(cc) BY 4.0

Научная статья УДК 621.396.67 https://doi.org/10.31854/1813-324X-2024-10-6-34-44

## Методы пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области

**Бладимир Игоревич Царик**, wladimirzarik@mail.ru

000 «Эйртэго», Санкт-Петербург, 197375, Российская Федерация.

### Аннотация

**Актуальность**. Весьма низкая мощность полезных информационных сигналов глобальных спутниковых навигационных систем вблизи поверхности Земли вместе с происходящим в последние годы заметным увеличением количества доступных и эффективных портативных средств постановки заградительных широкополосных энергетических помех делают задачу повышения помехоустойчивости радионавигационных спутниковых устройств особенно актуальной как с практической, так и с исследовательской точек зрения. В этой связи **целью** данного исследования явилось повышение помехоустойчивости глобальных спутниковых навигационных систем посредством обработки входных сигналов соответствующей принимающей аппаратуры специальными пространственными фильтрами. Для достижения цели работы была решена научная задача по исследованию увеличения помехоустойчивости радионавигационной аппаратуры с использованием в ней пространственной обработки входных сигналов в частотной области.

Используемые методы. В ходе исследования были рассмотрены различные алгоритмы пространственной обработки сигналов, среди которых были как функционирующие в условиях отсутствия какой-либо информации о внешней относительно принимающей радионавигационной системы помеховой обстановке, так и задействующие сведения о количестве и относительном расположении источников помех. Дополнительно были исследованы различные методы нахождения числа источников помех и угловых направлений на них, а также современные алгоритмы оптимизации целевых функций, используемых для определения местоположения источников сигналов.

**Научная новизна** работы заключается в применении при решении поставленной задачи новых алгоритмов, реализующих отдельные этапы сигнальной обработки и обеспечивающих получение алгоритмами фильтрации информации, необходимой для их работы, а также в комбинировании известных методов с новыми подходами к их воплощению.

**Результаты**. В ходе решения научной задачи было проведено сравнение характеристик качества работы всех рассмотренных алгоритмов, выполненное с применением метода компьютерного моделирования, при котором использовались записи реальных спутниковых навигационных сигналов с добавлением разного количества источников некоррелированных энергетических помех. В результате моделирования были получены значения показателей качества работы всех исследуемых алгоритмов и проведен их сравнительный анализ, по итогам которого выделены методы с наилучшими характеристиками.

**Значимость** результатов работы состоит в возможности использовать рассмотренные алгоритмы при разработке реальных устройств помехозащищенной спутниковой навигации.

**Ключевые слова:** спутниковые навигационные системы, помехоустойчивость, энергетическая помеха, пространственная обработка, частотная область, MATLAB

Ссылка для цитирования: Царик В.И. Методы пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области // Труды учебных заведений связи. 2024. Т. 10. № 6. С. 34–44. DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-6-34-44. EDN:VINYXC

Original research https://doi.org/10.31854/1813-324X-2024-10-6-34-44

## Space-Frequency Processing Methods for Satellite Navigation Signals

**Vladimir I. Tsarik**, wladimirzarik@mail.ru

Airtago LLC, St. Petersburg, 197375, Russian Federation

### Annotation

**Relevance**. Quite low power of the global satellite navigation systems' useful informational signals near the Earth surface along with an ongoing noticeable increase of the number of easily available and efficient portable means of blocking wideband energetic interference radiation make the problem of radionavigational satellite devices antijamming capabilities improvement especially relevant both from practical and scientific points of view. Therefore, **the goal of this research** was to increase the antijamming capabilities of the global satellite navigation systems via processing of the corresponding receiving apparatus' input signals by special spatial filters. To achieve the work goal the scientific task of researching on the antijamming capability improvement in radionavigational devices by means of space-frequency signal processing was solved.

**The methods used**. During the research, different spatial signal processing algorithms were considered, among them both the ones functioning without any information about interference situation, external with respect to the receiving radionavigational system, and the ones using the knowledge about the number and relative disposition of the jamming sources. Additionally different methods of interference sources number and angular directions finding were studied, as well as modern cost function optimization algorithms which are used for signal sources' location determination.

**Scientific novelty** of this work consists of usage of new algorithms that implement separate signal processing stages and that provide necessary information to the filtering algorithms during the problem solution, as well as of combining known methods with new approaches to their design.

**The results.** During the scientific task solution, the performance quality metrics comparison was carried out for all the considered algorithms via the computer modeling method that employed recordings of real satellite navigational signals with addition of varying number of uncorrelated energetic interferences sources. As a result of modeling, the performance quality measure values were obtained for all the investigated algorithms and the comparative analysis thereof was conducted, at the end whereof the methods with the best characteristics were picked out.

**The significance** of the work results consists of possibility of using the considered algorithms in real antijamming satellite navigation devices design.

**Keywords:** satellite navigation systems, antijamming capability, energetic interference, spatial processing, frequency domain, MATLAB

**For citation:** Tsarik V.I. Space-Frequency Processing Methods for Satellite Navigation Signals. *Proceedings of Telecommunication Universities.* 2024;10(6):34–44. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2024-10-6-34-44. EDN:VINYXC

### Введение

Сигналы глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), широко применяющихся в многих критически важных областях человеческой деятельности, обладают весьма малой мощностью вблизи поверхности Земли [1]. Вследствие этого радионавигационные спутниковые системы чрезвычайно уязвимы к воздействию различного рода помех. К ним относятся как помехи, возникающие в технических системах естественным образом, так и внешние воздействующие сигналы, обычно излучаемые преднамеренно с целью нарушения правильности работы радионавигационной системы. Одним из наиболее эффективных видов такого воздействия является широкополосная заградительная энергетическая помеха, которая в максимальной степени заполняет рабочий диапазон частот шумоподобными сигналами с высоким уровнем, маскируя собой полезные информационные сигналы [2]. В последние годы особенно сильно выросло число доступных средств излучения искусственных заградительных помех, а также опасных происшествий, связанных с их использованием. Все это делает достаточно актуальной задачу повышения помехоустойчивости приемников сигналов ГНСС.

