

Научная статья

УДК 004.7+004.738.2: 004.738.5

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-4-28-50>

EDN:QQQMHX



Математическая модель системы MIMO-NOMA

- ✉ Илья Владимирович Гришин¹, grishin.iv@sut.ru
- Григорий Алексеевич Фокин¹, fokin.ga@sut.ru
- Алла Александровна Калинин¹, kalina110694@gmail.com
- Александр Михайлович Синильников², sinilam01@gmail.com

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

²Национальный исследовательский центр телекоммуникаций им. М.И. Кривошеева, филиал, Санкт-Петербург, 192029, Российская Федерация

Аннотация

Актуальность исследования. Современные сети мобильной связи нового поколения предъявляют крайне высокие требования к спектральной эффективности, надежности и устойчивости работы в условиях городской застройки и высокой плотности пользователей. Технология MIMO-NOMA, несмотря на доказанный потенциал, требует пересмотра существующих моделей в связи с необходимостью учета пространственной динамики пользователей, поляризационных искажений, аппаратной нелинейности и ошибок оценки канала. Отсутствие комплексных моделей, способных учесть эти факторы одновременно, значительно ограничивает возможность адекватной оптимизации систем в практических сценариях.

Целью исследования является построение полной математической модели участка MIMO-NOMA между прекодером и схемой сложения в комплексной низкочастотной области, учитывающей движение и ориентацию терминалов, поляризацию антенн, нелинейности усилителей и ошибки CSI для анализа и оптимизации алгоритмов прекодирования и SIC.

Методы исследования. В рамках моделирования применены: стохастические процессы (включая модель Орнштейна – Уленбека и социальные силы) для описания движения пользователей; аналитическая геометрия для описания пространственной ориентации антенн; методы теории электромагнитного распространения для моделирования кросс-поляризационных эффектов; модели Салеха и Вольтерра для описания нелинейности усилителей мощности в диапазонах FR1 и FR2.

Результаты исследования. Получена векторная модель сигнала, учитывающая влияние ориентации терминала, интерференции, поляризационных и нелинейных искажений, а также ошибок CSI. Выведены аналитические выражения для оценки SINR, SER, пропускной способности и энергетической эффективности с учетом всех искажений. Проведен сравнительный анализ предложенной модели с существующими стандартами (3GPP, ITU-R) и академическими подходами (DL-based, IRS-assisted), показавший ее преимущество по степени реализма и аналитической полноте.

Научная новизна. Впервые предложена математическая модель системы MIMO-NOMA, одновременно учитывающая динамику терминалов, двойную поляризацию, нелинейности с эффектами памяти и многолучевые сценарии, обеспечивая аналитическое описание в едином пространстве параметров.

Теоретическая и практическая значимость. Модель уточняет описание канала MIMO-NOMA и поддерживает оптимизацию прекодеров, схем сложения в комплексной низкочастотной области и алгоритмов SIC в сетях мобильной связи нового поколения, особенно в условиях высокой подвижности и плотной городской застройки.

Ключевые слова: MIMO-NOMA, пространственное мультиплексирование, двойная поляризация, нелинейность усилителей, ошибки CSI, мобильность пользователей, последовательное устранение интерференции

Ссылка для цитирования: Гришин И.В., Фокин Г.А., Калинин А.А., Синильников А.М. Математическая модель системы MIMO-NOMA // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 4. С. 28–50. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-4-28-50. EDN:QQQMHX

Original research
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-4-28-50>
EDN:QQQMHX

Mathematical Model of the MIMO-NOMA System

 Ilya V. Grishin¹ ✉, grishin.iv@sut.ru
 Gregoriy A. Fokin¹, fokin.ga@sut.ru
 Alla A. Kalinkina¹, kalina110694@gmail.com
 Aleksandr M. Sinilnikov², sinilam01@gmail.com

¹The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

²The M.I. Krivosheev National Research Center for Telecommunications, Saint Petersburg Branch
St. Petersburg, 192029, Russian Federation

Annotation

Relevance of the Study. Modern next-generation mobile networks impose extremely high requirements on spectral efficiency, reliability, and robustness in urban environments with high user density. The MIMO-NOMA technology, despite its proven potential, requires a revision of existing models due to the need to account for users' spatial dynamics, polarization distortions, hardware nonlinearity, and channel state information (CSI) estimation errors. The lack of comprehensive models capable of simultaneously addressing these factors significantly limits the ability to effectively optimize systems in practical scenarios.

Research Objective. The study aims to develop a comprehensive mathematical model of the MIMO-NOMA segment between the precoder and the summation scheme in the complex baseband domain, accounting for terminal mobility and orientation, antenna polarization, amplifier nonlinearities, and CSI errors, to analyze and optimize precoding and successive interference cancellation (SIC) algorithms.

Research Methods. The modeling incorporates: stochastic processes (including the Ornstein–Uhlenbeck model and social force models) to describe user mobility; analytical geometry to represent the spatial orientation of antennas; electromagnetic propagation theory methods to model cross-polarization effects; and Saleh and Volterra models to describe power amplifier nonlinearities in the FR1 and FR2 frequency ranges.

Research Results. A vector signal model was derived, incorporating the effects of terminal orientation, interference, polarization and nonlinear distortions, and CSI errors. Analytical expressions were obtained for evaluating SINR, SER, throughput, and energy efficiency, considering all distortions. A comparative analysis of the proposed model against existing standards (3GPP, ITU-R) and academic approaches (DL-based, IRS-assisted) demonstrated its superiority in terms of realism and analytical completeness.

Scientific Novelty. For the first time, a mathematical model of the MIMO-NOMA system is proposed that simultaneously accounts for terminal dynamics, dual polarization, nonlinearities with memory effects, and multipath scenarios, providing an analytical description within a unified parameter space.

Theoretical and Practical Significance. The model refines the description of the MIMO-NOMA channel and supports the optimization of precoders, summation schemes in the complex baseband domain, and SIC algorithms in next-generation mobile networks, particularly in conditions of high mobility and dense urban environments.

Keywords: MIMO-NOMA, spatial multiplexing, dual polarization, amplifier nonlinearity, CSI errors, user mobility, successive interference cancellation (SIC)

For citation: Grishin I.V., Fokin G.A., Kalinkina A.A., Sinilnikov A.M. Mathematical Model of the MIMO-NOMA System. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(4):28–50. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-4-28-50. EDN:QQQMHX

1. Введение

Современные беспроводные сети, особенно в условиях 5G, предъявляют высокие требования к пропускной способности, надежности и адаптивности систем связи. Технологии MIMO и NOMA

позволяют существенно повысить спектральную эффективность за счет использования пространственного разделения потоков и неортогонального доступа пользователей [1]. Однако реальное применение этих методов сталкивается с рядом трудностей, связанных с динамичной природой

сред городской среды, изменениями движения и ориентации пользовательских устройств, а также сложностями формирования и приема многолучевых сигналов с различными поляризационными характеристиками.

Обзор зарубежной литературы, посвященной системам MIMO-NOMA, выявил, что большинство исследований основаны на статических моделях, игнорирующих изменчивость скорости и направления движения, что снижает практическую применимость результатов. Анализ русскоязычных публикаций показывает острый дефицит исследований в данной области.

Целью данной работы является разработка математической модели системы MIMO-NOMA. Основной акцент делается на части системы MIMO-NOMA, расположенной между прекодером на стороне передачи и схемой сложения в комплексной низкочастотной (НЧ) области на стороне приема. Разрабатываемая модель должна учитывать ключевые факторы, оказывающие влияние на сигналы в данном промежуточном звене – динамику движения и вращения пользовательских устройств, изменения поляризации под воздействием многолучевого распространения и неидеальности оценок параметров канала. Такой комплексный подход позволяет провести последующий анализ и оптимизацию методов кластеризации пользователей, матриц прекодирования и комбинирования, направленный на улучшение качества связи, повышение отношения сигнал / шум + интерференция (SINR, аббр. от англ. Signal Interference + Noise Ratio) и обеспечение устойчивости работы системы в динамичных условиях.

В статье представлена подробная схема моделирования, включающая развернутые математические модели сигнала на выходе схемы сложения в комплексной НЧ области для одно- и двухполяризационных систем MIMO-NOMA. Особое внимание уделено построению модели канала, в которой интегрированы эффекты движения, вращения, динамических изменений ориентации антенн и поляризационных преобразований. Также рассматриваются модели нелинейности усилителей мощности с учетом эффектов памяти, что критично для корректного воспроизведения реалистичных условий работы усилительных цепей.

Разработка данной математической модели является важным шагом для дальнейшего исследования эффективности алгоритмов предварительного кодирования и комбинирования. Полученные результаты могут быть применены для оптимизации работы многопользовательских систем, минимизации межпользовательской интерференции и повышения общего качества сигнала при передаче данных в условиях высокой динамики и сложного распространения радиоволн.

2. Положение и ориентация пользовательских устройств

Развитие сетей связи нового поколения, и внедрение технологии MIMO-NOMA требуют принципиально новых подходов к моделированию пространственной локализации и динамики перемещений пользовательских устройств. Это обусловлено необходимостью учитывать не только высокую плотность подключений и мобильность объектов, но и сложные взаимодействия между многолучевыми сигналами, интерференцией и изменяющимися условиями распространения. Математические модели, описывающие траектории, скорость и взаимное расположение устройств, становятся ключевым инструментом для оптимизации ресурсов, адаптации параметров передачи в реальном времени и обеспечения устойчивости связи в условиях нестационарности каналов.

Особую значимость приобретают методы, сочетающие динамические системы для прогнозирования перемещений, имитационные модели для анализа сетевых топологий и уравнения, описывающие пространственно-временные зависимости. Такой подход позволяет не только минимизировать задержки и энергопотребление, но и обеспечивать безопасность за счет динамического перераспределения ресурсов в зависимости от местоположения пользовательских устройств. Разработка модели, интегрирующей данные о мобильности в алгоритмы MIMO-NOMA, открывает путь к реализации высоконадежных сценариев для приложений, где точность локализации и скорость реакции на изменения критичны.

2.1. Модель движения пользователя и ориентации абонентского терминала

Процесс перемещения пользователя в пространстве может быть в полной мере описан следующими уравнениями:

– положение пользователя

$$\mathbf{r}(t) = [r^1(t), r^2(t), r^3(t)]^T = \mathbf{r}(0) + \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau, \quad (1)$$

– скорость перемещения

$$\mathbf{v}(t) = [v^1(t), v^2(t), v^3(t)]^T = \mathbf{v}(0) + \int_0^t \mathbf{a}(\tau) d\tau, \quad (2)$$

– ускорение

$$\mathbf{a}(t) = [a^1(t), a^2(t), a^3(t)]^T = \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}(t)}{dt^2}, \quad (3)$$

где $\mathbf{r}(0)$ и $\mathbf{v}(0)$ задают начальное положение пользователя в системе координат базовой станции (БС) и начальную скорость его движения; ускорение (3) представляет собой произвольную векторную функцию времени, задающую изменение величины

и направления; $r^i(t), v^i(t), a^i(t), i = 1...3$ – значения координат, скорости и ускорения пользователя вдоль осей координат.

В условиях города движение пользователей (например, пешеходов, автомобилей, дронов) характеризуется частыми изменениями скорости и направления. Эти изменения напрямую связаны с компонентами ускорения:

$$\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}_{||}(t) \cdot \mathbf{T}(t) + \mathbf{a}_{\perp}(t) \cdot \mathbf{N}(t) = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt} \cdot \frac{\mathbf{v}(t)}{|\mathbf{v}(t)|} + \frac{|\mathbf{v}|^2}{\rho(t)} \cdot \frac{\mathbf{v}(t) \times (\mathbf{a}(t) \times \mathbf{v}(t))}{|\mathbf{v}(t)| \cdot |\mathbf{a}(t) \times \mathbf{v}(t)|}, \mathbf{a}(t) \nparallel \mathbf{v}(t), \quad (4)$$

где векторы $\mathbf{a}_{||}(t)$ и $\mathbf{a}_{\perp}(t)$ определяют тангенциальное (изменение величины скорости) ускорение и нормальное (изменение направления скорости) ускорения; $\mathbf{T}(t)$ – единичный касательный вектор; $\mathbf{N}(t)$ – единичный вектор нормали к траектории; $\rho(t) = \frac{|\mathbf{v}(t)|^3}{|\mathbf{a}(t) \times \mathbf{v}(t)|}$ – радиус кривизны траектории, операторы \cdot и \times обозначают произведение вектора на скаляр и векторное произведение, соответственно.

В таблице 1 приведены примеры сценариев мобильности пользователей, характерных для городских условий.

ТАБЛИЦА 1. Сценарии мобильности пользователей в городских условиях

TABLE 1. User Mobility Scenarios in Urban Conditions

Компонента	Параметр
Тангенциальное ускорение	Сценарий
	– разгон автомобиля после остановки на светофоре; – торможение перед пешеходным переходом
	Влияние на систему
	Высокое тангенциальное ускорение увеличивает доплеровский сдвиг, что требует адаптивной подстройки частоты сигнала и повышает сложность демодуляции
Нормальное ускорение	Сценарий
	– Поворот автомобиля на перекрестке – Движение пешехода по извилистой дороге
	Влияние на систему
	Нормальное ускорение изменяет направления прихода (DoA, аббр. от англ. Direction of Arrival) и ухода (DoD, аббр. от англ. Direction of Departure) сигналов, что критично для работы антенн и пространственного мультиплексирования (SM, аббр. от англ. Spatial Multiplexing)

Компоненты ускорения позволяют количественно описать динамику пользователей в городских условиях. Их учет в моделях MIMO-NOMA-SM повышает точность прогнозирования характеристик канала и адаптивность системы к реальным сценариям.

Подстановка выражения (2) в (1) с учетом (4) позволяет получить интегральную форму модели движения:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(0) + \int_0^t \int_0^{\tau} \mathbf{a}(\chi) d\chi d\tau = \mathbf{r}(0) + \int_0^t \int_0^{\tau} [\mathbf{a}_{||}(\chi)\mathbf{T}(\chi) + \mathbf{a}_{\perp}(\chi)\mathbf{N}(\chi)] d\chi d\tau. \quad (5)$$

Модель движения пользователя описывается векторными интегральными уравнениями, где переменное ускорение определяет криволинейность траектории через изменение направления и величины скорости. Для конкретных сценариев используются параметрические уравнения с учетом начальных условий и зависимостей.

В данной модели системы для моделирования сложных траекторий пользователей предлагается применить сплайн-интерполяцию. Это позволяет получить гладкие и реалистичные траектории, необходимые для расчета скорости, ускорения и доплеровского сдвига. В сводной таблице 2 предложены модели движения пешеходов и автомобильного транспорта с последующей обработкой сплайнами для ряда типовых сценариев.

