

Научная статья

УДК 621.391.1

<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-1-44-52>

EDN:ADOHFC



Метод координатометрии земной станции, основанный на использовании двух космических аппаратов

✉ Владимир Витальевич Севидов, v-v-sevidov@mail.ru

Военная академия связи им. С.М. Буденного,
Санкт-Петербург, 194064, Российская Федерация

Аннотация

Актуальность. Существующие методы координатометрии, такие как угломерные, угломерно-дальномерные, разностно-дальномерные, суммарно-дальномерные, достаточно хорошо изучены и оптимизированы. Однако применение указанных методов не всегда возможно или целесообразно, что стимулирует разработку и изучение новых методов и их комплексирование с существующими. В статье представлен разработанный метод координатометрии земной станции, основанный на использовании двух космических аппаратов. Показан вывод аналитических соотношений для расчета координат земных станций на основе значений взаимных временных задержек и частотных сдвигов. Указанные временные задержки и частотные сдвиги обусловлены разными расстояниями и доплеровскими сдвигами частот одних и тех же реализаций радиосигналов на различных радиотрассах.

Представлены основные выражения для временных задержек и частотных сдвигов радиосигналов земных станций, ретранслированных космическими аппаратами. Составлена система из трех независимых уравнений. При этом в качестве первого уравнения выступает разностно-дальномерное уравнение, в качестве второго – разностно-радиально-скоростное уравнение, в качестве третьего – уравнение референц-эллипсоида Земли. **Результатом** решения системы уравнений являются координаты земной станции.

В ходе исследования **использовались методы** моделирования и математического анализа. При решении уравнения второго порядка применялся итерационный метод Ньютона – Рафсона с разложением функций в ряды Тейлора с точностью до первых производных.

В качестве иллюстрации разработанного метода приведен частный пример расчета. Предлагаемый метод координатометрии инвариантен к типу орбит космических аппаратов, задействованных для определения координат земных станций. В качестве примера представлены два космических аппарата: первый – на геостационарной орбите, второй – на низкой орбите.

Научной новизной разработанного технического решения является однозначное одномоментное определение координат земных станций, находящихся на поверхности референц-эллипсоида Земли, основанного на использовании всего двух космических аппаратов. При этом нет необходимости синхронизации с излучением радиосигналов земных станций, что является необходимым условием большинства существующих методов координатометрии.

Практическая значимость предложенного комбинированного (разностно-дальномерного и разностно-доплеровского) метода координатометрии земных станций заключается в возможности его применения в существующих и перспективных комплексах радиомониторинга для оценки координат земных станций, нелегитимно использующих частотно-временной ресурс космического аппарата, а также являющихся источниками преднамеренных или непреднамеренных радиопомех.

Ключевые слова: модель, координатометрия, земная станция, комплекс радиомониторинга, космический аппарат, эффект Доплера

Ссылка для цитирования: Севидов В.В. Метод координатометрии земной станции, основанный на использовании двух космических аппаратов // Труды учебных заведений связи. 2025. Т. 11. № 1. С. 44–52. DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-1-44-52. EDN:ADOHFC

Original research
<https://doi.org/10.31854/1813-324X-2025-11-1-44-52>
EDN:ADOHFC

Coordinate Measurement Method of the Earth Station Based on the Two Spacecraft Use

 Vladimir V. Sevidov, v-v-sevidov@mail.ru

Military Academy of Communications,
St. Petersburg, 194064, Russian Federation

Annotation

Relevance. The existing methods of coordinate measurement, such as goniometric, goniometric-range-measuring, difference-range-measuring, total-range-measuring are well studied and optimized. However, the application of these methods is not always possible or advisable, which stimulates the development and study of new methods and their integration with the existing ones. The article presents the developed method of coordinate measurement of the earth station, based on the use of two spacecraft. The derivation of analytical relationships for calculating the coordinates of earth stations based on the values of mutual time delays and frequency shifts is shown. The specified time delays and frequency shifts are due to different distances and Doppler frequency shifts of the same implementations of radio signals on different radio paths.

The main expressions for time delays and frequency shifts of radio signals of earth stations retransmitted by spacecraft are presented. A system of three independent equations is composed. The first equation is the difference-range equation, the second is the difference-radial-velocity equation, and the third is the equation of the Earth's reference ellipsoid. **The result** of solving the system of equations is the coordinates of the earth station.

The study **used the methods** of modeling and mathematical analysis. When solving the second-order equation, the iterative Newton-Raphson method was used with the expansion of functions in Taylor series with an accuracy of up to the first derivatives.

A particular example of calculation is given as an illustration of the developed method. The developed method of coordinate measurement is invariant to the type of orbits of spacecraft used to determine the coordinates of earth stations. Two spacecraft are given as an example: the first is in geostationary orbit, the second is in low orbit.

The scientific novelty of the developed technical solution is the unambiguous one-time determination of the coordinates of earth stations located on the surface of the Earth's reference ellipsoid, based on the use of only two spacecraft. In this case, there is no need for synchronization with the radiation of radio signals of earth stations, which is a necessary condition for most existing methods of coordinate measurement.

The practical significance of the proposed combined (difference-range and difference-Doppler) method of coordinate measurement of earth stations lies in the possibility of its application in existing and prospective radio monitoring complexes for assessing the coordinates of earth stations that illegally use the frequency-time resource of a spacecraft, as well as being sources of intentional or unintentional radio interference.