Одним из известных и действенных способов решения данной задачи является пространственная обработка сигналов ГНСС в частотной области (SFAP, *аббр. от англ.* Space-Frequency Adaptive Processing). Данный вид обработки реализуется внутри принимающей аппаратуры спутниковых сигналов, использующей многоэлементные антенные решетки (AP) и задействует сигналы, уже прошедшие через радиочастотную часть приемного тракта системы и ее аналого-цифровые преобразователи (АЦП). По сравнению с обычной пространственной обработкой сигналов (ПОС), фильтрация в частотной области обладает рядом преимуществ при незначительных отличиях в вычислительной сложности реализации [3].

В данной работе рассматриваются несколько алгоритмов ПОС в частотной области. Часть из них способна функционировать в условиях отсутствия каких-либо априорных сведений о сигнальнопомеховой обстановке, в которой находится принимающая спутниковые сигналы радиотехническая система. Другие используют такую информацию о присутствующих вблизи системы помехах, как их число и относительные угловые направления на них. Помимо этого, в работе также рассматриваются различные алгоритмы, сопутствующие обработке данных с использованием информации об окружающей среде. К ним относятся методы оценки числа действующих источников помех, определения направлений на них, а также алгоритмы оптимизации функций, описывающих пространственную конфигурацию источников сигналов, окружающих приемную радионавигационную систему. В ходе работы проводится описание рассматриваемых методов, а также компьютерное моделирование с их применением и использованием записей реальных сигналов от ГНСС и помех, по итогам которого выполняется сравнительный анализ различных показателей качества работы всех рассмотренных алгоритмов. Данное исследование обобщает и углубляет результаты, описанные автором в более ранних работах по этой теме [4, 5].

### Повышение помехоустойчивости радионавигационных систем

Задача повышения помехоустойчивости радионавигационного приемника сигналов ГНСС рассматривается в данной работе в следующей постановке. АР, состоящая из N антенных элементов (АЭ), расположена в плоскости Оху. Над АР в верхнем полупространстве находятся источники полезного сигнала – навигационные спутники – и N<sub>I</sub> попарно некоррелированных источников широкополосных энергетических помех. Упрощенное схематическое изображение данной ситуации приведено на рисунке 1. Поступающий на АР сигнал представляет собой аддитивную смесь полезного спутникового сигнала, помех и белого гауссовского шума. При этом уровень полезного сигнала, как отмечалось выше, не превосходит уровень шума, а суммарный уровень помех, наоборот, значительно его превосходит. После прохождения приемных трактов радионавигационного устройства и АЦП поступивший на АР сигнал принимает вид дискретных комплексных отсчетов. При рассмотрении записи данного сигнала, имеющей длину L, удобно представить его в виде комплексной матрицы x, соответствующей размерам N и L. Требуется построить процедуру обработки входного сигнала х, преобразующей его в выходной сигнал у, в котором в максимальной степени подавлены помехи и достаточно высокое качество для успешного решения навигационной задачи с его использованием.



Рис. 1. Схема взаимного расположения АР и источника сигнала

Fig. 1. Antenna Array and a Signal Source Mutual Placement Scheme

Уровень качества обработанного сигнала и степень подавления в нем помех можно выразить с помощью различных энергетических характеристик помехоустойчивости. Для навигационных сигналов одним из важнейших критериев качества является итоговая точность позиционирования с их использованием. Можно показать, что дисперсия ошибок позиционирования по конкретному сигналу зависит от его отношения сигнал/шум (ОСШ), которое равно отношению мощности полезного сигнала к мощности шума, обычно выражаемому в децибелах. Данная зависимость обратно пропорциональна, то есть повышение ОСШ влечет за собой уменьшение ошибок позиционирования [6]. В этой связи данный энергетический показатель помехоустойчивости сигнала можно использовать в качестве характеристики его качества после выполнения процедуры обработки.

В качестве показателя степени подавления помех в результате фильтрации можно применять коэффициент подавления (КП) помех, равный отношению мощностей сигнала до и после обработки [7]. Данное значение характеризует долю присутствующих в сигнале помех, успешно подавленных в результате обработки. Повышение этого показателя помехоустойчивости очевидным образом увеличивает ОСШ результирующего сигнала и, вследствие этого, также способствует улучшению качества итогового позиционирования.

### Пространственная обработка сигналов в частотной области

В работе в качестве процедуры обработки спутниковых сигналов, повышающей помехоустойчивость соответствующих навигационных приемников, была рассмотрена пространственная обработка в частотной области. В основе данного способа фильтрации лежат методы ПОС, которые преобразуют входные сигналы АР с использованием информации о ее пространственной конфигурации. Такая обработка более эффективна, чем применение обычных фильтров с конечной импульсной характеристикой, но в то же время она обладает определенными недостатками. Наиболее важным из них является ограничение количества потенциально подавляемых источников помех числом, на единицу меньшим количества используемых АЭ. Применение методов ПОС к сигналам в частотной области позволяет не только снять данное ограничение, но и существенно увеличить общее качество обработки при минимальном увеличении вычислительных затрат [3].

Общая схема ПОС в частотной области приведена на рисунке 2, где  $x_1, ..., x_N$  – строки матрицы x, обозначающие N входных сигналов АР; ДПФ – дискретное преобразование Фурье, задающееся формулой [8]:

$$X(k) = \sum_{j=1}^{N} x(j) e^{-\frac{2\pi i}{N}(j-1)(k-1)}, k = 1, ..., N,$$

где *i* – мнимая единица; *X* и *Y* – Фурье-образы, соответственно, сигналов *x* и *y*.