ТАБЛИЦА 2. Модели движения пользователей

TABLE 2. User Movement Patterns

Объект	Модель	Применение	Постобработка
Человек	Орнштейна – Уленбека [2]	Индивидуальное движение	Кубические сплайны
	Социальных сил [3]	Учет групповых взаимодействий	
Автомобиль	Расширенная 3D-модель велосипеда [4]	Резкий поворот на перекрестке	Кубические сплайны
	Полиномиальная модель [5]	Смена полосы с обгоном	

2.2. Модели движения пешеходов

2.2.1. Модель движения на основе процесса

Орнштейна – Уленбека

Модель индивидуального движения на основе процесса Орнштейна – Уленбека использует стохастические дифференциальные уравнения для описания динамики координат, скорости, ускорения и задержки пешехода. Данный процесс характеризуется тем, что каждая компонента стремится к некоторому целевому значению, а случайные флуктуации моделируются с помощью гауссовского шума. Процесс Орнштейна – Уленбека может быть описан системой уравнений вида:

$$\begin{cases} d\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}(t)dt \\ d\mathbf{v}(t) = \beta_{ou}(\bar{\mathbf{v}}(\tau(t)) - \mathbf{v}(t))dt + \sigma_v d\mathbf{W}_v(t) \\ d\mathbf{a}(t) = \gamma_{ou}(\bar{\mathbf{a}}(\tau(t)) - \mathbf{a}(t))dt + \sigma_a d\mathbf{W}_a(t) \\ d\tau(t) = \lambda_{ou}(\bar{\tau} - \tau(t))dt + \sigma_{\tau} d\mathbf{W}_{\tau}(t) \end{cases} \quad (6)$$

где β_{ou} , γ_{ou} , λ_{ou} – коэффициенты, определяющие скорость возврата скорости, ускорения и задержки к целевым значениям $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{\mathbf{a}}$, $\bar{\tau}$ в процессе Орнштейна – Уленбека, которые подбираются на основе экспериментальных данных о поведении пешеходов.

При этом:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{v}}(\tau(t)) &= \bar{\mathbf{v}}_0 \exp(-\alpha_{ou}\tau(t)), \\ \bar{\mathbf{a}}(\tau(t)) &= \bar{\mathbf{a}}_0 \exp(-\alpha_{ou}\tau(t)),\end{aligned}$$

где α_{ou} – коэффициент чувствительности; $\bar{\mathbf{v}}_0$ и $\bar{\mathbf{a}}_0$ – базовые целевые значения скорости и ускорения.

Параметры σ_v , σ_a , σ_τ в (6) определяют интенсивности случайных флуктуаций скорости, ускорения и задержки, а $\mathbf{W}_v(t)$, $\mathbf{W}_a(t)$, $W_\tau(t)$ определяют независимые винеровские процессы.

Такой подход позволяет учитывать естественную инерцию и корреляцию в движении. В контексте движения человека, например, между принятием решения пешехода повернуть и фактическим изменением направления движения возникает задержка около 100 мс при нормальной скорости ходьбы (~1,5 м/с), целевое значение $\bar{\tau} \approx 0,08$ с, время релаксации $\tau_{\text{delay}} = \lambda_{ou}^{-1} = 1,2$ с, а $\sigma_\tau = 1,85$. Уравнение (6) демонстрирует, как задержка возвращается к своему целевому значению, но может колебаться из-за случайных факторов.

Следует отметить, что уравнение (6), описывающее ускорение как независимый процесс Орнштейна – Уленбека, повышает реалистичность динамики. Однако оно может быть исключено из системы, если экспериментальные данные не подтверждают значимую связь задержки, или если упрощение модели не приводит к существенной потере точности при ее практическом использовании с ускорением.

2.2.2. Модель движения на основе процесса социальных сил

Модель движения на основе процесса социальных сил (SFM, аббр. от англ. Social Force Model) представляет физико-психологическую модель, описывающую движение пешеходов под воздействием «социальных сил», таких как:

- сила притяжения к цели (желание прибыть на место к определенному времени);
- силы отталкивания от других людей и препятствий;
- силы взаимодействия (например, групповое поведение или избегание столкновений).

Данная модель достаточно точно описывает движение групп пешеходов в толпе, позволяет прогнозировать коллективное поведение, подходит для сценариев с препятствиями и сложной геометрией пространства.

Основное выражение модели SFM имеет вид:

$$\begin{aligned}m_k \frac{d\mathbf{v}_k(t)}{dt} &= m_k \frac{\bar{\mathbf{v}}_k - \mathbf{v}_k(t)}{\tau_k} + \\ &+ \sum_{l \neq k} \mathbf{f}_{k,l}(t) + \sum_{m \neq k} \mathbf{f}_{k,m}^{\text{obs}}(t),\end{aligned}\quad (7)$$

где m_k – масса пешехода k ; $\bar{\mathbf{v}}_k$ – целевая скорость пешехода k (может быть постоянной или зависеть от времени); τ_k – время релаксации (постоянная величина для пешехода k); $\mathbf{f}_{k,l}(t)$ – сила взаимодействия с другими пешеходами; $\mathbf{f}_{k,l}^{\text{obs}}(t)$ – сила отталкивания от препятствий.

Силы взаимодействия между пешеходами $\mathbf{f}_{k,l}(t)$ рассчитываются на основе текущих положений и скоростей пешеходов:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_{k,l}(t) &= A \cdot \exp(-d_{kl}(t)/B) \mathbf{n}_{k,l}(t) + \\ &+ C \cdot \Delta v_{k,l}^{\text{tg}}(t) \mathbf{t}_{k,l}(t),\end{aligned}\quad (8)$$

где $d_{kl}(t)$ – расстояние между пешеходами k и l ; $\mathbf{n}_{kl}(t)$ – вектор нормали от k к l ; $\Delta v_{k,l}^{\text{tg}}$ – тангенциальная разница скоростей; $\mathbf{t}_{k,l}(t)$ – тангенциальный единичный вектор; параметр A представляет собой коэффициент интенсивности силы отталкивания, который определяет, насколько сильно пешеходы стремятся избегать друг друга при сближении; параметр B определяет масштаб расстояния, на котором начинает действовать сила отталкивания; параметр C – это коэффициент, который определяет интенсивность силы, вызванной относительным движением пешеходов, особенно когда их скорости различаются вдоль направления их контакта (тангенциальная разница скоростей).

Векторы силы отталкивания от препятствий $\mathbf{f}_{kl}^{\text{obs}}(t)$ определяются расстоянием между пешеходом и препятствием:

$$\mathbf{f}_{k,m}^{\text{obs}}(t) = A_{\text{obs}} \cdot \exp(-d_{k,m}(t)/B_{\text{obs}}) \mathbf{n}_{k,m}(t) \quad (9)$$

где $d_{km}(t)$ – расстояние между пешеходом k и препятствием m ; $\mathbf{n}_{k,m}(t)$ – вектор нормали от k к m ; A_{obs} – параметр, определяющий интенсивность отталкивания от препятствий; B_{obs} – параметр, характеризующий расстояние, на котором начинает действовать сила отталкивания.

2.3. Модели движения автомобиля

2.3.1. Модель поворота на перекрестке

Маневр поворота на перекрестке представляет собой типовой сценарий движения транспортного средства с высокой пространственной и кинематической сложностью. Его корректное моделирование необходимо для адекватного описания изменений ориентации антенн, векторов скорости, углов доплеровского сдвига, DoA и DoD сигналов, а также для расчета фазовых и амплитудных искажений при приеме на планарных антенных решетках (АР).

Положение автомобиля в пространстве задается вектором $\mathbf{r}(t) = [r^1(t), r^2(t), r^3(t)]^T$, а его ориентация – вектором $\Theta_a(t) = [\Theta_a^k(t), \Theta_a^{HT}(t)]^T$, где $\Theta_a^k(t)$ – угол курса автомобиля, а $\Theta_a^{HT}(t) = f(\text{рельеф}, t)$ – угол наклона траектории, который может быть связан с геометрией траектории, если используется аппроксимация сплайном через параметр длины дуги S :

$$\Theta_a^{HT}(t) = k_{HT} \frac{dr^3(t)}{dS},$$

где k_{HT} – коэффициент, связывающий уклон с углом.

Кинематическая модель движения может быть компактно записана через вектор скорости и угловые скорости:

$$\begin{cases} \mathbf{r}'(t) = \mathbf{v}(t) \\ \Theta'_a(t) = \boldsymbol{\omega}(t) \end{cases} \quad (10)$$

где $\mathbf{v}(t) = v(t)\mathbf{u}(t)$ – вектор линейной скорости; $\boldsymbol{\omega}(t) = [\omega_k(t), \omega_{HT}(t)]^T$ – вектор угловой скорости; $\mathbf{u}(t)$ – единичный вектор направления движения.

Скорость направлена вдоль траектории движения и зависит от ориентации:

$$\mathbf{v}(t) = v(t) \cdot \begin{bmatrix} \cos(\Theta_a^k(t)) \cdot \cos(\Theta_a^{HT}(t)) \\ \sin(\Theta_a^k(t)) \cdot \cos(\Theta_a^{HT}(t)) \\ \sin(\Theta_a^{HT}(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^1(t) \\ v^2(t) \\ v^3(t) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

Угловая скорость связана с параметрами рулевого управления:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \begin{bmatrix} v(t)\cos\beta(t)/L \cdot \text{tg}\varphi(t) \\ \Theta_a^{HT}(t) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

где $\varphi(t)$ – угол поворота передних колес; $\beta = \arctg\left(\frac{l_r}{l_f+l_r} \cdot \text{tg}(\varphi)\right)$ – угол скольжения; $\Theta_a^k(t) = v(t)\cos\beta(t)/L \cdot \text{tg}\varphi(t)$ – скорость изменения угла наклона, зависящая от погодных условий; $L = l_n + l_3$ – колесная база; l_n, l_3 – расстояния от центра масс до передней/задней оси.

2.3.2. Модель смены полосы с обгоном

Для аппроксимации траектории смены полосы с обгоном используется полиномиальная модель, которая обеспечивает плавность маневра и учитывает динамику автомобиля.

Траектория в поперечном направлении аппроксимируется полиномом 5-й степени:

$$r_A^2(t) = \sum_{k=0}^5 a_{A,k} t^k,$$

где $a_{A,k}$ – коэффициенты полинома, определяемые из граничных условий, задаваемые в начальный ($t = 0$) и конечный ($t = T$) моменты времени, где T – время перестройки автомобиля.

Параметры обгоняющего (A) и обгоняемого автомобилей представлены в таблице 3.

Граничными условиями являются требования плавности:

$$r_A^2(0), r_A^2(T) = \bar{r}_A^2,$$

где \bar{r}_A^2 – целевая координата;

$$r_A'^2(0) = 0, r_A'^2(T) = 0 \text{ – нулевая скорость;}$$

$$r_A''^2(0) = 0, r_A''^2(T) = 0 \text{ – нулевое ускорение.}$$

ТАБЛИЦА 3. Параметры движения автомобилей

TABLE 3. Vehicle Movement Parameters

Параметр	Обгоняющий (A)	Обгоняемый (B):
Начальная позиция	$r_A(t) = [r_A^1(0), r_A^2(0), 0]^T$	$r_B(t) = [r_B^1(0), r_B^2(0), 0]^T$
Начальная скорость (продольная / поперечная)	$v_A^1(0), v_A^2(0) = 0$	$v_B^1(0), v_B^2(0) = 0$
Ускорение (продольное / поперечное)	$a_A^1(0),$ поперечное задается траекторией	$a_B^1(0) = 0, a_B^2(0) = 0$

Уравнения движения автомобиля A имеют вид: продольное

$$r_A^1(t) = r_A^1(0) + v_A^1(0) \cdot t + \frac{1}{2} a_A^1(t) \cdot t^2,$$

поперечное

$$r_A^2(t) = \bar{r}_A^2(0) + (\bar{r}_A^2 - r_A^2(0)) \times (10(t/T)^3 - 15(t/T)^4 + 6(t/T)^5),$$

вертикальное

$$r_A^3(t) = 0,$$

поперечное ускорение

$$a_A^2(t) = 2(\bar{r}_A^2 - r_A^2(0)) \cdot T^{-2}.$$

Уравнения движения автомобиля B имеют вид:

$$r_B^1(t) = r_B^1(0) + v_B^1(0) \cdot t,$$

$$r_B^2(t) = r_B^2(0), r_B^3(t) = 0.$$

Условие обгона должно гарантировать, что к моменту завершения маневра перестроения (время T) автомобиль A не только догонит обгоняемый автомобиль B, но и создаст перед ним безопасную дистанцию L . Это необходимо, чтобы избежать риска столкновения при возврате на исходную полосу или в случае внезапного изменения скорости автомобиля B:

$$r_A^1(t) \geq r_B^1(t) + L. \quad (13)$$

Подстановка уравнений продольного движения в (13) дает выражение следующего вида:

$$r_A^1(0) + v_A^1(0) \cdot T + \frac{1}{2} a_A^1(t) \cdot T^2 \geq r_B^1(0) + v_B^1(0) \cdot T + L.$$

Согласно условию безопасности, минимальное расстояние между автомобилями на протяжении всего маневра перестроения (от начала до времени T) будет превышать расстояние, при котором возможен риск столкновения:

$$\sqrt{(r_A^1(t) - r_B^1(t))^2 + (r_A^2(t) - r_B^2(t))^2} \geq d_{\min} \quad (14)$$

$$\forall t \in [0, T].$$

Динамические ограничения отражают физические возможности автомобиля и комфорт водителя / пассажиров.

Продольное ускорение:

$$|a_A^1(t)| \leq a_{\max}.$$

Поперечное ускорение:

$$|r_A''^2(t)| =$$

$$= \left| \left(\bar{r}_A^2 - r_A^2(0) \right) / T^2 \cdot (60t/T - 180(t/T)^2 + 120(t/T)^3) \right| \leq$$

$$\leq a_{A,\max}^2.$$

Представленная полиномиальная модель задает траектории движения, гарантирует плавность маневра и безопасность, учитывая динамические ограничения.

2.4. Обоснование выбора типа сплайнов для интерполяции

В таблице 2 указаны 2 типа сплайнов, применяемых для интерполяции: кубические сплайны и сплайн Эрмита 5-го порядка, выбор которых обусловлен тем, что они обеспечивают непрерывность первой (C1) и второй (C2) производных, сохраняя направление, скорость, кривизну и ускорение, исключая резкие скачки (рывки). Это критично для реалистичного моделирования движения людей. Кубические сплайны также поддерживают G2-непрерывность (плавность кривизны), что важно для визуально и физически корректных траекторий. Поскольку резкие изменения скорости или ускорения приводят к дискомфорту пассажиров, то кубические сплайны также подходят для моделирования разворота автомобиля на перекрестке.

Однако кубический сплайн не может выполнить все 6 граничных условий для модели перестроения с обгоном (требует задания только 4 условий) и приводит к ненулевым ускорениям на границах, что недопустимо для плавного старта / остановки перестроения. Поэтому для данной модели был выбран сплайн Эрмита 5-го порядка, который гарантирует выполнение всех граничных условий, минимальный рывок, плавное изменение ускорения, простоту вычислений и контроля параметров.

Пример интерполяции кубическим сплайном движения группы пешеходов на основе процесса SFM представлен на рисунке 1. Визуализация приведена только для сценария SFM, поскольку именно он демонстрирует наибольшую сложность и вариативность траекторий, что позволяет нагляд-

но показать преимущества выбранных интерполяционных методов.