Keywords: model, coordinate measurement, earth station, radio monitoring complex, spacecraft, Doppler effect

For citation: Sevidov V.V. Coordinate Measurement Method of the Earth Station Based on the Two Spacecraft Use. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2025;11(1):44–52. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2025-11-1-44-52. EDN:ADOHFC

Введение

Мировое развитие характеризуется лавинообразным увеличением радиоэлектронных средств и систем различного назначения, а ограниченность частотно-временного и пространственного радиоресурса заставляет многократно дублировать его. При штатной работе правильно спроектированной земной станции (ЗС) системы спутниковой связи

(ССС), с учетом выполнения ограничений на частоту, мощность и коэффициент усиления антенны, излучаемые ей радиосигналы в направлении своего космического аппарата (КА) не оказывают деструктивного воздействия на работу других связанных КА. Однако из-за внезапно возникающих неисправностей аппаратуры ЗС радиосигналы на некоторых частотах выступают в качестве не-

преднамеренных радиопомех, причем эксплуатирующий ЗС персонал может даже не знать о таких неисправностях, если отсутствуют системы контроля. Такое положение дел зачастую приводит к коллизиям, необходимость разрешения которых, в свою очередь, стимулирует развитие систем радиомониторинга.

Важнейшей задачей радиомониторинга является оценка координат источников радиоизлучения позиционными методами координатометрии (КМ), в которых синхронно измеряют один или несколько координатно-информативных параметров (временные задержки, частотные сдвиги и т. д.) радиосигнала разнесенными в пространстве измерителями в один или несколько моментов времени. Классические методы КМ, такие как угломерные [1, 2], угломерно-дальномерные [3], разностно-дальномерные [4...6], суммарно-дальномерные достаточно хорошо изучены и оптимизированы. Однако применение указанных методов не всегда возможно или целесообразно, что это стимулирует разработку и изучение новых методов КМ [7...10] и их комплексирование с существующими, что обуславливает актуальность настоящего исследования.

В настоящей статье представлен комбинированный (разностно-дальномерный и разностно-доплеровский) метод КМ ЗС, основанный на одномоментном приеме ретранслированного радиосигнала указанной ЗС комплексом радиомониторинга (КРМ) через два КА.

Разработка комбинированного (разностно-дальномерного и разностно-доплеровского) метода координатометрии земной станции

Геометрическая основа определения координат ЗС с использованием двух КА, включающая ЗС I , 1-й S и 2-й D КА и КРМ K , представлена на рисунке 1, где введены следующие обозначения:

- R_{SI} – дистанция между S и I ;
- R_{SK} – дистанция между S и K ;
- R_{DI} – дистанция между 2-м КА и ЗС;
- R_{DK} – дистанция между D и K ;
- \vec{V}_S – вектор скорости S в трехмерном пространстве;
- \vec{V}_D – вектор скорости D в трехмерном пространстве;
- Θ_{SI} – угол между вектором \vec{V}_S и лучем SI ;
- Θ_{SK} – угол между вектором \vec{V}_S и лучем SK ;
- Θ_{DI} – угол между вектором \vec{V}_D и лучем DI ;
- Θ_{DK} – угол между вектором \vec{V}_D и лучем DK ;
- \dot{R}_{SI} – радиальная скорость S относительно I ;
- \dot{R}_{SK} – радиальная скорость S относительно K ;
- \dot{R}_{DI} – радиальная скорость D относительно I ;
- \dot{R}_{DK} – радиальная скорость D относительно K .

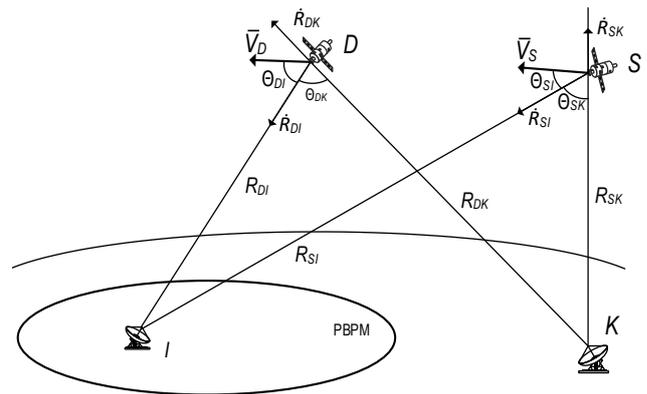


Рис. 1. Геометрическая основа метода КМ ЗС с использованием двух КА

Fig. 1. Geometrical Basis of the Coordinate Measurement Method of the Earth Station Using Two Spacecraft

На рисунке 1 схематически отображен район ведения радиомониторинга (PBPM), который задается предварительно.

Используя неизвестные координаты I x_I, y_I, z_I , составляют уравнение:

$$\sqrt{(x_S - x_I)^2 + (y_S - y_I)^2 + (z_S - z_I)^2} - \sqrt{(x_D - x_I)^2 + (y_D - y_I)^2 + (z_D - z_I)^2} = R_{SD}, \quad (1)$$

где $R_{SD} = ct'_{зД}$ – разность дистанций от S и D до I ; $t'_{зД} = t_{зД} - \frac{R_{SK} - R_{DK}}{c} - t_S + t_D$ – рассчитанная задержка по времени, обусловленная разницей трасс IS и ID ; $t_{зД}$ – задержка по времени, измеряемая в K и обусловленная разницей сумм трасс IS, SK и ID, DK , соответственно; $c \approx 300000$ км/с – скорость распространения радиосигналов в свободном пространстве; t_S, t_D – временные задержки в КА S и D соответственно.

Задержки t_S и t_D определяют с помощью тестовых сигналов, излученных K и принятых от S и D .

Известные координаты S, D и K позволяют рассчитать расстояния R_{SK} и R_{DK} в момент измерения временной задержки $t_{зД}$, используя выражения:

$$R_{SK} = \sqrt{(x_S - x_K)^2 + (y_S - y_K)^2 + (z_S - z_K)^2},$$

$$R_{DK} = \sqrt{(x_D - x_K)^2 + (y_D - y_K)^2 + (z_D - z_K)^2},$$

где x_K, y_K, z_K – координаты K ; x_S, y_S, z_S – координаты S ; x_D, y_D, z_D – координаты D .

