

Научная статья

УДК 621.391.8

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-3-47-58>

EDN:OJBGGT



Распределение комплексной огибающей сигналов, принятых из канала в условиях «сложной» сигнально-помеховой обстановки

 Михаил Леонидович Маслаков, maslakov.ml@yandex.ru

ООО «Специальный Технологический Центр»,
Санкт-Петербург, 195220, Российская Федерация
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

Аннотация

Аннотация. При статистическом анализе комплексных огибающих модулированных сигналов, принимаемых из канала связи, в качестве модели плотности распределения вероятностей общепринято полагают нормальную плотность распределения. Однако в канале с глубокими замираниями, а также при наличии помех, т. е. в случае «сложной» сигнально-помеховой обстановки, интерес могут представлять модели распределений, обладающие более тяжелыми хвостами. В качестве таковых в работе рассматриваются логистическое распределение и распределение гиперболического секанса. В работе приведены выражения для соответствующих двумерных плотностей распределения вероятностей.

Цель работы: показать, что при определенных условиях в реальном канале связи могут наблюдаться модели распределения комплексной огибающей, отличные от нормального. Учет данного обстоятельства может позволить улучшить характеристики системы связи в задачах адаптации и оценки надежности решений демодулятора.

Методы исследования: для проверки принадлежности комплексной огибающей соответствующему закону распределения применяется критерий Хи-квадрат. В статье предложена реализация критерия Хи-квадрат для случая двумерной плотности распределения.

В качестве **результатов** в работе представлен анализ статистической обработки сигналов, принятых из реального канала связи в различных условиях.

Новизна состоит в экспериментальном исследовании факта, что в реальных каналах в случае глубоких замираний и сложной сигнально-помеховой обстановки более предпочтительными могут оказаться логистическое распределение или распределение гиперболического секанса.

Практическая значимость заключается в том, что учет модели распределения позволяет получить более адекватную оценку среднего квадратичного отклонения шумовой составляющей и отношения сигнал / шум, что имеет существенное значение для функционирования адаптивных систем радиосвязи, а также в задаче оценки мягких решений демодуляции.

Ключевые слова: комплексная огибающая, двумерное нормальное распределение, двумерное логистическое распределение, двумерное распределение гиперболического секанса, критерий Хи-квадрат, отношение сигнал / шум

Ссылка для цитирования: Маслаков М.Л. Распределение комплексной огибающей сигналов, принятых из канала в условиях «сложной» сигнально-помеховой обстановки // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 3. С. 47–58. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-3-47-58. EDN:OJBGGT

Original research

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-3-47-58>

EDN:OJBGGT

Distribution of the Complex Envelope for Signals Received from a Channel with a "Complex" Signal-Noise Environment

 Mikhail L. Maslakov, maslakov.ml@yandex.ru

LLC Special Technology Center,
St. Petersburg, 195220, Russian Federation
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,
St. Petersburg, 190000, Russian Federation

Annotation

Relevance. In statistical analysis of complex envelopes of modulated signals received from a communication channel, the normal distribution density is generally assumed to be the probability density model. However, in a channel with deep fading and in the presence of interference, i.e. in the case of a "complex" signal-interference environment in the channel, distribution models with heavier tails may be of interest. The logistic distribution and the hyperbolic secant distribution are considered as such in the work. Expressions for the corresponding two-dimensional probability distribution densities are presented.

The aim of the work is to show that, under certain conditions, models of the distribution of the complex envelope that other than normal one can be observed in a real communication channel. Taking this into account may allow to improve the characteristics of the communication system in the tasks of adaptation and evaluation of the reliability of demodulator solutions.

Research methods: To check whether the complex envelope belongs to the corresponding distribution law, the Chi-square criterion is used. The implementation of the Chi-square criterion for the case of a two-dimensional distribution density is proposed in article.

As results, the paper presents the analysis of statistical processing of signals received from a real communication channel under various conditions.

The novelty lies in the experimental study of the fact that in real channels, in the case of deep fading and complex signal-interference conditions, the logistic distribution or the hyperbolic secant distribution may be more preferable.

The practical significance lies in the fact that taking into account the distribution model makes it possible to obtain a more adequate estimate of the mean square deviation of the noise component and the signal-to-noise ratio, which is essential for the functioning of adaptive radio communication systems, as well as in the task of evaluating soft demodulation solutions.

Keywords: complex envelope, 2-dimensional normal distribution, 2-dimensional logistic distribution, 2-dimensional hyperbolic secant distribution, chi-squared test, signal-to-noise ratio

For citation: Maslakov M.L. Distribution of the Complex Envelope for Signals Received from a Channel with a "Complex" Signal-Noise Environment. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(3):47–58. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-3-47-58. EDN:OJBGGT

1. Введение

Оценка канала является важнейшей задачей в адаптивных системах радиосвязи. При статистическом анализе принимаемых сигналов для оценки параметров каналов, характеризующих качество распространения или, другими словами, текущее

состояние радиоканала – отношение сигнал / шум (ОСШ) и вероятность ошибки на бит, часто используют параметрические методы оценивания [1–4]. При этом обычно переходят к рассмотрению комплексных огибающих принимаемых модулированных сигналов [3]. Известно большое число методов,

основанных на статистическом анализе комплексных огибающих, позволяющих получить оценки ОСШ [3–5] и вероятности ошибки на бит [6].

Обозначим комплексную огибающую принимаемого сигнала в форме:

$$\hat{u}_k = \hat{A}_k = \exp(j\hat{\varphi}_k) = \hat{I}_k + j\hat{Q}_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $\hat{A}_k$ – модуль комплексной огибающей принятого символа; $\hat{\varphi}_k$ – фаза принятого символа; $\hat{I}_k, \hat{Q}_k$ – синфазная и квадратурная составляющие принятого символа; k – номер принятого символа.

При этом:

$$\hat{A}_k = \sqrt{\hat{I}_k^2 + \hat{Q}_k^2} = \sqrt{(I_k + \xi_{I,k})^2 + (Q_k + \xi_{Q,k})^2}, \quad (2)$$

$$k = 1, 2, \dots,$$

где I_k, Q_k – истинные значения синфазной и квадратурной составляющей; $\xi_{I,k}, \xi_{Q,k}$ – соответствующие шумовые составляющие.

В предположении нормальности $\xi_{I,k}, \xi_{Q,k}$ в (2) часто переходят к рассмотрению закона Райса, Накагами или в частном случае закона Рэлея [6–8] для амплитуды – модуля комплексной огибающей, что удобно в случае, например, фазовой манипуляции (PSK, аббр. от англ. Phase-Shift-Keying). В свою очередь для оценки статистики фазы [9] могут быть использованы модели кругового нормального распределения или распределения Мизеса [10, 11] – что, однако, имеет место быть лишь при больших значениях ОСШ.

Рассмотрим общепринятую модель, применительно к задаче статистического анализа сигналов. Запишем выражение для двумерной нормальной случайной величины [12]:

$$W_N(x, y, \sigma_x, \sigma_y, a_x, a_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \exp\left(-\left(\frac{(x - a_x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - a_y)^2}{2\sigma_y^2}\right)\right), \quad (3)$$

где σ_x, σ_y – средне-квадратичные отклонения (СКО) случайных величин x и y ; a_x, a_y – математические ожидания случайных величин x и y , соответственно.

