

Научная статья

УДК 621.396.67.012.12

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-5-74-83>

EDN:JEJUCM



Алгоритмы адаптивной обработки сигналов в геостационарных системах

✉ Игорь Андреевич Бойко, boiko.ia@sut.ru

✉ Евгений Иванович Глушанков, glushankov.ei@sut.ru

✉ Анна Жановна Лялина, lyalina.az@sut.ru

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

Аннотация

Актуальность. Адаптивная обработка сигналов является ключевой технологией в современных спутниковых системах. Ее применение позволяет значительно повысить эффективность работы радиотехнических комплексов за счет улучшения помехозащищенности, увеличения дальности действия. Для реализации пространственной фильтрации в реальном времени используют итерационные алгоритмы адаптации. Анализ существующих разработок показывает, что подавляющее большинство решений основано на алгоритмах наименьших средних квадратов (LMS) и рекурсивных наименьших квадратов (RLS). Популярность этих методов обусловлена их относительной простотой реализации и оптимальными характеристиками в стационарной электромагнитной среде. Однако в условиях динамически изменяющейся сигнально-помеховой обстановки их эффективность резко снижается, и в этих условиях используют нестационарные алгоритмы на основе фильтра Калмана, среди которых наиболее известными являются алгоритм постоянного модуля на основе несмещенного фильтра Калмана (UKF-CMA) и алгоритм минимальной дисперсии без искажений на основе расширенного фильтра Калмана (EKF-MVDR).

Целью исследования являлось повышение отношения сигнал / шум за счет использования алгоритмов адаптивной обработки сигналов в геостационарных системах спутниковой связи.

Методы: математическое моделирование адаптивных алгоритмов пространственной фильтрации для спутникового канала связи в среде MATLAB.

В ходе **решения** научной задачи было выполнено исследование устойчивости как стационарных алгоритмов (LMS и RLS), так и нестационарных, основанных на калмановской фильтрации (UKF-CMA, EKF-MVDR, UKF-MVDR), в системе геостационарной спутниковой связи для различных сред, таких как город, пригород и сельская местность. Также для исследуемых алгоритмов был проведен анализ вычислительной сложности, скорости сходимости и выигрышу в отношении сигнал / шум в условиях стационарной и нестационарной сигнально-помеховой обстановки. **Научная новизна** данной работы заключается в предложении модификации алгоритма EKF-MVDR на основе несмещенного фильтра Калмана (UKF-MVDR) для повышения устойчивости алгоритма в условиях нестационарной сигнально-помеховой обстановки применительно к задачам адаптивной обработки сигналов.

Теоретическая значимость работы заключается в использовании алгоритмов пространственной обработки сигналов в геостационарных системах спутниковой связи для обеспечения устойчивой работы в условиях стационарной и динамической сигнально-помеховой обстановки.

Ключевые слова: геостационарные спутниковые системы, адаптивное диаграммообразование, LMS, RLS, UKF-CMA, EKF-MVDR, UKF-MVDR

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства цифрового развития, связи и массовых коммуникаций Российской Федерации, соглашение № 071-03-2025-005, "Прикладные научные исследования в области разработки методов мониторинга и идентификация типов трафика для эффективного использования сетевого ресурса в гибридных сетях связи" (регистрационный номер ПТНИ: 1024062100008-4).

Ссылка для цитирования: Бойко И.А., Глушанков Е.И., Лялина А.Ж. Алгоритмы адаптивной обработки сигналов в геостационарных системах // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 5. С. 74–83. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-5-74-83. EDN:JEJUCM

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-5-74-83>

EDN:JEJUCM

Algorithms for Adaptive Signal Processing in Geosynchronous Orbit Satellite Systems

 **Igor A. Boyko** ✉, boiko.ia@sut.ru

 **Evgeniy I. Glushankov**, glushankov.ei@sut.ru

 **Anna Zh. Lyalina**, lyalina.az@sut.ru

The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications,
Saint Petersburg, 193232, Russian Federation

Annotation

Relevance. Adaptive signal processing is a key technology in modern satellite systems. Its use significantly improves the efficiency of radio engineering systems by improving interference immunity and increasing the operating range. Iterative adaptation algorithms are used to implement spatial filtering in real time. An analysis of existing developments shows that the vast majority of solutions are based on least mean squares (LMS) and recursive least squares (RLS) algorithms. The popularity of these methods is due to their relative simplicity of implementation and optimal characteristics in a stationary electromagnetic environment. However, in a dynamically changing signal-to-noise environment, their effectiveness decreases sharply, and in these conditions, non-stationary algorithms based on the Kalman filter are used, among which the most well-known are the constant modulus algorithm based on the unbiased Kalman filter (UKF-CMA) and the minimum variance distortionless algorithm based on the extended Kalman filter (EKF-MVDR).

The **aim** of the study was to improve the signal-to-noise ratio by using adaptive signal processing algorithms in geostationary satellite communication systems.

The work used **methods** of mathematical modeling of adaptive spatial filtering algorithms for satellite communication channels in the MATLAB environment.

In the **solution** of solving the scientific problem, an analysis of the stability of both stationary algorithms (LMS and RLS) and non-stationary algorithms based on Kalman filtering (UKF-CMA, EKF-MVDR, UKF-MVDR) in a geostationary satellite communication system for various environments, such as urban, suburban, and rural areas. An analysis of computational complexity, convergence speed, and signal-to-noise ratio gain was also performed for the algorithms under study in stationary and non-stationary signal-to-noise conditions.

The scientific **novelty** of this work lies in proposing a modification of the EKF-MVDR algorithm based on an unbiased Kalman filter (UKF-MVDR) to improve the stability of the algorithm in non-stationary signal-to-noise conditions as applied to adaptive signal processing tasks.