Fig. 2. Flowchart of the Space-Frequency Adaptive Processing

Наиболее эффективной данная схема обработки будет являться в случае, когда длина записи *N* равна степени двойки. Далее без умаления общности предполагается, что такое равенство имеет место. В данном случае для вычисления ДПФ можно пользоваться специальными быстрыми алгоритмами [9]. Дополнительно увеличить эффективность и адаптивность обработки по представленной схеме и облегчить ее потенциальную реализацию в существующих вычислительных устройствах можно путем выполнения ДПФ не над всей записью сигнала, а над ее последовательными секциями по *M* отсчетов каждая, где число *M* является степенью двойки, которая делит *N*. Дальнейшую ПОС также удобно выполнять не над всей секцией длины *M*, а над ее последовательными сегментами длины *T*, где число *T*, в свою очередь, является степенью двойки, делящей *M* [10].

В каждом сегменте частотные отсчеты *Y* выходного сигнала вычисляются посредством умножения частотных отсчетов *X* входного сигнала на вектор весовых коэффициентов (с) *w* пространственного фильтра:

$$Y = w^H X$$
,

где верхний индекс *H* обозначает эрмитово сопряжение.

Затем по частотным отсчетам *Y* выходного сигнала посредством обратного ДПФ вычисляются соответствующие временные отсчеты *y*, и далее вся процедура обработки повторяется для каждого сегмента каждой секции отсчетов входного сигнала.

В следующем подразделе будут описаны алгоритмы ПОС, использовавшиеся в данной работе для фильтрации в частотной области.

### Методы пространственной обработки сигналов

Алгоритмы ПОС, рассматриваемые ниже, можно разделить на две группы: методы, не задействующие информацию об окружающей принимающую систему сигнально-помеховой обстановке, и методы, нуждающиеся в таких данных, в частности, в количестве источников действующих вблизи системы помех и направлениях на них. Алгоритмы первого рода более просты в реализации, но обладают меньшей способностью к адаптации обработки к постоянно изменяющимся внешним условиям по сравнению с методами второго класса.

В качестве алгоритма первой группы в данной работе был использован метод обработки, известный как бимформер Кейпона (*om англ.* Capon) или MPDR-бимформер (*aббр. om англ.* Minimum Power Distortionless Response – неискаженный отклик наименьшей мощности).

ВВК данного фильтра задается выражением:

$$w_{\rm MPDR}(\theta,\phi) = \frac{R^{-1}a(\theta,\phi)}{a^{H}(\theta,\phi)R^{-1}a(\theta,\phi)'}$$
(1)

где R – корреляционная матрица (КМ) входного сигнала AP;  $a(\theta, \phi)$  – управляющий вектор AP в направлении, заданном азимутом  $\theta$  и углом места  $\phi$ :

$$a(\theta, \varphi) = \exp\left\{i\frac{2\pi}{\lambda}uv(\theta, \varphi)\right\},$$
(2)

 $\lambda$  – длина волны приходящего на AP полезного сигнала;  $u \in \mathbb{R}^{N \times 3}$  – матрица из декартовых координат AЭ;  $v(\theta, \phi)$  – вектор-столбец единичной нормы, выражающий направление, определенное углами  $\theta$  и  $\phi$ , в декартовых координатах [11]:

$$v(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \end{pmatrix}.$$

Необходимые для обработки значения углов  $\theta_*$ и  $\phi_*$ , которые в данном случае считаются априори неизвестными, можно определить по результату обработки сигнальной выборки x' длины  $L_S < L$ посредством максимизации значения КП, то есть из выражения:

$$(\theta_*, \phi_*) = \arg \max_{\theta, \phi, i} \left\{ \frac{\mathbb{D}x'_i}{\mathbb{D}\{w(\theta, \phi)x'\}} \right\},$$
(3)

где  $\mathbb{D}\{\cdot\}$  – оператор вычисления выборочной дисперсии.

Описанная процедура позволяет проводить ПОС в условиях отсутствия информации о количестве присутствующих вблизи радиотехнической системы источников помехи и их расположении в пространстве, а также при отсутствии необходимости или возможности получения такой информации.

Одним из рассматриваемых в данной работе алгоритмов ПОС, использующих априорную информацию об источниках помех, является так называемый LCMP-бимформер (*аббр. от англ.* Linear Constrained Minimum Power – наименьшая мощность с линейными ограничениями). Пусть уже известны количество источников помех  $N_I$  и соответствующие направлениям на них углы – азимуты  $\theta_1, ..., \theta_{N_I}$  и углы места  $\varphi_1, ..., \varphi_{N_I}$ . Тогда по ним с помощью выражения (2) можно построить  $N_I$  управляющих векторов:

$$a_i = a(\theta_i, \varphi_i), j = 1, \dots, N_I$$

с использованием которых затем определить матрицу:

$$S(\theta, \varphi) = (a(\theta, \varphi), a_1, \dots, a_{N_I}),$$

где  $a(\theta, \phi)$  – управляющий вектор с переменными значениями углов  $\theta$  и  $\phi$ , также определяемый формулой (2).

С помощью вектора-столбца  $C = (1,0,...,0)^T$ , в котором количество нулей равно  $N_I$ , можно определить ВВК LCMP-фильтра как:

$$w_{\rm LCMP} = R^{-1}S(S^H R^{-1}S)^{-1}C.$$
 (4)

Сформулированное при постановке задачи повышения помехоустойчивости предположение о том, что шум во входном сигнале является белым, позволяет упростить выражение (4) до BBK так называемого LCMV-бимформера (*аббр. от англ.* Linear Constrained Minimum Variance – наименьшая дисперсия с линейными ограничениями), который имеет следующий вид [11]:

$$w_{\rm LCMV} = S(S^H S)^{-1}C$$

Для обоих формирователей лучей с линейными ограничениями оптимальные значения углов θ и φ также определяются посредством максимизации КП в соответствии с формулой (3).

### Алгоритмы определения количества источников помех

В основе всех использовавшихся в рамках данной работы методов определения количества источников помех лежит следующая идея. Предполагается, что множество всех сигналов, допустимых в приведенной выше постановке задачи, является конечномерным линейным пространством, которое можно разложить в прямую сумму двух собственных подпространств, содержащих соответственно полезные сигналы и помехи.

