

Научная статья

УДК 519.614

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2026-12-4-118-124>

EDN:UIJVKN



Структурные инварианты как основа конструирования матриц Адамара больших порядков для систем телекоммуникаций

Александр Михайлович Сергеев, aleks.asklab@gmail.com

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

Аннотация

Актуальность работы определяется тем, что при значительно возросших объемах данных, передаваемых в коммуникационных системах, сформировалась потребность разработчиков технических средств в матрицах Адамара высоких порядков. Для примера рассмотрен принцип ослабления амплитуды помехи, действующей в канале передачи данных, при их преобразовании ортогональными матрицами. Качество выбора матрицы большого порядка для соответствующей задачи зависит от разнообразия их возможных конструкций, влияющих на параметры преобразования.

Цель исследования заключается в поиске возможных простых способов получения матриц Адамара со структурами, отличными от широко известной структуры Сильвестра.

Методы вычисления ортогональных матриц Адамара, предлагаемые в работе, основаны на особенностях структурных инвариантов, таких как циклические блоки, а также бициклическое ядро с окаймлением.

Новизна заключается в выявленных взаимосвязях конструкций квазиортогональных матриц, позволяющих получать матрицы Адамара сильвестровых и не сильвестровых последовательностей с конструкциями, определяемыми как ядро с каймой и ядро с двойной каймой.

Практическая значимость заключается в расширении представительства ортогональных матриц Адамара по типам конструкций и обеспечении выбора необходимой матрицы для конкретной задачи системы телекоммуникаций.

Научная значимость заключается в развитии теории ортогональных матриц в части установления фундаментальных связей порядков матриц и их структур. Представление матриц семейства Адамара высоких порядков в виде инвариантов вложенных в их структуру матриц меньшего порядка, в том числе с окаймлением и двойным окаймлением, ведет к появлению универсальной основы для их совместного нахождения (конструирования), которой становится ортогональный гиперобъект.

Ключевые слова: матрицы Адамара, матрицы Мерсенна, матрицы Эйлера, окаймление матрицы, двойное окаймление матрицы, ортогональный гиперобъект

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2023-0003, «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

Ссылка для цитирования: Сергеев А.М. Структурные инварианты как основа конструирования матриц Адамара больших порядков для систем телекоммуникаций // Труды учебных заведений связи. 2026. Т. 12. № 4. С. 118–124. DOI:10.31854/1813-324X-2026-12-4-118-124. EDN:UIJVKN

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2026-12-4-118-124>

EDN:UIJVKH

Structural Invariants as the Basis for Constructing Large-Order Hadamard Matrices for Telecommunication Systems

 Aleksandr M. Sergeev, aleks.asklab@gmail.com

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
Saint-Petersburg, 190000, Russian Federation

Annotation

The relevance of the work is determined by the fact that with the significantly increased volumes of data transmitted in communication systems, developers of communication tools have developed a need for high-order Hadamard matrices. For example, the principle of attenuation of the amplitude of Noise acting in a data transmission channel is reviewed when they are transformed by orthogonal matrices. The quality of choosing a large-order matrix for the corresponding task depends on the variety of their possible designs that affect the transformation parameters.

The aim of the study is to find possible simple ways to obtain Hadamard matrices with structures other than the well-known Sylvester structures.

The methods for calculating orthogonal Hadamard matrices proposed in this paper are based on the features of structural invariants, such as cyclic blocks, as well as a bicyclic core with fringing.

The novelty lies in the revealed interrelationships of quasi-orthogonal matrix constructions, which make it possible to obtain Hadamard matrices of Sylvester and non-Sylvester sequences with the constructions core with a border and core with a double border.

The practical significance lies in expanding the diversity of orthogonal Hadamard matrices by design types and ensuring the selection of the necessary matrix for a specific telecommunications system task.

The scientific significance lies in the development of the theory of orthogonal matrices in terms of establishing fundamental relationships between the orders of matrices and their structures. The description of high-order Hadamard family matrices in the form of invariants of lower-order matrices embedded in their structure, including those with bordering and double bordering, leads to the emergence of a universal basis for their joint finding (construction), which becomes an orthogonal hyperobject.