The **theoretical significance** of this work lies in the use of spatial signal processing algorithms in geostationary satellite communication systems to ensure stable operation in stationary and dynamic signal-to-noise environments.

Keywords: GEO satellite system, adaptive beamforming, LMS, RLS, UKF-CMA, EKF-MVDR, UKF-MVDR

Funding: The research was prepared with the financial support of the Ministry of Digital Development, Communications and Mass Media of the Russian Federation, grant agreement No. 071-03-2025-005, "Applied scientific research in the field of creating services and applications in promising communication networks" (reg. No. of applied scientific research: 1024032900317-4).

For citation: Boyko I.A., Glushankov E.I., Lyalina A.Zh. Algorithms for Adaptive Signal Processing in Geosynchronous Orbit Satellite Systems. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(5):74–83. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-5-74-83. EDN:JEJUCM

Введение

В последние годы наблюдается устойчивая тенденция к повсеместному внедрению активных фа-

зированных антенных решеток (АФАР) в качестве базового компонента современных систем. Это обусловлено их уникальными возможностями по

быстрому перестроению диаграммы направленности, адаптивному подавлению помех и усилению сигнала с множества направлений [1, 2].

Например, современные спутниковые системы (Ямал, Экспресс-РВ) активно используют технологии пространственной обработки сигналов для:

- обеспечения глобального покрытия с орбитальной группировки;
- динамического перераспределения пропускной способности;
- противодействия преднамеренным помехам.

Применение АФАР в таких системах позволяет повысить помехозащищенность системы связи в реальном времени в условиях динамического изменения обстановки [3].

Для работы адаптивных алгоритмов необходимы априорные данные о принимаемом сигнале. Алгоритмы, основанные на винеровском решении, в качестве априорных данных используют точную копию образцового сигнала. В качестве такого сигнала могут быть использованы пилот-сигналы. Наряду с генерацией опорного сигнала возможно использование данных о направлении прихода полезного сигнала, такой подход используется в алгоритмах MVDR. Недостатком данных алгоритмов является их низкая надежность даже при небольшом несоответствии угла прихода полезного сигнала предполагаемому априори. Другим методом является слепое формирование луча, который вовсе фактически не требует опорного сигнала. К таким алгоритмам относится, например, алгоритм постоянного модуля (СМА, аббр. от англ. Covariance Matrix Adaptation) [4, 5], который адаптацией диаграммы направленности стремится сохранить известный модуль полезного сигнала.

Отсчеты дискретного сигнала, приходящие на N элементов АФАР, можно рассматривать как сумму всех M полезных сигналов помехи и шума:

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}_1 d(k) + \mathbf{a}_2 \mathbf{c}(k) + \mathbf{n}(k), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(k)$ – вектор сигналов на элементах АФАР длительностью N ; $\mathbf{a}_1$ – вектор амплитудно-фазового распределения длиной M , определяющая фазовые сдвиги сигнала на апертуре антенны и зависящие от направления источников сигнала; $d(k)$ – полезный сигнал; $\mathbf{c}(k)$ – вектор помех длительностью L ; $\mathbf{a}_2$ – вектор амплитудно-фазового распределения длиной M , определяющий фазовые сдвиги помех на апертуре антенны; $\mathbf{n}(k)$ – вектор аддитивного белого гауссовского шума длиной M .

Тогда сигнал на выходе АФАР будет равен:

$$y(k) = \mathbf{w}^H(k) \mathbf{x}(k), \quad (2)$$

где $y(k)$ – выходной сигнал; $\mathbf{w}(k)$ – матрица весовых коэффициентов размерностью $N \times M$; H – знак эрмитова сопряжения.

На рисунке 1 представлена структурная схема алгоритма пространственной обработки сигналов (ПОС).

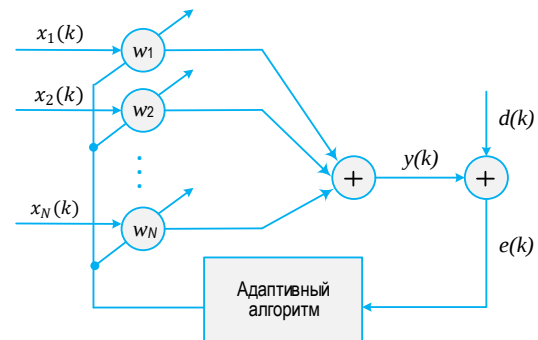


Рис. 1. Структурная схема алгоритма ПОС

Fig. 1. Block Diagram of Algorithm for Spatial Signal Processing

Рассмотрим предлагаемые к исследованию алгоритмы.

LMS

Итеративная процедура поиска оптимального вектора весовых коэффициентов (ВБК) для алгоритма LMS выглядит следующим образом [6, 7]:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \mu e_k \mathbf{x}_k, \quad (3)$$

где μ – величина шага адаптации; e_k – величина ошибки между выходным сигналом y_k и опорным d_k .

Альтернативным решением данной задачи являются алгоритмы с адаптивным шагом, наиболее известным представителем которых является нормализованный LMS (NLMS).

В NLMS размер шага автоматически корректируется в зависимости от мощности входного сигнала, что обеспечивает более стабильную скорость сходимости независимо от условий работы:

$$\mu_{k+1} = \frac{\mu_0}{\mathbf{x}_k^H \mathbf{x}_k}. \quad (4)$$

RLS

Итеративная процедура поиска оптимального ВБК для алгоритма RLS выглядит следующим образом [1]:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \hat{\mathbf{k}}_{k+1} e_k, \quad (5)$$

где $\hat{\mathbf{k}}_{k+1}$ – вектор усиления Калмана определяемый как:

$$\hat{\mathbf{k}}_{k+1} = \frac{\mathbf{R}_{xx(k)}^{-1} \mathbf{x}_k}{\tau + \mathbf{x}_k^H \mathbf{R}_{xx(k)}^{-1} \mathbf{x}_k}, \quad (6)$$

где τ – коэффициент забывания; $\mathbf{R}_{xx(k)}$ – матрица ковариации сигнала в момент k .