Приняв случайные величины x и y синфазной и квадратурной составляющими $\hat{I}$ и $\hat{Q}$, с равными дисперсиями и, следовательно, с равными СКО, т. е.:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma, \quad (4)$$

а также приняв математические ожидания a_x, a_y точками сигнального созвездия, запишем выражение для описания комплексной огибающей принятого сигнала в виде двумерной плотности распределения, где:

$W_N(\hat{I}, \hat{Q}, \sigma, I_m, Q_m) = W_N(\hat{I}, \hat{Q}, \sigma_x = \sigma, \sigma_y = \sigma, I_m, Q_m)$; I_m, Q_m – точки сигнального созвездия, соответствующие m -му символу; M – число точек сигнального созвездия или порядок модуляции:

$$\begin{aligned} W_{N,M}(\hat{u}, \sigma) &= W_{N,M}(\hat{I}, \hat{Q}, \sigma) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} W_N(\hat{u}, \sigma, I_m, Q_m) = \\ &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} W_N(\hat{I}, \hat{Q}, \sigma, I_m, Q_m). \end{aligned} \quad (5)$$

Приведенная модель используется в известных моделях и оценщиках ОСШ [5, 13–15] и, как будет показано в работе, является подходящей для большого числа реальных случаев. Однако в случае глубоких замираний в канале связи, а также при наличии помех, или, другими словами, в случае «сложной» сигнально-помеховой обстановки в канале, более адекватным может быть применение других моделей плотностей распределения вероятностей [16], в частности обладающих более тяжелыми хвостами. Также отметим работы [17–20], в которых рассматривается проблема получения оценки ОСШ в канале со сложной сигнально-помеховой обстановкой, а для решения задачи предлагаются достаточно сложные в вычислительном плане подходы, основанные на итеративных процедурах или получении прогнозов с использованием методов машинного обучения.

В работе приведены результаты статистического анализа распределения огибающей, полученные при анализе сигналов, принятых из реального канала связи в условиях глубоких замираний и сложной помеховой обстановки. Цель работы – показать, что в подобных условиях в канале могут наблюдаться модели распределения комплексной огибающей отличные от нормального распределения.

2. Альтернативные модели распределений

В данном разделе кратко рассмотрим модели распределений, принадлежность к которой будет проверяться для имеющейся выборки.

Двумерное нормальное распределение

Нормальное или гауссовское распределение общепринято применяется в качестве модели шумовой составляющей. На основе данной модели получены аналитические выражения для вероятностей ошибки на бит для различных видов модуляции [8].

Выражение для двумерной нормальной плотности для общего случая (3) применительно к рассматриваемой задаче, а также с учетом (1), запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} W_N(\hat{u}, \sigma, I_m, Q_m) &= \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\hat{I} - I_m)^2 + (\hat{Q} - Q_m)^2}{2\sigma^2}\right). \end{aligned} \quad (6)$$

В силу того, что значения I_m, Q_m – это точки сигнального созвездия и, соответственно, являются известными, то все плотности вида (6), входящие в (5), могут быть центрированы. Кроме того, как будет показано в разделе 2, при вычислении статистики Хи-квадрат будет осуществлен переход к одномерному случаю, поэтому функцию распределения, называемую также кумулятивной функцией распределения (CDF, аббр. от англ. Cumulative Distribution Function), здесь и далее будем записывать для одномерного случая.

Функция распределения для одномерного нормального распределения в случае нулевого математического ожидания определяется выражением:

$$CDF_N(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right), \quad (7)$$

где $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибок или интеграл вероятности.

Двумерное логистическое распределение

Логистическое распределение часто рассматривают в качестве альтернативного нормальному распределению при статистическом анализе случайных данных [21]. Отличительной чертой логистического распределения является более тяжелые хвосты функции плотности распределения вероятностей, а также несколько больший коэффициент эксцесса.

Плотность распределения вероятностей одномерного логистического распределения определяется выражением [22]:

$$W_L(x, \sigma, \mu) = \frac{\pi}{4\sqrt{3}\sigma} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma} \right), \quad (8)$$

где μ – математическое ожидание; σ – СКО случайной величины x .

Выбранная в (8) параметризация позволяет приравнять дисперсию для нормального и логистического распределений значению σ^2 .

Как известно [23], плотность распределения вероятностей многомерной случайной величины равна произведению одномерных плотностей распределения вероятностей. Таким образом, необходимо перемножить две плотности (8), подставив в них вместо (x, μ) , соответственно $(\hat{I}, I_m)$ и $(\hat{Q}, Q_m)$.

В результате выражение для плотности двумерного логистического распределения с учетом принятых обозначений имеет вид:

$$W_L(\hat{u}, \sigma, I_m, Q_m) = \frac{\pi^2}{48\sigma^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{(\hat{I} - I_m)^2}{\sigma} \right) \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}} \frac{(\hat{Q} - Q_m)^2}{\sigma} \right). \quad (9)$$

При этом, как и ранее, полагаем равенство значений σ для синфазной и квадратурной составляющих, а также их некоррелированность, что позво-

ляет обойтись без введения коэффициента корреляции и матрицы ковариации в выражении (9).

Функция распределения логистического распределения при нулевом математическом ожидании определяется выражением [22]:

$$CDF_L(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}\sigma} x \right) \right). \quad (10)$$

Двумерное распределение гиперболического секанса

Распределение гиперболического секанса является еще одной альтернативой нормальному распределению. Оно обладает рядом схожих свойств с нормальным (см. подробнее в [24]) и логистическим законами распределения [25]. Его часто используют при статистическом анализе случайных величин, принадлежащим близкому, однако отличному от нормального, закону распределения. Утяжеление хвостов отражает наличие выбросов, а применительно к рассматриваемому в статье случаю отражает наличие помех.

Плотность распределения вероятностей одномерного распределения гиперболического секанса определяется выражением [26]:

$$W_H(x, \sigma, \mu) = \frac{1}{2\sigma} \operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{2\sigma} (x - \mu) \right) = \frac{1}{2\sigma \cosh \left(\frac{\pi}{2\sigma} (x - \mu) \right)}, \quad (11)$$

где μ – математическое ожидание; σ – СКО случайной величины x .

По аналогии с получением (9) выражение для двумерной плотности распределения гиперболического секанса с учетом параметризации для приравнивания σ и принятых обозначений примет вид:

$$W_H(\hat{u}, \sigma, I_m, Q_m) = \frac{1}{4\sigma^2} \operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{2\sigma} (\hat{I} - I_m) \right) \times \operatorname{sech} \left(\frac{\pi}{2\sigma} (\hat{Q} - Q_m) \right) = \frac{1}{4\sigma^2 \cosh \left(\frac{\pi}{2\sigma} (\hat{I} - I_m) \right) \cosh \left(\frac{\pi}{2\sigma} (\hat{Q} - Q_m) \right)}. \quad (12)$$

Соответствующая функция распределения для закона гиперболического секанса определяется выражением:

$$CDF_H(x) = \frac{2}{\pi} \arctan \left(\exp \left(\frac{\pi}{2\sigma} x \right) \right). \quad (13)$$

Другие альтернативные распределения

Потенциально можно было рассмотреть и некоторые другие законы распределений, в частности распределения Коши и Лапласа [27]. Однако эти

распределения являются более «непохожими» на нормальное распределение. Так, распределение Коши обладает более тяжелыми хвостами, по сравнению с рассмотренными выше распределениями. Кроме того, для распределения Коши не так удобно сопоставить значение СКО с нормальным распределением для последующей оценки ОСШ. Распределение Лапласа обладает самым большим коэффициентом эксцесса, что характеризует большую вероятность «попадания» значений случайной величины в область, близкой к математическому ожиданию. По указанной причине это распределение не подходит для рассматриваемого в работе случая анализа сигналов, принимаемых из канала в условиях глубоких замираний и сложной помеховой обстановки.

