

Научная статья

УДК 004.93'1

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2026-12-3-17-25>

EDN:TPVPMW



Сокращение вычислительной сложности при совмещении одномерных сигналов с пропусками с помощью метода пирамид

Ринат Радмирович Диязитдинов, r.diyazitdinov@psuti.ru

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики,
Самара, 443010, Российская Федерация

Аннотация

Актуальность. В работе рассматривается проблема сокращения вычислительной сложности при совмещении сигналов, которая решается в различных прикладных задачах, таких как определение времени задержки в радио- и спутниковых каналах, навигационных, медицинских приложениях, эхолокации, определение характеристик повторяемости измерительных устройств и т. д. Особенностью рассматриваемой задачи является наличие пропусков в сигналах, что при использовании существующих методов и алгоритмов обработки ведет к увеличению времени обработки и недостаточной точности совмещения. Решение этой проблемы позволит снизить требования к вычислительному оборудованию (процессорам) и повысит оперативность принятия решений. В работе рассматривается задача оценивания смещений для сигналов, описывающих состояние железнодорожных путей, на примере параметра «ширина колеи».

Цель исследования: сокращение вычислительной сложности за счет уменьшения количества проверяемых гипотез (оцениваемых смещений) с помощью преобразования пирамиды для совмещения сигналов. Для этого были использованы **метод оптимизации** при поиске экстремума, соответствующего смещению на базе преобразования пирамиды, а также **модифицированный метод Lucas-Kanade**, учитывающий аддитивное и мультипликативное отклонение сигнала.

В ходе решения рассматриваемой проблемы была предложена метрика для сравнения сигналов с пропусками, был разработан двухэтапный алгоритм, в котором на первом этапе оценивается смещение с точностью до шага дискретизации на основе преобразования пирамиды, а на втором – смещение с субдискретной точностью на основе алгоритма Lucas-Kanade. Представлены рекомендации о количестве проверяемых смещений для определения глобального экстремума. Разработанный алгоритм по сравнению с существующим характеризуется уменьшением времени обработки в 10 раз с аналогичной точностью совмещения.

Новизна исследования заключается в модификации методов обработки на основе преобразования пирамиды для сигналов, содержащих пропуски.


Практическая значимость: полученные в работе результаты могут быть использованы в направлении сокращения вычислительной сложности при совмещении одномерных сигналов, а также для изображений, отличающихся масштабом и поворотом для систем технического зрения реального времени. Внедрение алгоритмов с низкой вычислительной сложностью в системы технического зрения, используемые для диагностики железнодорожных путей, позволят повысить оперативность принятия решений при обеспечении безопасности движения транспорта.

Ключевые слова: совмещение, вычислительная сложность, одномерный сигнал, метод пирамид, линеаризация параметров, аддитивное отклонение, мультипликативное отклонение, смещение

Ссылка для цитирования: Диязитдинов Р.Р. Сокращение вычислительной сложности при совмещении одномерных сигналов с пропусками с помощью метода пирамид // Труды учебных заведений связи. 2026. Т. 12. № 3. С. 17–25. DOI:10.31854/1813-324X-2026-12-3-17-25. EDN:TPVPMW

Original research
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2026-12-3-17-25>
EDN:TPVPMW

Computation Cost Reduction for Superposition of One-Dimensional Signal with Gaps by Pyramid Method

 Rinat R. Diyazitdinov, r.diyazitdinov@psuti.ru

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics,
Samara, 443010, Russian Federation

Annotation

Relevance. The article considers the problem of computational cost reduction for signal superposition. It is being solved in various applications, such as delay estimation of the radio and satellite channels, navigation, medicine task, echolocation, measuring devices repeatability. The feature of the researchable task is processing of signals with gaps. If the existing methods are applied to the signal processing, then it leads to time processing increasing or insufficient superposition accuracy. The solution will allow reducing the requirement of calculation equipment (processor) and increasing the decision-making efficiency.

Purpose of the work. Computational cost reduction by the decreasing of the number hypotheses (offsets) by pyramid representation for signal superposition.

Methods. An optimization method for extremum searching that corresponds to offset base on the pyramid representation, a modified Lucas-Kanade method for additive and multiplicative deviation of the signal.

Results. A metric for comparing the signal with gaps was proposed. The two-stage algorithm was developed. The first stage estimates the offsets with sampling step precision by pyramid representation. The second stage estimates the offset with subsampling precision by the Lucas-Kanade method. Recommendations of the hypotheses number (offsets) for global extremum determination are presented. The developed algorithm in comparison to the current algorithm allows decreasing the processing time by 10 times with similar precision.

The work's scientific novelty is the enhanced method for processing the signal with gaps by pyramid representation.

Practical significance. The result can be used to reduce the computational cost for one-dimensional signal processing. Also it can be used for image superposition with different scale and rotation for real-time machine vision systems.

Keywords: superposition, computational cost, one-dimensional signal, pyramid representation, parameter linearization, additive deviation, multiplicative deviation, offset

For citation: Diyazitdinov R.R. Computation Cost Reduction for Superposition of One-Dimensional Signal with Gaps by Pyramid Method. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2026;12(3):17–25. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2026-12-3-17-25. EDN:TPVPMW

Введение

Оценка временных или пространственных сдвигов для совмещения одномерных сигналов является важной прикладной задачей. Примерами подобных задач являются:

- оценка времени задержки в радио- и спутниковых каналах связи;
- эхолокация;
- определение угла направления сигнала в радиолокации;

– оценивание повторяемости измерительного устройства для подтверждения его метрологических характеристик и т. д.