Keywords: Hadamard matrices, Mersenne matrices, Euler matrices, matrix fringing, double matrix fringing, orthogonal hyperobject

Funding: The research was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Agreement No. FSRF-2023-0003, "Fundamental principles for building noise-proof systems for space and satellite communications, relative navigation, technical vision and aerospace monitoring".

For citation: Sergeev A.M. Structural Invariants as the Basis for Constructing Large-Order Hadamard Matrices for Telecommunication Systems. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2026;12(4):118–124. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2026-12-4-118-124. EDN:UIJVKH

Введение

Матрицы Адамара [1], или квадратные матрицы H_n порядка $n = 4t$, где t – натуральное число, состоящее из чисел $\{1, -1\}$, столбцы которых ортогональны $H_n^T H_n = nI$, и I – единичная матрица, давно и широко применяются в системах телекоммуникаций как основа преобразования данных и их

помехоустойчивого кодирования для передачи в канале. Начало использования матриц Адамара в системах телекоммуникаций было положено еще в 80-е годы прошлого века при помехоустойчивом кодировании изображений поверхности Марса во время передачи от станции американской миссии «Маринер» на Землю [2]. Для этого телевизионный

сигнал переводился в дискретный вид и кодировался матрицей Адамара.

Согласно гипотезе Адамара, такие матрицы существуют на порядках $4t$. Большинство матриц Адамара до порядка 100 широко известны и хорошо изучены результаты их применения. Вместе с тем известно [1], что матрицы Адамара связаны однозначно с матрицами Мерсенна $M_n^T M_n = \omega(n)I$, состоящими из чисел $\{1, -b\}$ и существующими на порядках $4t - 1$, как с ядром структуры. Такие матрицы Адамара, наследуя симметрию ядра, получают его окаймлением с заменой элементов со значением $-b$ на единицы [1].

Цель настоящей работы – показать связи структур ортогональных матриц Адамара с квазиортогональными матрицами через процедуру окаймления и двойного окаймления бициклического ядра таких матриц. Такие связи гарантируют получение матриц Адамара фиксированных структур, отличных от широко известных, расширяя возможность выбора для разработчиков телекоммуникационного оборудования и алгоритмов преобразования данных. Разнообразие структур матриц и представительство на порядках существования является залогом выбора оптимальных матриц под требования конкретных задач.

Использование матриц семейства Адамара в системах телекоммуникаций

Применение матричного аппарата в телекоммуникациях оправдано, во-первых, эффективной реализацией матричного умножения в процессорах цифровой обработки сигналов (ЦОС), выполняемого как суммирование парных произведений по строкам. Во-вторых, – ортогональностью строк (столбцов) матриц (их нулевой корреляцией). Это важно для систем с кодовым разделением каналов, в которых ортогональность есть основа независимости кодов [3–5], а также в системах с корреляционным приемом, где строки ортогональных матриц – основа кодов с хорошими автокорреляционными характеристиками [6]. В-третьих, – возможностью симметричных преобразований на передающей и приемной сторонах телекоммуникационной системы.

Использование ортогональных матриц A обусловлено их свойством:

$$A^{-1} = A^T. \quad (1)$$

Т. е. на приемной стороне может быть использована не обратная матрица, вычисление которой связано с рядом трудностей [7], а транспонированная (повернутая относительно главной диагонали матрица A). Это важно в помехоустойчивом кодировании сигналов и изображений в каналах коммуникационных систем, для которых характерны импульсные помехи [8], в обработке массивов данных – визуальной, текстовой и звуковой информации

[9–11] и многих других, возросших в объемах. В общем виде упрощенная модель систем передачи информации X по открытым коммуникациям представлена на рисунке 1, где δ – помеха, действующая в канале.