UKF-CMA

В алгоритме слепого диаграммообразования с использованием несмещенного фильтра Калмана (UKF-CMA) в качестве опорного сигнала d_k задается постоянный модуль полезного сигнала.

В данном алгоритме строится следующая модель состояния динамической системы [8]:

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{h}}_{k-1} + \mathbf{n}_q, \quad (7)$$

где матрица перехода состояний $\mathbf{F}_k$ размерностью $(M+1) \times (M+1)$ задается как:

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{0}_{M \times 1} \\ \mathbf{x}_k^H & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Вектор состояния системы по сравнению с (1) дополняется оценкой выходного сигнала y_{k-1} :

$$\hat{\mathbf{h}}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Соответственно, размерность вектора $\hat{\mathbf{h}}_{k-1}$ становится $(M+1) \times 1$.

Вектор шума процесса, предполагаемый как белый гауссовский с нулевым математическим ожиданием и дисперсией q_{k-1} , определяется по выражению:

$$\mathbf{n}_q = \begin{bmatrix} 0 \\ q_{k-1} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Измерение в момент k можно выразить как:

$$z_k = |\hat{\mathbf{h}}_{k-1}(M+1)|^p. \quad (11)$$

Следовательно, модель измерения можно представить в виде:

$$d_k = |\hat{\mathbf{h}}_{k-1}(M+1)|^p + e_k. \quad (12)$$

Для оценки состояния динамической системы $\hat{\mathbf{h}}_k$ применяется несмещенный фильтр Калмана.

На первом этапе производится выбор параметров детерминированного разброса точек сигматочечного преобразования. Несмещенный фильтр Калмана предполагает три степени свободы α , β и κ .

На основании выбранных параметров производится расчет результирующего коэффициента масштабирования:

$$\lambda = \alpha^2(M + \kappa). \quad (13)$$

Определяются ВВК сигматочечного преобразования размерностью $(2M+3) \times 1$:

$$\mathbf{w}_m = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + M + 1}, i = 1 \\ \frac{1}{2(\lambda + M + 1)}, i = 2, 3, \dots, 2M + 3 \end{cases}, \quad (14)$$

$$\mathbf{w}_c = \begin{cases} \frac{\lambda}{\lambda + M + 1} + 1 + \alpha^2 + \beta, i = 1 \\ w_m^i, i = 2, 3, \dots, 2M + 3 \end{cases}, \quad (15)$$

где i – номер строки соответственного ВВК.

Инициализируются начальные состояния $\hat{\mathbf{h}}_k$ и ковариационной матрицы $\mathbf{P}_k$ как:

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \begin{cases} 1, i = 1 \\ 0, i = 2, 3, \dots, 2M + 3 \end{cases}, \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_0 = \frac{1}{M+1} \mathbf{I}_{M+1}, \quad (17)$$

где $\mathbf{I}_{M+1}$ – единичная матрица размера $(M+1) \times (M+1)$.

Производится расчет матрицы сигматочек размерностью $(M+1) \times (2M+3)$, где i – номер соответствующего столбца матрицы $\mathbf{x}_{k-1}$ (18).

$$\mathbf{x}_{k-1} = \begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{k-1}, i = 1 \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1} + \sqrt{\lambda + M + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}, i = 2, \dots, M + 2 \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1} - \sqrt{\lambda + M + 1} \cdot \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}, i = M + 2, \dots, 2M + 3 \end{cases}. \quad (18)$$

Далее производится предсказание состояния системы на текущей итерации:

$$\mathbf{H}_k^-[:, i] = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1}[:, i], \quad (19)$$

где $[:, i]$ обозначает i -й столбец матрицы, $i = 1, 2, \dots, 2M + 3$.

Корректируется оценка состояния:

$$\hat{\mathbf{h}}_k^- = \sum_{i=1}^{2M+3} \mathbf{w}_m(i) \mathbf{H}_k^-[:, i], \quad (20)$$

где (i) – i -й элемент вектора.

Выполняется предсказание ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=1}^{2M+3} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-) \times (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-)^H. \quad (21)$$

Осуществляется нелинейное преобразование от сигматочек:

$$\mathbf{Y}_k^-[:, i] = |\mathbf{x}_{k-1}[:, i]|^p, \quad (22)$$

где операция $|\cdot|^p$ производится с каждым элементом i -го столбца, $i = 1, 2, \dots, 2M + 3$.

Производится измерение от сигматочек $\mathbf{Y}_k^-$:

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = \sum_{i=1}^{2M+3} \mathbf{w}_m(i) \mathbf{Y}_k^-[:, i]. \quad (23)$$

Вычисляется матрица взаимной ковариации системы и измерений размерностью $(M+1) \times 1$:

$$\mathbf{C}_k = \sum_{i=1}^{2M+3} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-) \times (\mathbf{Y}_k^-[M+1, i] - \hat{\mathbf{z}}_k^-[M+1])^H. \quad (24)$$

Определяется автокорреляционный параметр s_k :

$$s_k = \sum_{i=1}^{2M+3} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{Y}_k^-[M+1, i] - \hat{\mathbf{Z}}_k^-[M+1, i]) \times (\mathbf{Y}_k^-[M+1, i] - \hat{\mathbf{Z}}_k^-[M+1, i])^H + \delta^2, \quad (25)$$

где

$$\delta^2 = \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \hat{\mathbf{z}}_k^-(i) \right)^2. \quad (26)$$