Измеряемая в K разница частот $f_{сД}$ представляется через номиналы средних частот (НСЧ) f_{ISK} и f_{IDK} реализаций радиосигнала, излученного I , пройденного трассы IS, SK и ID, DK , соответственно, и принятых КРМ:

$$f_{сД} = f_{ISK} - f_{IDK}. \quad (2)$$

В свою очередь f_{ISK} и f_{IDK} могут быть представлены выражениями:

$$f_{ISK} = f_I + f_{\Delta SI} + f_S + f_{\Delta SK}, \quad (3)$$

$$f_{IDK} = f_I + f_{\Delta DI} + f_D + f_{\Delta DK}, \quad (4)$$

где f_I – НСЧ радиосигнала излучаемого I ; $f_{\Delta SI}$ – доплеровский сдвиг частоты, обусловленный удалением (сближением) S от (с) I ; $f_{\Delta SK}$ – доплеровский сдвиг частоты, обусловленный удалением (сближением) S от (с) K ; $f_{\Delta DI}$ – доплеровский сдвиг частоты, обусловленный удалением (сближением) D от (с) I ; $f_{\Delta DK}$ – доплеровский сдвиг частоты, обусловленный удалением (сближением) D от (с) K ; f_S и f_D – номиналы частот переноса спектра S и D , соответственно.

Номиналы частот f_S и f_D являются известными справочными данными.

Доплеровские сдвиги частот $f_{\Delta SI}$, $f_{\Delta SK}$, $f_{\Delta DI}$ и $f_{\Delta DK}$ вычисляют по формулам:

$$f_{\Delta SI} = f_I \frac{\dot{R}_{SI}}{c}, \quad f_{\Delta SK} = (f_I + f_{\Delta SI} + f_S) \frac{\dot{R}_{SK}}{c}, \quad (5)$$

$$f_{\Delta DI} = f_I \frac{\dot{R}_{DI}}{c}, \quad f_{\Delta DK} = (f_I + f_{\Delta DI} + f_D) \frac{\dot{R}_{DK}}{c}. \quad (6)$$

Используя в качестве допущений неравенства $f_I \gg f_{\Delta SI}$ и $f_I \gg f_{\Delta SK}$, упрощают выражения (5) и (6) и с учетом (3) и (4) представляют их следующим образом:

$$f_{\Delta SI} = (f_{ISK} - f_S) \frac{\dot{R}_{SI}}{c}, \quad f_{\Delta SK} = f_{ISK} \frac{\dot{R}_{SK}}{c}, \quad (7)$$

$$f_{\Delta DI} = (f_{ISK} - f_S) \frac{\dot{R}_{DI}}{c}, \quad f_{\Delta DK} = f_{IDK} \frac{\dot{R}_{DK}}{c}. \quad (8)$$

Радиальная скорость S относительно I равна:

$$\dot{R}_{SI} = |\vec{V}_S| \cos \Theta_{SI}. \quad (9)$$

Используя теорему о скалярном произведении векторов, получают:

$$\cos \Theta_{SI} = \frac{(x_I - x_S)\dot{x}_S + (y_I - y_S)\dot{y}_S + (z_I - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_I - x_S)^2 + (y_I - y_S)^2 + (z_I - z_S)^2} |\vec{V}_I|}, \quad (10)$$

где $\dot{x}_S, \dot{y}_S, \dot{z}_S$ – ортогональные составляющие вектора скорости 1-го КА \vec{V}_S .

Подставляя (10) в (9), получают:

$$\dot{R}_{SI} = \frac{(x_I - x_S)\dot{x}_S + (y_I - y_S)\dot{y}_S + (z_I - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_I - x_S)^2 + (y_I - y_S)^2 + (z_I - z_S)^2}}. \quad (11)$$

Для радиальных скоростей \dot{R}_{SK} , \dot{R}_{DI} и \dot{R}_{DK} справедливы аналитические выражения:

$$\dot{R}_{SK} = \frac{(x_K - x_S)\dot{x}_S + (y_K - y_S)\dot{y}_S + (z_K - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_K - x_S)^2 + (y_K - y_S)^2 + (z_K - z_S)^2}}, \quad (12)$$

$$\dot{R}_{DI} = \frac{(x_I - x_D)\dot{x}_D + (y_I - y_D)\dot{y}_D + (z_I - z_D)\dot{z}_D}{\sqrt{(x_I - x_D)^2 + (y_I - y_D)^2 + (z_I - z_D)^2}}, \quad (13)$$

$$\dot{R}_{DK} = \frac{(x_K - x_D)\dot{x}_D + (y_K - y_D)\dot{y}_D + (z_K - z_D)\dot{z}_D}{\sqrt{(x_K - x_D)^2 + (y_K - y_D)^2 + (z_K - z_D)^2}}, \quad (14)$$

где $\dot{x}_D, \dot{y}_D, \dot{z}_D$ – ортогональные составляющие вектора скорости 2-го КА \vec{V}_D .

Представленные аналитические соотношения позволяют составить систему трех квадратных уравнений, содержащую три переменные – искомые координаты ЗС x_I, y_I, z_I :

$$\begin{cases} \sqrt{(x_S - x_I)^2 + (y_S - y_I)^2 + (z_S - z_I)^2} - \\ \sqrt{(x_D - x_I)^2 + (y_D - y_I)^2 + (z_D - z_I)^2} = R_{SD}; \\ \frac{(x_I - x_S)\dot{x}_S + (y_I - y_S)\dot{y}_S + (z_I - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_I - x_S)^2 + (y_I - y_S)^2 + (z_I - z_S)^2}} - \\ \frac{(x_I - x_D)\dot{x}_D + (y_I - y_D)\dot{y}_D + (z_I - z_D)\dot{z}_D}{\sqrt{(x_I - x_D)^2 + (y_I - y_D)^2 + (z_I - z_D)^2}} = V, \\ \sqrt{b^2 x_I^2 + b^2 y_I^2 + a^2 z_I^2} = R_3, \end{cases} \quad (15)$$

где a и b – большая и малая полуоси референц-эллипсоида Земли;

$$R_3 = ab; \quad V = \frac{(f_{SD} - f_S - f_{\Delta SK} + f_D + f_{\Delta DK})c}{(f_{ISK} - f_S - f_{\Delta SK})}.$$

Первое квадратное уравнение системы (15) – это тождество (1), второе – получают путем последовательных математических преобразований (2...4, 7, 8, 11...14), третье – уравнение референц-эллипсоида Земли.