3. Критерий согласия типа Хи-квадрат для случая двумерной плотности распределения

При статистическом анализе для проверки принадлежности имеющейся выборки (а точнее эмпирического распределения, полученного на основе этой выборки) заданному закону распределения применяют критерии согласия. Одним из наиболее употребительных критериев является критерий согласия Хи-квадрат [21, 28–30].

Отметим, что выбор используемого критерия согласия должен осуществляться в зависимости от типа анализируемых данных и вида предполагаемого распределения. Критерий Хи-квадрат представляется подходящим для исследования принадлежности выборки к нормальному или близкому к нормальному конкурирующему распределению – см., например, [21, 28]. Отличительной чертой рассматриваемой задачи является необходимость исследования выборок, состоящих из комплексных чисел, что приводит к использованию двумерных распределений. Вопросы применения и реализации критериев согласия, в том числе критерия Хи-квадрат, для случая двумерных случайных величин практически не освещены как в отечественных, так и зарубежных источниках. Можно отметить работы [31–32], носящие больше теоретический характер. В данном разделе приведем вариант реализации критерия согласия Хи-квадрат в случае его применения для двумерных плотностей распределения.

Как говорилось выше, считаем, что значения σ для реальной и мнимой составляющих равны (4). Кроме того, для удобства описания реализации применительно к двумерной случайной величине математическое ожидание положим равным 0. Как известно [33], в случае одномерных случайных величин осуществляют разбиение на r столбцов (бинов), подсчитывая частоты попадания элементов выборки в соответствующий столбец. Фактически получают гистограммную оценку плотности распределения.

Статистику критерия Хи-квадрат вычисляют из выражения:

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^r \frac{N(\hat{p}_k - p_k)^2}{p_k} = \sum_{k=1}^r \frac{(\hat{n}_k - Np_k)^2}{Np_k}, \quad (14)$$

где N – объем выборки; $\hat{p}_k$ – измеренные частоты (оценки вероятностей) попадания в k -й столбец; p_k – ожидаемые значения вероятностей; $\hat{n}_k$ – количество попаданий в k -й столбец.

При гистограммной оценке двумерной плотности столбцы обычно ограничивают квадратными областями. Однако при таком разбиении несколько проблематично получить значения p_k , которые должны быть получены на основе функции распределения. Поэтому вместо квадратного разбиения разделим комплексную область на кольца, ограниченные окружностями с радиусами $\{R_0, R_1, R_2, \dots, R_r\}$ как показано на рисунке 1.

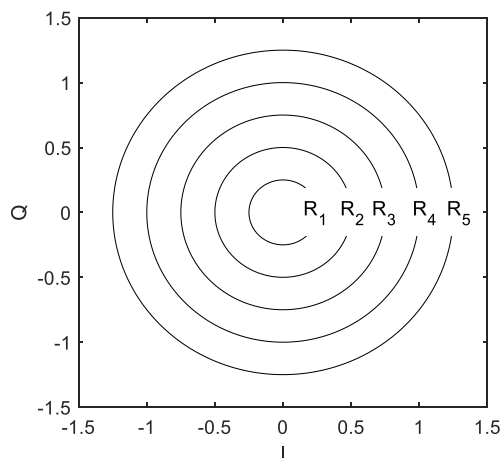


Рис. 1. Пример разбиения комплексной плоскости

Fig. 1. An Example of Splitting a Complex Plane

Для общности внутренний круг также будем называть *кольцом*, ограниченным окружностями R_1 и $R_0 = 0$.

Обозначим шаг увеличения радиусов ΔR , тогда значения радиусов определяются следующим образом:

$$R_k = R_{k-1} + \Delta R = k\Delta R. \quad (15)$$

Площади колец A_k определяются из выражения:

$$A_k = \pi R_k^2 - \pi R_{k-1}^2 = \pi(R_k^2 - R_{k-1}^2) = \pi(R_k - R_{k-1})(R_k + R_{k-1}) = (2k - 1)\pi\Delta R^2. \quad (16)$$

Так как площади колец (бинов) различны, получаемые частоты не будут соответствовать вероятностям предполагаемого распределения при «движении» по направлению от центра координат. Для решения указанной проблемы произведем нормализацию числа попаданий с учетом площади колец:

$$\hat{n}_k^n = A_1 \frac{n_k}{A_k}. \quad (17)$$

Кроме того, для корректного вычисления частот $\hat{p}_k$ необходимо также нормализовать объем выборки, в результате получим:

$$N^n = 2 \sum_k^r \hat{n}_k^n, \quad (18)$$

а соответствующие нормализованные частоты определяются в виде:

$$\hat{p}_k^n = \frac{\hat{n}_k^n}{N^n}. \quad (19)$$

Множитель 2 в выражении (18) возникает из-за того, что при подсчете числа попаданий элементов выборки в соответствующие кольца данные частоты «сворачиваются» в бины, ограниченные интервалами $[R_0; R_1)$, $[R_1; R_2)$, $[R_2; R_3)$ и т. д. При этом границы интервалов $R_k \geq 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, поэтому отрицательные значения случайных величин «падают» в положительные интервалы. Таким образом, фактически от двумерной плотности распределения перешли («свернули») к одномерной одно-сторонней плотности распределения.

Значения (17, 18 и 19) будем называть, соответственно, нормализованным числом попаданий в соответствующие бины, нормализованным объемом выборки и нормализованными частотами или ожидаемыми вероятностями.

В результате, вместо (14) получаем следующее выражение для значения статистики критерия Хи-квадрат:

$$\chi_n^2 = \sum_{k=1}^r \frac{N^n (\hat{p}_k^n - p_k)^2}{p_k} = \sum_{k=1}^r \frac{(\hat{n}_k^n - N^n p_k)^2}{N^n p_k}. \quad (20)$$

В случае сложной гипотезы, а именно при неизвестном значении σ , будем рассматривать статистику вида:

$$\begin{aligned} \chi_n^2(\hat{\sigma}) &= \sum_{k=1}^r \frac{N^n (\hat{p}_k^n - p_k(\hat{\sigma}))^2}{p_k(\hat{\sigma})} = \\ &= \sum_{k=1}^r \frac{(\hat{n}_k^n - N^n p_k(\hat{\sigma}))^2}{N^n p_k(\hat{\sigma})} \end{aligned} \quad (21)$$

с $r-3$ степенями свободы.

При этом совместно с вычислением статистики Хи-квадрат может быть получена и оценка σ . Подробнее о вычислении статистики критерия согласия Хи-квадрат в случае сложной гипотезы см. в [21, 28].

Представленная реализация позволяет свести двумерный случай к одномерному одно-стороннему, что позволяет воспользоваться выражениями (7, 10 и 13) для вычисления ожидаемых вероятностей p_k для соответствующих гипотетических моделей распределений.

Далее, для получения оценки Хи-квадрат на основе отсчетов комплексной огибающей модулированного сигнала необходимо воспользоваться выражением (5), приняв математические ожидания точками сигнального созвездия и заменив нормальную плотность на альтернативные (9 и 12). Фактически данный подход аналогичен способу оценки ОСШ методом максимального правдоподобия, представленному, например, в [3, 13, 14].