В работе [7] предлагается предварительное преобразование для обеспечения помехоустойчивости передачи по каналам связи изображений, представленных в виде матрицы X_n размера $n \times n$, реализуемое соотношениями:

прямое преобразование на передающей стороне:

$$Y_n = X_n A_n, \quad (2)$$

обратное преобразование на приемной стороне, с учетом (1), выполняется в виде:

$$X_n = Y_n A_n^T, \quad (3)$$

где Y_n – передаваемые по коммуникационному каналу в цифровом виде данные, представленные также в виде матрицы.



Рис. 1. Упрощенная модель передачи данных по каналу с помехами

Fig. 1. Simplified Data Transmission Model Over an Interference Channel

При воздействии помехи δ на передаваемые в канале данные на приемной стороне получаем:

$$Y_n^* = Y_n + \delta \text{ и тогда } X_n^* = (Y_n + \delta)A_n^T \\ \text{или } X_n^* = Y_n A_n^T + \delta A_n^T.$$

Таким образом, помеха на приемной стороне равна δA_n^T , что соответствует ее влиянию на весь массив переданной информации.

На рисунке 2 представлена модель канала и выполняемых преобразований при обмене данными в канале с помехами с использованием ортогональных преобразований.

При передаче данных, например, изображений, размещенных в нескольких пакетах, помеха δ (δ_1), действующая на конкретный из них и искажающая его содержимое, не может рассматриваться отдельно, поскольку из таких пакетов состоит передаваемый преобразованный по (2) цифровой объект в целом.

Усиленный вариант помехоустойчивости, по сравнению с реализацией по соотношениям (2–3), реализуется посредством двустороннего умножения слева и справа на матрицу A_n в виде:

$$Y_n = A_n X_n A_n, \quad (4)$$

а обратные преобразования выполняются как:

$$X_n = A_n^T Y_n A_n^T. \quad (5)$$



Рис. 2. Модель системы и обмена данными по каналу с помехами

Fig. 2. The Model of System and Data Exchange Over a Channel with Interference

Очевидно, что для максимального ослабления амплитуды помехи в виде $\delta \mathbf{A}_n^T$ (при двустороннем преобразовании $\mathbf{A}_n^T \delta \mathbf{A}_n^T$) необходимо добиться ее равномерного распределения в восстановленных принятых по каналу данных. Амплитуда помехи будет определяться произведением наибольших по модулю элементов матрицы $\mathbf{A}_n^T$. Поскольку целью таких преобразований является максимальное ослабление помехи, то максимальные элементы ортогональной матрицы должны быть минимальны. Этому требованию удовлетворяют нормированные матрицы Адамара $\mathbf{H}_n$ с элементами $\{1, -1\}$, идеально равномерно «размазывающие» действующую помеху по всему массиву переданных по каналу данных [12].

Преимущество системы (4–5) заключается в полном маскировании частоты вхождения отдельных элементов данных. Чем выше порядок матрицы, тем больше информации о различиях в значениях частоты появления элемента и их сочетаний скрывается в преобразуемом сообщении.

Порядки матриц Мерсенна $n = 4t - 1$ включают простые или составные числа Мерсенна, степень простого числа или произведение пар близких простых чисел [1].

Цепочные методы вычисления матриц Адамара

В работе [13] упоминаются конструкции ортогональных матриц, исходя из ограниченной сложности их структуры. В этой же работе ставится вопрос расширения представительства матриц семейства Адамара, например, для преобразований изображений, передаваемых по открытым телекоммуникациям, с целью их защиты от помех в канале.

Для поиска матриц Адамара существует большое количество методов. Однако в работах [1, 14] показано, что фиксация структуры является способом облегчения их поиска. Конечно, для комбинаторных методов фиксация требований к структуре означает наложение дополнительных ограничений на алгоритмы поиска и усложняет их. Однако если с фиксированной структурой связан набор известных характеристик, то это предполагает облегчение поиска.