В частности, в данной работе рассматривается задача совмещения сигналов, описывающих состояние железнодорожных путей, на примере параметра «ширина колеи». Способ измерения параметра «ширина колеи» [1] показан на рисунке 1. Этот параметр измеряется с помощью диагностических комплексов, установленных на железнодорожные вагоны (вагоны-путеизмерители). На со-

временных вагонах используются оптические датчики, позволяющие проводить измерения с высокой частотой. Однако эти датчики чувствительны к внешним условиям съемки. Неблагоприятные условия съемки (осадки, туман, пыль, грязь и т. д.) могут приводить к кратковременным пропускам измерений. Поэтому при обработке сигналов, в ходе которой проводится совмещение, необходимо учитывать эти пропуски.

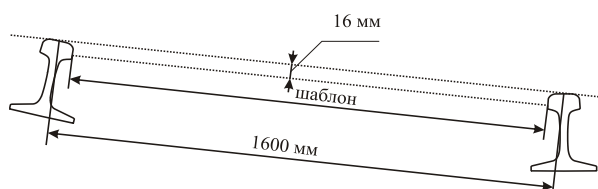


Рис. 1. Измерение параметра «ширина колеи»

Fig. 1. Measurement of the Parameter «Track Gauge»

Одной из важных характеристик при совмещении сигналов является время обработки, так как оно напрямую может влиять на время принятия решений, в особенности, если эти решения связаны с обеспечением безопасности (например, по совмещенным сигналам «ширина колеи» можно прогнозировать предотказное состояние железнодорожного пути).

Представленное исследование посвящено решению задачи уменьшения времени при совмещении сигналов за счет снижения вычислительной сложности алгоритма обработки. Решение этой задачи позволит снизить требования к вычислительному оборудованию (процессорам) и повысит оперативность принятия решений.

Обзор существующих работ

Развитие вычислительной техники привело к повышению быстродействия процессоров, однако, повысилась и частота съемки измерительных устройств (датчиков, видеокамер, сканеров, дальномеров, линейных камер и т. д.) Другими словами, несмотря на кратное увеличение быстродействия процессоров, объем обрабатываемых данных возрос также кратно. Поэтому уменьшение вычислительной сложности при совмещении сигналов как было, так и остается актуальной проблемой.

Ограничение аппаратных возможностей ведет к необходимости развития алгоритмических подходов, которые позволяют сократить количество вычислений, и тем самым обеспечивают снижение времени обработки. Вопросы совмещения одномерных сигналов близки к расчету сверток сигналов. Основная идея, закладываемая в алгоритмах этой группы, заключается в поиске наиболее похожих друг на друга фрагментов сигналов. Мерой схожести (метрикой) очень часто выступает сумма квадратов разностей отсчетов (евклидово расстояние) или коэффициент корреляции.

В обоих случаях при расчете метрики проводится вычисление суммы произведений отсчетов двух сигналов, которая определяет свертку сигналов:

$$z(i) = \sum_{j=1}^N g(j) \cdot f(i - j + 1), \quad (1)$$

где $z(i)$ – значение свертки для i -го отсчета, $i = 1 .. N + M - 1$; $g(i)$ – первый сигнал, $i = 1, 2, .., N$; $f(i)$ – второй сигнал, $i = 1, 2, .., M$, $f(i - j + 1) = 0$, если $i - j + 1 \leq 0$.

Решение задачи снижения вычислительной сложности известно. Оно базируется на расчете быстрого преобразования Фурье [2, 3] и позволяет вычислить свертку сигналов. Расчет свертки базируется на теореме, констатирующей, что Фурье-образ свертки двух функций равен произведению Фурье-образов функций, входящих в свертку.

Интересное решение, очень близкое к расчету сверток на базе Фурье-преобразования, было предложено в исследовании [4], идея которого заключается в применении полиномиальных базисов для декомпозиции импульсных характеристик КИХ-фильтров. Однако существенное снижение вычислительной сложности достигается при использовании осесимметричных импульсных характеристик (например, для функции Гаусса, вейвлета «мексиканская шляпа»).

Задача, которой посвящено данное исследование, отличается от рассматриваемых в ранее описанных работах тем, что совмещаемые сигналы имеют пропуски. Это приводит к тому, что свертку нельзя вычислить по всем отсчетам сигнала, соответственно прием с увеличением быстродействия за счет преобразования Фурье также нельзя использовать. Чтобы уйти от проблемы «пропусков в сигнале», можно его восстановить. Однако результат обработки может оказаться неудовлетворительным с точки зрения погрешности совмещения.

На рисунке 2а представлена обработка с учетом пропусков в сигнале (без использования преобразования Фурье). Из этого рисунка видно, что сигналы совместились с высокой точностью, несмотря на пропуски в сигнале $g(x)$. На рисунке 2b представлен сигнал, в котором пропуск был восстановлен с помощью линейной интерполяции. Этот сигнал не содержал пропусков, поэтому к нему применима методика совмещения путем полного перебора с использованием преобразования Фурье. Однако в результате обработки сигнал $f(x)$ совместился с сигналом $g(x)$ с высокой погрешностью, то есть визуально видно, что фрагмент сигнала $g(x)$ не похож на сигнал $f(x)$ (рисунок 2с).