4. Результаты

В данном разделе представлены результаты, полученные при статистическом анализе реальных сигналов, принятых из радиоканала. В рамках работы рассматривались однотоновые сигналы системы связи КВ диапазона с модуляцией BPSK, QPSK и PSK8 при символьной скорости 2400 симв/с. Для формирования символов используется фильтр типа приподнятый косинус.

Для примера на рисунках 2–4 представлены фрагменты спектрограмм для пояснения различных условий в канале связи. Так, спектрограммы на рисунке 2 соответствуют сигналам, принятым из канала с замираниями. Несмотря на наличие замираний (более отчетливо видно на нижней спектрограмме рисунка 2), связанным с многолучевым распространением в канале, «качество» подобных записей можно считать «хорошим» – ОСШ составляет 13–20 дБ, а распределение комплексной огибающей соответствует двумерному нормальному распределению.

Основное внимание в статье уделено случаям сигналов, принятых из канала с глубокими замираниями и / или при наличии помех, что контрастно отличает их от приведенных на рисунках 3, 4 случаев. Так, сигналы с характерными спектрограммами вида, представленного на рисунке 3, соответствуют случаю канала с глубокими замираниями, что «контрастно» выделяется, сопоставляя эти спектрограммы со случаями, показанными на рисунке 2. Оценки ОСШ для таких сигналов, полученные в предположении нормальности функции плотности распределения вероятностей комплексной огибающей [3–5], составляют 3–9 дБ.

Второй рассматриваемый случай предполагает наличие помех. Характерный вид спектрограмм для таких сигналов показан на рисунке 4. Приведенные здесь спектрограммы «близки» к случаям, показанным на рисунке 2, с тем отличием, что в рассматриваемой полосе наблюдаются «сторонние» сигналы, отличные по виду (иная модуляция и ширина спектра) от полезного сигнала. В случае наличия сторонних помех значения ОСШ, также полученные оценщиком [13, 17], предполагающим нормальность распределения, составляют 3–6 дБ. Как будет показано далее, в подобных случаях такая оценка часто является заниженной.

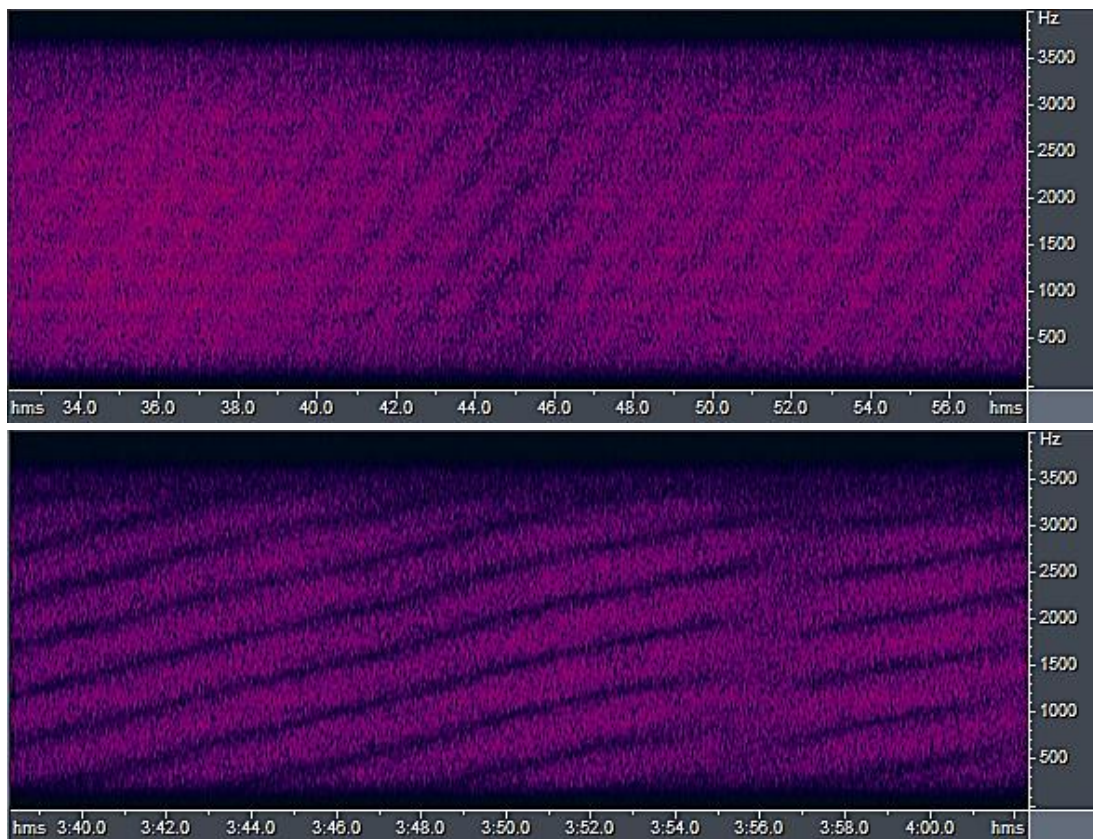


Рис. 2. Характерные спектрограммы сигналов

Fig. 2. Typical Spectrograms of Signals Received from a Fading Channel

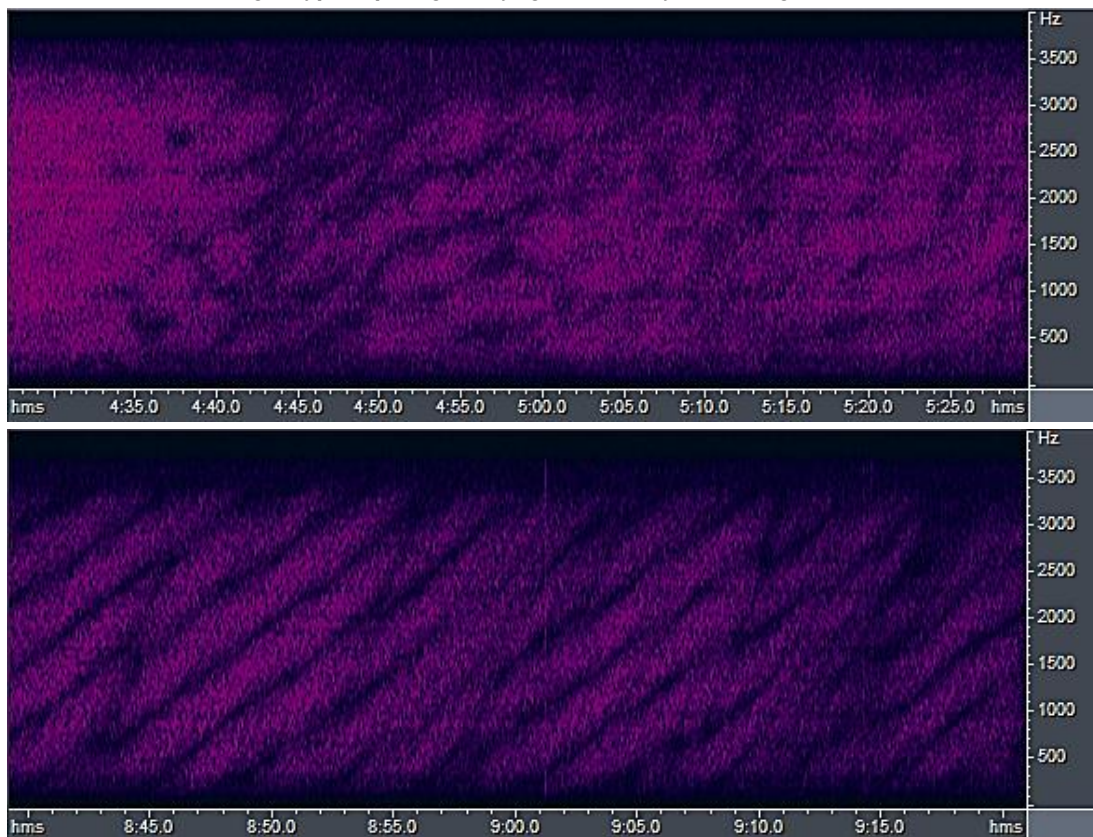


Рис. 3. Характерные спектрограммы сигналов из канала с «глубокими» замираниями

Fig. 3. Typical Spectrograms of Signals Received from a Channel with "Deep" Fading