В этой связи множество  $\Lambda = \{\lambda_1, ..., \lambda_N\}$  собственных чисел КМ входного сигнала также распадается на два подмножества, соотносящиеся указанным подпространствам, причем  $N_I$  собственных значений из подмножества, соответствующего помеховому подпространству, оказываются больше, чем остальные  $N_S = N - N_I$  собственных чисел.

Этот факт можно описать следующей цепочкой соотношений:

$$\lambda_{N_{I}}^{I} \geq \cdots \geq \lambda_{1}^{I} > \lambda_{N_{S}}^{S} \approx \cdots \approx \lambda_{1}^{S}.$$

Вследствие этого задача определения количества источников помех сводится к подсчету количества достаточно больших собственных чисел КМ входного сигнала [12].

Одним из наиболее часто используемых и проработанных подходов к решению данной задачи является использование методов статистического последовательного анализа.

Значительным результатом данной области знаний, полученным при решении этой задачи, является тот факт, что точка минимума функции:

$$F(d) = K(N-d) \ln \left\{ \frac{\frac{1}{N-d} \sum_{j=d+1}^{N} \lambda_j}{\left(\prod_{j=d+1}^{N} \lambda_j\right)^{\frac{1}{N-d}}} \right\},$$

где K – количество отсчетов сигнала, используемых для вычислений; d = 0, ..., N - 1, может служить оценкой числа достаточно больших значе-

ний в наборе собственных чисел Л. Этот факт лежит в основе двух наиболее часто используемых для решения данной задачи методов.

В соответствии с одним из них – информационным критерием Акаике (AIC, *аббр. от англ*. Akaike Information Criterion) – в качестве оценки количества источников помех используется значение:

$$N_{\text{AIC}} = \arg\min_{d} \{F(d) + d(2N - d)\}.$$

При применении другого алгоритма – метода наименьшей описательной длины (MDL, *аббр. от англ*. Minimum Description Length) – для оценки этого числа используется значение:

$$N_{\text{MDL}} = \arg\min_{d} \left\{ F(d) + \frac{1}{2} (d(2N - d) + 1) \ln K \right\}.$$

Известно, что при неограниченном увеличении К оценка метода MDL становится состоятельной, в отличие от оценки алгоритма AIC, которая обычно оказывается больше реального числа источников помех [11].

С учетом того факта, что сущность обозначенной задачи заключается в разделении множества собственных чисел КМ входного сигнала на два подмножества со значительно отличающимися значениями, представляется перспективным применение при решении данной задачи методов кластерного анализа и обнаружения выбросов в числовых выборках. Один из использовавшихся в рамках данной работы методов этой группы основан на применении в качестве метрики, определяющей включение или невключение элемента выборки в число выбросов, медианного абсолютного отклонения (МАD, *аббр. от англ.* Median Absolute Deviation) числового набора Λ, равного

$$MAD(\Lambda) = med(|\Lambda - med(\Lambda)|),$$

где  $med(\cdot)$  – оператор вычисления медианы выборки.

Известно, что, в отличие от выборочной дисперсии, медианное абсолютное отклонение является робастной оценкой дисперсии конечной выборки [13]. В этой связи можно считать выбросом элемент множества  $\Lambda$ , который отстоит от его медианы более чем на ЗМАD( $\Lambda$ ). Положение такого выброса во множестве собственных чисел можно считать местом перехода между двумя подмножествами с сильно отличающимися значениями.

С целью увеличения выраженности перехода между искомыми наборами собственных чисел, уменьшения вариации значений внутри этих наборов и обращения в отрицательные чисел, соответствующих полезным сигналам – обычно близких к нулю – ко множеству собственных значений можно применить логарифмическое преобразование по основанию 10. После этого оценкой количества источников помех можно считать количество положительных значений в получившемся наборе { $\lg \lambda_i, j = 1, ..., N$ }.

Наконец, третьим использовавшимся в рамках данного исследования методом разбиения множества собственных чисел на подмножества был известный алгоритм кластеризации по принципу *k*средних. Входными данными для данного алгоритма служат числовое множество, подлежащее кластеризации, и требуемое количество кластеров [14]. Это позволяет разделить множество собственных чисел ровно на два подмножества, что приводит к простому решению поставленной задачи.

# Алгоритмы определения направлений на источники помех

Все использовавшиеся в рамках данного исследования алгоритмы определения положения источников помех сводятся к задаче поиска экстремумов некоторой функции Q, зависящей от двух переменных – азимута  $\theta$  и угла места  $\varphi$ . В предположении, что с помощью одного из алгоритмов, описанных в предыдущем подразделе, уже определено число  $N_I$  источников помех, среди локальных экстремумов некоторой целевой функции выбираются  $N_I$  наиболее значительных и соответствующие им точки экстремума принимаются за направления на источники помех. Приведенные ниже алгоритмы применимы к АР с любым расположением АЭ.

Первый из использовавшихся алгоритмов – метод лучевого сканирования (*om англ*. Beamscan) – в качестве целевой функции имеет следующее выражение:

$$Q_{\text{Beamscan}}(\theta, \varphi) = a^H(\theta, \varphi) Ra(\theta, \varphi)$$

За направления на источники помех принимаются *N<sub>I</sub>* локальных максимумов данной функции.

Аналогичным образом устроена целевая функция другого использованного метода – алгоритма Кейпона:

$$Q_{\text{Capon}}(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^{H}(\theta, \varphi)R^{-1}a(\theta, \varphi)}.$$

Так же, как и в предыдущем случае, N<sub>I</sub> локальных максимумов данного выражения будут служить оценками направлений на источники помех.

Последним рассмотренным в данной работе методом определения направлений на помехи является известный алгоритм MUSIC, целевую функцию которого можно записать в виде выражения:

$$Q_{\text{MUSIC}}(\theta, \varphi) = a^{H}(\theta, \varphi)Q_{n}Q_{n}^{H}a(\theta, \varphi),$$

где  $Q_n$  – матрица, составленная из собственных векторов КМ входного сигнала, соответствующих

ее  $N - N_I$  наименьшим собственным числам. Для отыскания направлений на помехи необходимо найти  $N_I$  локальных минимумов указанной функции [11].