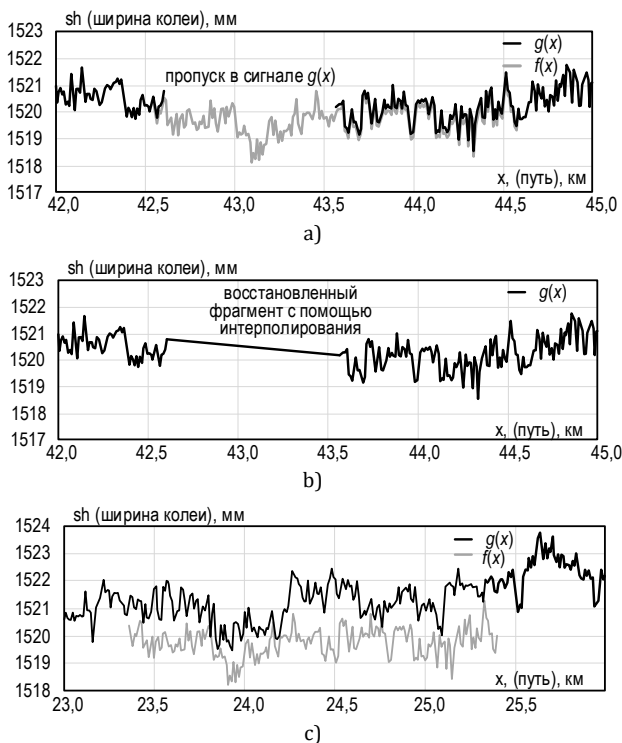


Рис. 2. Обработка сигналов с пропусками: совмещение без восстановления (а); восстановление с помощью линейной интерполяции (б); совмещение с восстановленным сигналом (с)

Fig. 2. Processing of the Signal with Gap: Superposition without Restoring (a); Restoring by Linear Interpolation (b); Superposition with Restored Signal (c)

Таким образом, при обработке сигналов с пропусками существует проблема низкой точности совмещения при использовании приемов с «быстрым» расчетом сверток, который требует восстановления данных. Поэтому для обеспечения требуемой точности совмещения более перспективным является обработка с учетом пропусков, но она характеризуется высокой вычислительной сложностью. Проблема обработки сигналов с пропусками решалась в работах [5, 6]. Перед исследователем стояла задача совмещения одномерных сигналов с пропусками с субдискретной точностью, при этом вопросы, связанные со сложностью обработки, в работах не рассматривались.

В результате был разработан алгоритм, который состоял из двух этапов:

- 1) «грубое» совмещение с точностью до шага дискретизации;
- 2) «уточняющее» совмещение с точностью 1/10 от шага дискретизации.

На обоих этапах использовался метод полного перебора, только на первом этапе устанавливается оценка смещения в диапазоне от 0 до N , где N – это количество отсчетов в анализируемом сигнале, а на втором этапе частота дискретизации увеличивается в 10 раз, и уточнение проводится в окрестности смещения, определенного на первом этапе.

Несомненным достоинством алгоритма [5] является простота и высокая точность совмещения. Однако высокая вычислительная сложность из-за использования принципов полного перебора является его недостатком. Для снижения вычислительной сложности был разработан алгоритм, в основе которого был заложен метод преобразования пирамиды.

Модель сигналов

В основе алгоритма совмещения лежит следующая математическая модель описания сигналов:

$$f(x) = s(x) + k(x), \quad (2)$$

$$g(x) = \lambda s(x + h) + \gamma + m(x), \quad (3)$$

где $f(x)$, $g(x)$ – наблюдаемые сигналы; x – аргумент (пространственная или временная координата); $k(x)$, $m(x)$ – аддитивный белый гауссов шум; λ , γ – мультипликативное и аддитивное отклонение сигнала; $s(x)$ – сигнал, описывающий физический процесс; h – смещение, которое необходимо оценить.

Использование именно такой модели связано с тем, что обрабатываемые сигналы имеют различия, которые могут быть интерпретированы как аддитивное и мультипликативное отклонение сигнала.

На рисунке 3 приведен пример совмещения одномерных сигналов, а на рисунке 4 – разности сигналов:

- без учета λ , γ (см. рисунок 4а), т. е. график разности $g(x) - f(x+h)$;
- с учетом только γ (см. рисунок 4б), т. е. график разности $g(x) - f(x+h) - \gamma$;
- с учетом λ , γ (см. рисунок 4с), т. е. график разности $g(x) - \lambda f(x+h) - \gamma$.