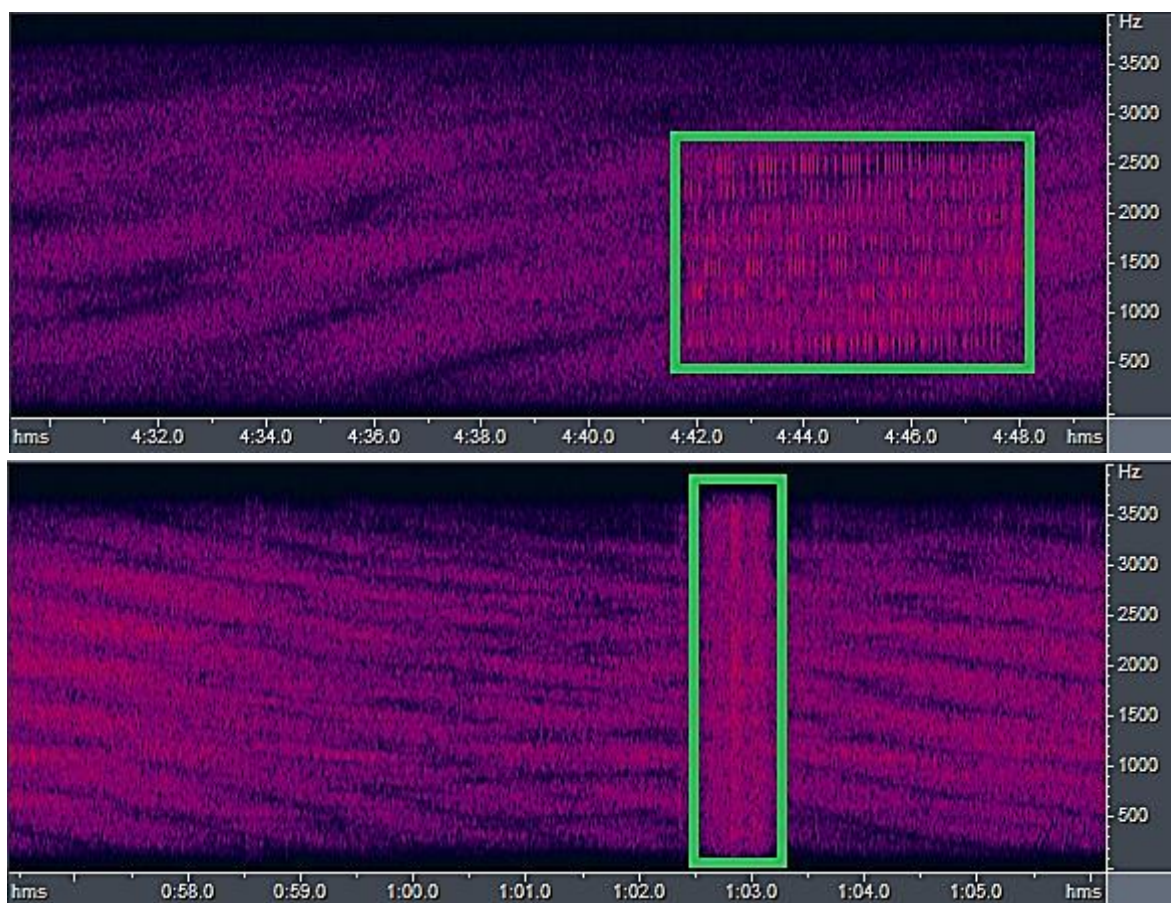


Рис. 4. Характерные спектрограммы сигналов, принятые из замирающего канала при наличии помех (выделены зеленым)

Fig. 4. Typical Spectrograms of Signals Received from a Fading Channel in the Presence of Interference (Highlighted in Green)

Очевидно, что длительность помехи составляет от нескольких сотен миллисекунд до нескольких секунд. Аналогично, в случае замираний в канале ОСШ меняется (иногда периодически) и, как следствие, наблюдаются сегменты с низким значением ОСШ.

В данной работе рассматриваются сигналы с фазовой манипуляцией (BPSK, QPSK и PSK8). В этом случае оценка ОСШ однозначно определяется на основе получаемой оценки σ следующим образом:

$$SNR = \frac{1}{2\hat{\sigma}^2}, \quad (22)$$

где $\hat{\sigma}$ – оценка значения σ , входящего в выражение для соответствующего распределения (см. выражения (6, 9, 12)).

Оценки ОСШ и принадлежности комплексной огибающей к предполагаемым распределениям, указанным в разделе 2, будут осуществляться на длительности 500 мс, что соответствует 1200 символам. Также сделаем важное замечание: все представленные здесь оценки осуществляются на основе символов, получаемых на выходе адаптивного эквалайзера.

Далее приведем частные выборочные результаты статистического анализа принятых сигналов. При отсутствии помех в условиях неглубоких замираний для подавляющего количества случаев распределение комплексной огибающей соответствует нормальному распределению. В таблице 1 приведены частные выборочные результаты, показывающие в процентном соотношении количество случаев, когда распределение комплексной огибающей соответствует определенной модельной плотности распределения. Полученные частные выборочные оценки ОСШ здесь и далее определяются с учетом значения σ , оценку которой берем для распределения соответствующего принятой гипотезе.

ТАБЛИЦА 1. Частота соответствия распределения комплексной огибающей принятого сигнала модельной плотности распределения

TABLE 1. The Matching Frequency of the Complex Envelope Distribution of the Received Signal to the Model Distribution Density

ОСШ в канале, дБ	Модель распределения		
	Нормальное	Логистическое	Гиперболического секанса
более 15	100	0	0
12–15	98	2	0
9–12	90	10	0

Структурировать подобным образом результаты для записей с характерными глубокими замираниями и / или при наличии помех весьма затруднительно, так как ОСШ в пределах одной записи относительно небольшой длительности (порядка нескольких десятков секунд) часто изменяется в широких пределах. Поэтому далее представим характерные примеры зависимостей статистики Хи-квадрат, полученные при обработке принятых сигналов в различных условиях. На рисунках 5а и 5б приведены примеры зависимостей статистики Хи-квадрат для двух образцов сигналов, принятых

из канала в условиях глубоких замираний. Здесь же представлены оценки ОСШ, полученные в предположении нормального распределения комплексной огибающей и для случая преобладающей в данный момент модели распределения в соответствии с текущим значением Хи-квадрат. Как можно заметить, в случае соответствия выборки отсчетов комплексной огибающей распределению, отличному от нормального оценки, ОСШ получаются несколько заниженными. Аналогичные результаты (рисунки 5а и 5б) можно наблюдать и для случая наличия помехи в канале связи.

