Научная статья
УДК 621.3.011.1
DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-2-6-21

Математическая модель несимметричного вибратора с вынесенной точкой питания. Часть 2. Определение комплексной емкости малых, по сравнению с длиной волны, нормально разомкнутых проволочных антенн

Олег Вениаминович Попов[1] ✉, ov.popov@mail.ru
Андрей Витальевич Тумашов[1], ice47reg@yandex.ru
Георгий Николаевич Борисов[1], georgiiborisov@gmail.com
Константин Олегович Коровин[2], korovin.ko@sut.ru

[1]ООО «Специальный Технологический Центр»,
Санкт-Петербург, 195220, Российская Федерация
[2]Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

Аннотация: *Предложена методика вычисления комплексной емкости малых, по сравнению с длиной волны, нормально разомкнутых проволочных антенн. Получены аналитические выражения, определяющие взаимный потенциальный коэффициент двух любых произвольно расположенных линейных проводников. Предлагаемая методика может быть полезна при оценке потерь нормально разомкнутых проволочных антенн, размещаемых в непосредственной близости от полупроводящей поверхности, а также при определении их входного сопротивления.*

Ключевые слова: *комплексная емкость, взаимный потенциальный коэффициент, несимметричный вибратор*

Ссылка для цитирования: Попов О.В., Тумашов А.В., Борисов Г.Н., Коровин К.О. Математическая модель несимметричного вибратора с вынесенной точкой питания. Часть 2. Определение комплексной емкости малых, по сравнению с длиной волны, нормально разомкнутых проволочных антенн // Труды учебных заведений связи. 2023. Т. 9. № 2. С. 6–21. DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-2-6-21

Mathematical Model of the Unbalanced Monopole Feed. Part 2. Determination of Complex Capacitance of Normally Open Wire Antennas, Small with Respect to the Wavelength

Oleg Popov[1] ✉, ov.popov@mail.ru
Andrey Tumashov[1], ice47reg@yandex.ru
Georgy Borisov[1], georgiiborisov@gmail.com
Konstantin Korovin[2], korovin.ko@sut.ru

[1]Special Technology Center LLC,
St. Petersburg, 195220, Russian Federation
[2]The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Abstract: *A method for calculating the complex capacitance of small with respect to the wavelength, normally open antennas is proposed. Analytical expressions for determination of mutual potential coefficient of any two arbitrarily arranged linear conductors are obtained. The proposed technique can be useful in assessing the losses of normally open wire antennas placed in close proximity to the semiconductor surface, as well as in determination of their input resistance.*

Keywords: *complex capacitance, mutual potential coefficient, unbalanced monopole*

For citation: Popov O., Tumashov A., Borisov G., Korovin K. Mathematical Model of the Unbalanced Monopole Feed. Part 2. Determination of Complex Capacitance of Normally Open Wire Antennas, Small with Respect to the Wavelength. *Proc. of Telecom. Universities.* 2023;9(2):6–21. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-2-6-21

Введение

Комплексной емкостью (КЕ), как правило, характеризуются нормально разомкнутые антенны, максимальный габарит которых существенно меньше длины волны. Обычно это развертываемые в непосредственной близости от границы раздела с полупроводящей средой, антенны ВЧ-диапазона и более низких частот. Антенна при этом может находиться как в воздухе, так и в полупроводящей среде (земле, воде). Возможен и промежуточный случай, когда часть конструкции антенны находится в одной среде и часть – в другой. При любом варианте размещения, ближнее поле антенны наводит в полупроводящей среде токи проводимости, преобразующие энергию электромагнитного поля в тепловую. Зона возникающих тепловых потерь охватывает расстояния, равные примерно сумме горизонтального размера антенны и ее высоты. За пределами этой зоны поле уже не связано с антенной и возникающие здесь потери относятся к потерям в тракте распространения. Таким образом, КЕ описывает как реактивную составляющую входного сопротивления, так и сопротивление потерь в подстилающей поверхности и элементах конструкции, что делает задачу определения КЕ весьма полезной как при проектировании антенн, так и при оценке характеристик радиокомплексов, в которых они применяются [1].

Как известно [2–4], нормально разомкнутая антенна представляет собой совокупность двух не имеющих между собой контакта проводящих тел, определенным образом подобранных и взаимно ориентированных. Обычно эти тела называют плечами антенны.