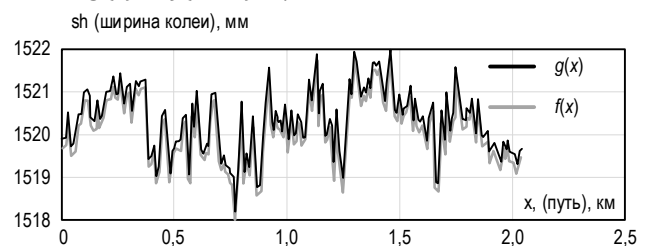


Рис. 3. Пример совмещения сигналов

Fig. 3. Signal Superposition Example

Как видно из приведенных рисунков, разница между сигналами минимальна с учетом λ и γ . На основе этого и многочисленных похожих экспериментов была выбрана математическая модель, учитывающая аддитивное и мультипликативное отклонение сигнала, описываемая выражениями (2, 3). Для учета пропусков в математической модели предлагается использовать векторы-маски, в которых значение «1» будет соответствовать наличию данных, а «0» – отсутствию. Сигналу $g(x)$ будет соответствовать вектор-маска $Mg(x)$, а сигналу $f(x)$ – вектор-маска $Mf(x)$.

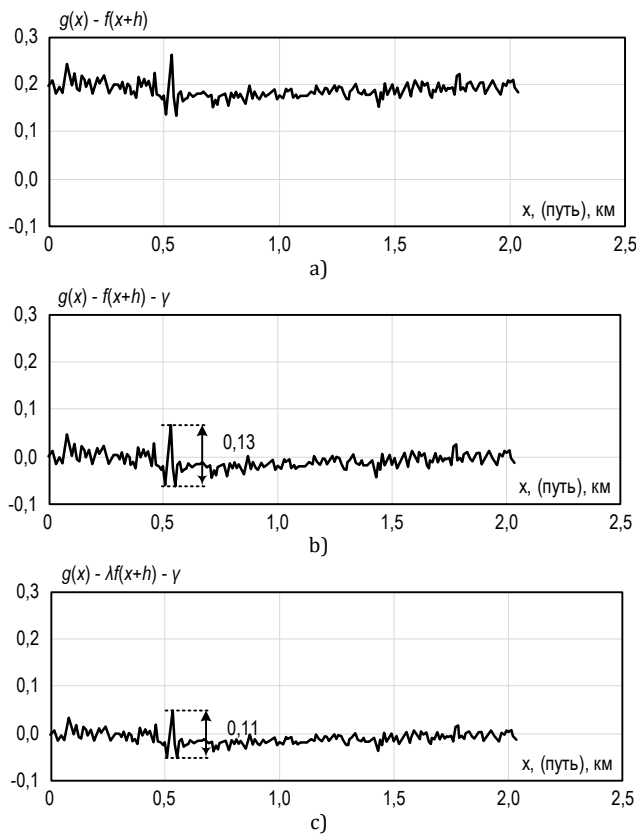


Рис. 4. Разность сигналов: а) без учета аддитивного и мультипликативного отклонения; б) с учетом только аддитивного отклонения; в) с учетом аддитивного и мультипликативного отклонения

Fig. 4. Signal Difference: a) without Additive and Multiplicative Deviation; b) Only with Additive Deviation; c) with Additive and Multiplicative Deviation

Разработанный алгоритм

Разработанный алгоритм, как и алгоритм, представленный в [5], состоит из двух основных этапов обработки – «грубого» и «уточняющего». На этапе «грубого» совмещения реализуется метод полного перебора, а для сокращения вычислений – метод

пирамиды. На втором этапе используется критерий максимума коэффициента корреляции (метрики для сравнения сигналов), потому что данный коэффициент инвариантен (не зависит) к параметрам λ и γ , что позволяет проверять гипотезы, связанные только со смещением (4, 5), где $R(h)$ – коэффициент корреляции между сигналом $f(x)$ и сигналом $g(x)$, смещенным на величину h ; x_i – это пространственная или временная координата, соответствующая i -му отсчету. Другими словами, в задаче оценивается только один параметр, а не три, так как при использовании « $\lambda f(x_i) + \gamma$ » вместо « $f(x_i)$ » в формуле (5) значение коэффициента корреляции останется тем же самым. Для учета пропусков в сигналах вместо $g(x_i)$ подставляется произведение $g(x_i) \cdot M_g(x_i)$, а вместо $f(x_i) - f(x_i) \cdot M_f(x_i)$. Таким образом, если координате « x_i » соответствует пропуск в сигнале $g(x)$ или $f(x)$, то значение такого слагаемого при суммировании в формуле (5) будет равно нулю.

Подобный способ учета пропусков определяет метрику, которая не является равнозначной заменой коэффициента корреляции (5). Поэтому возможность использования этой метрики для решения рассматриваемой задачи проверялась экспериментальным образом. В этом случае метрика для сравнения сигналов с пропусками запишется в виде (6), где $M_c(x_i, h) = M_f(x_i) \cdot M_g(x_i + h)$ – вектор-маска, учитывающий пропуски в совмещаемых сигналах; $L(x_i, h) = \sum_{i=1}^M M_c(x_i, h)$;