### Алгоритмы нахождения экстремумов целевых функций для определения направлений на источники помех

Для решения задач оптимизации, возникающих при вычислении направлений на источники помех, необходимо использование алгоритмов поиска экстремумов функции, заданной в прямоугольнике: { $(\theta, \phi): 0 \le \theta < 360, 0 \le \phi < 90$ }.

Первый из использовавшихся в данной работе алгоритмов, более простой и один из наиболее распространенных - метод градиентного спуска. Это итерационный алгоритм, на каждом шаге которого вычисляется градиент целевой функции Q в некоторой точке пространства поиска и происходит движение из данной точки либо в направлении полученного градиента (при поиске максимума), либо в противоположном направлении (при поиске минимума) с определенным шагом *h*. Такое движение должно завершиться в точке локального экстремума при условии подходящего выбора параметров алгоритма – начальной точки движения и величины его шага. Так как ширина пространства поиска в четыре раза превосходит его длину, для успешного нахождения экстремумов целевой функции при количестве помех меньшем или равном трем представляется достаточным разбиение данного прямоугольника на четыре квадрата и выбор каждого из их центров, то есть точек (45,45), (135,45), (225,45) и (315,45) в качестве начальных точек для четырех последовательных запусков алгоритма. Величина шага поиска может быть выбрана равной или кратно большей шага разбиения пространства поиска на равноотстоящие узлы. В качестве критерия достижения локального экстремума и остановки алгоритма можно использовать малость разницы между двумя последовательными значениями целевой функции. К достоинствам данного метода относится вычислительная простота, к недостаткам - неустойчивый характер сходимости в зависимости от величины шага поиска [15].

Другие два алгоритма оптимизации, использованные в данном исследовании, относятся к одним из новейших методов поиска экстремумов функций, основанных на принципах теорий роевого интеллекта и популяционного моделирования, в основе которых лежит интерпретация явлений, имеющих место в живой природе (в частности, среди животных) и их применение для решения различных прикладных задач. Первый из таких методов – алгоритм оптимизации «роем частиц» (*om англ.* Particle Swarm). Перед началом работы данного алгоритма в пространстве поиска случайным образом выбирается некоторое количество точек («частиц»), каждой из которых так же случайно назначается вектор скорости. На каждом шаге алгоритма точки двигаются по пространству поиска в соответствии с уравнениями обновления скорости и положения, а также в зависимости от динамики значений некоторой метрики качества оптимизации, которая заставляет частицы двигаться в направлении лучших позиций относительно их самих и соседних с ними точек. Постепенно большинство частиц достигает оптимального положения, соответствующего некоторому локальному экстремуму оптимизируемой функции.

Похожим образом устроен недавно предложенный алгоритм оптимизации «роем сальп» (*om англ*. Salp Swarm), также использованный в данном исследовании и основанный на моделировании согласованных движений глубоководных морских организмов. Идея данного метода отличается от алгоритма роя частиц движением используемых точек пространства поиска друг за другом, а также выполнением одной итерации в два этапа: исследование пространства поиска и поиск лучших позиций внутри перспективных областей [16].

Преимуществом обоих указанных алгоритмов является отсутствие необходимости знания явного выражения для градиента целевой функции, что значительно упрощает предварительную работу и внутренние вычисления, особенно в тех случаях, когда формулу для градиента оптимизируемой функции слишком сложно или вовсе невозможно выразить относительно одной из независимых переменных. С другой стороны, помимо целевой функции, данные алгоритмы имеют большое число дополнительных входных параметров, которые могут сильно варьироваться в зависимости от особенностей конкретной задачи и нуждаются в надлежащем назначении, зачастую сводящемуся к последовательному ручному подбору [17]. При этом оптимизация «роем сальп», как правило, показывает результаты, сравнимые по качеству с методом «роя частиц», либо лучшие [18, 19].

Для оптимизации «роем частиц» в данной работе использовалась встроенная в среду MATLAB функция «particleswarm» (https://www.mathworks. com/help/gads/particleswarm.html). В свою очередь, для оптимизации «роем сальп» была использована ее реализация в MATLAB, выполненная одним из авторов данного метода (https://www.mathworks. com/matlabcentral/fileexchange/63745-ssa-salp-swarmalgorithm).

### Компьютерное моделирование пространственной обработки в частотной области

С целью анализа работы всех приведенных выше алгоритмов было проведено компьютерное моделирование ПОС в частотной области в среде МАТLАВ. Цифровой обработке были подвергнуты записи реальных сигналов от ГНСС с добавлением нескольких пространственно-разнесенных некоррелированных широкополосных энергетических помех. Для приема сигналов использовалась квадратная четырехэлементная AP (N = 4). Во время записи сигналов антенная решетка и источники помехи находились в безэховой камере, спутниковый сигнал принимался на крыше здания и подавался в камеру через систему кабелей. Там полезный сигнал и помехи излучались в направлении принимающей АР с помощью передающих антенн, размещенных в разных частях камеры. Антенны, излучавшие помехи, были разнесены друг от друга не менее чем на 90 ° по азимуту с целью обеспечения равномерного заполнения пространства энергетическими помехами. Рассматривались различные сигнально-помеховые ситуации, отличавшиеся количеством источников помех (от одного до трех) и направлением их прихода. В результате проведения данных экспериментов была получена серия многоканальных записей сигналов в виде последовательностей комплексных отсчетов. Среднее значение ОСШ в принятых полезных сигналах при отсутствии помех составило 40 дБ.

При построении ВВК пространственных фильтров по формулам (1–4) используется КМ входных сигналов АР. Однако в реальности ее фактически невозможно вычислить ввиду конечной длительности записей входных сигналов. Поэтому на практике для соответствующих вычислений используются различные выборочные аппроксимации КМ входных сигналов.