КЕ, согласно определению [2–4], называют заряд, накапливаемый на каждом плече антенны при единичной разности потенциалов между плечами. Из электростатики известно [5], что потенциал всех точек тела, имеющего не нулевую проводимость, одинаков. Следовательно, заряды по поверхности каждого плеча антенны должны быть распределены таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$\varphi_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{\delta_q}{r_{pq}}dS_q = \mathrm{const}, \qquad (1)$$

где φ_p – потенциал в точке p; δ_q – поверхностная плотность заряда в точке q; r_{pq} – расстояние между произвольными точками p и q, лежащими на поверхности плеча антенны; ε_a – диэлектрическая проницаемость окружающей среды; S – поверхность плеча антенны.

Решение интегрального уравнения (1) представляет собой сложную математическую задачу, в которой обычно используются приближенные методы. Наибольшее распространение получил метод среднего потенциала или метод Хоу [6, 7]. Этот метод основан на том, что плотность заряда на поверхности длинного проводника практически постоянна, за исключением его концов, где она резко возрастает. На этом основании считают, что поверхностный заряд по всему проводнику распределяют равномерно, а его потенциал соответствует среднему значению потенциала во всех точках поверхности проводника.

В этом случае потенциал точки p, как следует из (1), будет следующим:

$$\varphi_p = \frac{\delta_q}{4\pi\varepsilon_a}\int_S \frac{dS_q}{r_{pq}}. \qquad (2)$$

Среднее значение потенциала оказывается весьма близким к истинному потенциалу проводника на большей части его поверхности:

$$\overline{\varphi} = \frac{1}{S}\int_S \varphi_p dS_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_a S^2}\int_S\int_S \frac{dS_q dS_p}{r_{pq}}. \qquad (3)$$

Емкость одиночного проводника в этом случае определится как отношение заряда к среднему потенциалу:

$$C = \frac{Q}{\overline{\varphi}} = \frac{4\pi\varepsilon_a S^2}{\int_S\int_S \frac{dS_q dS_p}{r_{pq}}}. \qquad (4)$$

Однако методом среднего потенциала, в измененном виде, можно обеспечить достаточно точный результат расчета емкости плеча формально разомкнутой антенны только в том случае, когда распределение заряда по его поверхности близко к равномерному. Если плечо состоит из нескольких, отличающихся друг от друга частей, то расчет емкости в предположении равномерного распределения заряда приводит к значительным ошибкам. В этом случае плотность распределения заряда следует считать равномерной не для всего плеча, а для каждой из его частей [6]. Среднее же значение потенциала каждой части антенны должно определяться собственным зарядом этой части, а также зарядами всех остальных частей при удовлетворении граничным условиям на поверхности полупроводящей земли.

Выполнение граничных условий обеспечивается обобщением метода зеркальных изображений [2, 5, 8] на квазистатическую область. В электростатике такой метод используется для расчета поля стационарных зарядов при наличии плоской границы раздела между двумя средами. Для нахождения поля переменных зарядов метод зеркальных изображений, в строгой постановке, применим лишь в случае границы с идеально проводящей средой. Однако, если ограничиться определением поля в области с максимальным габаритом не более четверти длины волны, то данный метод можно обобщить и на полупроводящие среды [8, 9].

Комплексная емкость нормально разомкнутой проволочной антенны

Составными частями проволочных антенн удобно считать образующие их проводники. Следовательно, применительно к проволочным антеннам суть метода состоит в том, что для выполнения граничных условий на поверхности земли достаточно дополнить систему проводников их зеркальными изображениями, относительно границы раздела сред, а также ввести в рассмотрение понятие «виртуальный заряд». При этом среду, в которой размещается проводник, потенциал которого определяется, называют средой оригинала, а среду с изображением этого проводника – средой изображения.