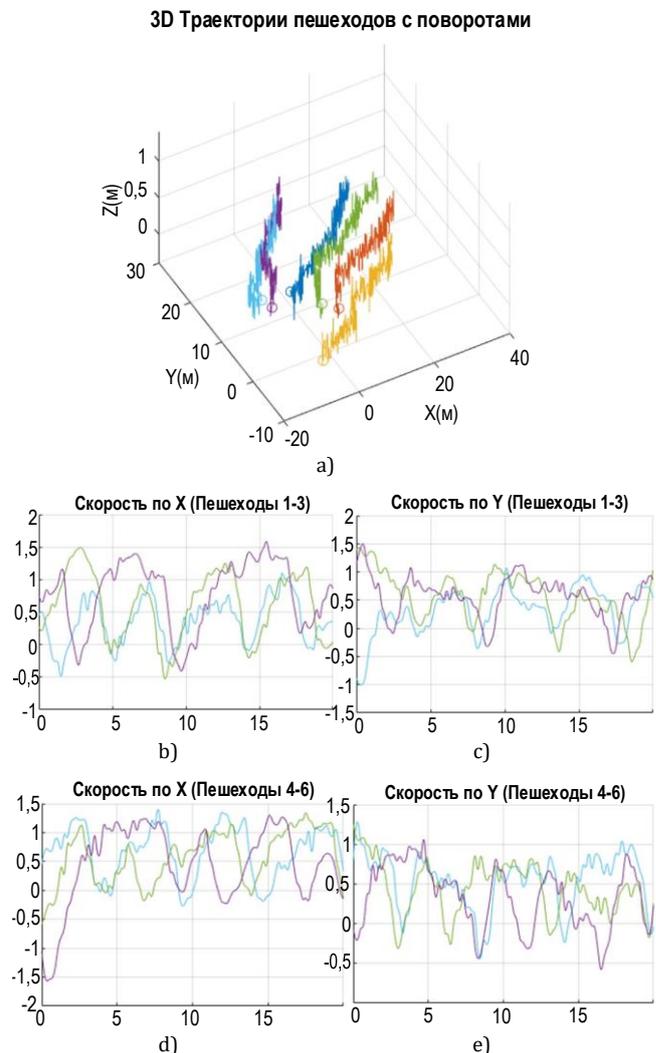


Рис. 1. Интерполяция кубическим сплайном движения группы пешеходов на основе процесса SFM: траектории движения пешеходов 1-6 в пространстве (а); графики скорости движения пешеходов: 1-3 вдоль оси OX (б) и вдоль оси OY (с); 4-6 вдоль оси OX (д) и вдоль оси OY (е)

Fig. 1. Cubic Spline Interpolation of the Motion of a Group of Pedestrians Based on the SFM Process: Trajectories of Pedestrians 1-6 in Space (a); Velocity Graphs of Pedestrians: 1-3 Along the OX Axis (b) and Along the OY Axis (c); 4-6 Along the OX Axis (d) and Along the OY Axis (e)

Остальные модели, построенные на основе параметрических уравнений движения, обладают предсказуемым и формализованным поведением и не требуют отдельной иллюстрации. Отрицательное значение кривой проекции вектора скорости (см. рисунок 1) означает, что в соответствующий момент проекция скорости направлена противоположно выбранному положительному направлению оси (например, разворот или движение в противоположном направлении относительно принятого положительного направления оси).

Полученные в формулах (1-14) временные зависимости координат, скоростей и ориентации

каждого абонентского терминала (АТ) служат входными параметрами для геометрической модели канала. Эти величины напрямую определяют задержки прихода, направления прихода и ухода многолучевых компонент в матрице канала.

Таким образом, динамика движения, представленная в данном разделе, определяет эволюцию канальной матрицы и используется:

во-первых, для разделения абонентов по кластерам (пользователи с близкими значениями DoA / DoD и задержками группируются для уменьшения межкластерной интерференции в MIMO-NOMA);

во-вторых, для адаптивного прекодирования и комбинирования (сложения в комплексной НЧ области) – известные траектории позволяют прогнозировать изменение канала и заранее корректировать весовые коэффициенты блоков гибридных устройств в радиочастотном диапазоне и основной полосе, минимизируя остаточную интерференцию;

в-третьих, для оптимизации процедуры SIC (параметры скорости и направления влияют на стабильность оценки CSI, что учитывается при выборе порядка декодирования и схем компенсации доплеровского сдвига).

Интеграция этой информации позволяет строить гибридные прекодеры и схемы сложения в комплексной НЧ области, учитывающие не только мгновенные оценки канала, но и его прогнозируемое изменение во времени.

3. Модель системы MIMO-NOMA

3.1. Исходные данные

Ключевая задача системы MIMO-NOMA заключается в эффективном разделении пользователей с разными уровнями мощности и пространственными характеристиками. Пространственное мультиплексирование в MIMO увеличивает скорость

передачи за счет одновременной передачи нескольких потоков данных через разные антенны. Каждый поток предназначается отдельной группе пользователей, объединенных в кластер.

Рассмотрим систему MIMO-NOMA-SM, обладающую следующими параметрами:

- количество обслуживаемых пользователей K ;
- количество кластеров C ;
- количество пользователей в кластере $c \in \{1 \dots C\}$ K_c ;
- количество антенн БС M ;
- количество антенн АТ k -го пользователя N_k ;
- количество пространственных потоков, обслуживающих кластер c S_c ;
- пользователи перемещаются в пределах радиуса соты с переменной скоростью (включая изменение величины и направления), а их траектория движения является криволинейной (непрямой);
- АТ может находиться в произвольной пространственной конфигурации, его положение (координаты) и ориентация (углы наклона / вращения) меняются в зависимости от действий пользователя.

Это влияет на диаграмму направленности (ДН) антенны, поляризацию сигнала и параметры канала связи.

3.2. Модель сигнала на выходе передатчика базовой станции

Формирование сигнала по линии «вниз», передаваемого БС в кластер c , в системе MIMO-NOMA (рисунок 2) осуществляется с помощью процедуры суперпозиционного кодирования (SC, *аббр. от англ. Superposition Coding*), согласно которому сигналы пользователей накладываются друг на друга с разными уровнями мощности.

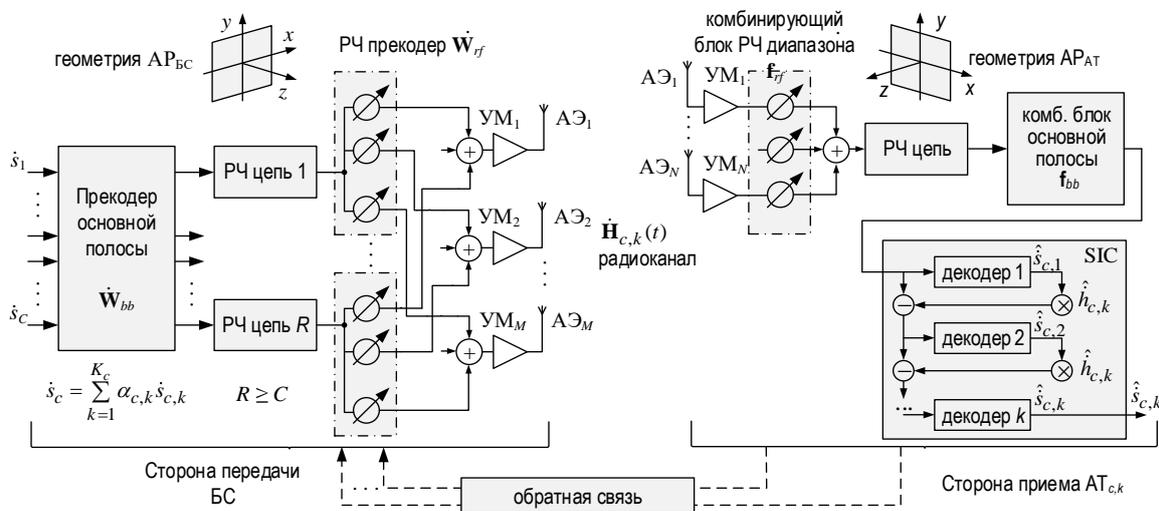


Рис. 2. Система MIMO-NOMA
Fig. 2. MIMO-NOMA System

Сигнал $\dot{\mathbf{x}}_c$ задается выражением:

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \dot{\mathbf{W}}_c \sum_{k=1}^{K_c} \alpha_{c,k} \dot{s}_{c,k}(t) = \dot{\mathbf{W}}_c \dot{s}_c(t), \quad (15)$$

где $\alpha_{c,k}$ – вещественный коэффициент распределения мощности, такой, что:

$$\sum_{k=1}^{K_c} \alpha_{c,k}^2 \leq 1, \quad \alpha_{c,1} \geq \alpha_{c,2} \geq \dots \geq \alpha_{c,K_c};$$

$\dot{s}_{c,k}(t)$ – информационный комплексный сигнал, передаваемый пользователю k в кластере c ; $\dot{\mathbf{W}}_c \in \mathbb{C}^{N \times S_c}$ – вектор-столбец матрицы предварительного кодирования $\dot{\mathbf{W}}$ для кластера c ; пользователям с худшими условиями в канале БС выделяет на передачу больше мощности согласно принятому алгоритму распределения мощности.

Сигнал на выходе БС в общем виде можно представить как $\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{s}}(t)$, где $\dot{\mathbf{W}} = [\dot{\mathbf{W}}_1, \dot{\mathbf{W}}_2, \dots, \dot{\mathbf{W}}_C]$, $\dot{\mathbf{W}} \in \mathbb{C}^{M \times C}$ – матрица предварительного кодирования на стороне БС; $\dot{\mathbf{s}}(t) = [\dot{s}_1(t), \dot{s}_2(t), \dots, \dot{s}_C(t)]^T$ – вектор суперпозиционных сигналов, передаваемых в кластеры.

3.3. Модель радиоканала

3.3.1. Модель антенные решетки с учетом пространственного движения абонентского терминала

В сетях 5G-NR с технологией MIMO плоские AP играют ключевую роль в формировании управляемых лучей и повышении спектральной эффективности. Однако пространственное положение пользовательских устройств: прецессия, нутация и собственное вращение напрямую влияет на DoA и DoD сигналов через матрицу поворота $\mathbf{R}(\Theta_{c,k}(t))$, где $\Theta_{c,k}(t)$ – вектор углов вращения: $\Theta_{c,k}(t) = [\Theta_{c,k}^n(t), \Theta_{c,k}^h(t), \Theta_{c,k}^{cb}(t)]^T$.

Пусть начало системы координат совпадает с центром масс AP БС: $\mathbf{r}_{BS} = [0, 0, 0]^T$. Координаты элементов AP БС в таком случае будут иметь вид: $\mathbf{p}_m = [p_m^1, p_m^2, 0]^T$, $m = 1 \dots M$. Положение $\text{AT}_{c,k}$ в пространстве задается матрицей поворота $\mathbf{R}(\Theta_{c,k}(t))$. Местоположение $\text{AT}_{c,k}$ задается вектором $\mathbf{r}_{c,k}(t) = [r_{c,k}^1(t), r_{c,k}^2(t), r_{c,k}^3(t)]^T$, в направлении которого БС передает сигнал в локальной системе БС с азимутом $\Phi_{c,k}^t$ и углом места $\Theta_{c,k}^t$.

Элементы направляющего вектора БС определяются выражением:

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{a}}_{BS}(\Theta_{c,k}^t, \Phi_{c,k}^t)]_m &= \\ &= M^{-1/2} \exp(-j\beta_v \mathbf{p}_m^T \mathbf{u}(\Theta_{c,k}^t, \Phi_{c,k}^t)), \quad (16) \\ m &= 1 \dots M, \hat{\mathbf{a}}_{BS} \in \mathbb{C}^M, \end{aligned}$$

где $\beta_v = 2\pi/\lambda_c = 2\pi f_c/c$ – волновое число; λ_c – длина радиоволны на частоте f_c .

Единичный вектор направления задается выражением:

$$\mathbf{u}_{c,k}(t) = \frac{\mathbf{r}_{k,c}(t) - \mathbf{r}_{BS}}{\|\mathbf{r}_{k,c}(t) - \mathbf{r}_{BS}\|} = \quad (17)$$

$$= [\cos(\Phi_{c,k}^r) \sin(\Theta_{c,k}^r), \sin(\Phi_{c,k}^r) \sin(\Theta_{c,k}^r), \cos(\Theta_{c,k}^r)]^T.$$

Локальные координаты n -го элемента AP $\text{AT}_{c,k}$ описываются вектором $\mathbf{p}_n = [p_n^1, p_n^2, 0]^T$.

Переход от локальных координат к глобальным осуществляется с помощью пространственных преобразований вида:

$$\tilde{\mathbf{p}}_n(t) = \mathbf{R}(\Theta_{c,k}(t)) \mathbf{p}_n + \|\mathbf{r}_{k,c}(t) - \mathbf{r}_{BS}\| \mathbf{u}_{c,k}(t), \quad \forall n = 1 \dots N. \quad (18)$$

Направление прихода сигнала задается в глобальной системе.

Для учета ориентации $\text{AT}_{c,k}$ осуществляется преобразование в локальную систему $\text{AT}_{c,k}$:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{c,k}(t) = \mathbf{R}^T(\Theta_{c,k}(t)) \mathbf{u}_{c,k}(t), \quad (19)$$

где DoA в локальной системе координат $\tilde{\Theta}_{c,k}^r, \tilde{\Phi}_{c,k}^r$ определяется выражением:

$$\begin{aligned} \tilde{\Theta}_{c,k}^r(t) &= \arccos(\mathbf{e}_3^T \tilde{\mathbf{u}}_{c,k}(t)), \\ \tilde{\Phi}_{c,k}^r(t) &= \arctg\left(\frac{\mathbf{e}_2^T \tilde{\mathbf{u}}_{c,k}(t)}{\mathbf{e}_1^T \tilde{\mathbf{u}}_{c,k}(t)}\right), \quad (20) \end{aligned}$$

где $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ – базисные единичные векторы, такие, что $\mathbf{R}(\Theta_{c,k}(t)) = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3]$.

В этом случае элементы направляющего вектора $\text{AT}_{c,k}$ будут иметь вид:

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{a}}_{c,k}(\Theta_{c,k}^r, \Phi_{c,k}^r)]_n &= \\ &= N^{-1/2} G(\Theta_{c,k}^r, \Phi_{c,k}^r) \exp(-j\beta_v \mathbf{p}_n^T \mathbf{u}(\Theta_{c,k}^r, \Phi_{c,k}^r)), \quad (21) \\ n &= 1 \dots N, \hat{\mathbf{a}}_{c,k} \in \mathbb{C}^N. \end{aligned}$$

Игнорирование ориентации AT приводит к:

- рассогласованию лучей и снижению коэффициента усиления антенны;
- искажению поляризационной характеристики сигнала;
- ошибкам в оценке канала и потере пропускной способности.

Для антенны в позиции (m_x, m_y) плоской AP вектор направленности формируется как комбинация пространственной и поляризационной составляющих:

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{a}}_{\text{pol}}]_{m_x, m_y} &= [\hat{\mathbf{a}}(\theta, \phi)]_m \otimes \boldsymbol{\chi}, \quad (22) \\ m &= m_x \cdot m_y = 1 \dots M, \end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\chi}$ – вектор поляризации, $\boldsymbol{\chi} = [1, 0]^T$ для вертикальной поляризации, $\boldsymbol{\chi} = [0, 1]^T$ – для горизонтальной поляризации; \otimes – кронекерово произведе-

дение, объединяющее пространственную и поляризационную компоненты.