При компьютерном моделировании для данной работы в качестве такого приближения была использована матрица, имеющая вид:

$$\widehat{R} = \sum_{k=1}^{L_A} x_k x_k^H,$$

где  $x_k \in \mathbb{C}^N - k$ -й столбец сигнальной матрицы x;  $L_A$  – количество отсчетов сигнала в выборке.

Известно [20], что в случае пространственновременной обработки сигналов оптимальное значение  $L_A$  равно  $2NN_T$ , где  $N_T$  – количество временны́х отводов пространственно-временно́го фильтра. При переносе данного результата на случай пространственной обработки в частотной области число  $N_T$  будет фактически задавать длину используемого ДПФ. Поэтому для сохранения аналогии с методикой пространственно-временно́й обработки сигналов и обеспечения равенства числа частотных отсчетов T в сегменте обработки степени двойки число  $L_A$  было принято равным 16N = 64.

При моделировании с помощью встроенной в МАТLAB функции измерялось время работы каждого из алгоритмов пространственной фильтрации в секундах (ВФ – время фильтрации) с отдельным вычислением времени работы алгоритмов оптимизации (ВО – время оптимизации), а также максимальный поканальный КП помехи в децибелах. Для вычисления прямого и обратного ДПФ использовалась встроенная в МАТLAB функция, реализующая быстрое преобразование Фурье. При обработке сигналов алгоритмами, включающими в себя определение числа источников помех и направлений на них, данные показатели также измерялись для последующего сравнения с истинными значениями.

При экспериментах с вычислением количества источников помех были проведены отдельные исследования со всеми возможными случаями расположения источников помех в пространстве. Для определения итоговой оценки числа источников помех вычислялась мода от набора результатов работы всех использовавшихся алгоритмов. При вычислении направлений на помехи шаг сетки поиска был принят равным 1°. Для определения итоговых направлений на помехи результаты работы всех методов усреднялись. После обработки сигнал подавался на вход программного приемника спутниковых навигационных сигналов SoftGNSS [21], где измерялось среднее ОСШ для спутника, которому соответствует наибольший из максимумов корреляции сигнала с локально генерируемыми опорными С/А-кодами.

Результаты моделирования приведены в таблицах 1–3. Различные алгоритмы оптимизации обозначены в них, соответственно, как ГС (градиентный спуск), РЧ («рой частиц») и РС («рой сальп»).

В таблице 2 в столбце «Положение источников» приняты следующие условные обозначения:

«0» – источник помехи находился на одной высоте с приемником;

«1» – источник помехи находился на 1 м выше приемника;

«-1» – источник помехи находился на 1 м ниже приемника.

Из полученных данных можно сделать следующие выводы. Все рассмотренные алгоритмы фильтрации справляются с поставленной задачей: большие значения КП и ОСШ во всех экспериментах в таблице 1 свидетельствуют о высоком уровне подавления помехи и хорошем качестве полезной составляющей в обработанном сигнале. Наибольшие значения КП и ОСШ во всех экспериментах были получены с использованием алгоритма MPDR. Характеристики подавления алгоритмов LCMP и LCMV примерно равны, однако при малом количестве помех первый метод работает несколько лучше. Значения КП и ОСШ, полученные в результате работы этих алгоритмов, отстоят от соответствующих значений при обработке методом MPDR в среднем на 5-6 дБ. Относительно времени работы лучшие результаты — в среднем на 15 с быстрее остальных — показал алгоритм LCMV. Это обусловлено очень малым временем работы связанных с данным методом алгоритмов оптимизации. Что касается самих алгоритмов поиска экстремума, время их работы оказалось примерно одинаковым. Существенное преимущество алгоритма «роя частиц» заметно лишь в экспериментах

#### ТАБЛИЦА 1. Результаты экспериментов по моделированию пространственной обработки в частотной области

с алгоритмом MPDR.

Nı	Характе- ристика работы	Алгоритмы обработки									
		MPDR			LCMP			LCMV			
		ГС	РЧ	РС	ГС	РЧ	РС	ГС	РЧ	РС	
1	ВΦ, с	18,8	13,2	17,3	21,5	21,1	21,2	9,9	11,9	10,3	
	B0, c	10,7	5,4	9,3	5,5	5,4	5,5	1	1,2	1,1	
	КП, дБ	58	58	58	52	52	52	49	49	49	
	ОСШ, дБ	45	45	45	41	41	41	37	37	37	
2	ВΦ, с	18,2	13,9	16,6	21,4	21,3	22	9,8	11	10,4	
	B0, c	9,7	5,7	8	5,2	5,5	5,4	0,8	1,8	1,1	
	КП, дБ	63	62	63	56	56	56	50	52	50	
	ОСШ, дБ	47	47	47	41	39	41	36	33	34	
3	ВΦ, с	18,6	10,9	16,7	22,9	21,6	22,1	9,8	9,2	9,7	
	B0, c	10,7	3,1	8,9	7,4	6,4	7	1,2	1	1,2	
	КП, дБ	57	57	57	50	50	50	50	50	50	
	ОСШ, дБ	41	39	41	35	35	35	35	35	35	

TABLE 1. Space-Frequency Processing Modeling Experiments Results

Из результатов определения количества помех, приведенных в таблице 2, можно сделать вывод о том, что благодаря использованию моды набора полученных всеми методами результатов, в каждом эксперименте в конечном счете был получен правильный ответ. Однако по отдельности алгоритмы выдавали правильные ответы не в каждом случае. Только методами MDL и MAD во всех случаях были получены правильные ответы. Алгоритм k-средних ни разу не выдал неправильный ответ только в случае 2 помех. В остальных случаях наблюдается определенное количество неправильных ответов. В отдельных сериях экспериментов для некоторых алгоритмов количество неправильных ответов превышает половину от числа соответствующих экспериментов - например, в случае с алгоритмом логарифмирования при 3 источниках помех.