Поле в среде оригинала представляется в виде суперпозиции полей всех проводников, находящихся в этой среде, и их изображений, при условии, что, как проводники, так и их изображения находятся в однородной среде с параметрами среды оригинала. Заряды проводников изображений связаны с зарядами оригиналов соотношениями [2, 10]:

$$Q^{и}_{\underline{N}} = \gamma Q^{о}_{\bar{N}}, \qquad (5)$$

$$Q^{и}_{\bar{N}} = -\gamma Q^{о}_{\underline{N}}, \qquad (6)$$

где

$$\gamma = \frac{1 - \varepsilon_k}{1 + \varepsilon_k};\ \varepsilon_k = \varepsilon - j60\sigma\lambda; \qquad (7)$$

$Q^{и}_{\underline{N}}$ – заряд, находящегося в земле изображения N-го проводника; $Q^{о}_{\bar{N}}$ – заряд N-го проводника, находящегося в воздухе (заряд оригинала); $Q^{и}_{\bar{N}}$ – заряд, находящегося в воздухе изображения N-го проводника; $Q^{о}_{\underline{N}}$ – заряд N-го проводника, находящегося в земле (заряд оригинала); γ – коэффициент отражения статического заряда; ε_k – относительная комплексная диэлектрическая проницаемость земли; ε – относительная диэлектрическая проницаемость земли; σ – удельная проводимость земли; λ – длина волны.

Верхний индекс заряда обозначает его природу (о – оригинал; и – изображение). Нижний индекс обозначает номер проводника, по поверхности которого этот заряд распределен. Знак тильда над нижним индексом означает, что данный проводник находится над границей раздела, а под нижним индексом – под границей раздела.

Поле в среде изображения, согласно методу зеркальных изображений, представляется в виде суперпозиции полей, созданных некими виртуальными зарядами, распространенными по поверхности проводников, находящимся в одной среде с проводником оригиналом. При этом считается, что все эти проводники расположены в бесконечной среде с параметрами среды изображения.

Виртуальные заряды связаны с зарядами проводников оригиналов соотношениями [2, 10]:

$$Q^{в}_{\bar{N}} = (1 - \gamma) Q^{о}_{\bar{N}}, \qquad (8)$$

$$Q^{в}_{\underline{N}} = (1 + \gamma) Q^{о}_{\underline{N}}, \qquad (9)$$

где $Q^{в}_{\bar{N}}$ – виртуальный заряд N-го проводника, находящегося в воздухе; $Q^{в}_{\underline{N}}$ – виртуальный заряд N-го проводника, находящегося в земле; верхний индекс означает природу заряда (в – виртуальный).

Соотношения (5–9) позволяют установить связь между потенциалами проводников проволочной антенны и находящимися на них зарядами. Рассмотрим некоторую совокупность проводников, не имеющих между собой электрического контакта. Пусть N проводников находится над поверхностью земли, а M проводников – под поверхностью. Тогда потенциал $\bar{i}$-го изолированного проводника, расположенного над поверхностью земли, можно представить тремя суммами потенциалов [2]:

$$\varphi_{\bar{i}} = \sum_{n=1}^{N} \varphi_{\bar{i}\,\bar{n}} + \sum_{n=1}^{N} \varphi_{\bar{i}\,\underline{n}} + \sum_{m=1}^{M} \varphi_{\bar{i}\,\underline{m}}, \qquad (10)$$

где $\varphi_{\bar{i}}$ – потенциал $\bar{i}$-го проводника, находящегося над поверхностью земли; $\varphi_{\bar{i}\,\bar{n}}$ – потенциал, созданный на $\bar{i}$-м проводнике зарядом $Q^{о}_{\bar{n}}$, находящимся на $\bar{n}$-м проводнике, расположенном над поверхностью земли; $\varphi_{\bar{i}\,\underline{n}}$ – потенциал, созданный на $\bar{i}$-м проводнике, зарядом изображения $\underline{n}$-го проводника $Q^{и}_{\underline{n}}$ (изображение находится под поверхностью земли, на что указывает знак тильда); $\varphi_{\bar{i}\,\underline{m}}$ – потенциал, созданный на $\bar{i}$-м проводнике виртуальным зарядом $Q^{в}_{\underline{m}}$, находящимся на проводнике $\underline{m}$, расположенным под поверхностью земли.