Для антенны с двумя ортогональными поляризациями (h и v) полная ДН описывается матрицей:

$$\mathbf{A}(\theta, \phi) = [\mathbf{a}_{\text{pol},h}(\theta, \phi), \mathbf{a}_{\text{pol},v}(\theta, \phi)]. \quad (23)$$

3.3.2. Матрица канала MIMO

Для систем, использующих технологию MIMO, выражение, описывающее матрицу канала нисходящего направления к пользователю k , принадлежащему кластеру $c \mathbf{H}_{c,k}(t) \in \mathbb{C}^{M \times N_k}$, с учетом многолучевого распространения имеет вид (24), где матрица канала для пользователя k в кластере c состоит из детерминированной компоненты прямой видимости (LoS, аббр. от англ. Line of Sight) $\mathbf{H}_{k,c}^{\text{LoS}}(t)$ и стохастической компоненты без прямой видимости (NLoS, аббр. от англ. Non Line of Sight) $\mathbf{H}_{k,c}^{\text{NLoS}}(t)$; матрица компоненты LoS определяется первым из L слагаемых, остальные $L - 1$ слагаемые определяют матрицу $\mathbf{H}_{k,c}^{\text{NLoS}}(t)$; $\mathbf{A}_{BS}(\theta_{c,k}^t, \phi_{c,k}^t)$, $\mathbf{A}_{c,k}(\theta_{c,k}^r, \phi_{c,k}^r)$ – матрицы ДН БС и АТ $_{c,k}$ с учетом поляризации; $\mathbf{P}_{c,k,l}$ – поляризационная матрица для l -го пути; $f_{d,l}$ – доплеровский сдвиг для l -го пути; κ – коэффициент Райса (K -фактор); оператор $[\]^H$ обо-

значает эрмитово сопряжение матрицы. Более детальное описание перечисленных элементов уравнения (24) приводится ниже.

3.3.3. Модель коэффициента ослабления амплитуды и фазы сигнала

Коэффициент $\alpha_{l,c,k}$ определяет для l -го пути распространения величину ослабления амплитуды сигнала из-за расстояния, частоты и условий среды, включая затенение, и рассчитывается через модели потерь распространения $PL(f_c, d_{c,k})$, такие как ITU-R P.1411 [6] или 3GPP TR 38.901 (UMa/UMi) [7]. Включает поправки на атмосферные эффекты (P.1411) или 3D-геометрию (TR 38.901). Затенение моделируется как статистическая величина с нормальным распределением $SF \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{SF}^2)$.

Коэффициент ослабления амплитуды сигнала имеет вид (25), где $G_{BS,l}$, $G_{c,k,l}$ – коэффициенты усиления АР БС и АТ $_{c,k}$; L_{pen} – затухание на проникновение (10–20 дБ); L_{body} – затенение телом (3–10 дБ); $L_{\text{foliage}} = 0,2 \cdot d_{\text{foliage}}$ – потеря в листве (зависит от плотности); $L_{\text{rain}} = kR^\alpha d$ – потеря из-за осадков, R – интенсивность дождя (мм/ч); k, α – эмпирические параметры, зависящие от частоты, поляризации и, косвенно, угла места [8–10].

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{c,k}(t) &= \sum_{l=1}^L \alpha_{l,c,k} \mathbf{A}_{c,k}(\theta_{c,k}^r, \phi_{c,k}^r) \mathbf{P}_{c,k,l} \mathbf{A}_{BS}^H(\theta_{c,k}^t, \phi_{c,k}^t) e^{j(2\pi f_{d,l}t + \varphi_l)} = \\ &= \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}} \mathbf{H}_{c,k}^{\text{LoS}}(t) + \sqrt{\frac{1}{\kappa + 1}} \mathbf{H}_{c,k}^{\text{NLoS}}(t). \end{aligned} \quad (24)$$

$$\alpha_{l,c,k} = \sqrt{G_{BS,l} G_{c,k,l}} 10^{-0,05(PL(f_c, d_{c,k}) + SF + L_{\text{pen}} + L_{\text{body}} + L_{\text{foliage}} + L_{\text{rain}})}. \quad (25)$$

Выражения для расчета потерь распространения $PL(f_c, d_{c,k})$ и значения затенения согласно моделям 3GPP TR 38.901 (UMa/UMi) приведены в таблице 4, где UMi street canyon (уличный каньон) – сценарий городской застройки с улицей между высокими зданиями, характеризующийся выраженными отражениями и затенением; h_{UE} – высота подвеса антенны терминала; f_c измеряется в ГГц. Фаза сигнала определяется пройденным расстоянием и для распространения сигнала в условиях LoS составляет $\varphi_l = \exp(j\beta_v d_l(t))$, что соответствует задержке распространения $\tau_l = d_l(t)/c$. Для NLoS компонент φ_l является случайной величиной, равномерно распределенной в $[0, 2\pi)$.

В системах с быстрым вращением (дроны) или в сценариях с изменяющейся ориентацией (терминал в руках пользователя) вращение существенно влияет на величину доплеровского сдвига $f_{d,l}(t)$, а также на величину вносимого антенной усиления.

ТАБЛИЦА 4. Выражения для расчета потерь распространения согласно 3GPP TR 38.901

TABLE 4. Expressions for Calculating Path Losses According to 3GPP TR 38.901

Условия распространения	$PL(f_c, d_{c,k})$, дБ	SF, дБ 3.5/28 ГГц
<i>Микросота в условиях уличного каньона (UMi street canyon)</i>		
LoS	$PL(f_c, d_{c,k}) = 32,4 + 21\lg(d_{c,k}) + 20\lg(f_c)$	4/6
NLoS	$PL(f_c, d_{c,k}) = 22,4 + 35,3\lg(d_{c,k}) + 21,3\lg(f_c) - 0,3(h_{UE} - 1,5)$	5/8
<i>Городская макросота (UMa)</i>		
LoS	$PL(f_c, d_{c,k}) = 28,0 + 22\lg(d_{c,k}) + 20\lg(f_c)$	3/5
NLoS	$PL(f_c, d_{c,k}) = 13,54 + 39,08\lg(d_{c,k}) + 20\lg(f_c) - 0,6(h_{UE} - 1,5)$	4/7

Коэффициент усиления АР на передающей и приемной сторонах зависит от угловых координат направления отправления сигнала $G_{BS}(\theta_l^t, \phi_l^t)$ или

прихода сигнала $G_{c,k}(\theta_l^r, \phi_l^r)$. Коэффициент усиления G_{\max} максимален при $\theta = 0^\circ$ и $\phi = 0^\circ$. При отклонениях угловых координат от нулевых значений он падает согласно выражению $G(\theta, \phi) = G_{\max} \cos^2(\theta) AF(\phi)$, где $AF(\phi)$ – множитель АР.

Влияние угла места $\theta > 0^\circ$ можно охарактеризовать следующим образом:

- усиление падает пропорционально $\cos^2\theta$;
- появления боковых лепестков;
- при $\theta > 60^\circ$ АР становится малоэффективной.

Влияние азимута $\phi > 0^\circ$ можно охарактеризовать следующим образом:

- изменяется форма ДН;
- минимальное влияние при $\phi = 0^\circ$ или 90° , максимальное – при $\phi = 45^\circ$ (усиление дополнительно снижается на 1–3 дБ из-за асимметрии диаграммы).

3.3.4. Модель доплеровского сдвига

Для каждого луча, характеризующегося направлением прихода (θ_l^r, ϕ_l^r) , мгновенное значение доплеровского сдвига зависит от проекции эффективной скорости на его направление. Единичный вектор направления распространения сигнала $\tilde{\mathbf{u}}_l(t)$, рассчитывается согласно (18).

Эффективная скорость включает как линейную скорость терминала, так и скорость, вызванную вращением терминала [6, 10–12]:

$$\mathbf{v}_{\text{eff},l}(t) = \mathbf{v}_{c,k}(t) + \mathbf{v}_{\text{rot},l}(t) = \mathbf{v}_{c,k}(t) + \boldsymbol{\omega}_{c,k} \times \mathbf{r}_{\text{ant}}, \quad (26)$$

где $\boldsymbol{\omega}_{c,k} = [\omega_{c,k}^1, \omega_{c,k}^2, \omega_{c,k}^3]^T$ – вектор угловых скоростей, описывающий вращение вокруг центра масс терминала; \mathbf{r}_{ant} – радиус-вектор антенны; \times – оператор векторного умножения.

Зависимость доплеровского сдвига от эффективной скорости и направления распространения сигнала имеет вид:

$$f_{d,l}(t) = \lambda_c^{-1} \mathbf{v}_{\text{eff},l}^T(t) \tilde{\mathbf{u}}_l(t). \quad (27)$$

3.3.5. Модель кросс-поляризации

При перемещении абонентского терминала его ориентация (включая поворот вокруг своей оси) изменяется, что оказывает влияние на формирование ДН, а также на кросс-поляризационные характеристики в случае применения антенных систем с двойной поляризацией. Чтобы учесть этот эффект, вводится матрица поворота $\mathbf{R}_{c,k}(t)$. Положение терминала во времени описывается решением матричного дифференциального уравнения:

$$\frac{d\mathbf{R}_{c,k}(t)}{dt} = \mathbf{R}_{c,k}(t) \cdot \boldsymbol{\Omega}_{c,k}(t), \quad (28)$$

где $\boldsymbol{\Omega}_{c,k}(t)$ – матричное представление векторного произведения с $\boldsymbol{\omega}_{c,k}(t)$:

$$\boldsymbol{\Omega}_{c,k}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{c,k}^3(t) & \omega_{c,k}^2(t) \\ \omega_{c,k}^3(t) & 0 & -\omega_{c,k}^1(t) \\ -\omega_{c,k}^2(t) & \omega_{c,k}^1(t) & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Для каждого пользователя k в кластере с базовый поляризационный отклик в локальном базисе s/p имеет вид:

$$\mathbf{P}_{0,c,k} = \begin{bmatrix} G_{h,c,k} e^{j\varphi_{h,c,k}} & \chi_{c,k} e^{j\varphi_{hv,c,k}} \\ \chi_{c,k} e^{j\varphi_{vh,c,k}} & G_{v,c,k} e^{j\varphi_{v,c,k}} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Матрица базового поляризационного отклика учитывает усиления и кросс-поляризационные потери на основе взаимодействия поляризаций и фазовых сдвигов. Здесь G_h, G_v – коэффициенты усиления для горизонтально и вертикально поляризованных сигналов, $e^{j\varphi_h}, e^{j\varphi_v}$ – фазовые отклики, характеризующие фазовые сдвиги (φ_h и φ_v , рад), которые вносятся для горизонтальной и вертикальной поляризаций, χ – коэффициент кросс-поляризации, отражающий степень взаимного проникновения (смешения) между вертикальной и горизонтальной ветвями (в идеальном случае ветви горизонтальной и вертикальной поляризации полностью ортогональны, и кросс-поляризационное смешение отсутствует $\chi = 0$), $e^{j\varphi_{hv}}$ – фазовый отклик для кросс-поляризационного канала от вертикальной к горизонтальной поляризации, $e^{j\varphi_{vh}}$ – фазовый отклик для кросс-поляризационного канала от горизонтальной к вертикальной поляризации. Фазовые сдвиги φ_{hv} и φ_{vh} , рад, могут быть различными и отражают особенности физического процесса смешения.

В условиях многолучевого распространения сигнал приходит на вход приемника k в кластере с по множеству независимых путей, каждый из которых может иметь собственный угол прихода, задержку и, соответственно, свою поляризационную характеристику. При моделировании полного канала эффекты многолучевого распространения учитываются путем суммирования вкладов всех отдельных лучей.

Многолучевое распространение возникает из-за взаимодействия радиоволн с окружающей средой. Эти взаимодействия изменяют не только амплитуду и фазу, но и поляризацию сигнала. При отражении от поверхностей (например, стен, стекла, металлических конструкций) поляризация сигнала может изменяться в зависимости от угла падения, типа поверхности и ее диэлектрических свойств. Для гладких поверхностей (зеркальное отражение) горизонтальная и вертикальная компоненты поляризации могут изменяться по-разному из-за различных коэффициентов отражения, что приводит к кросс-поляризационным эффектам.

Отражения могут быть представлены диагональной матрицей $\mathbf{M}_{\text{refl},l} = \text{diag}(r_s(\theta_{i,l}), r_p(\theta_{i,l}))$, где согласно уравнениям Френеля коэффициенты отражения для s - и p -поляризаций задаются в следующем виде:

$$r_s(\theta_{i,l}) = \frac{n_1 \cos\theta_{i,l} - n_2 \cos\theta_{t,l}}{n_1 \cos\theta_{i,l} + n_2 \cos\theta_{t,l}},$$

$$r_p(\theta_{i,l}) = \frac{n_2 \cos\theta_{i,l} - n_1 \cos\theta_{t,l}}{n_2 \cos\theta_{i,l} + n_1 \cos\theta_{t,l}},$$

где n_1, n_2 – показатели преломления сред; $\theta_{i,l}, \theta_{t,l}$ – углы падения и преломления, соответственно.

Так, рассеяние на неровных поверхностях (например, листва, шероховатые стены) приводит к деполяризации, когда энергия сигнала распределяется между различными поляризациями. Это уменьшает степень поляризационной чистоты и увеличивает кросс-поляризационную интерференцию (XPI, аббр. от англ. Cross-Polarization Interference).

Рассеяние может быть описано матрицей вида:

$$\mathbf{M}_{\text{scat},l} = \begin{pmatrix} S_{s,l} & S_{sp,l} \\ S_{ps,l} & S_{p,l} \end{pmatrix},$$

где $S_{pq,l}$ – комплексные коэффициенты рассеяния для s - и p -поляризаций.

Дифракция на краях объектов (например, углах зданий) изменяет ориентацию поляризационного вектора, особенно, если сигнал проходит через неоднородные среды. Это может привести к появлению дополнительных кросс-поляризационных компонент.

Матрица дифракции имеет вид:

$$\mathbf{M}_{\text{diff},l} = \begin{pmatrix} D_s(\psi_l) & 0 \\ 0 & D_p(\psi_l) \end{pmatrix},$$

где $D_s(\psi_l), D_p(\psi_l)$ – дифракционные коэффициенты для поляризаций s и p на угле ψ_l (геометрия рассеяния).

Матрица поляризационного отклика элемента (30) для каждого пути $l \in \mathbf{P}_{0,c,k,l}$ может быть так же представлена выражением композиции матриц дифракции, рассеяния и отражения, что предполагает, что каждый физический эффект влияет на ее характеристики:

$$\mathbf{P}_{0,c,k,l} = \mathbf{M}_{\text{diff},l} \mathbf{M}_{\text{scat},l} \mathbf{M}_{\text{refl},l}. \quad (31)$$

Различия в поляризационных характеристиках лучей вызывают флуктуации результирующей поляризации, что усложняет декодирование сигнала в системах MIMO-NOMA. В городских сценариях подвижные объекты (автомобили, люди) и изменяющиеся условия (например, дождь) дополнительно влияют на многолучевое распростране-

ние, изменяя поляризационные характеристики во времени.

Эти механизмы приводят к двум основным эффектам:

- кросс-поляризационная интерференция XPI (энергия, предназначенная для одной поляризации, например, горизонтальной, перетекает в другую – вертикальную);
- деполяризация (уменьшение степени поляризации сигнала из-за смешивания поляризационных компонент).

Для моделирования остаточных кросс-поляризационных потерь вводится дополнительная диагональная матрица:

$$\mathbf{P}_{\text{XPD},c,k,l} = \text{diag}(1, \chi_l),$$

где $\chi_l = 10^{-0.05 \text{XPD}}$ – коэффициент, зависящий от величины XPD (Cross-Polarization Discrimination, дБ), который отражает ослабление сигнала на ортогональной поляризации.