После этого производится вычисление матрицы коэффициентов Калмана размерностью $(M+1) \times 1$:

$$\hat{\mathbf{k}}_k = \mathbf{C}_k s_k^{-1}, \quad (27)$$

обновление весовых коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{h}}_k^- + \hat{\mathbf{k}}_k (d_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-(M+1)) \quad (28)$$

и обновление ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- + \hat{\mathbf{k}}_k s_k \hat{\mathbf{k}}_k^H. \quad (29)$$

Затем цикл повторяется, а оптимальный ВВК элементов АФАР вычисляется как:

$$\mathbf{w}_k^{\text{опт}} = \hat{\mathbf{h}}_k[1:M]. \quad (30)$$

EKF-MVDR

В [9] предложен итерационный алгоритм, решающий оптимизационную задачу MVDR на основе расширенного фильтра Калмана второго порядка. Особенностью данного алгоритма является аппроксимация нелинейной функции системы вплоть до второго члена ряда Тейлора при довольно компактных решениях для вычисления матриц Якоби и Гесса, что позволяет алгоритму иметь более высокую устойчивость к накоплению ошибок, чем у алгоритма EKF первого порядка при сохранении вычислительной сложности не более $O(M^3)$.

Оптимизационная задача MVDR формулируется как:

$$\min_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = E \left[0 - (\mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k)^2 \right] \quad (31)$$

при условии $J_2(\mathbf{w}_k) = 1$.

В данном случае модель динамической системы будет соответствовать (5), а ковариационную матрицу шума процесса можно представить как:

$$\mathbf{Q} = \delta_n^2 \mathbf{I}_M, \quad (32)$$

где $\mathbf{I}_M$ – единичная матрица $M \times M$; δ_n^2 – дисперсия шума процесса.

С учетом ограничения в (28) задача оптимизации становится двухпараметрической, опорный сигнал можно задать как:

$$\mathbf{d}_k = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

Тогда уравнение измерения примет вид:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_k \\ J_2(\mathbf{w}_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{1k} \\ n_{2k} \end{bmatrix}, \quad (34)$$

где n_{1k} и n_{2k} – остаточные и ограничительные ошибки, соответственно, они предполагаются белыми гауссовыми с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями δ_1^2 и δ_2^2 , совместно формирующие ковариационную матрицу измерительного шума:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \delta_1^2 & 0 \\ 0 & \delta_2^2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Для получения рекуррентной формулы нахождения вектора $\mathbf{w}_k$ используется расширенный фильтр Калмана второго порядка. Вычисляются матрица Якоби $\mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_k)$ размерностью $2 \times M$, а также матрицы Гесса первой $\tilde{\mathbf{H}}_1$ и второй $\tilde{\mathbf{H}}_2$ строк уравнения (30):

$$\mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^H \\ \mathbf{w}_k^H - (\mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k)^H + \mathbf{a}_k^H \end{bmatrix}, \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_1 = 0, \quad (37)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_2 = \mathbf{I}_M - \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H, \quad (38)$$

где $\mathbf{I}_M$ – единичная матрица $M \times M$.

Предсказание ковариационной матрицы и измерения вычисляются следующим образом:

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{Q}, \quad (39)$$

$$\mathbf{z}_k^- = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k-1} \\ J_2(\mathbf{w}_{k-1}) + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{\mathbf{H}}_2 \mathbf{P}_k^-\} \end{bmatrix}, \quad (40)$$

где $\text{tr}\{\cdot\}$ – след матрицы

Определяются матрица взаимных ковариационных параметров системы и измерений размерностью 2×2 :

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_{k-1}) \mathbf{P}_k^- \mathbf{J}\mathbf{w}^H(k, \mathbf{w}_{k-1}) + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \times \text{tr}\{\tilde{\mathbf{H}}_2 \mathbf{P}_k^-\} + \mathbf{R}. \quad (41)$$

Матрица коэффициентов Калмана вычисляется как:

$$\hat{\mathbf{k}}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_{k-1}) \mathbf{S}_k^{-1}. \quad (42)$$

Обновление оценки ВВК происходит следующим образом:

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_{k-1} + \hat{\mathbf{k}}_k [\mathbf{d}_k - \mathbf{z}_k^-]. \quad (43)$$

Ковариационная матрица ВВК обновляется следующим образом:

$$\mathbf{P}_k = \{\mathbf{I} - \hat{\mathbf{k}}_k \mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_{k-1})\} \mathbf{P}_k^- \times \times \{\mathbf{I} - \hat{\mathbf{k}}_k \mathbf{J}\mathbf{w}(k, \mathbf{w}_{k-1})\}^H + \hat{\mathbf{k}}_k \mathbf{R} \hat{\mathbf{k}}_k^H. \quad (44)$$

UKF-MVDR

Для применения несмещенного фильтра Калмана к задаче оптимизации (31) модифицируем матричное представление модели состояния динамической системы (7). С учетом ограничения направления потребуется расширение вектора состояния системы до $(M + 2)$:

$$\hat{\mathbf{h}}_{k-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{x}_k^H \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{j}_2(\mathbf{w}_{k-1}) \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Для использования уравнения направленности (27) в матрице перехода состояний представим его в следующем виде:

$$\mathbf{j}_2(\mathbf{w}_k) = \mathbf{w}_k^H (\mathbf{w}_k - \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k + \mathbf{a}_k) + \mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k. \quad (46)$$

Произведем разделение множителя при $\mathbf{w}_k^H$ и слагаемого $\mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k$:

$$\mathbf{j}_2'(\mathbf{w}_k) = \mathbf{w}_k - \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k + \mathbf{a}_k, \quad (47)$$

$$\mathbf{j}_2''(\mathbf{w}_k) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_k^H \mathbf{w}_k \end{bmatrix}, \quad (48)$$

где $\mathbf{j}_2''(\mathbf{w}_k)$ – вектор $(M + 2) \times 1$ (первые $M + 1$ элемента нулевые).