Поскольку потенциалы $\varphi_{\tilde{\iota}\,\bar{n}}$, $\varphi_{\tilde{\iota}\,\underline{n}}$ и $\varphi_{\tilde{\iota}\,\underline{m}}$ пропорциональны соответствующим зарядам $Q^{\text{о}}_{\bar{n}}$, $Q^{\text{и}}_{\underline{n}}$, и $Q^{\text{в}}_{\underline{m}}$, соотношение (10) можно представить в виде:

$$\varphi_{\bar{\iota}} = \sum_{n=1}^{N} p_{\tilde{\iota}\,\bar{n}} Q^{\text{о}}_{\bar{n}} + \sum_{n=1}^{N} p_{\tilde{\iota}\,\underline{n}} Q^{\text{и}}_{\underline{n}} + \sum_{m=1}^{M} p_{\tilde{\iota}\,\underline{m}} Q^{\text{в}}_{\underline{m}}, \qquad (11)$$

где $p_{\tilde{\iota}\,\bar{n}}$, $p_{\tilde{\iota}\,\underline{n}}$, и $p_{\tilde{\iota}\,\underline{m}}$ – потенциалы, наведенные на проводнике $\bar{\iota}$, единичными зарядами, расположенными на проводниках $\bar{n}$, $\underline{n}$ или $\underline{m}$, при условии, что оба проводника находятся в однородной безграничной среде, параметры которой совпадают с параметрами среды проводника $\tilde{\iota}$ (среды, на которую указывает знак тильды первого нижнего индекса). Эти потенциалы называются потенциальными коэффициентами. Коэффициенты, у которых первый нижний индекс полностью совпадает со вторым (например, $p_{\tilde{\iota}\,\bar{\iota}}$) называется собственными, а все остальные – взаимными.

Легко показать, что если проводник $\underline{j}$ находится под поверхностью земли, то соотношение, описывающее связь его потенциала с зарядами всех проводников, будет следующим:

$$\varphi_{\underline{j}} = \sum_{m=1}^{M} p_{\underset{\sim}{j}\,\underline{m}} Q^{\text{о}}_{\underline{m}} + \sum_{m=1}^{M} p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{m}} Q^{\text{и}}_{\bar{m}} + \sum_{n=1}^{N} p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{n}} Q^{\text{в}}_{\bar{n}}. \qquad (12)$$

Видно, что все потенциальные коэффициенты, входящие в соотношение (12), определяются для проводников, находящихся в безграничной однородной среде с параметрами земли.

Соотношения (5, 6 и 8, 9) позволяют перейти в (11 и 12) от зарядов изображений и виртуальных зарядов к зарядам проводников оригиналов. Получим:

$$\varphi_{\bar{\iota}} = \sum_{n=1}^{N} (p_{\tilde{\iota}\,\bar{n}} + \gamma p_{\tilde{\iota}\,\underline{n}}) Q^{\text{о}}_{\bar{n}} + \sum_{m=1}^{M} (1+\gamma) p_{\tilde{\iota}\,\underline{m}} Q^{\text{о}}_{\underline{m}}, \qquad (13)$$

$$\varphi_{\underline{j}} = \sum_{n=1}^{N} (1-\gamma) p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{n}} Q^{\text{о}}_{\bar{n}} + \sum_{m=1}^{M} \left(p_{\underset{\sim}{j}\,\underline{m}} - \gamma\right) p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{m}} Q^{\text{о}}_{\underline{m}}. \qquad (14)$$

Полученные выражения для дальнейшего анализа удобно представить в более компактном виде:

$$\varphi_{\bar{\iota}} = \sum_{n=1}^{N} p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\bar{n}} Q^{\text{о}}_{\bar{n}} + \sum_{m=1}^{M} p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\underline{m}} Q^{\text{о}}_{\underline{m}}, \qquad (15)$$

$$\varphi_{\underline{j}} = \sum_{n=1}^{N} p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\bar{n}} Q^{\text{о}}_{\bar{n}} + \sum_{m=1}^{M} p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\underline{m}} Q^{\text{о}}_{\underline{m}}, \qquad (16)$$

где

$$p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\bar{n}} = p_{\tilde{\iota}\,\bar{n}} + \gamma p_{\tilde{\iota}\,\underline{n}}; \qquad (17)$$

$$p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\underline{m}} = (1+\gamma) p_{\tilde{\iota}\,\underline{m}}; \qquad (18)$$

$$p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\bar{n}} = (1-\gamma) p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{n}}; \qquad (19)$$

$$p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\underline{m}} = p_{\underset{\sim}{j}\,\underline{m}} - \gamma p_{\underset{\sim}{j}\,\bar{m}}; \qquad (20)$$

$p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\bar{n}}$, $p^{\Sigma}_{\bar{\iota}\,\underline{m}}$ – потенциальные коэффициенты, представляющие собой потенциал проводника $\bar{\iota}$, находящегося над полупроводящей землей, созданный единичным зарядом, распределенным по проводнику $\bar{n}$, находящемуся над поверхностью или по проводнику $\underline{m}$ – под поверхностью земли, соответственно; $p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\bar{n}}$, $p^{\Sigma}_{\underline{j}\,\underline{m}}$ – потенциальные коэффициенты, представляющие собой потенциал проводника $\underline{j}$, находящегося в полупроводящей земле, созданный единичным зарядом, распределенным по проводнику $\bar{n}$, находящемуся над поверхностью или по проводнику $\underline{m}$ – под поверхностью земли, соответственно.