Итоговая поляризационная матрица с учетом остаточных кросс-поляризационных потерь принимает вид:

$$\mathbf{P}_{c,k,l} = \tilde{\mathbf{R}}_{c,k,l}(t) \mathbf{P}_{0,c,k,l} \tilde{\mathbf{R}}_{c,k,l}^{-1}(t) \mathbf{P}_{\text{XPD},l}, \quad (32)$$

где $\tilde{\mathbf{R}}_{c,k,l}(t)$ – 2D-проекция матрицы вращения АТ (28), которая осуществляет перевод определенных в локальном базисе s/p матриц дифракции, рассеяния и отражения в глобальный базис (h/v) осуществляется через матрицу поворота угла:

$$\mathbf{R}_{c,k,l}(t) = \begin{pmatrix} \cos\theta_{c,k,l}(t) & -\sin\theta_{c,k,l}(t) \\ \sin\theta_{c,k,l}(t) & \cos\theta_{c,k,l}(t) \end{pmatrix},$$

где $\theta_{c,k,l}(t) = \theta_{\text{path},c,k,l}(t) + \theta_{\text{rot},c,k,l}(t)$; $\theta_{\text{path},c,k,l}$ – угол между поляризацией антенны БС и направлением l -го пути распространения сигнала для пользователя k в кластере c ; $\theta_{\text{rot},c,k,l}(t)$ – текущее вращение терминала в плоскости h/v (интеграл по его угловой скорости).

Утечка поляризации может быть определена как отклонение матрицы $\mathbf{P}_{c,l}$ от единичной:

$$\sum_{l=1}^L \alpha_{l,c,k} \hat{\mathbf{A}}_{c,k}(\theta_{c,k}^r, \phi_{c,k}^r) (\mathbf{I} - \mathbf{P}_{c,k,l}) \times \times \hat{\mathbf{A}}_{BS}^H(\theta_{c,k}^t, \phi_{c,k}^t) e^{j(2\pi f_{a,l} t + \phi_l)}. \quad (33)$$

3.3.6. Ошибки оценки параметров канала

В процессе передачи данных система MIMO-NOMA оперирует не с истинным значением матрицы канала, а с ее оценкой (CSI) – $\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t)$, которая проводится по приемным пилотным символам.

Погрешность CSI возникает по следующим основным причинам [14, 15]:

1) приемные пилотные символы искажаются аддитивным белым гауссовским шумом, что дает случайную ошибку;

2) при недостаточном количестве пилотных сигналов оценка для промежуточных отсчетов осуществляется интерполяцией, которая дает дополнительное искажение;

3) «пилотное загрязнение», возникающее при использовании соседними БС одинаковых пилотных сигналов, которые накладываются друг на друга, искажая оценку CSI;

4) временные изменения канала;

5) разность тактовых частот и ошибки синхронизации приводят к фазовым сдвигам пилотных сигналов и, как следствие, к смещению оценки;

6) ограниченная мощность и длина пилотных сигналов не позволяют добиться высоких значений SNR, что увеличивает дисперсию оценки CSI;

7) аналого-цифровые преобразователи и оборотное радиочастотного тракта вносят дополнительные искажения и ограничивают точность амплитуды и фазы принимаемых пилотных сигналов.

В сумме все эти эффекты формируют матрицу ошибки оценки канала (CSI) (24):

$$\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) = \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) + \hat{\mathbf{E}}_{c,k}(t),$$

где матрица ошибки $\hat{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2 \mathbf{I})$; матрица CSI имеет вид:

$$\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) = \sum_{l=1}^L \hat{\alpha}_{l,s,k} \hat{\mathbf{A}}_{c,k}(\hat{\theta}_{c,k}^r, \hat{\phi}_{c,k}^r) \mathbf{R}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{0,c,l} \dots \dots \cdot \mathbf{R}^{-1}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{\text{XPD},l} \hat{\mathbf{A}}_{BS}^H(\hat{\theta}_{c,k}^t, \hat{\phi}_{c,k}^t) e^{j(2\pi f_{d,l}t + \varphi_l)}, \quad (34)$$

где \hat{x} – оценка некоторого параметра x .

3.3.7. Модель нелинейности усилителей мощности

Системы MIMO-NOMA предъявляют критически высокие требования к линейности, спектральной эффективности и точности межпользовательского разделения. В этих условиях нелинейность усилителей мощности (УМ) на стороне передачи и приема оказывает существенное влияние на характеристики канала, деградацию сигнала и эффективность декодирования. Пренебрежение этими эффектами ведет к заниженной оценке межмодуляционных искажений, падению SINR, ухудшению качества разделения пользователей и ошибкам предварительного кодирования.

Со стороны передачи УМ является основным источником амплитудных и фазовых искажений, вызывающих нарушение ортогональности пространственных направлений в MIMO и межпользовательское перекрытие в NOMA. Особенно критично это при применении мощных массивов плоских AP, где линейность требуется по каждому

элементу. При недостаточной линейности формируются побочные спектральные компоненты, расширяющие спектр и вызывающие межкластерные и межсотовые помехи. Более того, при использовании частотно-селективного предварительного кодирования при формировании ДН нелинейность усиливается направленно, что приводит к усугублению проблемы.

На стороне приема УМ терминалов при высокой мощности сигнала и многолучевых конфигурациях становятся источником нелинейных отражений и искажений собственной передачи, которые проявляются как «самоинтерференция» (*от англ. self-interference*), затрудняющая процедуру SIC и декодирование суперпозиций сигналов в NOMA. Кроме того, в приемных трактах с маломощными усилителями эффект нелинейности может дополнительно нарушать оценку канала, на которой базируется эффективность всех MIMO-алгоритмов (CSI, precoding, decoding).

Учет нелинейности УМ на обоих концах канала является необходимым условием устойчивого декодирования и обеспечения заявленных преимуществ MIMO-NOMA: высокой спектральной эффективности, разделения по мощности, пространству и пользователям. Особенно это критично в mmWave (FR2) диапазонах, где широкополосные сигналы наиболее чувствительны к эффектам памяти, фазовому сдвигу и кросс-модуляции. Нелинейность приводит к искажению модели канала, ошибкам в CSI, разрушению ортогональности в MIMO и перекрытию доменов мощности в NOMA, что делает невозможной реализацию SIC и точно формирования ДН (beamforming).

Необходимо учитывать, что УМ в системах MIMO-NOMA следует рассматривать как системы с памятью, это объясняется рядом факторов.

Работа с сигналами различной мощности приводит к изменению температуры усилителя. Так, передача сигнала высокой мощности приводит к его нагреву, который приводит к изменению таких характеристик, как усиление или линейность. Данные изменения происходят с задержкой из-за тепловой инерции, что создает зависимость от прошлых состояний.

Наличие в усилителях конденсаторов и катушек индуктивности приводит к накоплению энергии, которая влияет на выходной сигнал с временной задержкой, делая его зависимым от предыдущих состояний входного сигнала.

Ряд искажений сигнала зависит от его динамики, что становится особенно заметным в системах с высокой скоростью модуляции, где возникают динамические нелинейности, которые нельзя охарактеризовать без учета истории сигнала. Для описания поведения усилителей с учетом эффек-

тов памяти применяются специальные модели: Салеха и Вольтерра [16–18].

Выбор модели нелинейности УМ в системах MIMO-NOMA зависит от характеристик диапазонов сетей 5G, требований к точности и сложности сигналов. К таким факторам можно отнести:

1) полоса пропускания:

– FR1: узкополосные сигналы (≤ 100 МГц); эффекты памяти УМ незначительны;

– FR2: широкополосные сигналы (до 400 МГц); динамическая нелинейность усилителя оказывается критичной;

2) пик-фактор и плотность модуляции:

– FR1: относительно низкий пик-фактор (PAPR, аббр. от англ. Peak-to-Average Power Ratio) $\approx 10\text{--}12$ дБ; статическая модель Салеха адекватно описывает мгновенные амплитудные (AM / AM) и фазовые (AM / PM) искажения; суперпозиция сигналов в NOMA генерирует интермодуляционные продукты, но в FR1 их спектр ограничен узкой полосой и не распространяются за пределы рабочей полосы;

– FR2: высокий пик-фактор (PAPR ≥ 15 дБ); требуется учет интермодуляционных продуктов через ядра Вольтерра;

3) эффекты памяти УМ:

– FR1: тепловые и электрические постоянные времени УМ $\tau \ll T_s$ длительности символов ($T_s \approx 10^{-6}$ сек для 100 МГц); безынерционная модель Салеха оказывается достаточной;

– FR2: короткие символы ($T_s \approx 2,5 \cdot 10^{-10}$ сек); память УМ ($Q \geq 2$) влияет на интермодуляционные продукты.

4) вычислительная сложность:

– FR1: модель Салеха требует 4 параметра ($\alpha_a, \beta_a, \alpha_\phi, \beta_\phi$); оптимальна для устройств с ограниченными ресурсами; величина вектора ошибки с моделью Салеха 2,5 % (соответствует 3GPP Release 15);

– FR2: модель Вольтерра (ядра 3-го порядка, $Q = 2$) сложнее [18], но необходима для точности величина вектора ошибки $\leq 1,5$ %.

Таким образом, выбор модели зависит от конкретного диапазона. Для FR1 оптимальна модель Салеха, поскольку использование модели Вольтерра возможно, но избыточно. Высокая точность модели Вольтерра не оправдывает увеличения вычислительной нагрузки по сравнению с моделью Салеха. Для FR2 оптимальна модель Вольтерра, поскольку точность моделирования напрямую влияет на производительность систем MIMO-NOMA с высокими требованиями к качеству сигнала.

3.3.8. Модель нелинейности усилителя мощности Салеха для FR1

Модель Салеха описывает нелинейное поведение РА через функции преобразования амплитуды (AM / AM) и фазы (AM / PM).

AM / AM-преобразование:

$$G(|\dot{x}_m(t)|) = \frac{\alpha_a |\dot{x}_m(t)|}{1 + \beta_a |\dot{x}_m(t)|^2}, \quad (35)$$

где $\dot{x}_m(t) = [\dot{\mathbf{x}}(t)]_m = [\sum_{c=1}^C \dot{\mathbf{x}}_c(t)]_m$ – проекция вектора сигнала на m -й антенный элемент AP БС; α_a – коэффициент линейного усиления при малых амплитудах ($x_m(t) \rightarrow 0$); β_a – параметр насыщения, определяющий уровень нелинейности.

AM/PM-преобразование:

$$\Phi(|\dot{x}_m(t)|) = \frac{\alpha_\phi |\dot{x}_m(t)|}{1 + \beta_\phi |\dot{x}_m(t)|^2}, \quad (36)$$

где α_ϕ – коэффициент фазового искажения; β_ϕ – параметр, регулирующий насыщение фазового сдвига.

Сигнал с нелинейными искажениями на выходе УМ будет описываться выражением:

$$\dot{y}_m^t(t) = |\dot{x}_m(t)| e^{j(\arg(\dot{x}_m(t)) + \Phi(|\dot{x}_m(t)|))}, \quad (37)$$

$$m = 1, \dots, M.$$

Вектор передаваемого искаженного сигнала:

$$\dot{\mathbf{y}}^t(t) = [\dot{y}_1^t(t), \dots, \dot{y}_M^t(t)]^T$$

проходит через канал связи и поступает на вход приемника пользователя k в кластере c . Канал моделируется матрицей $\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t)$, которая учитывает многолучевое распространение, доплеровский сдвиг и ориентацию антенн.

Сигнал на входе приемника до УМ выражается как:

$$\dot{\mathbf{z}}_{c,k} = \dot{\mathbf{H}}_{c,k} \dot{\mathbf{y}}^t + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}, \quad (38)$$

где $\dot{\mathbf{n}}_{c,k} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ – вектор аддитивного белого гауссовского шума.

УМ приемника описывается аналогично (35, 36). Сигнал с нелинейными искажениями на выходе УМ будет определяться выражением:

$$\dot{y}_n^r(t) = |\dot{z}_n(t)| e^{j(\arg(\dot{z}_n(t)) + \Phi(|\dot{z}_n(t)|))}, \quad (39)$$

$$n = 1, \dots, N.$$

Сводное выражение для (33–37), описывающее влияние нелинейности УМ на сторонах передачи и приема систем MIMO-NOMA согласно модели Салеха, имеет вид выражения (40), где $\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(m, n)$ – элемент матрицы $\dot{\mathbf{H}}_{c,k}$, расположенный на пересечении строки m и столбца n .

При больших амплитудах сигнала A усиление $G(A)$ уменьшается, что приводит к сжатию динамического диапазона. Это снижает различие между УМ составных сигналов $\dot{s}_{c,k}(t)$, затрудняя их выделение на стороне приема. Дополнительный сдвиг фазы нарушает когерентность сигнала, увеличивая вероятность ошибок демодуляции. Влияние нелинейности УМ особенно сильно сказывается для пользователя с меньшей мощностью.

$$\begin{aligned} \dot{y}_n^r(t) = & \left| \sum_{m=1}^M \dot{\mathbf{H}}_{c,k}(n, m) \cdot |\dot{x}_m(t)| \exp(j(\arg(\dot{x}_m(t)) + \Phi(|\dot{x}_m(t)|))) + \dot{n}_n(t) \right| \times \\ & \times \exp \left(j \cdot \arg \left(\sum_{m=1}^M \dot{\mathbf{H}}_{c,k}(n, m) \cdot |\dot{x}_m(t)| e^{j(\arg(\dot{x}_m(t)) + \Phi(|\dot{x}_m(t)|))} + \dot{n}_n(t) \right) \right) \times \\ & \times \exp \left(j \cdot \Phi \left(\left| \sum_{m=1}^M \dot{\mathbf{H}}_{c,k}(n, m) \cdot |\dot{x}_m(t)| e^{j(\arg(\dot{x}_m(t)) + \Phi(|\dot{x}_m(t)|))} + \dot{n}_n(t) \right| \right) \right). \end{aligned} \quad (40)$$

3.3.9. Модель нелинейности усилителя мощности Вольтерра для FR2

Для описания нелинейного поведения каждого усилителя на элементах БС применяется полиномиальная модель Вольтерра с памятью.

Пусть $x_m(t)$ – сигнал на m -м элементе антенны (до нелинейного преобразования), тогда нелинейный выходной сигнал с учетом динамики нагрева / охлаждения УМ $y_m(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{y}_m^t(t) = & \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \dot{h}_m^{(p)}(l, T(t)) \times \\ & \times e^{-l/\tau_{\text{therm},t}} \cdot \dot{x}_m(t-l), \end{aligned} \quad (41)$$

где P_{nl} – максимальный порядок нелинейности; L_{PA} – длина памяти усилителя; $\dot{h}_m^{(p)}(l)$ – коэффициенты ядра Вольтерра для m -го усилителя, характеризующие нелинейное поведение для полиномиального порядка p с учетом задержки l ; $\tau_{\text{therm},t}$ – тепловая постоянная времени, характеризующая скорость остывания УМ передатчика.

Текущая температура УМ $T(t)$ описывается уравнением теплового баланса:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P_{\text{diss}}(t) - T(t)/R_{\text{th}}}{C_{\text{th}}}, \quad (42)$$

где $P_{\text{diss}}(t)$ – рассеиваемая мощность; R_{th} – тепловое сопротивление; C_{th} – тепловая емкость; $\dot{h}_m^{(p)}(l, T(t))$ – температурно-зависимые коэффициенты ядра Вольтерра, определяемые как:

$$\dot{h}_m^{(p)}(l, T) = \dot{h}_{m,0}^{(p)}(l) \cdot (1 + \alpha_T \cdot \Delta T(t)), \quad (43)$$

где α_T – температурный коэффициент; $\Delta T(t) = T(t) - T_0$ – отклонение от начальной температуры T_0 .