Тогда матрицу перехода состояний размерностью $(M + 2) \times (M + 2)$ можно задать как:

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & 0 & 0 \\ \mathbf{x}_k^H & 0 & 0 \\ \mathbf{j}_2'(\mathbf{w}_{k-1}) & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (49)$$

где $\mathbf{I}_M$ – единичная матрица $M \times M$.

А модель состояния динамической системы приобретет вид:

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{h}}_{k-1} + \mathbf{j}_2''(\mathbf{w}_{k-1}) + \mathbf{n}_q, \quad (50)$$

где $\mathbf{n}_q$ – белый гауссовский шум с ковариационной матрицей $\mathbf{Q}$.

Модель измерения по сравнению с (23) не претерпевает изменений.

На основании выбранных параметров производится расчет результирующего коэффициента масштабирования $\lambda = \alpha^2 (M + k + 1)$.

Начальное состояние $\hat{\mathbf{h}}_k$ инициализируется как в (28) с учетом расширения вектора состояния:

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \begin{cases} 1, & i = 1 \\ 0, & i = 2, 3, \dots, 2M + 5 \end{cases} \quad (51)$$

Начальное состояние $\mathbf{P}_k$ задается равным ковариации шума процесса $\mathbf{Q}$.

Выполняется расчет матрицы сигма-точек (52). Далее производится предсказание состояния системы на текущей итерации (53).

После этого корректируются оценки состояния (54), выполняется предсказание ковариационной матрицы (55) и вычисляется матрица взаимных ковариаций системы и измерений размерностью $(M + 2) \times 2$ (56).

$$\mathbf{x}_{k-1} = \begin{cases} \hat{\mathbf{h}}_{k-1}, & i = 1 \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1} + \sqrt{\lambda + M + 2} \cdot \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}, & i = 2, \dots, M + 3 \\ \hat{\mathbf{h}}_{k-1} - \sqrt{\lambda + M + 2} \cdot \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}}, & i = M + 4, \dots, 2M + 5 \end{cases}. \quad (52)$$

$$\mathbf{H}_k^-[:, i] = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1}[:, i], i = 1, 2, \dots, 2M + 5. \quad (53)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_k^- = \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_m(i) \mathbf{h}_k^-[:, i]. \quad (54)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-) \times (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-)^H + \mathbf{Q}. \quad (55)$$

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-) \times (\mathbf{H}_k^-[M + 1, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M + 1])^H, \\ \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[:, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-) \times (\mathbf{H}_k^-[M + 2, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M + 2])^H \end{bmatrix}. \quad (56)$$

Матрица автокорреляционных параметров $\mathbf{S}_k$ определяется по выражению:

$$\mathbf{S}_k = \begin{bmatrix} s_{k1} & 0 \\ 0 & s_{k2} \end{bmatrix} + \mathbf{R}, \quad (57)$$

где $\mathbf{R}$ – матрица относительных и остаточных погрешностей аналогичная (43), а s_{k1} и s_{k2} задаются как:

$$s_{k1} = \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[M+1, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+1]) \times (\mathbf{H}_k^-[M+1, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+1])^H, \quad (58)$$

$$s_{k2} = \sum_{i=1}^{2M+5} \mathbf{w}_c(i) (\mathbf{H}_k^-[M+2, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+2]) \times (\mathbf{H}_k^-[M+2, i] - \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+2])^H. \quad (59)$$

После производится вычисление матрицы коэффициентов Калмана:

$$\hat{\mathbf{K}}_k = \mathbf{C}_k \mathbf{S}_k^{-1}, \quad (60)$$

обновление весовых коэффициентов:

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \hat{\mathbf{h}}_k^- + \hat{\mathbf{K}}_k (\mathbf{d}_k - \hat{\mathbf{z}}_k^-), \quad (61)$$

где

$$\hat{\mathbf{z}}_k^- = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+1, 1] \\ \hat{\mathbf{h}}_k^-[M+2, 1] \end{bmatrix}, \quad (62)$$

и обновление ковариационной матрицы:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- + \hat{\mathbf{K}}_k \mathbf{S}_k \hat{\mathbf{K}}_k^H. \quad (63)$$

Затем цикл повторяется, а оптимальный ВВК элементов АФАР вычисляется как:

$$\mathbf{w}_k^{\text{опт}} = \hat{\mathbf{h}}_k[1:M]. \quad (64)$$

Модель канала в геостационарной спутниковой связи

В данной работе использовалась модель канала в геостационарной спутниковой связи (ГСС) согласно Рекомендации МСЭ-R P.681-11 [10], которая учитывает замирания в канале и доплеровский сдвиг спутника, генерируя тройные параметры Лу для каждого состояния полумарковской модели (рисунок 2).

Верхняя цепь генерирует быстрые изменения многолучевого сигнала, а нижняя – медленные изменения прямого сигнала. В верхней цепи две гауссовских серии в квадратуре с нулевым средним и единичным стандартным отклонением проходят через доплеровский фильтр для сигналов с единичной энергией. После доплеровского преобразования полученные комплексные серии умножаются на σ , где $2\sigma^2$ – среднеквадратическое значение изменений многолучевого сигнала.

Нижняя цепь выполняет имитацию изменений амплитуды и фазы прямого сигнала. На первом этапе генерируется стандартное гауссово распределение со средним M_A (дБ) и стандартным Σ_A (дБ) отклонением. На втором этапе серии, измеряемые в децибелах, преобразуются в линейные единицы измерений. Фильтр нижних частот имеет амплитудно-частотную характеристику, соответствующую спектральной плотности мощности доплеровского сдвига [10].