Поскольку соотношения (15) и (16) могут использоваться для определения потенциалов любого проводника, расположенного над поверхностью раздела сред и под поверхностью, соответственно, их удобно представить в виде матричной системы уравнений:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{\bar{N}}\rangle &= \left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\bar{N}}\right| Q^{\text{о}}_{\bar{N}}\rangle + \left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\underline{M}}\right| Q^{\text{о}}_{\underline{M}}\rangle \\ \varphi_{\underline{M}}\rangle &= \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\bar{N}}\right| Q^{\text{о}}_{\bar{N}}\rangle + \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\underline{M}}\right| Q^{\text{о}}_{\underline{M}}\rangle \end{aligned}\right\}, \qquad (21)$$

где $\varphi_{\bar{N}}\rangle$ – матрица-столбец потенциалов N проводников, находящихся над поверхностью земли; $\varphi_{\underline{M}}\rangle$ – матрица-столбец потенциалов M проводников, находящихся под поверхностью земли; $Q^{\text{о}}_{\bar{N}}\rangle$ – матрица-столбец, распределенных по N проводникам, находящимся над поверхностью земли; $Q^{\text{о}}_{\underline{M}}\rangle$ – матрица-столбец зарядов, распределенных по M проводникам, находящимся под поверхностью земли; $\left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\bar{N}}\right|$ – квадратная матрица $N \times N$ взаимных потенциальных коэффициентов проводников, находящихся над поверхностью земли; $\left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\underline{M}}\right|$ – прямоугольная матрица $N \times M$ взаимных потенциальных коэффициентов, устанавливающая связь потенциалов проводников расположенными над поверхностью земли с зарядами на проводниках, находящихся в земле; $\left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\bar{N}}\right|$ – прямоугольная матрица $M \times N$ взаимных потенциальных коэффициентов, устанавливающих связь потенциалов проводников, находящихся в земле, с зарядами на проводниках, расположенных над ее поверхностью; $\left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\underline{M}}\right|$ – квадратная матрица $M \times M$ взаимных потенциальных коэффициентов проводников под поверхностью земли.

Систему (21) можно представить в виде единого матричного уравнения:

$$\begin{vmatrix} \varphi_{\bar{N}}\rangle \\ \varphi_{\underline{M}}\rangle \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} \left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\bar{N}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\bar{N}\,\underline{M}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\bar{N}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\,\underline{M}}\right| \end{Vmatrix} \begin{vmatrix} Q^{\text{о}}_{\bar{N}}\rangle \\ Q^{\text{о}}_{\underline{M}}\rangle \end{vmatrix} \qquad (22)$$

или

$$\varphi_{K}\rangle = \left|P^{\Sigma}_{K\,K}\right| Q^{\text{о}}_{K}\rangle,$$

где $K = N + M$ – общее число проводников в проволочной антенне; $\left|P^{\Sigma}_{K\ K}\right|$ – обобщенная квадратная матрица взаимных потенциальных коэффициентов проводников (МВПК) проволочной антенны.

Как видно из (22), при условии изолированности всех проводников, распределенные по ним заряды связаны с потенциалами соотношением:

$$Q_K\rangle = |C_{K\ K}|\varphi_K\rangle, \qquad (23)$$

где $|C_{K\ K}| = \left|P^{\Sigma}_{K\ K}\right|^{-1}$ – квадратная матрица $K \times K$ взаимных емкостей проводников проволочной антенны.

Взаимной емкостью C_{ij} называют заряд, накапливаемый на проводнике i под воздействием единичного потенциала проводника j. Емкость C_{ii} называют собственной емкостью проводника i.

Для определения КЕ на соотношение (23) необходимо наложить граничные условия. Прежде всего, следует учесть, что все проводники нормально разомкнутой антенны объединены в два плеча, причем проводники, образующие одно плечо, имеют между собой электрический контакт и, следовательно, равные потенциалы.

