 с.
9. Пуанкаре А. Избранные труды. Том 2. М.: Наука, 1972. 358 с.
10. Арсенов О. Григорий Перельман и гипотеза Пуанкаре. М.: Эксмо, 2010.
11. Макаров Л.М., Поздняков А.В. МРТ диагностика и компьютерный анализ // *Proceedings of the LVIII international Scientific and practical conference "International scientific review of the problems and prospects of modern science and education"* (Boston, USA, 22–23 May 2019). 2019. С. 98–105. DOI:10.24411/2542-0798-2019-15802
12. Труфанов Г.Е., Рамешвили Т.Е. Лучевая диагностика опухолей головного мозга. Атлас КТ- и МРТ-изображений. СПб.: ЭЛБИ-СПб, 2007. 326 с.

* * *

MATHEMATICAL MODELLING AND NUMERICAL METHODS OF THE ANALYSIS OF NEURAL STRUCTURES

L. Makarov¹, A. Pozdnyakov^{2, 3, 4}, S. Protaseny¹, D. Ivanov², V. Lvov², S. Lvov²

¹The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

²Saint-Petersburg State Pediatric Medical University,
St. Petersburg, 194100, Russian Federation

³North-Western State Medical University named after I.I. Mechnikov,
St. Petersburg, 191015, Russian Federation

⁴Russian Research Center for Radiology and Surgical Technologies,
St. Petersburg, 197758, Russian Federation

Article info

The article was received 26 June 2019

For citation: Makarov L., Pozdnyakov A., Protaseny S., Ivanov D., Lvov V., Lvov S. Mathematical Modeling and Numerical Methods of the Analysis of Neural Structures. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2019;5(3): 98–107. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.31854/1813-324X-2019-5-3-98-107>

Abstract: *In this article we can observe a mathematical model of the topological description of neural structure of human brain, which describes the results of numerical analysis process of a magnetic resonance tomography. The created model provides a possibility to organize a cloud computing environment, which achieves the synthesis of quantitative indicators of distinctions in analyzed fragments of neural tissue, it is created by means of the telecommunication service which is promoting the involvement of a large number of experts in to a research process, to create a set of a priori judgments of evolution of the registered processes.*

Keywords: *mathematical model, cloud computing, computer analysis, neural structure.*

References

1. Rumboldt Z., Kastilo M., KHuang B., Rossi A. *KT- i MRT-vizualizatsiia golovnogo mozga. Podkhod na osnove izobrazhenii* [Brain Imaging with MRI and CT: An Image Pattern Approach]. Moscow: MEDpress-inform Publ.; 2016. 428 p. (in Russ.)
2. Makarov L.M., Pozdnyakov A.V., Melashenko T.V., Alexandrov T.A., Tashchilkin A.I. MRI of Brain in the Ontogenesis of the Newborn – the Diagnostic Basic of the Model of Dissipative Susters. *International Scientific Review*. 2017;4(35):85–91. (in Russ.)
3. Golovinskii P.A. *Matematicheskie modeli. Teoreticheskaiia fizika i analiz slozhnykh system. Ot formalizma klassicheskoi mekhaniki do kvantovoi interferentsii* [Mathematical Models. Theoretical Physics and Analysis of Complex systems. From the Formalism of Classical Mechanics to Quantum Interference]. Moscow: Librokom Publ., Editorial URSS Publ.; 2016. 370 p. (in Russ.)
4. Martinson L., Smirnov E. *Kvantovaia fizika* [Quantum Physics]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2012. 526 p. (in Russ.)
5. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaiia fizika v 10 tomakh. Tom 3. Kvantovaia mekhanika (nerelativistskaia teoriia)* [Theoretical Physics in 10 Volumes. Volume 3. Quantum Mechanics: Nonrelativistic Theory]. Moscow: Fizmatlit Publ.; 2008. (in Russ.)
6. Gauss K.F. *Trudy po teorii chisel* [Proceedings in Number Theory]. Moscow: Kniga po Trebovaniuu Publ.; 2012. 979 p. (in Russ.)
7. Lvov V.S., Pozdnyakov A.V., Ivanov D.O., Tashilkin A.I., Makarov L.M., Pozdnyakova O.F., et al. Capabilities of voxel based morphometry and diffusion tensor imaging in diagnostics of bilateral spastic forms of cerebral palsy. *Pediatrician*. 2019;10(1):29–36. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.17816/PED10129-36>
8. Borisovich Iu.G., Blizniakov N.M., Izrailevich Ia.A., Fomenko T.N. *Vvedenie v topologiiu* [Topology Introduction]. Moscow: Lenard Publ.; 2015. 448 p. (in Russ.)
9. Puankare A. *Izbrannye Trudy. Tom 2* [Selected Works. Vol. 2]. Moscow: Nauka Publ.; 1972. 358 p. (in Russ.)
10. Arsenov O. *Grigorii Perelman i gipoteza Puankare* [Grigorii Perelman and the Poincare Conjecture]. Moscow: Eksmo Publ.; 2010. (in Russ.)
11. Makarov L.M., Pozdnyakov A.V. MRT Diagnostics and Computer Analysis. *Proceedings of the LVIII International Scientific and Practical Conference "International Scientific Review of the Problems and Prospects of Modern Science and Education", 22–23 May 2019, Boston, USA*. 2019. p.98–105. (in Russ.) Available from: <https://doi.org/10.24411/2542-0798-2019-15802>
12. Trufanov G.E., Rameshvili T.E. *Luchevaia diagnostika opukholei golovnogo mozga. Atlas KT- i MRT-izobrazhenii* [Radiation Diagnosis of Brain Tumors. Atlas of CT and MRI Images]. St. Petersburg: SPb ELBI-SPb; 2007. 326 p. (in Russ.)