Поиск корней системы квадратных уравнений (15) возможен одним из численных методов, например, методом Ньютона – Рафсона, представляющим собой итерационный алгоритм, этапы которого детализированы ниже.

Эман 1. Выбирают произвольные опорные координаты $I(x_{I_1}, y_{I_1}, z_{I_1})$. Очевидно, что выбранные координаты должны принадлежать предварительно выбранному РВРМ. Так, например в качестве таких координат могут выступать координаты K или координаты подспутниковой точки (ПСТ) одного из двух КА.

Эман 2. Вычисляют значения функций R_{SD_1}, V_1, R_{3_1} в точке с опорными координатами ЗС $x_{I_1}, y_{I_1}, z_{I_1}$, выбранными на этапе 1:

$$R_{SD_1} = \sqrt{(x_S - x_{I_1})^2 + (y_S - y_{I_1})^2 + (z_S - z_{I_1})^2} - \sqrt{(x_D - x_{I_1})^2 + (y_D - y_{I_1})^2 + (z_D - z_{I_1})^2},$$

$$V_1 = \frac{(x_{I_1} - x_S)\dot{x}_S + (y_{I_1} - y_S)\dot{y}_S + (z_{I_1} - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_{I_1} - x_S)^2 + (y_{I_1} - y_S)^2 + (z_{I_1} - z_S)^2}} - \frac{(x_{I_1} - x_D)\dot{x}_D + (y_{I_1} - y_D)\dot{y}_D + (z_{I_1} - z_D)\dot{z}_D}{\sqrt{(x_{I_1} - x_D)^2 + (y_{I_1} - y_D)^2 + (z_{I_1} - z_D)^2}},$$

$$R_{3_1} = \sqrt{b^2 x_{I_1}^2 + b^2 y_{I_1}^2 + a^2 z_{I_1}^2}.$$

Эман 3. Определяют значения w_1, w_2 и w_3 :

$$\begin{aligned}w_1 &= R_{SD} - R_{SD_1}, \\w_2 &= V - V_1, \\w_3 &= R_3 - R_{3_1}.\end{aligned}$$

Эман 4. Формируют систему линейных уравнений, заменяя функции квадратного уравнения (15) рядами Тейлора, ограниченными членами, содержащими первые производные указанных функций и искомые смещения Δx , Δy и Δz по соответствующим координатам:

$$\begin{cases} \frac{\partial R_{SD_1}}{\partial x_{I_1}} \Delta x + \frac{\partial R_{SD_1}}{\partial y_{I_1}} \Delta y + \frac{\partial R_{SD_1}}{\partial z_{I_1}} \Delta z = w_1, \\ \frac{\partial V_1}{\partial x_{I_1}} \Delta x + \frac{\partial V_1}{\partial y_{I_1}} \Delta y + \frac{\partial V_1}{\partial z_{I_1}} \Delta z = w_2, \\ \frac{\partial R_{3_1}}{\partial x_{I_1}} \Delta x + \frac{\partial R_{3_1}}{\partial y_{I_1}} \Delta y + \frac{\partial R_{3_1}}{\partial z_{I_1}} \Delta z = w_3. \end{cases} \quad (16)$$

Значения частных производных в текущей опорной точке рассчитывают в соответствии с тождествами:

$$\frac{\partial R_{SD_1}}{\partial x_{I_1}} = \frac{x_{I_1}}{R_{DI_1}} - \frac{x_{I_1}}{R_{SI_1}}, \quad \frac{\partial R_{SD_1}}{\partial y_{I_1}} = \frac{y_{I_1}}{R_{DI_1}} - \frac{y_{I_1}}{R_{SI_1}},$$

$$\frac{\partial R_{SD_1}}{\partial z_{I_1}} = \frac{z_{I_1}}{R_{DI_1}} - \frac{z_{I_1}}{R_{SI_1}},$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_{I_1}} = \frac{\dot{x}_S R_{SI_1} - (x_{I_1} - x_S) \dot{R}_{SI_1}}{R_{SI_1}^2} - \frac{\dot{x}_D R_{DI_1} - (x_{I_1} - x_D) \dot{R}_{DI_1}}{R_{DI_1}^2},$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial y_{I_1}} = \frac{\dot{y}_S R_{SI_1} - (y_{I_1} - y_S) \dot{R}_{SI_1}}{R_{SI_1}^2} - \frac{\dot{y}_D R_{DI_1} - (y_{I_1} - y_D) \dot{R}_{DI_1}}{R_{DI_1}^2},$$

$$\frac{\partial V_1}{\partial z_{I_1}} = \frac{\dot{z}_S R_{SI_1} - (z_{I_1} - z_S) \dot{R}_{SI_1}}{R_{SI_1}^2} - \frac{\dot{z}_D R_{DI_1} - (z_{I_1} - z_D) \dot{R}_{DI_1}}{R_{DI_1}^2},$$

$$\frac{\partial R_{3_1}}{\partial x_{I_1}} = \frac{x_{I_1}}{R_{3_1}}, \quad \frac{\partial R_{3_1}}{\partial y_{I_1}} = \frac{y_{I_1}}{R_{3_1}}, \quad \frac{\partial R_{3_1}}{\partial z_{I_1}} = \frac{z_{I_1}}{R_{3_1}},$$

$$\frac{\partial R_{3_1}}{\partial x_{I_1}} = \frac{b^2 x_{I_1}}{R_{3_1}}, \quad \frac{\partial R_{3_1}}{\partial y_{I_1}} = \frac{b^2 y_{I_1}}{R_{3_1}}, \quad \frac{\partial R_{3_1}}{\partial z_{I_1}} = \frac{a^2 z_{I_1}}{R_{3_1}},$$