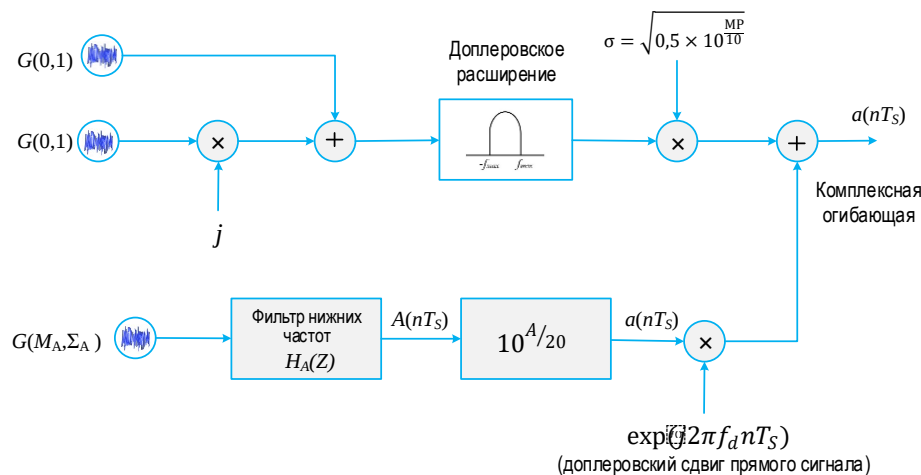


Рис. 2. Генератор временных серий Лу

Fig. 2. Generation of the Loo Time Series

На третьем этапе представлены изменения фазы прямого сигнала. Предполагается, что они изменяются линейно, что приводит к появлению постоянной спектральной доплеровской линии в зависимости от относительной скорости спутника подвижной связи, а также угла прихода, азимута и угла места относительно траектории мобильного устройства.

Результаты моделирования

Результаты моделирования исследуемых алгоритмов были проведены для АФАР, состоящей из 16×16 элементов. Отношение сигнал / шум (ОСШ) составляет 20 дБ, несущая частота – 2,2 ГГц, полоса сигнала – 36 МГц. В качестве модели канала были получены результаты для различных сред, таких

как городская застройка, пригород и сельская местность.

На рисунке 3 представлены результаты работы исследуемых алгоритмов. Алгоритмы ПОС рассматривались в двух ситуациях: в стационарном случае наземная станция была неподвижна относительно Земли; в нестационарном – происходило изменение угла азимута наземной станции (1 градус на 100 итераций алгоритма), что привело к изменению доплеровского сдвига.

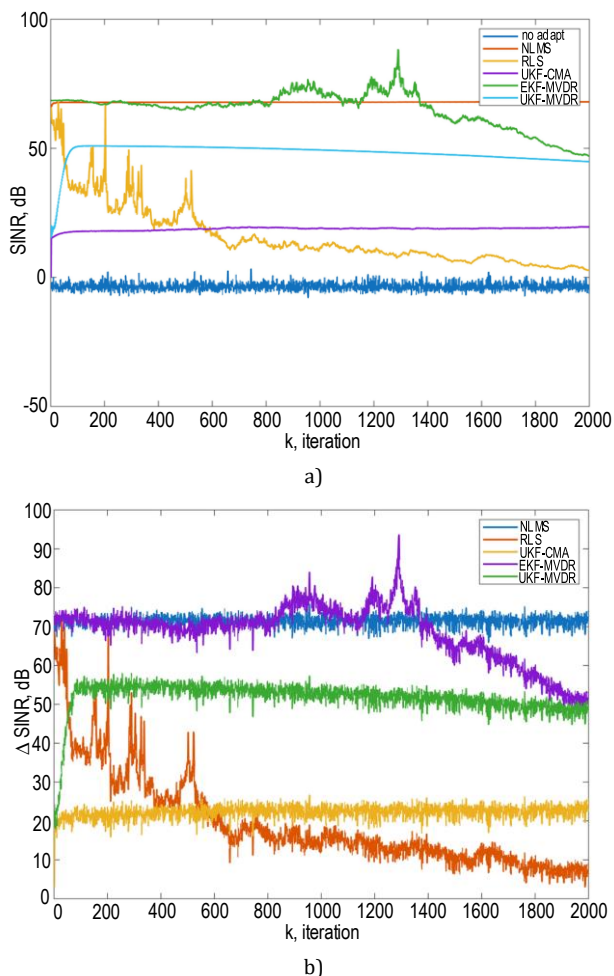


Рис. 3. ОСШ на входе и выходе АФАР при использовании алгоритмов ПОС для стационарной (а) и нестационарной (б) сигнально-помеховой обстановки

Fig. 3. SINR at the Input and Output of the Adaptive Antenna Array When Using Spatial Signal Processing Algorithms for Environments: a) Stationary; b) Nonstationary

На рисунке 4 представлены результаты выигрыша в ОСШ при использовании алгоритмов ПОС как для стационарного, так и нестационарного случаев. А в таблице 1 – значения выигрыша в ОСШ при использовании алгоритмов ПОС для различных сред. В таблице 2 показаны результаты сравнения исследуемых алгоритмов ПОС в условиях городской застройки, угол возвышения спутника составляет 30°.