Примером могут служить матрицы, получаемые по методу Сильвестра удвоением порядков, каждый шаг которого может быть представлен в виде:

$$\mathbf{H}_{2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_n & \mathbf{H}_n \\ \mathbf{H}_n & -\mathbf{H}_n \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Поиск каждой следующей матрицы прост, но таким образом находятся только матрицы порядков $n = 2^k$, где k – натуральное число. Однако последовательность 2^k входит только в последовательность порядков $4t$, позволяя вычислять матрицы больших порядков все реже с их возрастанием, например, порядков 256, 512, 1024, 2048. Матрицы Адамара порядков, значение которых лежит между приведенными значениями, по методу Сильвестра могут быть получены, начиная с порядка предиктора – ортогональной матрицы, например, порядка 160, которая является началом последовательности и должна быть вычислена отдельно.

Метод Сильвестра, как видно из (6), порождает блочные матрицы Адамара из матриц Адамара вдвое меньшего порядка. Однако существующие блочные матрицы в широком смысле являются наглядными иллюстрациями теорем Ферма, Эйлера, и др. о разложимости натуральных чисел на суммы конечного количества обычных или фигурных чисел, например, треугольных [1].

В общем случае натуральное число n определяет порядок матрицы вида:

$$\mathbf{H}_{2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_n & \mathbf{B}_n \\ \mathbf{B}_n^T & -\mathbf{A}_n^T \end{bmatrix}, \quad (7)$$

а члены его разложения – параметры циклических матриц (блоков) $\mathbf{A}_n$ и $\mathbf{B}_n$ [14]. Частное и универсальное в данном случае дополняют друг друга.

Конечно, не любые циклические блоки подходят для построения ортогональных матриц. В приведенной конструкции матриц Адамара циклические блоки необходимо искать из условия ортогональности структуры (7) в целом.

Тогда параметрами бициклических матриц Адамара:

$$k_1 = (v - x)/2 \text{ и } k_2 = (v - y)/2$$

являются «частоты» появления элементов -1 в строках блоков, проявляющие себя координатами (x, y) точек Гаусса на поверхности параболоида в области среза его горизонтальной плоскостью $x^2 + y^2 = n$ (кольцом) на высоте, соответствующей порядку матрицы $n = 2v$ [15, 16].

Зададимся вопросом, есть ли еще цепочки построения матриц Адамара больших порядков на основе матриц меньших порядков? В работе [17] показаны переходы квазиортогональных матриц Эйлера, Мерсенна и др. матриц семейства Адамара с двумя значениями элементов друг в друга, но по другому правилу.

Матрицы Эйлера можно вычислить по схеме, общей для всех адамаровых матриц, на основе матриц Мерсенна [17] в виде:

$$E_{2n} = \begin{pmatrix} M_n & M_n \\ M_n & -M_n \end{pmatrix},$$

где M_n – матрица Мерсенна с элементами, имеющими два значения: 1 и $-b$, $|b| < 1$.

Матрицы Мерсенна существуют на порядках $4t - 1$, соседних с порядками матриц Адамара. В то же время матрицы Мерсенна связаны с матрицами Эйлера дополнением их строкой и столбцом (каймой) в виде [17]:

$$M_{2n+1} = \begin{pmatrix} -\lambda & e^T \\ e & E_{2n}^* \end{pmatrix}, \quad (8)$$

где $\lambda = -a$ – собственное число; e – собственный вектор «сопряженной» матрицы $E_{2n}^* = \begin{pmatrix} M_n & M_n \\ M_n & M_n^* \end{pmatrix}$, у которой блок M_n^* получатся из M_n взаимной заменой элементов 1 и $-b$ и пересчетом значения элементов как:

$$b = \frac{q - \sqrt{4q}}{q - 4},$$

где $q = n + 1$ – порядок матрицы Адамара [18].

В то же время известно [19, 20], что матрицы Мерсенна связаны с матрицами Адамара формулой, подобной (7), за счет окаймления с увеличением порядка результирующей матрицы Мерсенна на единицу в виде:

$$H_n = \begin{pmatrix} -1 & e^T \\ e & M_{n-1}^* \end{pmatrix} \quad (9)$$

с заменой элементов $-b$ на -1 .