где R_{SI_1} и R_{DI_1} – дистанции от S и D до опорной точки, которые рассчитывают следующим образом:

$$R_{SI_1} = \sqrt{(x_S - x_{I_1})^2 + (y_S - y_{I_1})^2 + (z_S - z_{I_1})^2},$$

$$R_{DI_1} = \sqrt{(x_D - x_{I_1})^2 + (y_D - y_{I_1})^2 + (z_D - z_{I_1})^2},$$

$$\begin{aligned}\dot{R}_{SI_1} &= \frac{(x_{I_1} - x_S)\dot{x}_S + (y_{I_1} - y_S)\dot{y}_S + (z_{I_1} - z_S)\dot{z}_S}{\sqrt{(x_{I_1} - x_S)^2 + (y_{I_1} - y_S)^2 + (z_{I_1} - z_S)^2}}, \\ \dot{R}_{DI_1} &= \frac{(x_{I_1} - x_D)\dot{x}_D + (y_{I_1} - y_D)\dot{y}_D + (z_{I_1} - z_D)\dot{z}_D}{\sqrt{(x_{I_1} - x_D)^2 + (y_{I_1} - y_D)^2 + (z_{I_1} - z_D)^2}}.\end{aligned}$$

Систему линейных уравнений (16) решают одним из известных методов, например, методом Гаусса; в качестве решения выступают искомые смещения Δx , Δy и Δz по соответствующим координатам.

Эман 5. Вычисляют новые опорные координаты ЗС путем добавления к предыдущим опорным координатам ЗС, рассчитанные на этапе 4 смещения Δx , Δy и Δz по соответствующим координатам:

$$x_{I_2} = x_{I_1} + \Delta x,$$

$$y_{I_2} = y_{I_1} + \Delta y,$$

$$z_{I_2} = z_{I_1} + \Delta z.$$

Этапы 1–5 составляют одну итерацию. Для достижения требуемой точности итерации повторяют с использованием в качестве опорных координат ЗС координаты, полученные на этапе 5. Число итераций определяется заданной точностью и правильностью выбора начальных опорных координат ЗС и, как правило, не превышает пяти.

При окончании алгоритма, в качестве координат ЗС принимают значения ее опорных координат, вычисленные на пятом этапе завершающей итерации.

При избыточности измерений, как это зачастую практикуется для обеспечения повышения точности, когда количество измерений более двух, возможно составить более трех квадратных уравнений (включая уравнение референц-эллипсоида поверхности Земли). Представленный метод координатометрии останется прежним, однако система квадратных уравнений (15), и как следствие, система линейных уравнений (16) будут содержать более трех уравнений. В этом случае систему линейных уравнений (16) решают одним из известных методов, например, методом наименьших квадратов.

Имитационное моделирование разработанного метода КМ ЗС для выбранных исходных данных

Важнейшей характеристикой любого метода КМ является точность оценки координат. Для оценки точности разработанного метода КМ ЗС проведено имитационное моделирование в среде программирования *Matlab* с использованием разработанной модели [11...12].

Для иллюстрации разработанного метода КМ ЗС выбраны исходные данные, представленные ниже.

В качестве модели Земли выбран референц-эллипсоид, соответствующий системе геодезиче-

ских параметров ПЗ-90.11, большая a и малая b , оси которого равны:

$$a = 6\,378\,136 \text{ м}, \quad b \approx 6\,356\,751 \text{ м}.$$

Координаты КРМ $\varphi = 54,8^\circ$ с. ш.; $\lambda = 32,1^\circ$ в. д.; $h = 39$ м, соответствующие координатам г. Смоленск (отображены на рисунках 2 и 3 кружком). Номиналы частот: $f_i = 8,5$ ГГц; $f_G = 12,3$ ГГц.

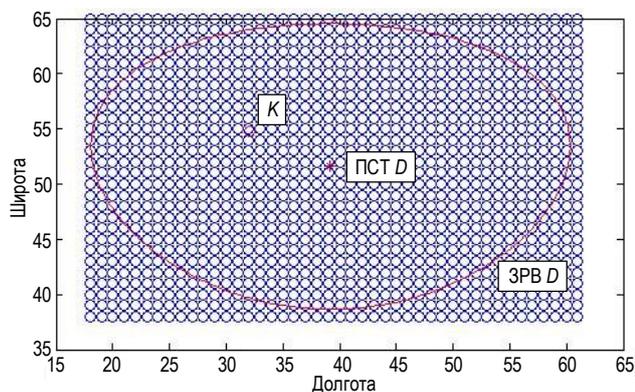


Рис. 2. Отображение координат подспутниковых точек КА D, КРМ К и исследуемых точек предполагаемого размещения ЗС

Fig. 2. Display of Sub-Satellite Points Coordinates of the Spacecraft D, Radio Monitoring Complex K and the Proposed Studied Points Placement of the Earth Station

Разработанный метод КМ ЗС инвариантен к типу орбит КА, задействованных для определения координат ЗС. В качестве примера представлены два КА с различными типами орбит:

- КА S – на геостационарной орбите с широтой $0,1^\circ$ с. ш., долготой 50° в. д. и высотой $35\,789\,326$ м;
- КА D – на низкой орбите с широтой $51,6^\circ$ с. ш., долготой $39,2^\circ$ в. д. и высотой $300\,000$ м.