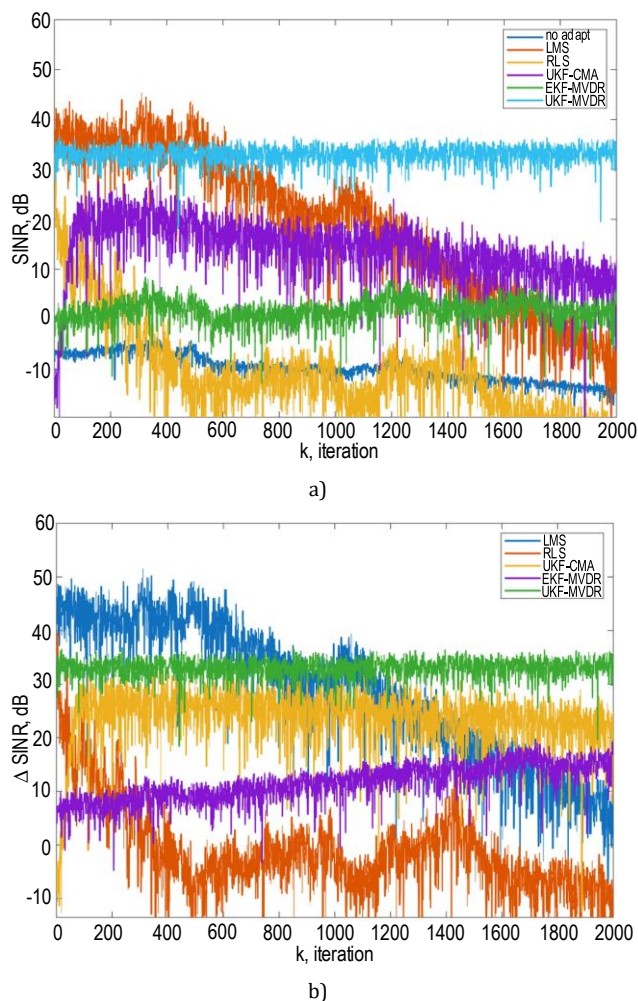


Рис. 4. Выигрыш в ОСШ при использовании алгоритмов ПОС для стационарной (а) и нестационарной (б) сигнально-помеховой обстановки

Fig. 4. SINR Gain of Spatial Signal Processing Algorithms for Environments: a) Stationary; b) Nonstationary

ТАБЛИЦА 1. Выигрыш в ОСШ при использовании алгоритмов ПОС для различных сред

TABLE 1. SINR Gain of Spatial Signal Processing Algorithms for Different Environments

Алгоритм	Город	Пригород	Сельская местность
LMS	69,29	73,62	74,25
RLS	28,8	29,3	31,55
UKF CMA	35	34,14	37,82
EKF MVDR	72,5	74,9	76,33
UKF MVDR	53,2	59,7	59,8

Исходя из полученных данных, представленных на рисунках 3–4, в стационарном случае устойчивым режимом обладают алгоритмы LMS и UKF-MVDR. При этом алгоритм LMS имеет меньшую вычислительную сложность, а также не требует дополнительных вычислений, связанных с определением угла прихода полезного сигнала. В нестационарном случае устойчивым режимом обладают алгоритмы UKF-MVDR и UKF-CMA.

ТАБЛИЦА 2. Сравнение эффективности алгоритмов ПОС
TABLE 2. Comparison of Spatial Signal Processing Algorithms Efficiency

Алгоритм	Вычислительная сложность	Скорость сходимости, количество итераций	Выигрыш в ОСШ, дБ		Априорные данные	Устойчивость
			стационарный	нестационарный		
LMS	$3n$	60	69,3	21,4	Образцовый сигнал (пилот-сигнал)	Небольшие флуктуации амплитуды выходного сигнала (не более 3 %)
RLS	$3n^2 + 3n$	1200	28,8	8,3	Образцовый сигнал (пилот-сигнал)	Неустойчив к ситуации с замираниями канала и доплеровскому сдвигу. Возможно расхождение алгоритма
UKF CMA	$2n^4 + 15n^3$	40	35	32,7	Мощность полезного сигнала	Медленные изменения амплитуды выходного сигнала (более 5 %)
EKF MVDR	$10n^3 + 9n^2$	60	72,5	14,9	Угол прихода полезного сигнала	Изменения амплитуды выходного сигнала (более 10 %)
UKF MVDR	$2n^4 + 23n^3$	120	53,2	32,6	Угол прихода полезного сигнала	Медленные изменения амплитуды выходного сигнала (более 5 %)

Недостатком алгоритма EKF-MVDR является подверженность к изменению амплитуды выходного сигнала более чем на 5–10 %, что может привести к расхождению алгоритма. В свою очередь, алгоритм UKF-MVDR в меньшей степени подвержен изменению амплитуды выходного сигнала, однако он дает меньший выигрыш в ОСШ в результате адаптации. Ослабление амплитуды выходного сигнала в алгоритмах MVDR (см. рисунок 3) означает, что диаграмма направленности, полученная в результате работы алгоритма, имеет смещенный главный лепесток в направлении источника полезного сигнала.

Алгоритм EKF-CMA имеет устойчивый режим работы в условиях медленного изменения амплитуды входного сигнала, что характерно для канала связи ГСС, однако он дает незначительный выигрыш в ОСШ.

Список источников

1. Глушанков Е.И., Коровин К.О., Бойко И.А., Борисов М.Г. Современное состояние и перспективы развития адаптивных антенных комплексов в радиотехнических системах // Вестник СПбГУТ. 2024. Т. 2. № 1. С. 9. EDN:AKVWWB
2. Григорьев В.А., Щесняк С.С., Гулюшин В.Л., Распаев Ю.А., Хворов И.А. Адаптивные антенные решетки. Ч. 1. СПб.: Университет ИТМО, 2016. С. 55.
3. Глушанков Е.И., Кирик Д.И., Коровин К.О., Царик И.В., Бойко И.А., Казьмин О.Ю. Реализация алгоритма адаптивного диаграммообразования на ПЛИС // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2023. Т. 11. № 1(40). С. 19–20. DOI:10.26102/2310-6018/2023.40.1.025. EDN:JMTNCV
4. Щедрин А.А., Бойко И.А. Использование фильтра Калмана с ограничениями в целях уменьшения чувствительности приемной адаптивной фазированной антенной решетки к углу прихода // Вестник СПбГУТ. 2024. Т. 2. № 4. С. 4. EDN:ENPYXH
5. Щедрин А.А., Бойко И.А., Глушанков Е.И. Исследование Калмановских алгоритмов фильтрации в целях адаптивного диаграммообразования // Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио. 2024. № 1(79). С. 3–5. EDN:NHEOCZ

Заключение

В данной работе рассмотрены основные алгоритмы ПОС в ГСС как стационарные, основанные на винеровском решении, так и нестационарные, основанные на калмановской фильтрации.