При представлении вида (41) каждый элемент обрабатывается независимо (т. е. межантенные перекрестные эффекты не учитываются). Этот сигнал $\dot{y}_m^t(t)$ формирует вектор выходных сигналов передатчика $\dot{y}^t(t) = [\dot{y}_1^t(t), \dot{y}_2^t(t), \dots, \dot{y}_M^t(t)]^T$ вида:

$$\dot{y}^t(t) = \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \dot{\mathbf{H}}^{(p)}(l, T(t)) \cdot [\dot{\mathbf{x}}(t-l)]^{\odot p}, \quad (44)$$

где $\dot{\mathbf{H}}^{(p)}(l) = (\dot{h}_{r,c}^{(p)}(l)) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ – матрица Вольтерра для порядка p и задержки l , отражающая как внутриканальные, так и межканальные нелинейные взаимосвязи; операция \odot обозначает поэлементное умножение; $[\dot{\mathbf{x}}(t-l)]^{\odot p}$ – возведение каждого элемента сигнала в степень p ; $\dot{\mathbf{x}}(t-l) = \sum_{c=1}^C \dot{\mathbf{x}}_c(t-l) = \mathbf{W}\dot{\mathbf{s}}(t-l)$ – вектор входных сигналов для M антенных элементов, который формируется как сумма сигналов всех кластеров.

Сигнал $\dot{y}^t(t)$, сформированный на стороне передачи, проходит через канал связи и поступает на вход приемника пользователя k в кластере c . Канал моделируется аналогично выражению (36). Таким образом, $\dot{z}_{c,k}(t)$ включает в себя искажения от УМ передатчика, преобразованные каналом, и шум.

На стороне приема сигнал $\dot{z}_{c,k}(t)$ проходит через УМ приемника, который также обладает нелинейными характеристиками и эффектами памяти.

Для n -го антенного элемента приемника пользователя k в кластере c выходной сигнал УМ моделируется с использованием модели Вольтерра:

$$\begin{aligned} \dot{y}_n^r(t) = & \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \dot{g}_n^{(q)}(m, T(t)) \times \\ & \times e^{-m/\tau_{\text{therm},r}} \cdot \dot{z}_n(t-m), \end{aligned} \quad (45)$$

где $\dot{z}_n(t)$ – n -я компонента вектора $\dot{z}_{c,k}(t)$; Q_{nl} – максимальный порядок нелинейности УМ приемника; M_{Rx} – длина памяти УМ приемника; $\dot{g}_n^{(q)}(m, T(t))$ – коэффициенты ядра Вольтерра для УМ приемника, зависящие от температуры $T(t)$; $\tau_{\text{therm},r}$ – тепловая постоянная времени УМ приемника.

Итоговый сигнал на выходе УМ приемника для пользователя k в кластере c записывается в векторной форме $\dot{y}_{c,k}^r(t) = [\dot{y}_1^r(t), \dot{y}_2^r(t), \dots, \dot{y}_{N_k}^r(t)]^T$:

$$\begin{aligned} \dot{y}^r(t) = & \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \dot{\mathbf{G}}^{(q)}(l, T(t)) \times \\ & \times [\dot{\mathbf{z}}(t-m)]^{\odot q}, \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, нелинейности и эффекты памяти УМ передатчика передаются через канал и накладываются на нелинейности УМ приемника, что усложняет итоговый сигнал $\hat{y}_{c,k}^T(t)$.

Для практической реализации модели необходимо оценить коэффициенты $\hat{h}_m^{(p)}(l), \hat{g}_n^{(q)}$. В типичных алгоритмах используются методы наименьших квадратов или адаптивные алгоритмы, такие как рекурсивный метод наименьших квадратов, для минимизации разницы между наблюдаемыми данными и моделью.

Типичная процедура включает:

- генерацию тестового сигнала с известными характеристиками;
- измерение выходного сигнала усилителя;
- решение задачи оптимизации вида (47).

В диапазоне FR2 нелинейные эффекты усилителей и другие аппаратные нелинейности существенно влияют на качество сигнала. Сформированная модель позволяет:

- провести оценку влияния нелинейностей на спектральную эффективность;
- разработать адаптивные схемы предискажения и восстановления сигнала;
- интегрировать методики компенсации непосредственно в БС, что особенно критично для систем с высокой плотностью пользователей и плотным распределением спектральных ресурсов.

С учетом двойной поляризации, сигнал на выходе каждого антенного элемента можно представить в виде вектора $\hat{y}_m(t) = [\hat{y}_m^h(t), \hat{y}_m^v(t)]^T$, где $\hat{y}_m^h(t)$ и $\hat{y}_m^v(t)$ – компоненты сигнала с горизонтальной и вертикальной поляризацией соответственно.

Модель Вольтерра для двухполяризационной системы имеет вид (48), где $[\hat{x}_m(t-l)]^{\otimes p}$ – тензорное произведение входного сигнала степени p ; $\hat{x}(t)$ и $\hat{y}(t)$ можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= [\hat{x}_m^h(t), \hat{x}_m^v(t), \dots, \hat{x}_M^h(t), \hat{x}_M^v(t)]^T, \\ \hat{y}(t) &= [\hat{y}_m^h(t), \hat{y}_m^v(t), \dots, \hat{y}_M^h(t), \hat{y}_M^v(t)]^T. \end{aligned}$$

Первое слагаемое в (46) определяет идеальную, без искажений амплитудно-фазовую передачу. Второе слагаемое отвечает за все межмодуляционные и гармонические искажения, которые порождаются статической и динамической нелинейностью усилителя мощности.

Общий вид блочно-структурированной матрицы $\mathbf{H}^{(p)}(l, T(t))$, описывающей нелинейное преобразование для системы с M антенными элементами, каждый из которых имеет двойную поляризацию (горизонтальную и вертикальную), записывается в виде матрицы вида (49), где каждая подматрица $\mathbf{H}_{r,c}^{(p)}(l, T(t)) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ описывает влияние входного сигнала антенного элемента r (включая обе поляризационные компоненты) на нелинейное преобразование сигнала антенного элемента c для полиномиального порядка p с задержкой l .

Диагональные блоки $\mathbf{H}_{r,c}^{(p)}(l, T(t))$ отражают нелинейные эффекты внутри одного антенного элемента, а недиагональные блоки $\mathbf{H}_{r,c}^{(p)}(l, T(t))$ (при $r \neq c$) – межантенные перекрестные нелинейные взаимодействия (50), где $\hat{h}_{r,c}^{(p,xy)}$ – коэффициент, характеризующий влияние x компоненты входного сигнала r -го элемента на y компоненту выходного сигнала c -го элемента для порядка p , где x и y являются горизонтальными (h) или вертикальными (v) компонентами.

$$\min_{\{h_m^{(p)}(l, T)\}} \sum_t \left| y_m^t(t) - \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} h_m^{(p)}(l, T(t)) \cdot e^{-l/\tau_{\text{therm}}} \cdot [\hat{x}_m(t-l)]^p \right|^2. \quad (47)$$

$$\hat{y}^t(t) = \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \text{vec}[\hat{\mathbf{x}}(t-l)^{\otimes p}] = \quad (48)$$

$$= \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(1)}(l, T(t)) \text{vec}[\hat{\mathbf{x}}(t-l)] + \sum_{p=2}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \text{vec}[\hat{\mathbf{x}}(t-l)^{\otimes p}].$$

$$\mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{1,1}^{(p)}(l, T(t)) & \mathbf{H}_{1,2}^{(p)}(l, T(t)) & \dots & \mathbf{H}_{1,M}^{(p)}(l, T(t)) \\ \mathbf{H}_{2,1}^{(p)}(l, T(t)) & \mathbf{H}_{2,2}^{(p)}(l, T(t)) & \dots & \mathbf{H}_{2,M}^{(p)}(l, T(t)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{H}_{M,1}^{(p)}(l, T(t)) & \mathbf{H}_{M,2}^{(p)}(l, T(t)) & \dots & \mathbf{H}_{M,M}^{(p)}(l, T(t)) \end{bmatrix} \in \mathbb{C}^{2M \times 2M}. \quad (49)$$

$$\mathbf{H}_{r,c}^{(p)}(l, T(t)) = \begin{bmatrix} \hat{h}_{r,c}^{(p,hh)} & \hat{h}_{r,c}^{(p,hv)} \\ \hat{h}_{r,c}^{(p,vh)} & \hat{h}_{r,c}^{(p,vv)} \end{bmatrix}. \quad (50)$$

Векторная форма, описывающая всю приемную систему, имеет вид:

$$\dot{\mathbf{y}}^r(t) = \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \dot{\mathbf{G}}^{(q)}(l, T(t)) \text{vec}[\dot{\mathbf{z}}(t-m)^{\otimes q}]. \quad (51)$$

Полученные блочно-структурированные модели позволяют комплексно учитывать все взаимосвязи между антенными элементами в массиве с двойной поляризацией, что является необходимым для точного моделирования нелинейностей в системах MIMO-NOMA, особенно в диапазоне FR2.

3.3.10. Модель сигнала на входе приемника k -го пользователя в кластере c

Сигнал $\dot{\mathbf{z}}_{c,k}(t)$, наблюдаемый на стороне приема АТ пользователя k кластера c [19, 20], может быть разложен на следующие составляющие (52), где $\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t) = \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) + \dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t)$, $\dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2 \mathbf{I})$ – матрица канала, которая, как ранее указывалось в разделе 3.3.6, может быть разложена на оценку матрицы $\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t)$ (CSI) и матрицу ошибки CSI $\dot{\mathbf{E}}_{c,k}$, что вносит искажения и рассматривается как случайная величина с определенными статистическими харак-

теристиками $\dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2 \mathbf{I})$; $\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \dot{\mathbf{y}}_{c,k}^t(t)$ – полезная составляющая; $\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \sum_{i \neq k} \dot{\mathbf{y}}_{c,i}^t(t)$ – внутрикластерная интерференция; $\hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \sum_{b \neq c} \dot{\mathbf{y}}_b^t(t)$ – межкластерная интерференция; $\dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_e^2 \mathbf{I}_{N_k})$ – вектор аддитивного белого гауссовского шума.

Данный сигнал поступает на входы маломощных усилителей, после чего претерпевает преобразование в сигнал комплексной НЧ-области, характеризуемый вектором $\dot{\mathbf{y}}_{c,k}^r(t)$ (46, 51), содержащим сигналы всех приемных антенн пользователя k в кластере c . На следующем этапе сигнал проходит цифровую обработку и поступает на схему пространственного комбинирования в комплексной НЧ области. На выходе схемы, характеризуемой вектором весовых коэффициентов $\dot{\mathbf{f}}_{c,k}$, принимаемый АТ _{c,k} сигнал имеет вид $\tilde{\mathbf{y}}_{c,k}(t) = \dot{\mathbf{f}}_{c,k}^H \dot{\mathbf{y}}_{c,k}^r(t)$ для систем с одной поляризацией на основе выражений (23, 44, 46) и описывается в виде формулы (53).

Для двухполяризационной системы выражение (53) должно рассчитываться на основе выражений (23, 48–51) и может быть записано в виде (54).

$$\dot{\mathbf{z}}_{c,k}(t) = \underbrace{\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \dot{\mathbf{y}}(t)}_{\text{целевой кластер}} + \underbrace{\sum_{b \neq c} \dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \dot{\mathbf{y}}_b(t)}_{\text{межкластерная интерференция}} + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t) = \quad (52)$$

$$= \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \left(\dot{\mathbf{y}}_{c,k}^t(t) + \sum_{i \neq k} \dot{\mathbf{y}}_{c,i}^t(t) + \sum_{b \neq c} \dot{\mathbf{y}}_b^t(t) \right) + \dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \left(\dot{\mathbf{y}}_{c,k}^t(t) + \sum_{b \neq c} \dot{\mathbf{y}}_b^t(t) \right) + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t).$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{c,k}(t) &= \dot{\mathbf{f}}_{c,k}^H \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \mathbf{G}^{(q)}(m, T(t)) \cdot \dots \left[\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \dot{\mathbf{x}}^{\otimes p}(t-m-l) + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t-m) \right]^{\otimes q} = \\ &= \dot{\mathbf{f}}_{c,k}^H \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \mathbf{G}^{(q)}(m, T(t)) \left[\left(\sum_{l=1}^L \hat{\alpha}_{l,s,k} \dot{\mathbf{A}}_{c,k}(\hat{\theta}_{c,k}^r, \hat{\phi}_{c,k}^r) \mathbf{R}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{0,c,l} \cdot \dots \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \dots \mathbf{R}^{-1}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{XPD,l} \dot{\mathbf{A}}_{BS}^H(\hat{\theta}_{c,k}^t, \hat{\phi}_{c,k}^t) e^{j(2\pi f_{d,l} t + \varphi_l)} + \dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \right) \cdot \dots \right. \\ &\quad \left. \dots \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \dot{\mathbf{x}}^{\otimes p}(t-m-l) + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t-m) \right]^{\otimes q}. \quad (53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{c,k}(t) &= \dot{\mathbf{f}}_{c,k}^H \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \mathbf{G}^{(q)}(m, T(t)) \cdot \dots \cdot \text{vec} \left[\left(\dot{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \text{vec}[\mathbf{x}(t-m-l)^{\otimes p}] \right)^{\otimes q} \right] = \\ &= \dot{\mathbf{f}}_{c,k}^H \sum_{q=1}^{Q_{nl}} \sum_{m=0}^{M_{Rx}} \mathbf{G}^{(q)}(m, T(t)) \text{vec} \left[\left(\sum_{l=1}^L \hat{\alpha}_{l,s,k} \dot{\mathbf{A}}_{c,k}(\hat{\theta}_{c,k}^r, \hat{\phi}_{c,k}^r) \mathbf{R}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{0,c,l} \cdot \dots \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \dots \mathbf{R}^{-1}(\hat{\theta}_{c,k,l}) \mathbf{P}_{XPD,l} \dot{\mathbf{A}}_{BS}^H(\hat{\theta}_{c,k}^t, \hat{\phi}_{c,k}^t) e^{j(2\pi f_{d,l} t + \varphi_l)} + \dot{\mathbf{E}}_{c,k}(t) \right) \cdot \dots \right. \\ &\quad \left. \dots \sum_{p=1}^{P_{nl}} \sum_{l=0}^{L_{PA}} \mathbf{H}^{(p)}(l, T(t)) \text{vec}[\mathbf{x}(t-m-l)^{\otimes p}] + \dot{\mathbf{n}}_{c,k}(t-m) \right]^{\otimes q}. \quad (54) \end{aligned}$$

Как было показано в выражении (52), сигнал на выходе схемы сложения в комплексной НЧ области может быть разложен на составляющие:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{c,k}(t) = & \underbrace{\sqrt{P_c} \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_c \hat{\alpha}_{1,c,k} \hat{s}_{c,k}(t)}_{\text{полезная составляющая}} + \\ & + \underbrace{\sqrt{P_c} \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_c \sum_{i \neq k} \hat{\alpha}_{l,c,i} \hat{s}_{c,i}(t)}_{\text{внутрикластерная интерференция}} + \\ & + \underbrace{\sum_{b \neq c} \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_c \hat{s}_b(t)}_{\text{межкластерная интерференция}} + \underbrace{\eta_{\text{IMD}}(t)}_{\text{межмодуляционные искажения}} + \quad (55) \\ & + \underbrace{\eta_{\text{nl}}(t)}_{\text{Вольтерра}} + \underbrace{\eta_{\text{XPI}}(t)}_{\text{кросс-поляризация}} + \underbrace{\eta_{\text{SCI}}(t)}_{\text{шум ошибки}} + \mathbf{f}_{c,k}^H \mathbf{n}_k(t). \end{aligned}$$

Из выражения (55) видно, что принимаемый сигнал пользователем k в кластере c представляет собой аддитивную смесь, состоящую из полезного сигнала, интерференционных составляющих, нелинейных искажений, а также шумовых составляющих. В случае оптимально сформированной матрицы прекодирования интерференционные составляющие в (52) должны полностью подавляться, однако на практике достижение данного условия не представляется возможным.