Пусть первое и второе плечи антенны содержат V и T проводников, соответственно, причем $V + T = K$. Тогда соотношение (23) можно представить в виде системы матричных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} Q_V\rangle &= |C_{V\ V}|1_V\rangle\varphi_V + |C_{V\,T}|1_T\rangle\varphi_T \\ Q_T\rangle &= |C_{T\ V}|1_V\rangle\varphi_V + |C_{T\,T}|1_T\rangle\varphi_T \end{aligned}\right\}, \qquad (24)$$

где $Q_V\rangle, Q_T\rangle$ – матрица-столбец зарядов проводников первого и второго плеча, соответственно; $1_V\rangle$, $1_T\rangle$ – единичная матрица-столбец из V и T элементов, соответственно; $|C_{VV}|$ – квадратная матрица $V \times V$ собственных и взаимных емкостей проводников первого плеча; $|C_{VT}|$ – прямоугольного матрица $V \times T$ взаимных емкостей проводников первого и второго плечей; $|C_{TV}|$ – прямоугольная матрица $T \times V$ взаимных емкостей проводников второго и первого плечей; $|C_{TT}|$ – квадратная матрица $T \times T$ собственных и взаимных емкостей проводников второго плеча; φ_V, φ_T – потенциалы первого и второго плечей антенны, соответственно.

Умножая квадратные и прямоугольные матрицы на единичные матрицы столбцы в правой части соотношения (24), легко найти заряды отдельных проводников первого и второго плечей нормально разомкнутой проволочной антенны:

$$\left.\begin{aligned} Q_i{}^V\rangle &= \varphi_V \sum_{v=1}^{V} C_{i\,v} + \varphi_T \sum_{t=1}^{T} C_{i\,t} \\ Q_j{}^T\rangle &= \varphi_V \sum_{v=1}^{V} C_{jv} + \varphi_T \sum_{t=1}^{T} C_{j\,t} \end{aligned}\right\}, \qquad (25)$$

где $Q_i{}^V$ – заряд i-го проводника первого плеча антенны; $Q_j{}^T$ – заряд j-го проводника второго плеча антенны.

Суммарные заряды всех проводников первого и второго плечей антенны будут:

$$\left.\begin{aligned} Q_\Sigma{}^V\rangle &= \varphi_V \sum_{i=1}^{V}\sum_{v=1}^{V} C_{i\,v} + \varphi_T \sum_{i=1}^{V}\sum_{t=1}^{T} C_{i\,t} \\ Q_\Sigma{}^T\rangle &= \varphi_V \sum_{j=1}^{T}\sum_{v=1}^{V} C_{jv} + \varphi_T \sum_{j=1}^{T}\sum_{t=1}^{T} C_{j\,t} \end{aligned}\right\}. \qquad (26)$$

Поскольку заряды, накопленные на плечах нормально разомкнутой антенны, должны быть равны по величине и противоположны по знаку, следовательно:

$$Q_\Sigma{}^V = -Q_\Sigma{}^T = Q. \qquad (27)$$

Решая систему (26), с учетом соотношения (27), относительно зарядов плечей антенны, получим:

$$\varphi_T = Q\frac{C_{VV} + C_{VT}}{C_{TV}C_{VT} - C_{TT}C_{VV}}, \qquad (28)$$

$$\varphi_V = -Q\frac{C_{TT} + C_{VT}}{C_{TV}C_{VT} - C_{TT}C_{VV}}, \qquad (29)$$

где

$$C_{VV} = \sum_{i=1}^{V}\sum_{v=1}^{V} C_{i\,v}, \qquad (30)$$

$$C_{VT} = \sum_{i=1}^{V}\sum_{t=1}^{T} C_{i\,t}, \qquad (31)$$

$$C_{TV} = \sum_{j=1}^{T}\sum_{v=1}^{V} C_{jv}, \qquad (32)$$

$$C_{TT} = \sum_{j=1}^{T}\sum_{t=1}^{T} C_{jt}. \qquad (33)$$

Соотношения (28 и 29) позволяют определить в общем виде КЕ нормально разомкнутой проволочной антенны, габариты которой много меньше длины волны.