При этом, очевидно, конструкция получаемых матриц Адамара отличается от конструкций матриц Адамара сильвестровой последовательности, вычисленных по соотношениям (6) и (7). Получаемые матрицы имеют конструкцию моноциклического ядра с окаймлением. Но если вычисление производится через матрицу Эйлера (8) и потом – матрицу Мерсенна (9), то в результате получим бициклическую матрицу с двойным окаймлением. В целом такой способ поиска может содержать несколько переходов, а взаимосвязи матриц Адамара, Мерсенна и Эйлера позволяют получать матрицы Адамара новых конструкций, за счет наращивания количества окаймлений ядра.

Содержательная сторона приведенных формул состоит в том, что матрицы Мерсенна и Эйлера рассчитываются на основе друг друга, образуя возрастающие по порядкам цепочки. Это обобщает правило Сильвестра – вычисление возрастающих по порядку матриц Адамара [1].

Описанный способ вычисления квазиортогональных матриц Эйлера и Мерсенна позволяет сформировать цепочку переходов матриц друг в друга с возрастанием порядков в виде $M_3 - E_6 - M_7 - E_{14} - M_{15} - \dots$.

Получаемые из представленной на рисунке 3а цепочки матрицы Адамара имеют порядки сильвестровой последовательности, однако, как было показано, отличаются от них структурой. Но из работы [16] известна и другая цепочка, приведенная на рисунке 3б, начинающаяся с матрицы E_{18} и порождающая матрицы не сильвестровой последовательности.

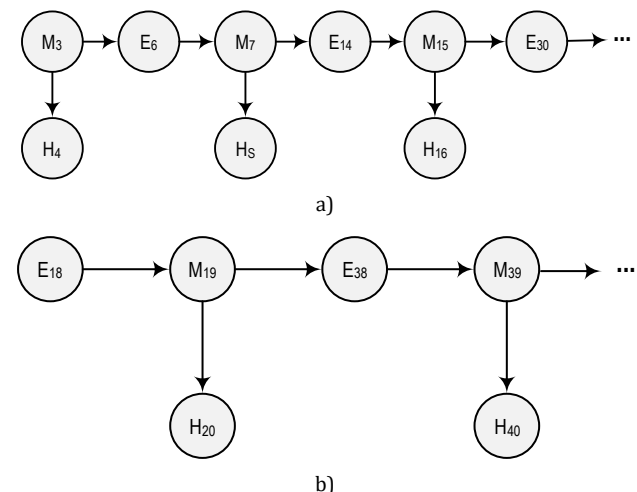


Рис. 3. Цепочка взаимных переходов матриц Мерсенна и Эйлера для нахождения матриц Адамара сильвестровой (а) и не сильвестровой (б) последовательностей конструкции ядро с каймой

Fig. 3. Mutual Transitions of Mersenne and Euler Matrices Chain for Finding Hadamard Matrices of the Sylvester (a) and non-Sylvester (b) Sequence of the Core Construction with Bordering

С учетом того, что матрицы Мерсенна являются ядром матриц Адамара, все они, получаемые таким образом, имеют бициклическую конструкцию с двойной каймой [21]. В качестве примера на рисунке 4 приведены портреты бициклической матрицы порядка 52 с двойным окаймлением, вычисленной через рассмотренную выше цепочку преобразования, и блочной матрицы порядка 32 сильвестровой конструкции. Здесь серое поле соответствует элементу матрицы со значением 1, черное (красное) – элементу со значением -1 .