Координаты и составляющие векторов скорости КА S и D в декартовой системе координат представлены в таблице 1.

Зоны радиовидимости (ЗРВ) КА S (синяя окружность рисунка 3) и КА D (красная окружность) рассчитаны, исходя из ограничения по минимальному углу места, равного $\beta_{\min} = 5^\circ$ (очевидно, что границы предварительно выбранного РВРМ не могут выходить за границы совместной ЗРВ КА S и D). На рисунке 3 также обозначены ПСТ КА S синей звездочкой и ПСТ КА D красной звездочкой.

ТАБЛИЦА 1. Координаты и составляющие векторов скорости КА S и D в декартовой системе координат

TABLE 1. Velocity Vectors Coordinates and Components of Spacecraft S and D in the Cartesian Coordinate System

№ п/п	КА	Координаты КА, м			Составляющие векторов скорости КА, м/с		
		x	y	z	\dot{x}	\dot{y}	\dot{z}
1	S	27 104 682	32 302 102	73522	-4	-1	3
2	D	3220886	2626891	5210389	6748	-928	-3680

Широты и долготы исследуемых координат предполагаемого размещения ЗС выбраны в соответствии с совместной ЗРВ КА S и D с градацией 1° в следующих диапазонах: по широте – от 38° с. ш. до 65° с. ш.; по долготе – от 18° в. д. до 61° в. д. (см. рисунок 2). Координаты ПСТ КА D отображены красной звездочкой, КРМ К – красным кружком и исследуемые точки предполагаемого размещения ЗС синими кружками.

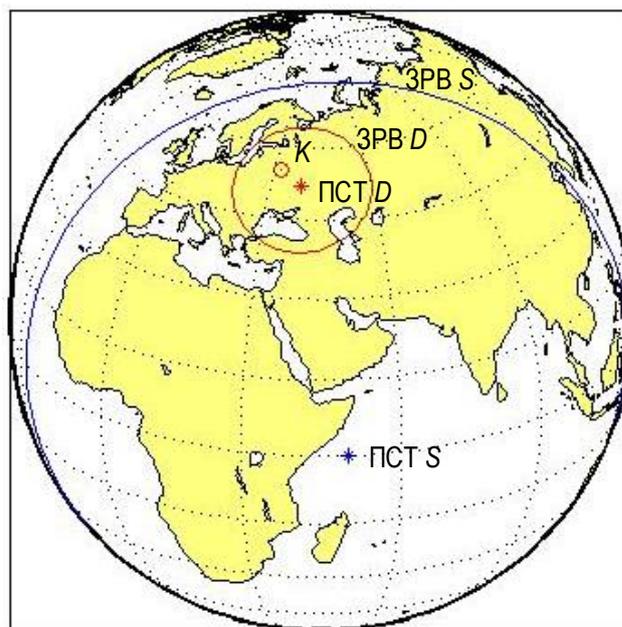


Рис. 3. Подспутниковые точки и зоны радиовидимостей космических аппаратов S и D

Fig. 3. Subsatellite Points and Radio Visibility Zones of Spacecraft S and D

Вводимые погрешности: координат КА $\sigma_s = 30$ м (для каждой их 3-х координат), вектора скорости $\sigma_v = 1$ м/с (для каждой их 3-х ортогональных составляющих), измерения частот $\sigma_f = 100$ Гц, измерения временной задержки $\sigma_t = 200$ нс. Для каждой из выбранных точек предполагаемого размещения ЗС провели следующие процедуры:

- для текущей точки размещения ЗС и каждой из двух точек размещения космических аппаратов рассчитали идеальные временную задержку и НСЧ, то есть такие, какие были бы измерены при нулевых погрешностях измерений;
- ввели погрешности σ_s , σ_v , σ_f и σ_t с учетом их нормального распределения;
- по полученным значениям временной задержки и НСЧ, используя вышеописанный метод, рассчитали координаты ЗС для текущей исследуемой точки;
- усреднили координаты ЗС по результатам 1000 экспериментов;
- сравнили заданные и рассчитанные координаты ЗС, получили погрешность измерения σ_i ;
- по результатам расчета погрешностей для всех исследуемых точек предполагаемого разме-

щения ЗС построили изолинии радиусов среднеквадратического отклонения оценки координат (изолинии для заданных условий представлены на рисунке 4).

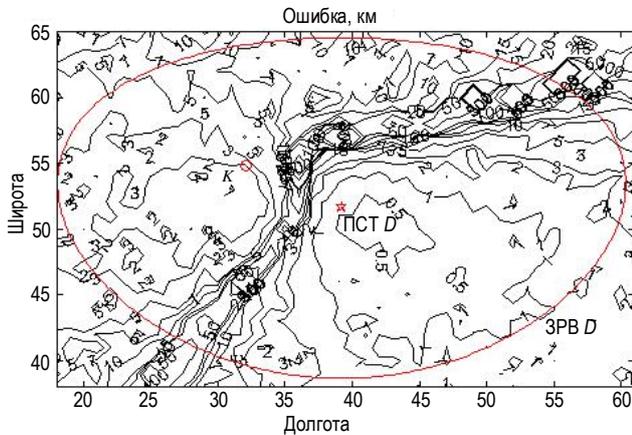


Рис. 4. Изолинии радиусов среднеквадратического отклонения оценки координат ЗС разработанного метода КМ для заданных условий

Fig. 4. Isolines of the Standard Deviation Radii of the Earth Station Coordinates of the Developed Coordinate Measurement Method for the Given Conditions