### ТАБЛИЦА 2. Результаты оценивания количества источников помех в различных экспериментах

TABLE 2. Interference Sources Number Estimation Results in Different Experiments

Nı	Положение источников	AIC	MDL	MAD	lg	<i>k</i> -средних	Мода
0	-	0	0	0	4	4	0
1	0	1	1	1	1	4	1
	-1	2	1	1	1	2	1
	1	1	1	1	1	4	1
2	0, 0	3	2	2	2	2	2
	-1, -1	2	2	2	2	2	2
	1, 1	3	2	2	2	2	2
	1, 0	2	2	2	2	2	2
	1, -1	2	2	2	1	2	2
	0, -1	2	2	2	1	2	2
3	0, 0, 0	3	3	3	2	3	3
	-1, -1, -1	3	3	3	3	3	3
	1, 1, 1	4	3	3	3	3	3
	1, 1, 0	4	3	3	3	3	3
	1, 1, -1	3	3	3	2	2	3
	0, 0, -1	3	3	3	2	2	3
	0, 0, 1	4	3	3	2	3	3
	-1, -1, 1	3	3	3	1	3	3
	-1, -1, 0	4	3	3	1	3	3
	1, -1, 0	3	3	3	2	2	3

Из полученных оценок направлений на помехи, приведенных в таблице 3, можно сделать вывод о том, что в целом все алгоритмы определения направлений на источники помех решают поставленную задачу.

ТАБЛИЦА 3. Результаты определения наг	травлений на помехи
---------------------------------------	---------------------

TABLE 3. Interference Sources Directions Estimation Results

Nı	Истинные	Алгоритмы					
	направления	Beamscan	Capon	MUSIC			
1	0 °, 45 °	0 °, 45 °	0 °, 45 °	0 °, 45 °			
2	0 °, 45 °	359 °, 41 °	0 °, 45 °	359 °, 42 °			
	154 °, 45 °	155 °, 41 °	154 °, 45 °	155 °, 42 °			
3	60 °, 45 °	60 °, 32 °	60 °, 44 °	60 °, 29 °			
	180 °, 45 °	179 °, 33 °	180 °, 45 °	180 °, 31 °			
	300 °, 45 °	301 °, 35 °	300 °, 45 °	301 °, 34 °			

Наименее отклоняющиеся от истинных значений результаты показал алгоритм Кейпона. У остальных алгоритмов с увеличением числа помех начинает увеличиваться ошибка определения угла места, хотя азимутальный угол во всех случаях определяется достаточно точно. Самая большая ошибка получилась у алгоритма MUSIC в эксперименте с тремя помехами и составила 16°. Хотя это число и достаточно велико, из успешного подавления помех, которое, как указывалось выше, видно из значений КП и ОСШ в таблице 1, следует, что полученные отклонения от истинных направлений на источники помех недостаточны для существенного ухудшения качества фильтрации.

#### Заключение

В ходе данного исследования был проведен сравнительный анализ работы нескольких алгоритмов пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области, повышающей их помехоустойчивость. Компьютерное моделирование сигнальной обработки с использованием записей реальных сигналов от ГНСС показало, что все рассмотренные алгоритмы позволяют успешно подавить энергетические помехи и получить сигнал достаточно хорошего качества. В ходе анализа результатов моделирования были определены алгоритмы с наилучшими показателями работы. Все использованные алгоритмы можно рекомендовать к использованные в реальных устройствах повышения помехоустойчивости спутниковых систем. В зависимости от элементной базы или требований к реализации можно использовать более или менее вычислительно затратные методы.

#### Список источников

1. Misra P., Enge P. Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance. Ganga-Jamuna Press, 2006. 569 p.

2. Wu R., Wang W., Lu D., Wang L., Jia Q. Adaptive Interference Mitigation in GNSS. Springer, 2018. 274 p. DOI:10.1007/978-981-10-5571-3

3. Gao G.X., Sgammini M., Lu M., Kubo N. Protecting GNSS Receivers From Jamming and Interference // Proceedings of the IEEE. 2016. Vol. 104. Iss. 6. PP. 1327–1338. DOI:10.1109/JPROC.2016.2525938

4. Glushankov E.I., Tsarik V.I. Space-Frequency Beamforming Algorithms Comparison with a Circular Antenna Array // Proceedings of the Conference on Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on-Board Communications (Moscow, Russian Federation, 14–16 March 2023). IEEE, 2023. DOI:10.1109/IEEECONF56737.2023.10092000

5. Царик В.И. Сравнение методов определения числа источников помех при адаптации антенных решеток // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании (АПИНО 2024, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 27–28 февраля 2024). СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, 2024. С. 465–469. EDN:OIHERO

6. ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития. М.: Радиотехника, 2020. 1072 с.

7. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

8. Малозёмов В.Н., Машарский С.М. Основы дискретного гармонического анализа. СПб.: Лань, 2012. 304 с.

9. Blahut R.E. Fast Algorithms for Signal Processing. New York: Cambridge University Press, 2010. 453 p.

10. Xu H., Cui X., Lu M. An SDR-Based Real-Time Testbed for GNSS Adaptive Array Anti-Jamming Algorithms Accelerated by GPU // Sensors. 2016. Vol. 16. Iss. 356. PP. 1–33. DOI:10.3390/s16030356

11. Van Trees H.L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. New York: John Wiley & Sons, 2002. 1443 p.

12. Пастухов А.В., Оганесян А.А., Головин П.М., Павлов В.С. Мониторинг помеховой обстановки на базе помехоустойчивой адаптивной антенной решётки // Новости навигации. 2015. № 2. С. 8–11. EDN:VLQNYJ

13. Ruppert D., Matteson D.S. Statistics and Data Analysis for Financial Engineering with R examples. New York: Springer, 2015. DOI:10.1007/978-1-4939-2614-5

14. Xu D., Tian Y. A Comprehensive Survey of Clustering Algorithms // Annals of Data Science. 2015. Vol. 2. PP. 165–193. DOI:10.1007/s40745-015-0040-1

15. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. 440 с.