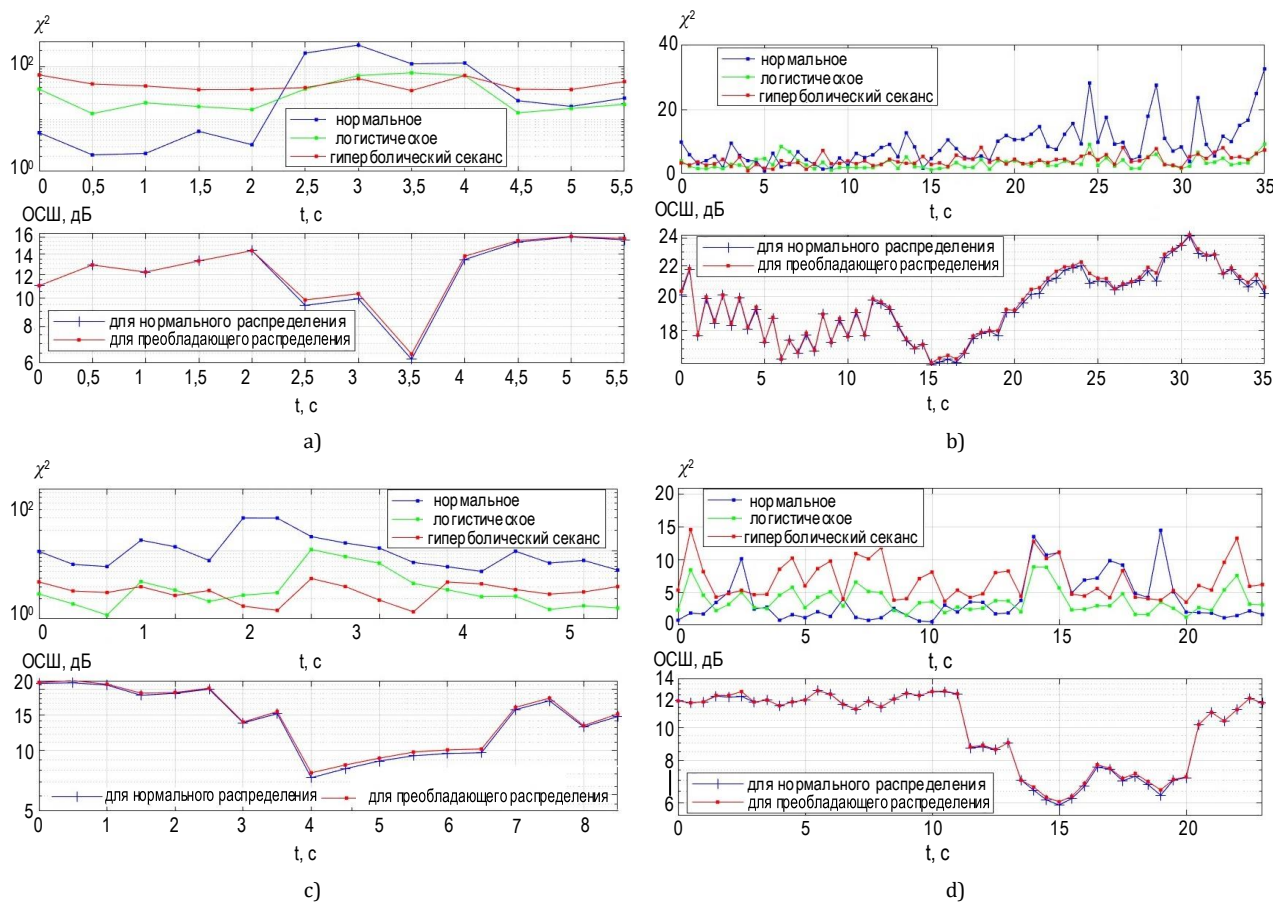


Рис. 5. Примеры зависимостей статистики Хи-квадрат на длительности сигнала для гипотез различных распределений и соответствующие оценки ОСШ в условиях глубоких замираний (а, б) и помехи в канале (с, д)

Fig. 5. Examples of Chi-Square Statistics Dependencies on Signal Duration for Hypotheses of Various Distributions and SNR Estimations in Case Fading (a, b) and Channel Interference (c, d)

Соответствие модели распределения отличному от нормального является полезным критерием при оценке текущего состояния канала. Несмотря на незначительное отличие оценок ОСШ (до 0,5 дБ), полученные результаты могут быть полезны для функционирования адаптивных систем радиосвязи при выборе оптимального режима работы, в частности, оптимальной сигнально-кодовой конструкции. Так, продолжительность помехи часто значительно меньше длительности передаваемого пакета, а значит изменение текущего режима мо-

жет не соответствовать реальной обстановке в канале. Необходимо отметить, что заниженная оценка ОСШ приведет к использованию сигнально-кодовой конструкции, соответствующей более низким информационным скоростям. Напротив, при вычислении логарифма отношения правдоподобия (см. подробнее в [34]) завышенные значения СКО приведут к заниженным оценкам надежности демодулированных бит в задаче получения мягких решений демодуляции, что может негативно сказаться при декодировании.

Также важно отметить, что для значительного числа анализируемых сигналов распределение комплексной огибающей соответствует нормальному распределению. Даже для каналов с существенно глубокими замираниями и / или при наличии помех число случаев соответствия распределения комплексной огибающей нормальному закону составляло около 80 %. Тем не менее, достаточно частой альтернативой является логистическое распределение (порядка 14 %), а в случае наличия помех в канале – распределение гиперболического косинуса.

Заключение

В работе представлены результаты статистического анализа комплексных огибающих сигналов, принятых из канала связи в условиях замираний и / или при наличии помех – иначе говоря, в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки. Для демонстрации результатов статистической обработки в работе представлен алгоритм оценки статистики критерия Хи-квадрат для случая двумерных плотностей распределения вероятностей комплексных случайных величин – синфазной и квадратурной составляющих.

Показано, что в условиях сложной сигнально-помеховой обстановки в канале связи достаточно часто наблюдаются случаи плотности распределения комплексной огибающей, отличной от нормаль-

ного закона. В качестве альтернативных распределений могут быть использованы логистическое распределение и распределение гиперболического секанса. Указанные модели распределений отличаются от нормального несколько более тяжелыми хвостами. Как следствие, оценки ОСШ (в предположении нормальности распределения) будут несколько занижены, напротив оценки значения σ будут немного завышены. При этом стоит отметить, что, несмотря на незначительное расхождение этих оценок, это может быть немаловажным в отдельных случаях, например, при выборе оптимального режима функционирования адаптивной системы радиосвязи в задаче выбора сигнально-кодовой конструкции. Также это имеет важное значение при оценках надежности мягких решений демодулятора при вычислении логарифма отношения правдоподобия.

При этом отметим, что целью данной работы не являлось опровергнуть общепринятую модель о нормальности шумовой составляющей и распределении комплексной огибающей сигнала и, как следствие, теоретическим основам оптимального приема и помехоустойчивости. Напротив, для подавляющего количества случаев это является наиболее верной моделью. Тем не менее, в некоторых случаях наблюдается отличие от модели нормального распределения и учет данного обстоятельства может позволить улучшить характеристики системы связи.