Были получены результаты работы исследуемых алгоритмов для городской, пригородной и сельской сред. Наибольший выигрыш в ОСШ и устойчивый режим работы получается при использовании алгоритмов LMS и UKF-MVDR. Однако алгоритм LMS целесообразно использовать в стационарном случае, если наземная станция неподвижна относительно Земли. В нестационарном случае целесообразно использовать алгоритм UKF-MVDR, который, несмотря на свою вычислительную сложность, может обеспечить устойчивый режим работы.

6. Shubber Z.A., Jamel T.M., Nahar A.K. Beamforming Array Antenna Technique Based on Partial Update Adaptive Algorithms // International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems. 2023. Vol. 14. Iss. 8. PP. 821–831. DOI:10.32985/ijeces.14.8.1
7. Fu X.-Z., Liu Z., Hu S.-L., Liu Z.-K. Variable step-size LMS adaptive algorithm and its application in time delay estimation for low SNR // Journal of Central South University (Science and Technology). 2012. Vol. 43. Iss. 3. PP. 1010–1019.
8. Bhotto M.Z.A., Bajić I.V. Constant Modulus Blind Adaptive Beamforming Based on Unscented Kalman Filtering // IEEE Signal Processing Letters. 2015. Vol. 22. Iss. 4. PP. 474–478. DOI:10.1109/LSP.2014.2362932
9. Omgond P., Singh H. Constrained Kalman filter based interference suppression in phased arrays // Proceedings of the International Microwave and RF Conference (IMaRC, Bangalore, India, 15–17 December 2014). IEEE, 2014. PP. 286–289. DOI:10.1109/IMaRC.2014.7039029
10. Рекомендация МСЭ-R P.681-11. Данные о распространении радиоволн, необходимые для проектирования систем сухопутной подвижной спутниковой службы. 2019.

References

1. Glushankov E., Korovin K., Boyko I., Borisov M. The Current State and Prospects for the Development of Adaptive Antenna Complexes in Radio Engineering Systems. *Herald of SPbSUT*. 2024;2(1):9. (in Russ.) EDN:AKVWWB
2. Grigoriev V.A., Shchesnyak S.S., Gulyushin V.L., Raspaev Yu.A., Khvorov I.A., Shchesnyak A.S. Adaptive Antenna Arrays. Part 1. St. Petersburg: ITMO-University Publ.; 2016. p. 55. (in Russ.)
3. Glushankov E.I., Kirik D.I., Korovin K.O., Tsarik I.V., Boyko I.A., Kazmin O.Yu. Implementation of the adaptive beamforming algorithm on FPGA. *Modeling, Optimization and Information Technology*. 2023;11(1):19–20. (in Russ.) DOI:10.26102/2310-6018/2023.40.1.025. EDN:JMTNCV
4. Shchedrin A., Boyko I. Using a Kalman Filter With Constraints to Reduce the Sensitivity of the Receiving Active Phased Array Antenna to the Angle. *Herald of SPbSUT*. 2024;2(4):4. (in Russ.) EDN:ENPYXH
5. Shchedrin A.A., Glushankov E.I., Boyko I.A. Researching Kalman filtering algorithms for adaptive generation of radiation pattern. *Proceedings of the Scientific and Technical Conference of the St. Petersburg Scientific and Technical Association of Radio Electronics named after A.S. Popov, Dedicated to the Radio Day*. 2024;1(79):3–5. (in Russ.) EDN:NHEOCZ
6. Shubber Z.A., Jamel T.M., Nahar A.K. Beamforming Array Antenna Technique Based on Partial Update Adaptive Algorithms. *International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems*. 2023;14(8):821–831. DOI:10.32985/ijeces.14.8.1
7. Fu X.-Z., Liu Z., Hu S.-L., Liu Z.-K. Variable step-size LMS adaptive algorithm and its application in time delay estimation for low SNR. *Journal of Central South University (Science and Technology)*. 2012;43(3):1010–1019.
8. Bhotto M.Z.A., Bajić I.V. Constant Modulus Blind Adaptive Beamforming Based on Unscented Kalman Filtering. *IEEE Signal Processing Letters*. 2015;22(4):474–478. DOI:10.1109/LSP.2014.2362932
9. Omgond P., Singh H. Constrained Kalman filter based interference suppression in phased arrays. *Proceedings of the International Microwave and RF Conference, IMaRC, 15–17 December 2014, Bangalore, India*. IEEE; 2014. p.286–289. DOI:10.1109/IMaRC.2014.7039029
10. Rec. ITU-R P.681-11. Propagation data required for the design systems in the land mobile-satellite service. 2019.

Статья поступила в редакцию 08.10.2025; одобрена после рецензирования 20.10.2025; принята к публикации 28.10.2025.

The article was submitted 08.10.2025; approved after reviewing 20.10.2025; accepted for publication 28.10.2025.

Информация об авторах:

БОЙКО
Игорь Андреевич

ассистент кафедры радиотехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
 <https://orcid.org/0000-0001-8856-9733>

ГЛУШАНКОВ
Евгений Иванович

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиотехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
 <https://orcid.org/0000-0003-4148-3208>

ЛЯЛИНА
Анна Жановна

ассистент кафедры радиотехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
 <https://orcid.org/0009-0003-7460-0949>

Авторы сообщают об отсутствии конфликтов интересов.

The authors declare no conflicts of interests.