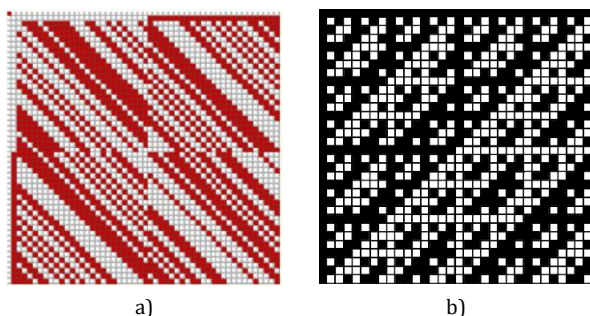


Рис. 4. Портреты матриц Адамара: бициклической конструкции с двойным окаймлением (а) и силвестровой конструкции (б)

Fig. 4. Portraits of Hadamard Matrices: Bicyclic Construction with Double Bordering (a) and Sylvester Construction (b)

Рассмотренный способ использования цепочек матриц позволяет существенно расширить количество вычисляемых матриц Адамара, которые можно рассматривать как срезы одного гиперобъекта бициклической структуры [22] на порядках, превышающих 200.

Список источников

1. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Специальные матрицы: псевдообратные, ортогональные, адамаровы и критские. СПб.: Политехника, 2019. 196 с. DOI:10.25960/7325-1155-0. EDN:TPMZVV
2. Хвощ С.Т. Матрицы Адамара в космической связи // Инженерный вестник Дона. 2024. № 1(109). С. 210–222. EDN:THBUFF
3. Чистяков Е.А., Мартынов И.А., Самохина Е.В. Кодовое разделение каналов // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2023. Т. 192. № 1. С. 27–32. EDN:OUOYUV
4. Безруков А.В. Преимущества и основные параметры цифровых сотовых систем связи стандарта IS-95 (CDMA) // Электросвязь. 1999. № 12. С. 20–22.
5. Zigangirov K.Sh. Theory of Code Division Multiple Access Communication. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004. 416 p. DOI:10.1002/047165549X
6. Сергеев М.Б., Ненашев В.А., Сергеев А.М. Вложенные кодовые конструкции Баркера-Мерсенна-Пагхаварао // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3(100). С. 71–81. DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81. EDN:KOTIRS
7. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
8. Mironovsky L.A., Slaev V.A. Strip-Method for Image and Signal Transformation. Berlin, Boston: De Gruyter, 2012. DOI:10.1515/9783110252569
9. Балонин Ю.Н., Востриков А.А., Сергеев М.Б. О прикладных аспектах применения М-матриц // Информационно-управляющие системы. 2012. № 1(56). С. 92–93. EDN:OWJXIN
10. Sergeev A.M., Grigoriev E.K. Quasi-Orthogonal Structured Mersenne Matrices for Masking Digital Video and Audio Data in Distributed Systems // Proceedings of the Seminar on Information Systems Theory and Practice (ISTP, Saint Petersburg, Russian Federation, 30 November 2023). IEEE, 2023. DOI:10.1109/ISTP60767.2023.10427209
11. Сергеев М.Б., Татарникова Т.М., Сергеев А.М., Боженко В.В. Метод обеспечения конфиденциальности данных с применением ортогональных матриц // Инженерный вестник Дона. 2024. №1(109). С. 201–209. EDN:GLHCUD
12. Мироновский Л.А., Слаев В.А. Двустороннее помехоустойчивое стрип-преобразование и его корневые изображения // Измерительная техника. 2012. № 10. С. 6–10. EDN:PJCWJ
13. Хвощ С.Т. Об особенностях реализации помехозащитного кодирования изображений // Вопросы радиоэлектроники. Серия Техника телевидения. 2024. № 4. С. 60–65. EDN:MBZPNF
14. Seberry J., Yamada M. Hadamard Matrices: Constructions using Number Theory and Algebra. Wiley, 2020. 384 p. DOI:10.1002/9781119520252. EDN:WZEXWE
15. Балонин Н.А., Сергеев М.Б., Себерри Д., Сеницына О.И. Окружности на решетках и матрицы Адамара // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3(100). С. 2–9. DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-2-9. EDN:MWNYGB
16. Балонин Н.А., Сергеев М.Б., Себерри Д., Сеницына О.И. Окружности на решетках и матрицы максимума детерминанта // Информационно-управляющие системы. 2020. № 6(109). С. 2–11. DOI:10.31799/1684-8853-2020-6-2-11. EDN:UJVVSF
17. Balonin N.A., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. On two predictors of calculable chains of quasi-orthogonal matrices // Automatic Control and Computer Sciences. 2015. Vol. 49. Iss. 3. PP. 153–158. DOI:10.3103/S0146411615030025. EDN:UFAUMH
18. Балонин Н.А., Балонин Ю.Н., Востриков А.А., Сергеев М.Б. Вычисление матриц Мерсенна-Уолша // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 11(125). С. 51–56. DOI:10.14489/vkit.2014.011.pp.051-056. EDN:SZDKPD
19. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Как гипотезе Адамара помочь стать теоремой. Часть 1 // Информационно-управляющие системы. 2018. № 6(97). С. 2–13. DOI:10.31799/1684-8853-2018-6-2-13. EDN:PJSJX
20. Сергеев А.М. Обобщенные матрицы Мерсенна и гипотеза Балонина // Автоматика и вычислительная техника. 2014. № 4. С. 35–43.