$$A_{gfmc} = \frac{\sum_{i=1}^M g(x_i + h) f(x_i) M_c(x_i, h)}{L(x_i, h)}$$

$$A_{gmc} = \frac{\sum_{i=1}^M g(x_i + h) M_c(x_i, h)}{L(x_i, h)}$$

$$A_{fmc} = \frac{\sum_{i=1}^M f(x_i) M_c(x_i, h)}{L(x_i, h)}$$

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmax}}(R(h)), \tag{4}$$

$$R(h) = \frac{(\sum_{i=1}^M g(x_i + h) \cdot f(x_i))/M - ((\sum_{i=1}^M g(x_i + h))/M) \cdot ((\sum_{i=1}^M f(x_i))/M)}{((\sum_{i=1}^M g^2(x_i + h))/M - (\sum_{i=1}^M g(x_i + h)/M)^2)^{1/2} \cdot ((\sum_{i=1}^M f^2(x_i))/M - (\sum_{i=1}^M f(x_i)/M)^2)^{1/2}} \tag{5}$$

$$R(h) = \frac{A_{gfmc} - A_{gmc} \cdot A_{fmc}}{((\sum_{i=1}^M g^2(x_i + h) M_c(x_i, h))/L(x_i, h) - (\sum_{i=1}^M g(x_i + h) M_c(x_i, h)/L(x_i, h))^2)^{1/2} \times \frac{1}{((\sum_{i=1}^M f^2(x_i) M_c(x_i, h))/L(x_i, h) - (\sum_{i=1}^M f(x_i) M_c(x_i, h)/L(x_i, h))^2)^{1/2}}} \tag{6}$$

На этапе «уточняющего» совмещения используется критерий минимума евклидова расстояния. Метрикой в этом критерии является сумма квадратов разности отсчетов сигналов:

$$\hat{h} = \underset{h}{\operatorname{argmin}}(D(h)), \tag{7}$$

$$D(h) = \sum_{i=1}^M (g(x_i + h) - f(x_i))^2, \tag{8}$$

где $D(h)$ – евклидово расстояние между сигналом $f(x)$ и сигналом $g(x)$, смещенным на величину h .

С учетом пропусков:

$$D(h) = \sum_{i=1}^M (g(x_i + h) - f(x_i))^2 M g(x_i + h) M f(x_i). \quad (9)$$

Если рассматривать метрику (9), то возникает противоречивая ситуация. С одной стороны, чем меньше метрика, тем лучше совпадение, но с другой стороны, чем больше пропусков в сигналах, тем меньше будет метрика. Т. е., если два сигнала не имеют пересечений по областям определения, то метрика будет равняться нулю, и это будет соответствовать наиболее правдоподобному совмещению, что, конечно же, является неверным решением.

Особенность использования этой метрики заключается в том, что с ее помощью проводится уточнение смещения, и уточнение, как правило, не превышает одного-двух отсчетов. Поэтому ситуации, при которой два сигнала не будут иметь пересечений по областям определения (или же эта область существенно меняется), не возникает. Эта

особенность позволяет использовать метрику (9) для решения поставленной задачи.

Метрика (9) зависит от параметров λ и γ . Если их не учитывать, то это приводит к росту погрешности. В работе [7] представлено численное моделирование, подтверждающее это утверждение. Для учета аддитивного и мультипликативного отклонения сигнала используется метод линеаризации параметров (модифицированный метод Lucas-Kanade), который позволяет оценить одновременно три параметра путем решения системы линейных уравнений. Оценка смещения за счет решения системы уравнений является менее сложной с точки зрения вычислений, чем «полный перебор».

Вывод системы уравнений (10) подробно описан в работе [7], где $q(x_i) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$, $\mu = \lambda h$. С учетом пропусков получим (11), где $M_c(x_i, h) = M f(x_i) \cdot M f(x_{i+1}) \cdot M g(x_i + h)$ – вектор-маска, учитывающий пропуски в совмещаемых сигналах.

Решение системы уравнений позволяет вычислить искомое смещение h с субдискретной точностью.

$$\begin{cases} \lambda \sum_{i=1}^M f(x_i) q(x_i) + \mu \sum_{i=1}^M q^2(x_i) + \gamma \sum_{i=1}^M q(x_i) = \sum_{i=1}^M g(x_i) q(x_i) \\ \lambda \sum_{i=1}^M f^2(x_i) + \mu \sum_{i=1}^M f(x_i) q(x_i) + \gamma \sum_{i=1}^M f(x_i) = \sum_{i=1}^M g(x_i) f(x_i) \\ \lambda \sum_{i=1}^M f(x_i) + \mu \sum_{i=1}^M q(x_i) + \gamma M = \sum_{i=1}^M g(x_i) \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} \lambda \sum_{i=1}^M f(x_i) q(x_i) M_c(x_i, h) + \mu \sum_{i=1}^M q^2(x_i) M_c(x_i, h) + \gamma \sum_{i=1}^M q(x_i) M_c(x_i, h) = \sum_{i=1}^M g(x_i) q(x_i) M_c(x_i, h) \\ \lambda \sum_{i=1}^M f(x_i) q(x_i) M_c(x_i, h) + \mu \sum_{i=1}^M q^2(x_i) M_c(x_i, h) + \gamma \sum_{i=1}^M q(x_i) M_c(x_i, h) = \sum_{i=1}^M g(x_i) q(x_i) M_c(x_i, h) \\ \lambda \sum_{i=1}^M f(x_i) M_c(x_i, h) + \mu \sum_{i=1}^M q(x_i) M_c(x_i, h) + \gamma \sum_{i=1}^M M_c(x_i, h) = \sum_{i=1}^M g(x_i) M_c(x_i, h) \end{cases} \quad (11)$$

Особенности этапа обработки «грубого» совмещения

Ниже рассмотрены особенности обработки «грубого» совмещения.