Для разделения сигналов внутри кластера пользователи применяют процедуру последовательного устранения интерференции SIC. Принцип SIC заключается в поэтапном детектировании и удалении из i -го суперпозиционного символа $\tilde{y}_{c,k}(i)$ составных сигналов пользователей $\{1 \dots k-1\}$ в момент времени $t = iT$, после чего приемник $\text{AT}_{c,k}$ регистрирует предназначенный для него сигнал, который может быть представлен как:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{c,k}(i) = & \text{SIC}(\tilde{y}_{c,k}(i), \{\alpha_{c,k}\}, \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(i) \mathbf{W}_c = \tilde{y}_{c,k}(i) - \\ & - \sqrt{P_c} \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_c \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{c,j} \bar{s}_{c,j}(i), \quad (56) \end{aligned}$$

где $\hat{s}_{c,k}(i)$ – оценка символа сигнального созвездия пользователя k ; $\bar{s}_{c,j}(i)$ – символ j -го составного сигнального созвездия на выходе решающего устройства, значение которого формируется на основе оценок символов $\hat{s}_{c,j}(i)$, $j = 1 \dots k-1$.

3.3.11. Расчет показателей эффективности системы MIMO-NOMA-SM

В системах MIMO-NOMA с пространственным мультиплексированием оценка качества приема каждого информационного потока k в кластере c осуществляется через SINR, выражение для которого с учетом (55) принимает следующий вид:

$$\text{SINR}_{c,k} = \frac{P_{c,k}}{P_{\text{intra}} + P_{\text{res}} + P_{\text{inter}} + P_{\text{CSI}} + P_{\text{dist}} + P_{\text{noise}}}, \quad (57)$$

где $P_{c,k}$ – мощность полезного сигнала для пользователя k в кластере c :

$$P_{c,k} = P_c \alpha_{c,k}^2 \gamma_{c,k};$$

P_{res} – мощность интерференционной составляющей, вызванной ошибкой решающего устройства (РУ) на i -м шаге процедуры SIC ($\delta_l = 1$, если РУ допустило ошибку, $\delta_l = 0$, если символ декодирован правильно):

$$P_{\text{res}} = P_c \gamma_{c,k} \sum_{l \in \{1 \dots k-1\}} \delta_l \alpha_{c,l}^2;$$

P_{intra} – мощность внутрикластерной интерференции:

$$P_{\text{intra}} = P_c \sum_{j=k+1} \alpha_{c,j}^2 \gamma_{c,k},$$

$$\begin{aligned} \gamma_{c,k} = & \left| \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_c \right|^2 = \mathbf{f}_{c,k}^H \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{H}}_{c,k} \mathbf{W}_c \mathbf{W}_c^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}^H \right] \mathbf{f}_{c,k} = \\ & = \mathbf{f}_{c,k}^H \mathbf{R}_{c,k} \mathbf{f}_{c,k}; \end{aligned}$$

P_{inter} – мощность межкластерной интерференции:

$$P_{\text{inter}} = \sum_{b \neq c} \sum_{i=1}^{K_b} \left| \mathbf{f}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(t) \mathbf{W}_b \right|^2;$$

P_{CSI} – мощность ошибки оценивания параметров канала:

$$P_{\text{CSI}} = \sigma_e^2 \left| \mathbf{f}_{c,k}^H \mathbf{W}_c \right|^2;$$

P_{dist} – мощность продуктов кроссполяризации, интермодуляции и нелинейности:

$$P_{\text{dist}} = \mathbb{E}\{|\boldsymbol{\eta}|^2\} = \mathbb{E}\{|\boldsymbol{\eta}_{\text{XPI}}|^2\} + \mathbb{E}\{|\boldsymbol{\eta}_{\text{IMD}}|^2\} + \mathbb{E}\{|\boldsymbol{\eta}_{\text{nl}}|^2\};$$

P_{noise} – мощность шумовой составляющей:

$$P_{\text{noise}} = \sigma^2 \|\mathbf{f}_{c,k}\|^2.$$

Подстановка данных выражений в (57) позволяет вывести выражение (58) [19, 20].

В последующем для условия корректной работы РУ на $k-1$ этапах процедуры SIC, т. е. $\delta_l = 0$, $l = 1, \dots, k-1$, отношение сигнал / шум + интерференция будет обозначаться как $\text{SINR}_{c,k}^{\text{corr}}$ и $\text{SINR}_{c,k}^{\text{err}}$ для случая, когда РУ допускало ошибки.

Для произвольной модуляции порядка M (например, M -QAM или M -PSK) вероятность символической ошибки при $\text{SINR}_{c,k}$ задается функцией вида (59), где $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$; k_M – коэффициент, учитывающий минимальное расстояние между точками в решетке квадратных созвездий M -QAM:

$$k_M = \sqrt{\frac{3}{(M-1)}}.$$

$$\text{SINR}_{c,k} = \frac{P_c \alpha_{c,k}^2 \gamma_{c,k}}{P_c \gamma_{c,k} \left(\sum_{j=k+1}^{K_c} \alpha_{c,j}^2 + \sum_{l \in \{1 \dots k-1\}} \delta_l \alpha_{c,l}^2 \right) + \sum_{b \neq c} \sum_{i=1}^{K_b} P_b \alpha_{b,i}^2 \left| \hat{\mathbf{f}}_{c,k}^H \hat{\mathbf{H}}_{c,k}(\mathbf{t}) \mathbf{W}_b \right|^2 + \sigma_e^2 \left\| \hat{\mathbf{f}}_{c,k}^H \mathbf{W}_c \right\|^2 + E\{|\eta|^2\} + \sigma^2 \left\| \hat{\mathbf{f}}_{c,k} \right\|^2} \quad (58)$$

$$\Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,k}) \approx \begin{cases} Q(\sqrt{2\text{SINR}_{c,k}}), \text{ BPSK} \\ 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q(k_M \sqrt{\text{SINR}_{c,k}}) - 4 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)^2 Q^2(k_M \sqrt{\text{SINR}_{c,k}}), M - \text{QAM} \end{cases} \quad (59)$$

Процедура последовательного устранения интерференции SIC в MIMO-NOMA состоит из поочередного декодирования и вычитания вкладов пользователей, упорядоченных по приемной мощности. Эта процедура существенно влияет на вероятность символьной ошибки (SER, аббр. от англ. Symbol Error Rate) для каждого потока, механизм расчета которой представлен далее.

Пусть для процедуры SIC логическая переменная ξ_l определяет результат декодирования символа l -го компонентного сигнала, где $l < k$, как $\xi_l = 1$, если декодирование осуществлено без ошибки, и $\xi_l = 0$, если была допущена ошибка при декодировании.

Тогда декодирование $k-1$ первых компонентных символов может быть описано вектором $\xi = [\xi_1, \dots, \xi_{k-1}]^T \in \{0,1\}^{k-1} \Xi$, вероятность появления которого может быть описана выражением:

$$\Pr\{\xi\} = \prod_{l=1}^{k-1} \left[\xi_l \left(1 - \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j))\right) + (1 - \xi_l) \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j)) \right] \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \Pr\{\hat{s}_{c,k} = s_{c,k}\} &= \sum_{\xi \in \{0,1\}^{k-1}} \Pr(\xi) \left[1 - \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)) \right] = \\ &= \sum_{\xi \in \{0,1\}^{k-1}} \left[\prod_{l=1}^{k-1} \left[\xi_l \left(1 - \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j))\right) + (1 - \xi_l) \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j)) \right] \cdot \left[1 - \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)) \right] \right]. \end{aligned} \quad (62)$$

Скорость передачи (бит/с) для k -го пользователя в кластере c можно выразить через обобщенную формулу Шеннона:

$$R_{c,k} = B_{c,k} \log_2(1 + \text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)). \quad (63)$$

Суммарная пропускная способность (бит/с) кластера c определяется согласно выражению:

$$R_c = \sum_{k=1}^{K_c} R_{c,k} = \sum_{k=1}^{K_c} B_{c,k} \log_2(1 + \text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)), \quad (64)$$

$$R_{\text{sum}} = \sum_{c=1}^C \sum_{k=1}^{K_c} B_{c,k} \log_2(1 + \text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)). \quad (65)$$

где $\Xi_l = \{j < l: \xi_j = 0\}$ – множество индексов ошибочно декодированных пользователей до шага l ; $\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j)$ – эффективное значение SINR на шаге l ; с учетом остаточной интерференции от всех $j \in \Xi_l$, $\Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,l}(\Xi_j))$ – условная вероятность символьной ошибки для пользователя l при заданном SINR.

При заданном сценарии ξ , вероятность правильного восстановления k -го символа:

$$\Pr\{\hat{s}_{c,k} = s_{c,k} | \xi\} = 1 - \Pr_{SE}(\text{SINR}_{c,k}(\Xi_k)). \quad (61)$$

Общая формула вероятности правильного декодирования имеет вид (62).

Для определения скорости передачи данных в нисходящем потоке для k -го пользователя в кластере c системы MIMO-NOMA с пространственным мультиплексированием следует исходить из уже выведенных выражений для SINR и учитывать особенности декодирования с использованием процедуры SIC.

Энергетическая эффективность (ЕЕ, аббр. от англ. Energy Efficiency) в системах MIMO-NOMA-SM определяется как отношение суммарной полезной скорости передачи информации к полному потреблению энергии на передачу и обработку сигнала, которое включает в себя передающую мощность и статические потери, например, в цепях усиления, модуляции и кодирования.

Тогда энергетическая эффективность определяется как:

$$EE = \frac{\sum_{k=1}^{K_c} R_{c,k}}{P_c + P_{\text{rf}} + P_{\text{bb}} + P_{\text{PA}}}, \quad (66)$$

где P_c – мощность, выделенная на кластер c ; P_{rf} – мощность, потребляемая радиочастотным трактом; P_{bb} – мощность, затрачиваемая на цифровую обработку в основной полосе частот; P_{PA} – мощность, потребляемая УМ.

Энергетическая эффективность является критическим показателем, особенно в современных системах с требованием высокой плотности пользователей и энергосберегающей архитектурой. Баланс между энергетической эффективностью и пропускной способностью требует комплексной оптимизации мощностей, числа пространственных потоков, выбора пользователей в кластер и стратегий декодирования.

Оценка справедливости распределения ресурсов может быть количественно выражена с помощью индекса Джайна [21]:

$$\mathcal{F}_{\text{Jain}} = \frac{(\sum_{k=1}^{K_c} R_{c,k})^2}{K_c \sum_{k=1}^{K_c} R_{c,k}^2}, \mathcal{F}_{\text{Jain}} \in (0,1]. \quad (67)$$

Равенство индекса Джайна единице соответствует абсолютно равномерному распределению ресурсов между пользователями. При использовании техники NOMA справедливость управления мощностью становится важным компромиссом между производительностью (максимизацией суммарной скорости передачи) и обеспечением равного качества обслуживания.

Представленные выражения (57–67) позволяют проводить численные оценки показателей эффективности систем MIMO-NOMA и служат основой для последующего оптимального распределения ресурсов и выбора архитектуры прекодеров и схем сложения в комплексной НЧ области в многопользовательских MIMO-NOMA сетях.

3.3.12. Сравнительный анализ разработанной модели с уже существующими

Предложенная модель системы MIMO-NOMA демонстрирует значительные преимущества в детализации динамики пользователей, нелинейностей усилителей и поляризационных эффектов, что делает ее уникальной по сравнению с существующими подходами. Она превосходит стандартные модели 3GPP и ITU-R по полноте описания ориентации устройств и аппаратных искажений, а также конкурирует с академическими моделями (DL-based, IRS-assisted) по аналитической строгости. Модель имеет высокий потенциал для исследований и разработки систем 5G, особенно в сценариях с высокой подвижностью и плотностью пользователей. Для повышения практической ценности рекомендуется сосредоточиться на оптимизации вычислений и тестировании в реальных условиях. Сравнительный анализ, приведенный ниже, подчеркивает конкурентоспособность модели и ее вклад в развитие телекоммуникационных технологий.

1. Учет динамики пользователей

Предложенная модель. Полное описание траекторий пользователей. Учитывает ориентацию устройств, что важно для поляризационных систем.

3GPP TR 38.901 [6]. Моделирование траекторий ограничено линейными или случайными перемещениями без учета ускорения и ориентации.

ITU-R M.2412 [22]. Учитывает высокую мобильность, но не детализирует ориентацию устройств или сложные траектории.

WINNER II/+ / III [23, 24]. Поддерживает подвижность, но модели траекторий линейны или случайные пути.

DL-based MIMO-NOMA [25]. Не акцентирует внимание на динамике пользователей, сосредотачиваясь на адаптации к CSI.

IRS-assisted MIMO-NOMA [25]. Рассматривает статические или низкоскоростные сценарии, без детального учета ориентации.

2. Модель канала

Предложенная модель. Геометрическая 3D-модель с учетом доплеровского сдвига, DoA / DoD, многолучевого распространения и поляризации.

3GPP TR 38.901. Стохастическая 3D-модель, поддерживает многолучевое распространение, доплеровский сдвиг и поляризацию. Однако не включает детального учета ориентации устройств.

ITU-R M.2412. Аналогична 3GPP по поддержке 3D-сценариев, но менее детализирована в части поляризационных эффектов.

WINNER II/+ / III. Поддерживает 2D- и 3D-сценарии, но менее гибкая в сравнении с 3GPP по настройке параметров канала.

DL-based MIMO-NOMA. Упрощенная модель канала, полагается на нейронные сети для компенсации неточностей.

IRS-assisted MIMO-NOMA. Учитывает управление каналом через IRS, что улучшает качество сигнала в NLoS.

3. Нелинейности усилителей

Предложенная модель. Детальное описание нелинейностей с использованием моделей Салеха и Вольтерра, включая эффекты памяти и температурные зависимости.

3GPP TR 38.901. Не учитывает нелинейности усилителей.

ITU-R M.2412. Аналогично, игнорирует аппаратные искажения.

WINNER II/+ / III. Не включает нелинейности.

DL-based MIMO-NOMA. Учитывает нелинейности косвенно без явного аналитического описания.

IRS-assisted MIMO-NOMA. Не рассматривает нелинейности.

4. Неточность CSI

Предложенная модель. Явно учитывает неточность CSI через матрицу ошибки, влияющую на SINR и производительность.

3GPP TR 38.901. Поддерживает моделирование неидеальной CSI, но без явных аналитических выражений для ошибок.

ITU-R M.2412. Учитывает неточность CSI в обобщенной форме.

WINNER II/+ / III. Ограниченная поддержка неидеальной CSI.

DL-based MIMO-NOMA. Основной акцент на компенсацию неточности CSI через глубокое обучение.

IRS-assisted MIMO-NOMA. Учитывает неточность CSI, но фокус на управлении IRS.

5. SINR и производительность

Предложенная модель. Аналитические выражения для SINR с учетом внутрикластерной и межкластерной интерференции, шума, нелинейностей и ошибки CSI.

3GPP TR 38.901. Предоставляет инструменты для расчета SINR, но без учета нелинейностей и ориентации устройств.

ITU-R M.2412. Аналогично 3GPP, фокус на стандартных метриках.

WINNER II/+ / III. Поддерживает расчет SINR, но менее детализирована.

DL-based MIMO-NOMA. Высокая производительность за счет адаптации, но ограниченная аналитическая база.

IRS-assisted MIMO-NOMA. Улучшенный SINR благодаря IRS, но требует дополнительных ресурсов.