Заключение

В качестве основного подхода в построении конструкций матриц Адамара выбран способ окаймления – увеличения порядка на единицу за счет добавления верхней строки и левого столбца к матрице Мерсенна как ядру матриц Адамара. При таком способе работают цепочки переходов матриц Эйлера→Мерсенна→Адамара из одной в другую с сохранением структур ядра, но трансформацией значений их элементов, и с окаймлением.

Рассмотренный подход позволяет в научном плане существенно расширить направление исследования условий разрешимости бициклических конструкций матриц семейства Адамара с окаймлением, отличающихся от силвестровых. В практическом – дает возможность существенного упрощения процесса вычисления и хранения, а также механизма выбора матриц различных конструкций и больших порядков для алгоритмов обработки информации в телекоммуникационных системах.

21. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Расширение гипотезы Райзера на двуциклические структуры и разрешимость матриц Адамара орнаментом в виде бицикла с двойной каймой // Информационно-управляющие системы. 2017. № 1(86). С. 2–10. DOI:10.15217/issnl684-8853.2017.1.2. EDN:YLILKF

22. Балонин Н.А., Сергеев А.М., Сергеев М.Б. Матрицы семейства Адамара как срезы ортогонального гиперобъекта на смежных порядках // Информационно-управляющие системы. 2024. № 1(128). С. 2–8. DOI:10.31799/1684-8853-2024-1-2-8. EDN:DSXAAV