Пусть сигнал $f(x)$ содержит M отсчетов, а сигнал $g(x)$ – N отсчетов.

Если использовать метод полного перебора, то необходимо проверить « $N - M + 1$ » вариантов смещений. Если полагать, что $N \gg M$, то $N - M + 1 \approx N$.

При использовании метода пирамид количество отсчетов зависит от «номера пирамиды» и будет уменьшаться в 2^K раз, где K – номер пирамиды. Соответственно количество смещений, которое необходимо проверить, будет определяться как $\frac{N}{2^K}$. Такой подход позволяет значительно уменьшить вычислительную сложность.

Дальнейшая обработка, как правило, проводится следующим образом [8–10]: оценив смещение h_t по сигналам t -й пирамиды, происходит переход на

« $t-1$ »-ю пирамиду. Относительно смещения $2h_t$ (множитель 2 учитывает, что количество отсчетов на « $t-1$ »-й пирамиде в 2 раза больше, чем на t -й пирамиде) уточняется смещение – определяется $2h_{t-1}$. Этот процесс повторяется, пока не будет достигнута пирамида с номером $t = 0$, соответствующая исходным данным.

Однако такая схема обработки имеет недостаток: если при обработке t -й пирамиды погрешность оценки смещения больше, чем $|\hat{h} - 2^t \cdot h_t|$, то с высокой вероятностью смещение, оцененное с помощью пирамид, не будет соответствовать смещению \hat{h} (смещение, соответствующее максимальному значению коэффициента корреляции согласно формуле (4)). Поэтому в разработанном алгоритме предложено проверять несколько возможных смещений, а не одно. При этом количество смещений будет зависеть от номера пирамиды. Для обозначения количества проверяемых смещений введена переменная s_t , где индекс t обозначает номер пирамиды. Смещения при обработке t -го номера пирамиды определяются по s_t максимальным коэффициентам корреляции.

Вопрос выбора максимального номера пирамиды K , величин s_t , $t = 0 \dots K$ является оптимизационным, т. е. зависит от свойств сигнала и может быть решен экспертным способом (определил разработчик алгоритма, исходя из своих критериев), либо по результатам оптимизационных экспериментов.

При разработке алгоритма экспертным способом были выбраны:

- количество отсчетов в сигнале $f(x)$, $M = 2048$ отсчетов;
- максимальный номер пирамиды $K = 6$, т. е. количество отсчетов на 6-й пирамиде соответствовало $\frac{M}{2^K} = \frac{2048}{2^6} = 32$ отсчета.

Экспериментальным образом устанавливалось количество проверяемых смещений s_t для t -й пирамиды.

Методика выбора s_t состоит из следующих шагов:

- 1) определение сигналов $f(x)$ и $g(x)$, M , N – количество отсчетов в сигнале $f(x)$ и $g(x)$;
- 2) вычисление смещения \hat{h} по алгоритму полного перебора; это значение используется в качестве эталонного (целевого значения, глобального оптимума);
- 3) формирование пирамид из сигналов $f(x)$ и $g(x)$;
- 4) выбор максимальных значений s_t , $t = 0 \dots K$, например, $K = 6$, $t = K$, $s_6 = \frac{N}{2^6}$, $t = K-1 = 5$, $s_5 = \frac{N}{2^5}$ и т. д.
- 5) выбор максимального номера пирамиды $t = K$;
- 6) определение значения s_t методом деления пополам (дихотомии или двоичного поиска):
 - определение минимально и максимально возможного значения для s_t : $\min_v = 1$, $\max_v = \frac{N}{2^t}$;

- этап деления пополам: $\text{mid} = 0,5 \cdot (\min_v + \max_v)$;
- определение окончания процедуры оптимизации: если $|\max_v - \text{mid}| < 1$, то переход к п. 7;
- обновление s_t : $s_t = \text{mid}$;
- формирование вектора со значениями (s_0, s_1, \dots, s_K) ;
- совмещение согласно методу пирамид для (s_0, s_1, \dots, s_K) ; в результате оценивается смещение h_0 ;
- обновление параметров \min_v и \max_v :

если $h_0 = \hat{h}$, то $\max_v = \text{mid}$,
 если $h_0 \neq \hat{h}$, то $\min_v = \text{mid}$;

- 7) выбор следующего номера пирамиды: $t = t - 1$;
- 8) определение окончания процедуры оптимизации: если $t \neq 0$, то переход к п. 6;
- 9) вывод на печать вектора (s_0, s_1, \dots, s_K) .

Описанная процедура оптимизации проводилась 1000 раз для различных сигналов $f(x)$ и $g(x)$, $N = 100\,000$ отсчетов, и из всех вариантов были выбраны максимально возможные значения (s_0, s_1, \dots, s_K) . В таблице 1 представлены полученные результаты.