Заключение

В настоящей работе разработана и представлена математическая модель части системы MIMO-NOMA, охватывающей участок канала между прекодером на стороне передачи и схемой сложения в комплексной НЧ области на стороне приема. Модель построена с целью реалистичного описания условий распространения сигнала и взаимодействия с пользователями, с акцентом на динамику терминалов и другие критически важные факторы, влияющие на структуру канала.

Список источников

1. Ding Z., Lei X., Karagiannidis G.K., Schober R., Yuan J., Bhargava V.K. A Survey on Non-Orthogonal Multiple Access for 5G Networks: Research Challenges and Future Trends // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2017. Vol. 35. Iss. 10. PP. 2181–2195. DOI:10.1109/JSAC.2017.2725519. EDN:YGQORJ
2. Willems J., Corbetta A., Menkovski V., Toschi F. Pedestrian orientation dynamics from high-fidelity measurements // Scientific Reports. 2020. Vol. 10. Iss. 1. PP. 11653. DOI:10.1038/s41598-020-68287-6
3. Helbing D., Molnar P. Social Force Model for Pedestrian Dynamics // Physical Review E. 1998. Vol. 51. Iss. 5. PP. 482–486. DOI:10.1103/PhysRevE.51.4282

Предложенный подход включает моделирование траекторий движения, ускорения, ориентации и коллективного поведения пользователей. Для описания этих аспектов использованы стохастические процессы (в частности, процесс Орнштейна – Уленбека) и модель социальных сил, что обеспечивает гибкость при описании как индивидуальных, так и групповых сценариев мобильности – включая пешеходов и транспорт. Важным компонентом модели является учет нелинейности усилителей мощности с применением моделей Салеха и Вольтерра, позволяющих описывать амплитудно-фазовые искажений в широкополосных системах диапазона FR2, с учетом эффектов памяти и температурной нестабильности.

Разработанная модель отражает широкий спектр физических эффектов, таких как доплеровский сдвиг, углы прихода и ухода сигналов, пространственное распределение абонентов, межканальная интерференция и аппаратные искажения. Это позволяет использовать ее как базис для дальнейшей оптимизации алгоритмов предварительного кодирования и комбинирования, направленных на повышение спектральной эффективности и помехоустойчивости в системах мобильной связи нового поколения.

Практическая значимость работы заключается в формировании универсального инструментария, пригодного для адаптации радиосетей к сложным городским условиям с высокой плотностью и подвижностью пользователей. Предложенная модель может быть использована для разработки методов пространственного мультиплексирования, управления интерференцией и предиктивного формирования лучей.

Следует отметить, что в рамках данной публикации изложены исключительно теоретические основы: построена модель, введены необходимые допущения и предложена формальная структура описания радиоканала. Проведение численного моделирования, анализ параметрической чувствительности и сопоставление с реальными сценариями оставлены за рамками настоящего исследования. В дальнейшем планируется реализация вычислительных экспериментов, обработка результатов и формулировка инженерных рекомендаций по проектированию и оптимизации систем MIMO-NOMA в условиях реальных беспроводных каналов.

4. Ge Q., Sun Q., Li S.E., Zheng S., Wu W., Chen X. Numerically Stable Dynamic Bicycle Model for Discrete-Time Control // Proceedings of the Intelligent Vehicles Symposium Workshops (IV Workshops, Nagoya, Japan, 11–17 July 2021). IEEE, 2021. PP. 128–134. DOI:10.1109/IVWorkshops54471.2021.9669260
5. Lai F., Huang C. Seventh-Degree Polynomial-Based Single Lane Change Trajectory Planning and Four-Wheel Steering Model Predictive Tracking Control for Intelligent Vehicles // Vehicles. 2024. Vol. 6. Iss. 4. PP. 2228–2250. DOI:10.3390/vehicles6040109. EDN:MERHQF
6. Rec. ITU-R P.1411-12 (08/2023). Propagation data and prediction methods for the planning of short-range outdoor radiocommunication systems and radio local area networks in the frequency range 300 MHz to 100 GHz.
7. 3GPP TR 38.901 V18.0.0 (2023-12). Study on Channel Model for Frequencies from 0.5 to 100 GHz.
8. Rec. ITU-R P.530-18 (09/2021). Propagation data and prediction methods required for the design of terrestrial line-of-sight systems.
9. Rec. ITU-R P.833-10 (09/2021). Attenuation in vegetation.
10. Rec. ITU-R P.838-3 (1992-1999-2003-2005). Specific attenuation model for rain for use in prediction methods.
11. Molisch A.F. Wireless Communications. John Wiley & Sons, 2011. 884 p.
12. Ma Z., Ai B., He R., Wang G., Zhong Z., Yang M. Impact of UAV Rotation on MIMO Channel Space-Time Correlation // Proceedings of the 92nd Vehicular Technology Conference (VTC2020-Fall, Victoria, Canada, 18 November 2020 – 16 December 2020). IEEE, 2021. DOI:10.1109/VTC2020-Fall49728.2020.9348811
13. Zeng L., Cheng X., Wang C.-X., Yin X. A 3D Geometry-Based Stochastic Channel Model for UAV-MIMO Channels // Proceedings of the Wireless Communications and Networking Conference (WCNC, San Francisco, USA, 19–22 March 2017). IEEE, 2017. DOI:10.1109/WCNC.2017.7925794
14. Wu Y., Gu Y., Wang Z. Efficient Channel Estimation for mmWave MIMO With Transceiver Hardware Impairments // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2019. Vol. 68. Iss. 10. PP. 9883–9895. DOI:10.1109/TVT.2019.2934167
15. Beddiaf S., Khelil A., Khennoufa F., Kara F., Kaya H., Li X. A Unified Performance Analysis of Cooperative NOMA with Practical Constraints: Hardware Impairment, Imperfect SIC and CSI // IEEE Access. 2022. Vol. 10. PP. 132931–132948. DOI:10.1109/access.2022.3230650. EDN:EIBYDD
16. Saleh A.A.M. Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers // IEEE Transactions on Communications. 1981. Vol. 29. Iss. 11. PP. 1715–1720. DOI:10.1109/TCOM.1981.1094911
17. Isaksson M., Wisell D., Ronnow D. A comparative analysis of behavioral models for RF power amplifiers // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2006. Vol. 54. Iss. 1. PP. 348–359. DOI:10.1109/TMTT.2005.860500
18. Rönnow D. Software for determining the third order Volterra kernels of radio frequency power amplifiers. 2005. DOI:10.13140/2.1.4327.8724
19. Синильников А.М., Фокин Г.А., Гришин И.В., Калинин А.А. Анализ пропускной способности систем MIMO-NOMA // Электросвязь. 2024. № 10. С. 20–32. DOI:10.34832/ELSV.2024.59.10.004. EDN:DFCTXZ
20. Синильников А.М., Фокин Г.А., Гришин И.В., Калинин А.А. Анализ технологии неортогонального множественного доступа с разделением по мощности PD-NOMA // Вестник СибГУТИ. 2024. Т. 18. №. 4. С. 3–21. DOI:10.55648/1998-6920-2024-18-4-3-21. EDN:HOVCSL
21. Jain R., Chiu D.-M., Hawe W.R. A Quantitative Measure of Fairness and Discrimination for Resource Allocation in Shared Computer Systems. DEC Research Report TR-301. 1984.
22. Rec. ITU-R M.2412-0 (10/2017). Guidelines for evaluation of radio interface technologies for IMT-2020.
23. Kyösti P., Meinilä J., Hentilä L., Holma P., Käske M., Narandžić M., et al. WINNER II Channel Models for System Level Simulations. Final Report on Model Specification. Version 1.2. 2008. URL: <http://signserv.signal.uu.se/Publications/WINNER/WIN2D112.pdf>
24. Holma P., Meinilä J., Kyösti P., Hentilä L., Jämsä T., Suikkanen E., et al. CP5-026 WINNER+ D5.3 v1.0 WINNER+ Final Channel Models. 2010.
25. Chi Y., Liu L., Song G., Yuen C., Guan Y.L., Li Y. Practical MIMO-NOMA: Low Complexity & Capacity-Approaching Solution // arXiv preprint. 2018. DOI:10.48550/arXiv.1807.06846
26. de Sena A.S., Nardelli P.H.J., da Costa D.B., Lima F.R.M., Yang L., Popovski P., Ding Z., Papadias C.B. IRS-Assisted Massive MIMO-NOMA Networks with Polarization Diversity // arXiv preprint. 2021. DOI:10.48550/arXiv.2105.12952

References

1. Ding Z., Lei X., Karagiannidis G.K., Schober R., Yuan J., Bhargava V.K. A Survey on Non-Orthogonal Multiple Access for 5G Networks: Research Challenges and Future Trends. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. 2017;35(10):2181–2195. DOI:10.1109/JSAC.2017.2725519. EDN:YQGQRJ
2. Willems J., Corbetta A., Menkovski V., Toschi F. Pedestrian orientation dynamics from high-fidelity measurements. *Scientific Reports*. 2020;10(1):11653. DOI:10.1038/s41598-020-68287-6
3. Helbing D., Molnar P. Social Force Model for Pedestrian Dynamics. *Physical Review E*. 1998;51(5):482–486. DOI:10.1103/PhysRevE.51.4282
4. Ge Q., Sun Q., Li S.E., Zheng S., Wu W., Chen X. Numerically Stable Dynamic Bicycle Model for Discrete-Time Control. *Proceedings of the Intelligent Vehicles Symposium Workshops, IV Workshops, 11–17 July 2021, Nagoya, Japan*. IEEE; 2021. p.128–134. DOI:10.1109/IVWorkshops54471.2021.9669260
5. Lai F., Huang C. Seventh-Degree Polynomial-Based Single Lane Change Trajectory Planning and Four-Wheel Steering Model Predictive Tracking Control for Intelligent Vehicles. *Vehicles*. 2024;6(4):2228–2250. DOI:10.3390/vehicles6040109. EDN:MERHQF
6. Rec. ITU-R P.1411-12 (08/2023). Propagation data and prediction methods for the planning of short-range outdoor radiocommunication systems and radio local area networks in the frequency range 300 MHz to 100 GHz.
7. 3GPP TR 38.901 V18.0.0 (2023-12). Study on Channel Model for Frequencies from 0.5 to 100 GHz.
8. Rec. ITU-R P.530-18 (09/2021). Propagation data and prediction methods required for the design of terrestrial line-of-sight systems.
9. Rec. ITU-R P.833-10 (09/2021). Attenuation in vegetation.

10. Rec. ITU-R P.838-3 (1992-1999-2003-2005). *Specific attenuation model for rain for use in prediction methods*.
11. Molisch A. F. *Wireless Communications*. John Wiley & Sons; 2011. 884 p.
12. Ma Z., Ai B., He R., Wang G., Zhong Z., Yang M. Impact of UAV Rotation on MIMO Channel Space-Time Correlation. *Proceedings of the 92nd Vehicular Technology Conference, VTC2020-Fall, 18 November 2020 – 16 December 2020, Victoria, Canada*. IEEE; 2021. DOI:10.1109/VTC2020-Fall49728.2020.9348811
13. Zeng L., Cheng X., Wang C.-X., Yin X. A 3D Geometry-Based Stochastic Channel Model for UAV-MIMO Channels. *Proceedings of the Wireless Communications and Networking Conference, WCNC, 19–22 March 2017, San Francisco, USA*. IEEE; 2017. DOI:10.1109/WCNC.2017.7925794
14. Wu Y., Gu Y., Wang Z. Efficient Channel Estimation for mmWave MIMO With Transceiver Hardware Impairments. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 2019;68(10):9883–9895. DOI:10.1109/TVT.2019.2934167
15. Beddiaf S., Khelil A., Khennoufa F., Kara F., Kaya H., Li X. A Unified Performance Analysis of Cooperative NOMA with Practical Constraints: Hardware Impairment, Imperfect SIC and CSI. *IEEE Access*. 2022;10:132931–132948. DOI:10.1109/access.2022.3230650. EDN:EIBYDD
16. Saleh A.A.M. Frequency-Independent and Frequency-Dependent Nonlinear Models of TWT Amplifiers. *IEEE Transactions on Communications*. 1981;29(11):1715–1720. DOI:10.1109/TCOM.1981.1094911
17. Isaksson M., Wisell D., Ronnow D. A comparative analysis of behavioral models for RF power amplifiers. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 2006;54(1):348–359. DOI:10.1109/TMTT.2005.860500
18. Rönnow D. *Software for determining the third order Volterra kernels of radio frequency power amplifiers*. 2005. DOI:10.13140/2.1.4327.8724
19. Sinilnikov A.M., Fokin G.A., Grishin I.V., Kalinkina A.A. Throughput Analysis of MIMO-NOMA Systems. *Elektrosvyaz*. 2024; 10:20–32. (in Russ.) DOI:10.34832/ELSV.2024.59.10.004. EDN:DFCTXZ
20. Sinilnikov A.M., Fokin G.A., Grishin I.V., Kalinkina A.A. Analysis of power-division non-orthogonal multiple access technology. *The Herald of the Siberian State University of Telecommunications and Information Science*. 2024;18(4):3–21. (in Russ.) DOI:10.55648/1998-6920-2024-18-4-3-21. EDN:HOVCSL
21. Jain R., Chiu D.-M., Hawe W.R. *A Quantitative Measure of Fairness and Discrimination for Resource Allocation in Shared Computer Systems*. DEC Research Report TR-301. 1984.
22. Rec. ITU-R M.2412-0 (10/2017). *Guidelines for evaluation of radio interface technologies for IMT-2020*.
23. Kyösti P., Meinilä J., Hentilä L., Holma P., Käske M., Narandžić M., et al. *WINNER II Channel Models for System Level Simulations. Final Report on Model Specification. Version 1.2*. 2008. URL: <http://signserv.signal.uu.se/Publications/WINNER/WIN2D112.pdf>
24. Holma P., Meinilä J., Kyösti P., Hentilä L., Jämsä T., Suikkanen E., et al. *CP5-026 WINNER+ D5.3 v1.0 WINNER+ Final Channel Models*. 2010.
25. Chi Y., Liu L., Song G., Yuen C., Guan Y.L., Li Y. Practical MIMO-NOMA: Low Complexity & Capacity-Approaching Solution. *arXiv preprint*. 2018. DOI:10.48550/arXiv.1807.06846
26. de Sena A.S., Nardelli P.H.J., da Costa D.B., Lima F.R.M., Yang L., Popovski P., Ding Z., Papadias C.B. IRS-Assisted Massive MIMO-NOMA Networks with Polarization Diversity. *arXiv preprint*. 2021. DOI:10.48550/arXiv.2105.12952

Статья поступила в редакцию 03.07.2025; одобрена после рецензирования 05.08.2025; принята к публикации 07.08.2025.

The article was submitted 03.07.2025; approved after reviewing 05.08.2025; accepted for publication 07.08.2025.

Информация об авторах:

ГРИШИН
Илья Владимирович

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
<https://orcid.org/0009-0007-8162-2328>

ФОКИН
Григорий Алексеевич

доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой беспроводных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
<https://orcid.org/0000-0002-5358-1895>

КАЛИНКИНА
Алла Александровна

аспирант кафедры сетей связи и передачи данных Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
<https://orcid.org/0009-0006-0264-0791>

СИНИЛЬНИКОВ
Александр Михайлович

главный инженер научно-технического центра спутниковых систем связи, радио-мониторинга и вещания Национального исследовательского центра телекоммуникаций им. М.И. Кривошеева, филиал в г. Санкт-Петербурге
<https://orcid.org/0009-0007-2869-4373>

Авторы сообщают об отсутствии конфликтов интересов.

The authors declare no conflicts of interests.