Список источников

1. Levy B.C. Principles of Signal Detection and Parameter Estimation. New York: Springer, 2008. DOI:10.1007/978-0-387-76544-0
2. Barkat M. Signal Detection and Estimation. Boston: Artech, 2005.
3. Серкин Ф.Б., Важенин Н.А., Вейцель В.В. Сравнительный анализ алгоритмов оценки отношения сигнал-шум на основе квадратурных компонент принимаемого сигнала // Труды МАИ. 2015. № 83. С. 19. EDN:UNWXRT
4. Beaulieu N.C., Toms A.S., Pauluzzi D.R. Comparison of four SNR estimators for QPSK modulations // IEEE Communications Letters. 2000. Vol. 4. Iss. 2. PP. 43–45. DOI:10.1109/4234.824751
5. Pauluzzi D.R., Beaulieu N. A comparison of SNR estimation techniques in the AWGN channel // Proceedings of the Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing (Victoria, Canada, 17–19 May 1995). IEEE, 1995. DOI:10.1109/PACRIM.1995.519404
6. Cavers J.K. Mobile Channel Characteristics. New York: Kluwer, 2002.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966.
8. Simon M.K., Alouini M.S. Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis. New York: John Wiley & Sons, 2000.
9. Патюков В.Г., Патюков Е.В., Силантьев А.А. Оценка отношения сигнал/шум на основе фазовых флуктуаций сигнала // Журнал радиоэлектроники. 2013. № 4. С. 1. EDN:PZZBWL
10. Jammalamadaka S.R., Sengupta A. Topics in Circular Statistics. Singapore: World Scientific, 2001.
11. Mardia K.V., Jupp P.E. Directional Statistics. John Wiley & Sons, Inc, 2000.
12. Tong Y.L. The Multivariate Normal Distribution. New-York: Springer-Verlag, 1990.
13. Thomas C.M. Maximum Likelihood Estimation of Signal-to-Noise Ratio. Ph.D. Thesis. Los Angeles: University of Southern California, 1967.
14. Bellili F., Meftehi R., Affes S., Stephenne A. Maximum likelihood SNR estimation over time-varying flat-fading SIMO channels // Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP, Florence, Italy, 04-09 May 2014). IEEE, 2014. PP. 6523–6527. DOI:10.1109/ICASSP.2014.6854861
15. Treviño J.C., Benammar M., Roque D. A Hybrid Envelope-IQ Moment-Based Non-Data-Aided SNR Estimator for QPSK // IEEE Communications Letters. 2024. Vol. 28. Iss. 6. PP. 1382–386. DOI:10.1109/LCOMM.2024.3386188
16. Силантьев А.А., Шатров В.А., Патюков В.Г., Рябушкин С.А. Метод оценки отношения сигнал/шум на основе статистических характеристик выбросов случайных процессов применительно к командно-измерительной системе спутниковой связи // Исследования Наукограда. 2014. № 4(10). С. 4–8. EDN:TBSMSV

17. Ageev Ф.И., Вознюк В.В., Куценко Е.В. Методика расчета вероятности ошибки оптимального посимвольного когерентного приема MPSK сигналов при наличии в канале радиосвязи узкополосной шумовой помехи // Труды МАИ. 2024. № 139. С. 15. EDN:QBDQJZ
18. Bakkali M., Stephenne A., Affes S. Iterative SNR Estimation for MPSK Modulation Over AWGN Channels // Proceedings of the Vehicular Technology Conference (Montreal, Canada, 25–28 September 2006). IEEE, 2006. DOI:10.1109/VTCTF.2006.350
19. Jiang L., Zheng G., Zhang B. A Noise Estimation Method Based on Envelope Pseudo-measurement System in Adaptive Kalman Filter // Proceedings of the 43rd Chinese Control Conference (CCC, Kunming, China, 28–31 July 2024). IEEE, 2024. PP. 208–213. DOI:10.23919/CCC63176.2024.10661809
20. Türkben Ö.Ü.A.K., Al-Akara V. S.A. SNR Estimation in Communication Systems Using Cognitive Radio // Proceedings of the 5th International Conference on Engineering Technology and its Applications (IICETA, Al-Najaf, Iraq, 31 May – 01 June 2022). IEEE, 2022. PP. 477–481. DOI:10.1109/IICETA54559.2022.9888467
21. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Постовалов С.Н., Чимитова Е.В. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. EDN:TZNMHX
22. Balakrishnan N. Handbook of the Logistic Distribution. Boca Raton: CRC Press, 1991. 624 p. DOI:10.1201/9781482277098
23. Giri N.C. Multivariate Statistical Analysis. Boca Raton: Marcel Dekker, 2003. 550 p. DOI:10.1201/9781482276374
24. Fischer M.J. Generalized Hyperbolic Secant Distributions. New York: Springer, 2014. DOI:10.1007/978-3-642-45138-6
25. Капля Е.В. Обобщение закона гиперболического секанса и логистического закона распределения в единый закон распределения с варьируемым коэффициентом эксцесса // Дальневосточный математический журнал. 2020. Т. 20. № 1. С. 74–81. DOI:10.47910/FEMJ202008. EDN:NLRAHN
26. Ding P. Three Occurrences of the Hyperbolic-Secant Distribution // The American Statistician. 2014. Vol. 68. Iss. 1. PP. 32–35. DOI:10.1080/00031305.2013.867902
27. Forbes C., Evans M., Hastings N., Peacock B. Statistical Distributions. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011. 230 p.
28. Greenwood P.E., Nikulin M.S. A Guide to Chi-Squared testing. New York: John Wiley & Sons, 1996. 304 p.
29. Никулин М.С. О критерии согласия Хи-квадрат для непрерывных распределений с параметрами сдвига и масштаба // Теория вероятностей и ее применение. 1973. Т. 18. № 3. С. 583–591.
30. Watson G.S. On Chi-Square Goodness-of-Fit Tests for Continuous Distributions // Journal of the Royal Statistical Society: Series B. 1958. Vol. 20. Iss. 1. PP. 44–61. DOI:10.1111/j.2517-6161.1958.tb00274.x
31. Мирвалиев М. Критерии согласия Хи-квадрат для одного семейства многомерных дискретных распределений // Теория вероятностей и ее применение. 1989. Т. 34. № 4. С. 794–799.
32. Воинов В.Г., Никулин М.С. Критерий согласия Хи-квадрат для одномерных и многомерных дискретных распределений // Записки научных семинаров ЛОМИ. 1990. Т. 184. С. 62–79.
33. Лемешко Б.Ю., Чимитова Е.В. О выборе числа интервалов в критериях согласия типа C2 // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2003. Т. 69. № 1. С. 61–67. EDN:SDJQIF
34. Hasan A.A., Marsland I.D. Low Complexity LLR Metrics for Polar Coded QAM // Proceedings of the 30th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE, Windsor, Canada, 30 April – 03 May 2017). IEEE, 2017. DOI:10.1109/CCECE.2017.7946778