ТАБЛИЦА 1. Соответствие между количеством проверяемых смещений и номером пирамиды

TABLE 1. Mapping between Number of the Tested Offset and Pyramid's Number

№	t ,	N	$N/2^t$	s_t	$\frac{N/2^t}{s_t \times 10^{-3}}$
1	6	100 000	1 563	10	6,40
2	5		3 125	7	2,20
3	4		6 250	4	0,64
4	3		12 500	1	0,08
5	2		25 000	1	0,04
6	1		50 000	1	0,02
7	0		100 000	1	0,01

Условные обозначение: t – номер пирамиды; N – количество отсчетов в сигнале $g(x)$; $N/2^t$ – количество отсчетов в пирамиде $g(x)$ с номером t

Из таблицы 1 видно, что с ростом номера пирамиды необходимо проверять большее количество смещений, чтобы обеспечить глобальный оптимум (смещение с максимальным коэффициентом корреляции при совмещении исходных сигналов). Однако, начиная с некоторого номера пирамиды (для сигналов, используемых в исследовании $t = 3$), достаточно проверять только одно смещение. Данную методику определения параметров алгоритма, основанного на методе пирамид, можно использовать при решении похожих задач.

Экспериментальная проверка

Для экспериментальной проверки использовались сигналы, описывающие пространственные параметры железнодорожных путей, в частности, обрабатывался параметр «ширина колеи» [1]. Алгоритм был проверен на 5 участках железнодорожного пути с длиной не менее 10 км, при этом

на каждом участке проводилось не менее 8 измерительных сессий. Точность совмещения определялась как среднеквадратичное значение разности между сигналами. В таблице 2 представлены результаты точности измерения.

ТАБЛИЦА 2. Точность измерения параметра «ширина колеи»
TABLE 2. Measurement Accuracy for Parameter «Track Gauge»

№ участка	Максимальное значение среднеквадратичного значения разности, мм	
	Существующий [5]	Разработанный
1	0,071	0,072
2	0,072	0,071
3	0,073	0,073
4	0,071	0,070
5	0,071	0,073

Как видно из таблицы 2, точность совмещения у разработанного алгоритма практически такая же, как и у существующего алгоритма [5].

На рисунке 5 показан один из примеров совмещения сигналов, один из которых содержит пропуски, согласно разработанному алгоритму. Его основное достоинство заключается в уменьшении времени обработки – приблизительно в 10 раз [5]. Например, при совмещении сигналов с количеством отсчетов порядка 100 000, время обработки снизилось с 30,2 до 2,8 с (примечание: сравнение проводилось в программной среде Octave на персональном компьютере с процессором i7-3770).

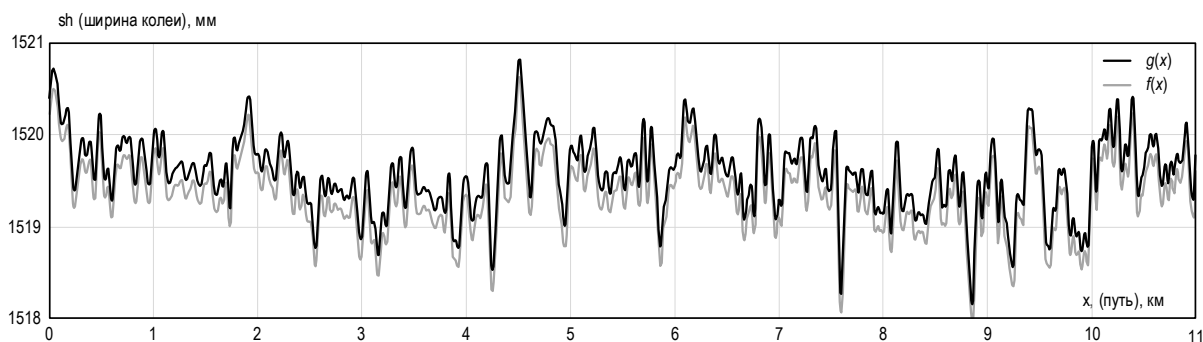


Рис. 5. Пример совмещения сигналов

Fig. 5. Signal Superposition Example

Вывод

В работе представлен алгоритм совмещения одномерных сигналов с пропусками, позволяющий снизить вычислительную сложность обработки. Алгоритм состоит из двух этапов обработки, каждый из которых заменяет процедуру оценки смещений полным перебором на менее сложную обработку. Экспериментальная проверка показала 10-кратное уменьшение времени обработки. При использовании метода пирамиды предложена мо-

дернизация, заключающаяся в проверке не одного, а нескольких возможных смещений, чтобы обеспечить оценку по глобальному экстремуму. Для определения количества проверяемых смещений в зависимости от номера пирамиды была разработана соответствующая методика. Дальнейшее развитие алгоритма совмещения будет вестись в направлении совмещения изображений, отличающихся масштабом и поворотом для систем технического зрения реального времени.