16. Mirjalili S., Gandomi A.H., Mirjalili S.Z., Saremi S., Faris H., Mirjalili S.M. Salp Swarm Algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems // Advances in Engineering Software. 2017. Vol. 114. PP. 163–191. DOI:10.1016/j.advengsoft. 2017.07.002

17. Pedersen M.E.H., Chipperfield A.J. Simplifying Particle Swarm Optimization // Applied Soft Computing. 2010. Vol. 10. Iss. 2. PP. 618–628. DOI:10.1016/j.asoc.2009.08.029

18. Abualigah L., Shehab M., Alshinwan M., Alabool H. Salp swarm algorithm: a comprehensive survey // Neural Computing and Applications. 2020. Vol. 32. PP. 11195–11215. DOI:10.1007/s00521-019-04629-4

19. Houssein E.H., Mohamed I.E., Wazery Y.M. Salp Swarm Algorithm: A Comprehensive Review // Applications of Hybrid Metaheuristic Algorithms for Image Processing. Springer, 2020. PP. 285–308. DOI:10.1007/978-3-030-40977-7\_13

20. Reed I.S., Mallett J.D., Brennan L.E. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1974. Vol. AES-10. Iss. 6. PP. 853–863. DOI:10.1109/TAES.1974.307893

21. Borre K., Akos D.M., Bertelsen N., Rinder P., Jensen S.H. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach. Boston: Birkhäuser, 2007. 176 p.

References

1. Misra P., Enge P. *Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance.* Ganga-Jamuna Press; 2006. 569 p. 2. Wu R., Wang W., Lu D., Wang L., Jia Q. *Adaptive Interference Mitigation in GNSS.* Springer; 2018. 274 p. DOI:10.1007/978-981-10-5571-3

3. Gao G.X., Sgammini M., Lu M., Kubo N. Protecting GNSS Receivers From Jamming and Interference. *Proceedings of the IEEE*. 2016;104(6):1327–1338. DOI:10.1109/JPROC.2016.2525938

4. Glushankov E.I., Tsarik V.I. Space-Frequency Beamforming Algorithms Comparison with a Circular Antenna Array. *Proceedings of the Conference on Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on-Board Communications, 14–16 March 2023, Moscow, Russian Federation.* IEEE; 2023. DOI:10.1109/IEEECONF56737.2023.10092000

5. Tsarik V.I. Comparison of Methods of Interference Sources Number Determination in Antenna Arrays Adaptation. *Proceedings of the VIth International Conference on Infotelecommunications in Science and Education, 27–28 February 2024, St. Petersburg, Russian Federation.* St. Petersburg: The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications Publ.; 2024, p.465–469. (in Russ.) EDN:OIHERO

6. GLONASS. Modernization and development perspectives. Moscow: Radiotekhnika Publ.; 2020. 1072 p. (in Russ.)

7. GLONASS. Design and functioning principles. Moscow: Radiotekhnika Publ.; 2010. 800 p. (in Russ.)

8. Malozyomov V.N., Masharskiy S.M. *Discrete harmonic analysis fundamentals*. St. Petersburg: Lan Publ.; 2010. 304 p. (in Russ.)

9. Blahut R.E. Fast Algorithms for Signal Processing. New York: Cambridge University Press; 2010. 453 p.

10. Xu H., Cui X., Lu M. An SDR-Based Real-Time Testbed for GNSS Adaptive Array Anti-Jamming Algorithms Accelerated by GPU. *Sensors*. 2016;16(356):1–33. DOI:10.3390/s16030356

11. Van Trees H.L. Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory. New York: John Wiley & Sons; 2002. 1443 p.

12. Pastukhov A.V., Oganesyan A.A., Golovin P.M., Pavlov V.S. Monitoring of noise conditions on the basis of an interference-adaptive antenna array. *Novosti navigatsii*. 2015;2:8–11. (in Russ.) EDN:VLQNYJ

13. Ruppert D., Matteson D.S. *Statistics and Data Analysis for Financial Engineering with R examples*. New York: Springer; 2015. DOI:10.1007/978-1-4939-2614-5

14. Xu D., Tian Y. A Comprehensive Survey of Clustering Algorithms. Annals of Data Science. 2015;2:165–193. DOI:10.1007/ s40745-015-0040-1

15. Attetkov A.V., Galkin S.V., Zarubin V.S. *Optimization methods: a textbook for universities*. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ.; 2003. 440 p. (in Russ.)

16. Mirjalili S., Gandomi A.H., Mirjalili S.Z., Saremi S., Faris H., Mirjalili S.M. Salp Swarm Algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems. *Advances in Engineering Software*. 2017;114:163–191. DOI:10.1016/j.advengsoft.2017. 07.002

17. Pedersen M.E.H., Chipperfield A.J. Simplifying Particle Swarm Optimization. *Applied Soft Computing*. 2010;10(2): 618–628. DOI:10.1016/j.asoc.2009.08.029

18. Abualigah L., Shehab M., Alshinwan M., Alabool H. Salp swarm algorithm: a comprehensive survey. *Neural Computing and Applications*. 2020;32:11195–11215. DOI:10.1007/s00521-019-04629-4

19. Houssein E.H., Mohamed I.E., Wazery Y.M. Salp Swarm Algorithm: A Comprehensive Review. *Applications of Hybrid Metaheuristic Algorithms for Image Processing*. Springer; 2020. p.285–308. DOI:10.1007/978-3-030-40977-7\_13

20. Reed I.S., Mallett J D., Brennan L E. Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1974;AES-10(6):853–863. DOI:10.1109/TAES.1974.307893

21. Borre K., Akos D.M., Bertelsen N., Rinder P., Jensen S.H. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach. Boston: Birkhäuser; 2007. 176 p.

Статья поступила в редакцию 25.09.2024; одобрена после рецензирования 30.10.2024; принята к публи-кации 18.11.2024.

The article was submitted 25.09.2024; approved after reviewing 30.10.2024; accepted for publication 18.11.2024.

### Информация об авторе:

**ЦАРИК** ведущий инженер ООО «Эйртэго» Владимир Игоревич **©** https://orcid.org/0000-0003-3428-9976

Автор сообщает об отсутствии конфликтов интересов.

The author declares no conflicts of interests.