Координаты ПСТ КА D отображены красной звездочкой (см. рисунок 4), КРМ К – красным кружком и ЗРВ КА D – красной окружностью (линия несколько отличается от окружности, поскольку здесь представлено отображение проекции сферических координат в декартовой системе координат). Анализ изолиний радиусов среднеквадратического отклонения оценки координат ЗС, реализующей разработанный метод КМ для заданных условий, позволяет условно разделить ЗРВ КА D на рабочую и нерабочую области. В рабочей области точность оценки координат ЗС не превышает единиц километров, что вполне приемлемо для ряда задач. В нерабочей области точность оценки координат ЗС принимает недопустимые значения и может превышать сотни километров. Очевидно, что размер и границы указанных рабочей и нерабочей областей зависят прежде всего от топологии (взаимного расположения) КРМ К, КА D и КА S, а она не является статичной. Если движением КА S в рамках рассматриваемой топологии КРМ К, КА D и КА S возможно пренебречь, то КА D движется со скоростью более 7 км/с. Так, если орбита КА D является квазиполярной и движение КА D на витке осуществляется с юга на север, то уже через 3 мин. ЗРВ КА D нерабочая и рабочая зоны (с некоторыми изменениями) сместятся на север более чем на 10°. Тогда, там, где просматривается нерабочая зона (см. рисунок 4), зона станет рабочей.

Еще одной особенностью представленной топологии КРМ К, КА D и КА S, является ее видоизменение на каждом витке КА D. Так, на следующем

витке, период которого для выбранной высоты КА D составит чуть более полутора часов, поверхность Земли «сместится» более чем на 22° с запада на восток в ходе ее суточного вращения (при грубом приближении поверхность Земли смещается относительно «неподвижных» звезд за сутки – на 360°, а за один час – на 15°). Соответственно, и ЗРВ КА D, нерабочая и рабочая зоны (с некоторыми изменениями) сместятся на запад более чем на 22°.

Границу РВРМ выбранного варианта предложенного метода КМ земной станции возможно описать, как окружность на поверхности референц-эллипсоида Земли, имеющую центр в районе размещения КРМ К и радиус не менее 1500 км. Определение координат ЗС, находящейся в указанном РВРМ будет возможно с некоторой периодичностью, обусловленной меняющейся с течением времени топологией КРМ К, КА D и КА S.

Заключение

В статье представлен комбинированный (разностно-дальномерный и разностно-доплеровский) метод КМ ЗС, основанный на одномоментном приеме ретранслированного радиосигнала указанной станции КРМ через два КА.

Показан вывод аналитических соотношений для расчета координат ЗС на основе значений взаимных временных задержек и частотных сдвигов одной и той же реализации радиосигнала ЗС, обусловленные различными радиотрассами через КА D и КА S. Составлена система из трех независимых уравнений. При этом в качестве первого выступает разностно-дальномерное уравнение, в качестве второго – разностно-радиально-скоростное, а в качестве третьего – уравнение референц-эллипсоида Земли. Результатом решения системы уравнений второго порядка является координаты ЗС. Для решения указанной системы уравнений предложен итерационный метод Ньютона – Рафсона с разложением функций в ряды Тейлора с точностью до первых производных.

В качестве иллюстрации разработанного метода приведен частный пример расчета. Разработанный метод КМ инвариантен к типу орбит КА, задействованных для определения координат ЗС. В качестве примера представлены два космических аппарата: первый – на геостационарной орбите, второй – на низкой орбите.

В ходе имитационного моделирования получены изолинии радиусов среднеквадратического отклонения оценки координат ЗС, реализующей разработанный метод КМ для заданных условий.

Выявлено наличие рабочей и нерабочей областей в совместной ЗРВ двух космических аппаратов, характерные и для альтернативных методов

КМ, обусловленные топологией (взаимным расположением) КРМ, КА D и КА S .

В рабочей области точность оценки координат ЗС не превышает единиц километров, что вполне приемлемо для решения ряда практических задач. В нерабочей области точность оценки координат принимает недопустимые значения и может превышать сотни километров.

Практическая значимость предложенного метода заключается в возможности его применения в существующих и перспективных КРМ для оценки

координат ЗС, нелегитимно использующих частотно-временной ресурс КА, а также являющихся источниками преднамеренных или непреднамеренных радиопомех.

Представленный метод КМ может быть использован в образовательном процессе для подготовки соответствующих специалистов, а также при проектировании, эксплуатации и модернизации КРМ. Дальнейшие исследования могут затрагивать альтернативные методы КМ ЗС, а также их комплексирование с известными методами.