References

1. Balonin N.A., Sergeev M.B. *Special Matrices: Pseudo-Return, Orthogonal, Hadamardian and Cretan*. St. Petersburg: Polytechnica Publ.; 2019. 196 p. (in Russ.) DOI:10.25960/7325-1155-0. EDN:TPMZVV
2. Hvoshch S.T. Hadamard matrices in cosmic communication. *Engineering Bulletin of Don*. 2024;1(109):210–222. (in Russ.) EDN:THBUFF
3. Chistyakov E.A., Martynov I.A., Samokhina E.V. Code Division of Channels. *Electromechanical matters. VNIIE studies*. 2023;192(1):27–32. (in Russ.) EDN:OUOJYB
4. Bezrukov A.V. Advantages and Main Parameters of Digital Cellular Communication Systems of the IS-95 (CDMA) Standard. *Electrosvyaz*. 1999;12:20–22. (in Russ.)
5. Zigangirov K.Sh. *Theory of Code Division Multiple Access Communication*. Hoboken: John Wiley & Sons; 2004. 416 p. DOI:10.1002/047165549X
6. Sergeev M.B., Nenashev V.A., Sergeev A.M. Nested code sequences of Barker-Mersenne-Raghavarao. *Information and Control Systems*. 2019;3:71–81. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81. EDN:KOTIRS
7. Voevodin V.V., Kuznetsov Yu.A. *Matrices and Calculations*. Moscow: Nauka Publ.; 1984. 320 p. (in Russ.)
8. Mironovsky L.A., Slaev V.A. *Strip-Method for Image and Signal Transformation*. Berlin, Boston: De Gruyter; 2012. DOI:10.1515/9783110252569
9. Balonin Yu.N., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. Applied Aspects of M-Matrix Use. *Information and Control Systems*. 2012;1(56):92–93. (in Russ.) EDN:OWJXIN
10. Sergeev A.M., Grigoriev E.K. Quasi-Orthogonal Structured Mersenne Matrices for Masking Digital Video and Audio Data in Distributed Systems. *Proceedings of the Seminar on Information Systems Theory and Practice, ISTP, 30 November 2023, Saint Petersburg, Russian Federation*. IEEE; 2023. DOI:10.1109/ISTP60767.2023.10427209
11. Sergeev M.B., Tatarnikova T.M., Sergeev A.M., Bozhenko V.V. Method for ensuring data confidentiality using orthogonal matrices. *Engineering Bulletin of Don*. 2024;1(109):201–209. (in Russ.) EDN:GLHCUD
12. Mironovsky L.A., Slaev V.A. Two-Way Noise-Resistant Strip-Conversion and Its Root Images. *Izmeritel'naya tekhnika*. 2012;10:6–10. (in Russ.) EDN:PJCCWJ
13. Hvoshch S.T. About the Features of the Implementation of Noise-Proof Image Encoding. *Voprosy radioelektroniki. Seriya. Tekhnika tevideniya*. 2024;4:60–65. (in Russ.) EDN:MBZPNF
14. Seberry J., Yamada M. *Hadamard Matrices: Constructions using Number Theory and Algebra*. Wiley; 2020. 384 p. DOI:10.1002/9781119520252. EDN:WZEXWE
15. Balonin N.A., Sergeev M.B., Seberry J., Sinitsyna O.I. Circles on lattices and Hadamard matrices. *Information and Control Systems*. 2019;100(3):2–9. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-2-9. EDN:MWNYGB
16. Balonin N.A., Sergeev M.B., Seberry J., Sinitsyna O.I. Circles on lattices, and maximum determinant matrices. *Information and Control Systems*. 2020;6(109):2–11. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2020-6-2-11. EDN:UJVVSF
17. Balonin N.A., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. On two predictors of calculable chains of quasi-orthogonal matrices. *Automatic Control and Computer Sciences*. 2015;49(3):153–158. DOI:10.3103/S0146411615030025. EDN:UFAUMH
18. Balonin N.A., Balonin Yu.N., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. Calculation of Mersenne-Walsh matrices. *Vestnik komp'yuternykh i informacionnykh tekhnologij*. 2014;11(125):51–56. (in Russ.) DOI:10.14489/vkit.2014.011.pp.051-056. EDN:SZDKPD
19. Balonin N.A., Sergeev M.B. Helping Hadamard conjecture to become a theorem. Part 1. *Information and Control Systems*. 2018;6(97):2–13. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2019-1-2-10 EDN:PJSJX
20. Sergeev A.M. Generalized Mersenne matrices and the Balonin conjecture. *Avtomatika i vychislitel'naya tekhnika*. 2014;4:35–43. (in Russ.)
21. Balonin N.A., Sergeev M.B. Ryser's Conjecture Expansion for Bicirculant Structures and Hadamard Matrix Resolvability by Double-Border Bicycle Ornament. *Information and Control Systems*. 2017;1(86):2–10. (in Russ.) DOI:10.15217/issnl684-8853.2017.1.2. EDN:YLILKF
22. Balonin N.A., Sergeev A.M., Sergeev M.B. Matrices of the Hadamard family as slices of an orthogonal hyperobject at adjacent orders. *Information and Control Systems*. 2024;1(128):2–8. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2024-1-2-8. EDN:DSXAAV

Статья поступила в редакцию 24.02.2026; одобрена после рецензирования 14.04.2026; принята к публикации 20.04.2026

The article was submitted 24.02.2026; approved after reviewing 14.04.2026; accepted for publication 20.04.2026

Информация об авторе:

СЕРГЕЕВ

Александр Михайлович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения

 <https://orcid.org/0000-0002-4788-9869>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.