Список источников

1. ГОСТ 9238-2013. Габариты железнодорожного подвижного состава и приближение строений. М.: Стандартинформ, 2014.
2. Мясников Е.В. Определение параметров геометрических трансформаций для совмещения портретных изображений // Компьютерная оптика. 2007. Т. 31. № 3. С. 77–82. EDN:IUDQGV
3. Чкан А.В. Повышение реальной производительности РВС при решении задач цифровой обработки изображений с использованием быстрого преобразования Фурье // Известия ЮФУ. Технические науки. 2020. № 7(217). С. 152–163. DOI:10.18522/2311-3103-2020-7-152-163. EDN:VRSEWY
4. Мясников В.В., Глумов Н.И., Сергеев В.В. Параллельно-рекурсивные методы локального описания цифровых изображений: учебное пособие. Самара: Самарский университет, 2023. 100 с.
5. Кузьмин С.В. Инвариантное к масштабу определение задержек между двумя одномерными цифровыми сигналами // Инфокоммуникационные технологии. 2011. Т. 9. № 2. С. 7–10. EDN:NUMYPF
6. Кузьмин С.В. Нормированная корреляционная функция для анализа сигналов с разной частотой дискретизации // Инфокоммуникационные технологии. 2011. Т. 9. № 4. С. 19–23. EDN:OWQWDH

7. Диязитдинов Р.Р. Усовершенствование алгоритма Лукаса-Канаде для совмещения цифровых видеосигналов на фоне аддитивных и мультипликативных помех // XI Международная конференция «Фундаментальные проблемы оптики – 2019» (Санкт-Петербург, Российская Федерация, 21–25 октября 2019). СПб.: Университет ИТМО. С. 194–196. EDN:VZGJXY
8. Бессмельцев В.П., Булушев Е.Д. Быстрый алгоритм совмещения изображений для контроля качества лазерной микрообработки // Компьютерная оптика. 2014. Т. 38. № 2. С. 343–350. DOI:10.18287/0134-2452-2014-38-2-343-350. EDN:SFAZFL
9. Смирнов С.А., Бабаян П.В., Ершов М.Д., Муравьев В.С. Разработка и оптимизация алгоритма слежения за транспортным средством в видеопотоке на основе пирамидального метода Лукаса-Канаде // Вестник кибернетики. 2020. № 2(38). С. 58–67. DOI:10.34822/1999-7604-2020-2-58-67. EDN:YNCLHD
10. Горбачев Р.А., Зарипов М.Н., Шишков Д.Л. Интеллектуальная система технического зрения для обнаружения препятствий и предсказания поведения движущихся объектов на железнодорожных путях // Известия ЮФУ. Технические науки. 2022. № 1(225). С. 256–268. DOI:10.18522/2311-3103-2022-1-256-268. EDN:VCMTHQ

References


1. GOST 9238-2013. *Construction and rolling stock clearance diagrams*. Moscow: Standartinform Publ., 2014. (in Russ.)
2. Myasnikov E.V. Determination of parameters of geometric transformations for combining portrait images. *Computer Optics*. 2007;31(3):77–82. (in Russ.) EDN:IUDQGV
3. Chkan A.V. Improving Real Performance of RCS when solving digital image processing tasks using fast fourier transform. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2020;7(217):152–163. (in Russ.) DOI:10.18522/2311-3103-2020-7-152-163. EDN:VRSEWY
4. Myasnikov V.V., Glumov N.I., Sergeev V.V. *Parallel-Recursive Methods of Local Description of Digital Images*. Samara: Samara University Publ.; 2023. 100 p. (in Russ.)
5. Kuzmin S.V. Scale-Invariant Delay Estimation Between Two One-Dimensional Digital Signals. *Infokommunikacionnye Tehnologii*. 2011;9(2):7–10. (in Russ.) EDN:NUMYPF
6. Kuzmin S.V. Normalized Correlation Function for Signal Analysis with Different Sample Rates. *Infokommunikacionnye Tehnologii*. 2011;9(4):19–23. (in Russ.) EDN:OWQWDH
7. Diyazitdinov R.R. Improving the Lucas-Kanade Algorithm for Combining Digital Video Signals Against the Background of Additive and Multiplicative Interference. *Proceedings of the XIth International Conference on Fundamental Problems of Optics – 2019, 21–25 October 2019, St. Petersburg, Russian Federation*. St. Petersburg: ITMO University Publ. p.194-196. (in Russ.) EDN:VZGJXY
8. Bessmeltsev V., Bulushev E. Fast Image Registration Algorithm for Automated Inspection of Laser Micromachining. *Computer Optics*. 2014;38(2):343–350. (in Russ.) DOI:10.18287/0134-2452-2014-38-2-343-350. EDN:SFAZFL
9. Smirnov S.A., Babayan P.V., Ershov M.D., Muraviev V.S. Development and Optimization of Algorithm for Vehicle Tracking on Video Using Lucas-Kanade Method with Pyramids. *Proceedings in Cybernetics*. 2020;2(38):58–67. (in Russ.) DOI:10.34822/1999-7604-2020-2-58-67. EDN:YNCLHD
10. Gorbachev R.A., Zaripov M.N., Shishkov D.L. An Intelligent System of Technical Vision for Detecting Obstacles and Predicting the Behavior of Moving Objects on Railway Tracks. *Izvestiya SFedU. Engineering Sciences*. 2022;1(225):256–268. (in Russ.) DOI:10.18522/2311-3103-2022-1-256-268. EDN:VCMTHQ

Статья поступила в редакцию 22.12.2025; одобрена после рецензирования 29.04.2026; принята к публикации 04.05.2026.

The article was submitted 22.12.2025; approved after reviewing 29.04.2026; accepted for publication 04.05.2026.

Информация об авторе:

ДИЯЗИТДИНОВ
Ринат Радмирович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сетей и систем связи Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики
 <https://orcid.org/0000-0001-6360-0351>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.