Список источников

1. Симонов А.Н., Волков Р.В., Дворников С.В. Основы построения и функционирования угломерных систем координатометрии источников радиоизлучений: учеб. пособие. СПб.: ВАС, 2017. 248 с. EDN:XRBOXML
2. Dvornikov S.V., Sevidov V.V. Optimal points of a two-position goniometric coordinateometry system // H&ES Research. 2024. Vol. 16. Iss. 5. PP. 59–65. DOI:10.36724/2409-5419-2024-16-5-59-65. EDN:WZHCU
3. Дворников С.В., Волков Р.В., Желнин С.Р., Саяпин В.Н., Симонов А.Н. Основы построения и функционирования угломерно-дальномерных систем координатометрии источников радиоизлучений: учеб. пособие. СПб.: ВАС, 2008. 104 с. EDN:WWJMIF
4. Волков Р.В., Дворников С.В., Саяпин В.Н., Симонов А.Н. Основы построения и функционирования разностно-дальномерных систем координатометрии источников радиоизлучений: учеб. пособие. СПб.: ВАС, 2013. 116 с. EDN:WMPHZZ
5. Сеvidов В.В., Фокин Г.А. Разностно-дальномерный способ определения местоположения источника радиоизлучения в условиях многолучевого распространения радиоволн. Патент на изобретение RU 2805566 C1 от 03.04.2023. Оpubл. 19.10.2023. EDN:KFBCOT
6. Фокин Г.А., Лазарев В.О. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 3. 3D-моделирование // Труды учебных заведений связи. 2020. Т. 6. № 2. С. 87–102. DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102. EDN:FKSYIZ
7. Булычев Ю.Г., Мозоль А.А., Кондрашов А.Г., Жук А.С. Энергетический метод квазиоптимальной однопозиционной локации и навигации движущегося источника излучения с учетом априорной информации // Журнал радиоэлектроники. 2018. № 12. С. 4. DOI:10.30898/1684-1719.2018.12.15. EDN:YSTVKP
8. Ковалев Ф.Н. Точность местоопределения цели в бистатической радиолокационной системе // Успехи современной радиоэлектроники. 2022. Т. 76. № 4. С. 4–7. EDN:ZAOPDP
9. Ячменев А.В. Оценка эффективности гибридного метода пассивной локации // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Техника телевидения. 2022. № 2. С. 79–83. EDN:HZOEZO
10. Агиевич С.Н., Дворников С.В., Сеvidов В.В., Эконом В.П. Определение координат морских объектов, терпящих бедствие, с использованием беспилотного летательного аппарата // VI Международная научно-техническая и научно-методическая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2017, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 01–02 марта 2017 г.). СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, 2017. С. 14–20. EDN:YRPZGC
11. Богдановский С.В., Симонов А.Н., Медведев М.В., Теслевич С.Ф. Программа исследования ошибок определения координат в разностно-дальномерной системе. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. 2015. EDN:WFZZNJ
12. Полянский И.С., Полянская И.В., Фам Т.З. Математическая модель фильтрации канонических параметров спутника-ретранслятора при орбитальном движении // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2019. Т. 22. № 4-1. С. 50–57. DOI:10.18469/1810-3189.2019.22.4.50-57. EDN:FHEZRK

References

1. Simonov A.N., Volkov R.V., Dvornikov S.V. *Fundamentals of Construction and Operation of Goniometric Systems for Coordinate Measurement of Radio Emission Sources*. St. Petersburg: VAS Publ.; 2017. 248 p. (in Russ.) EDN:XRBOXML
2. Dvornikov S.V., Sevidov V.V. Optimal points of a two-position goniometric coordinateometry system. *H&ES Research*. 2024;16(5):59–65. DOI:10.36724/2409-5419-2024-16-5-59-65. EDN:WZHCU
3. Dvornikov S.V., Volkov R.V., Zhelnin S.R., Sayapin V.N., Simonov A.N. *Fundamentals of Construction and Operation of Angle-Range Measuring Systems for Coordinate Measurement of Radio Emission Sources*. St. Petersburg: VAS Publ.; 2008. 104 p. (in Russ.) EDN:WWJMIF
4. Volkov R.V., Dvornikov S.V., Sayapin V.N., Simonov A.N. *Fundamentals of Construction and Operation of Difference-Range Measuring Systems for Coordinate Measurement of Radio Emission Sources*. St. Petersburg: VAS Publ.; 2013. 116 p. (in Russ.) EDN:WMPHZZ

5. Sevidov V.V., Fokin G.A. *Difference-Range Measurement Method for Determining the Location of a Radio Emission Source under Conditions of Multipath Propagation of Radio Waves*. Patent RF, no. 2805566 C1, 03.04.2023. (in Russ.) EDN:KFBCOT
6. Fokin G., Lazarev V. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 3. 3D-Simulation. *Proceedings of Telecommunication Universities*. 2020;6(2):87–102. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102. EDN:FKSYIZ.
7. Bulychev Yu.G., Mozol A.A., Kondrashov A.G., Yachmenev A.V., Zhuk A.S. Energy method of quasi-optimal single-position location and navigation of a moving radiation source with allowance for a priori information. *Journal of Radio Electronics*. 2018;12:4. (in Russ.) DOI:10.30898/1684-1719.2018.12.15. EDN:YSTVKP
8. Kovalev F.N. Accuracy of Target Location in a Bistatic Radar System. *Achievements of Modern Radioelectronics*. 2022; 76(4):4–7. (in Russ.) EDN:ZAOPDP
9. Yachmenev A.V. Evaluation of the Efficiency of the Hybrid Method of Passive Location. *Voprosy radioelektroniki Seriya Tekhnika teledeniia*. 2022;2:79–83. (in Russ.) EDN:HZOEZD
10. Agievich S., Dvornikov S., Sevidov V., Econom V. The Determination of the Coordinates of Sea Objects in Distress with the Use of Unmanned Aircraft Systems. *Proceedings of the VIth International Conference on Infotelecommunications in Science and Education, 1–2 March 2017, St. Petersburg, Russian Federation*. St. Petersburg: Saint-Petersburg State University of Telecommunications Publ.; 2017. p.14–20. (in Russ.) EDN:YRPZGC
11. Bogdanovsky S.V., Simonov A.N., Medvedev M.V., Teslevich S.F. *The Program of the Study of Errors of Determination of Coordinates in Differential-Distance Measuring System*. Patent RF, 2015. (in Russ.) EDN:WFZZNJ
12. Polyanskii I.S., Polyanskaya I.V., Pham T.Z. Mathematical Model Filtering Canonical Parameters of Satellite-Repeater in Orbital Motion. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*. 2019;22(4-1):50–57. (in Russ.) DOI:10.18469/1810-3189.2019.22.4.50-57. EDN:FHEZRK

Статья поступила в редакцию 28.11.2024; одобрена после рецензирования 22.01.2025; принята к публикации 23.01.2025.

The article was submitted 28.11.2024; approved after reviewing 22.01.2025; accepted for publication 23.01.2025.

Информация об авторе:

СЕВИДОВ Владимир Витальевич | докторант кафедры радиоэлектронной борьбы Военной академии связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного
 <https://orcid.org/0009-0009-2413-1615>

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.