References

1. Levy B.C. *Principles of Signal Detection and Parameter Estimation*. New York: Springer; 2008. DOI:10.1007/978-0-387-76544-0
2. Barkat M. *Signal Detection and Estimation*. Boston: Artech; 2005.
3. Serkin F.B., Vazhenin N.A., Veytsel V.V. Analysis of signal-to-noise ratio estimation algorithms based on inphase and quadrature components of the received signal. *Trudy MAI*. 2015;83:19. (in Russ.) EDN:UNWXRT
4. Beaulieu N.C., Toms A.S., Pauluzzi D.R. Comparison of four SNR estimators for QPSK modulations. *IEEE Communications Letters*. 2000;4(2):43–45. DOI:10.1109/4234.824751
5. Pauluzzi D.R., Beaulieu N. A comparison of SNR estimation techniques in the AWGN channel. *Proceedings of the Pacific Rim Conference on Communications, Computers, and Signal Processing, 17–19 May 1995, Victoria, Canada*. IEEE; 1995. DOI:10.1109/PACRIM.1995.519404
6. Cavers J.K. *Mobile Channel Characteristics*. New York: Kluwer; 2002.
7. Tikhonov V.I. *Statisticheskaya radiotekhnika*. Moscow: Sovetskoe radio Publ.; 1966. (in Russ.)
8. Simon M.K., Alouini M.S. *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*. New York: John Wiley & Sons; 2000.
9. Patyukov V.G., Patyukov E.V., Silantiev A.A. Measurement of the attitude a signal/noise on the basis of phase fluctuations of a signal. *Journal of Radio Electronics*. 2013;4:1. (in Russ.) EDN:PZZBWL
10. Jammalamadaka S.R., Sengupta A. *Topics in Circular Statistics*. Singapore: World Scientific; 2001.
11. Mardia K.V., Jupp P.E. *Directional Statistics*. John Wiley & Sons, Inc; 2000.
12. Tong Y.L. *The Multivariate Normal Distribution*. New-York: Springer-Verlag; 1990.
13. Thomas C.M. *Maximum Likelihood Estimation of Signal-to-Noise Ratio*. Ph.D. Thesis. Los Angeles: University of Southern California; 1967.
14. Bellili F., Meftehi R., Affes S., Stephenne A. Maximum likelihood SNR estimation over time-varying flat-fading SIMO channels. *Proceedings of the International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP, 04–09 May 2014, Florence, Italy*. IEEE; 2014. p.6523–6527. DOI:10.1109/ICASSP.2014.6854861
15. Treviño J.C., Benamar M., Roque D. A Hybrid Envelope-IQ Moment-Based Non-Data-Aided SNR Estimator for QPSK. *IEEE Communications Letters*. 2024;28(6):1382–1386. DOI:10.1109/LCOMM.2024.3386188

16. Silantyev A.A., Shatrov V.A., Patyukov V.G., Ryabushkin S.A. Method of estimation of the signal/noise ratio, based on the statistical characteristics of the emission of stochastic processes, as applied to the telemetry, command and ranging system of satellite communication. *Issledovaniya Naukograda*. 2014;4(10):4–8. (in Russ.) EDN:TBSMSV
17. Ageev F.I., Voznuk V.V., Kutsenko E.V. A method for calculating the probability of a bit error of optimal character-by-character coherent reception of multiple phase-manipulated signals in the presence of narrowband noise interference in the radio communication channel. *Trudy MAI*. 2024;139:15. (in Russ.) EDN:QBDQJZ
18. Bakkali M., Stephenne A., Affes S. Iterative SNR Estimation for MPSK Modulation Over AWGN Channels. *Proceedings of the Vehicular Technology Conference, 25–28 September 2006, Montreal, Canada*. IEEE; 2006. DOI:10.1109/VTCF.2006.350
19. Jiang L., Zheng G., Zhang B. A Noise Estimation Method Based on Envelope Pseudo-measurement System in Adaptive Kalman Filter. *Proceedings of the 43rd Chinese Control Conference, CCC, 28–31 July 2024, Kunming, China*. IEEE; 2024. p.208–213. DOI:10.23919/CCC63176.2024.10661809
20. Türkben Ö.Ü.A.K., Al-Akraa V. S.A. SNR Estimation in Communication Systems Using Cognitive Radio. *Proceedings of the 5th International Conference on Engineering Technology and its Applications, IICETA, 31 May – 01 June 2022, Al-Najaf, Iraq*. IEEE; 2022. p.477–481. DOI:10.1109/IICETA54559.2022.9888467
21. Lemeshko B.Yu., Lemeshko S.B., Postovalov S.N., Chimitova E.V. *Statistical data Analysis, Simulation and Study of Probability Regularities. Computer Approach*. Novosibirsk: NSTU Publ.; 2011. (in Russ.) EDN:TZNHMX
22. Balakrishnan N. *Handbook of the Logistic Distribution*. Boca Raton: CRC Press; 1991. 624 p. DOI:10.1201/9781482277098
23. Giri N.C. *Multivariate Statistical Analysis*. Boca Raton: Marcel Dekker; 2003. 550 p. DOI:10.1201/9781482276374
24. Fischer M.J. *Generalized Hyperbolic Secant Distributions*. New York: Springer; 2014. DOI:10.1007/978-3-642-45138-6
25. Kaplya E.V. The generalization of the hyperbolic secant distribution and the logistic distribution in the single distribution with variable kurtosis. *Far Eastern Mathematical Journal*. 2020;20(1):74–81. (in Russ.) DOI:10.47910/FEMJ202008. EDN:NLRAHN
26. Ding P. Three Occurrences of the Hyperbolic-Secant Distribution. *The American Statistician*. 2014;68(1):32–35. DOI:10.1080/00031305.2013.867902
27. Forbes C., Evans M., Hastings N., Peacock B. *Statistical Distributions*. New Jersey: John Wiley & Sons; 2011. 230 p.
28. Greenwood P.E., Nikulin M.S. *A Guide to Chi-Squared testing*. New York: John Wiley & Sons; 1996. 304 p.
29. Nikulin M.S. Chi-Square Test for Continuous Distributions with Shift and Scale Parameters *Theory of Probability and its Applications*. 1974;18(3):559–568. DOI:10.1137/1118069
30. Watson G.S. On Chi-square goodness-of-fit tests for continuous distributions. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*. 1958;20(1):44–61. DOI:10.1111/j.2517-6161.1958.tb00274.x
31. Mirvaliev M. Chi-Square Goodness-of-Fit Tests for a Family of Multidimensional Discrete Distributions. *Theory of Probability and its Applications*. 1989;34(4):728–732. DOI:10.1137/1134094
32. Voinov V.G., Nikulin M.S. Chi-square goodness-of-fit test for one- and multidimensional discrete distributions. *Journal of Mathematical Sciences*. 1994;68:438–450. DOI:10.1007/BF01254268
33. Lemeshko B.Yu., Chimitova E.V. On the choice of the number of intervals in Type C2 Good-Affirmation Criteria. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*. 2003;69(1):61–67. (in Russ.) EDN:SDJQIF
34. Hasan A.A., Marsland I.D. Low Complexity LLR Metrics for Polar Coded QAM. *Proceedings of the 30th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, CCECE, 30 April – 03 May 2017, Windsor, Canada*. IEEE; 2017. DOI:10.1109/CCECE.2017.7946778

Статья поступила в редакцию 31.03.2025; одобрена после рецензирования 13.05.2025; принята к публикации 03.06.2025.

The article was submitted 31.03.2025; approved after reviewing 13.05.2025; accepted for publication 03.06.2025.

Информация об авторе:

**МАСЛАКОВ
Михаил Леонидович**

кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела РМ ВЧ
ООО «Специальный технологический центр», доцент кафедры инфокоммуникационных технологий и систем связи Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения

 <https://orcid.org/0000-0002-8989-8122>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.