По определению, КЕ есть отношение заряда на одном из плечей антенны к разности потенциалов между плечами:

$$C = \frac{Q}{\varphi_V - \varphi_T} = \frac{C_{TT}C_{VV} - C_{TV}C_{VT}}{C_{TT} + C_{VT} + C_{TV} + C_{VV}}. \qquad (34)$$

Таким образом, для определения КЕ нормально разомкнутой антенны необходимо виртуально расчленить ее конструкцию на отдельные фрагменты, в пределах которых распределение заряда по поверхности можно считать постоянным. Затем, считая, что электрический контакт между фрагментами отсутствует, определить собственные и взаимные потенциальные коэффициенты, как между самими фрагментами, так и между фрагментами и их изображениями. Эта задача должна решаться при условии, что каждая пара фрагмент – изображение находится в однородной бесконечной среде с параметрами среды оригинала. Для каждой пары фрагментов, находящихся в разных средах, следует определить два взаимных потенциальных коэффициента – один для случая, когда оба фрагмента находятся в земле, другой – в воздухе. После этого последовательное применение соотношений (17–23), а затем (30–34) позволяет вычислить КЕ нормально разомкнутой антенны выбранной конструкции.

Исходя из изложенного, одной из основных задач, требующих решения при вычислении КЕ проволочной антенны произвольной формы, является определение взаимного потенциального коэффициента двух произвольно ориентированных проводников. Такая задача рассматривалась в литературе. Однако приведенные в [3 и 14] аналитические выражения даны без вывода и не сходятся между собой, что говорит о наличии опечаток как минимум в одном из источников. Учитывая важность получения достоверного результата, представляется полезным повторное решение этой задачи и подробное его описание, допускающее независимую проверку.

Взаимный потенциальный коэффициент произвольно ориентированных проводников

В качестве предварительного замечания следует отметить, что через оси двух произвольно ориентированных проводников, продолжения которых не пересекаются, всегда можно провести две параллельные плоскости. Действительно, выберем произвольную точку на оси одного проводника и проведем через нее вспомогательную прямую параллельно оси второго проводника. Плоскость, задаваемая этой прямой и осью первого проводника, будет параллельна оси второго проводника. Аналогичным образом выберем точку на оси второго проводника и проведем через нее вспомогательную прямую параллельно оси первого проводника. Легко доказать, что плоскость, в которой лежит ось второго проводника и пересекающая ее вторая вспомогательная линия, параллельна плоскости, задаваемой осью первого проводника и первой вспомогательной линией.

На рисунке 1 изображены оси двух проводников, расположенных в двух параллельных плоскостях, находящихся на расстоянии d друг от друга. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось x совпадала с осью первого проводника. Путем параллельного переноса вдоль оси y создадим в плоскости второго проводника вспомогательную систему координат $x'o'z'$. Тогда угол между осью второго проводника и осью x' будет равен α.

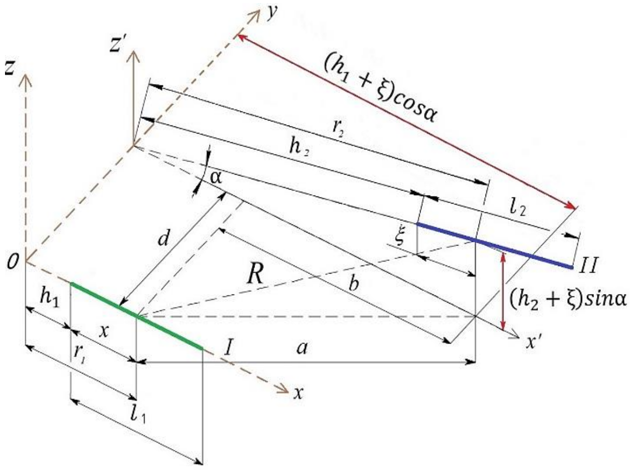

Рис. 1. Оси произвольно расположенных проводников в двух параллельных плоскостях

Fig.1. The Axis of Arbitrary Placed Conductors in Two Parallel Planes

Пусть h_1 и h_2 – расстояния от ближайших к оси y торцов первого и второго проводников, соответственно, до точек пересечения продолжений осей этих проводников с осью y. Выберем на оси первого проводника точку, отстоящую на удалении x, а на оси второго проводника – на удалении ξ от торцов, ближайших к оси y.

Из рисунка 1 видно, что расстояние между этими точками будет:

$$R = \sqrt{a^2 + r_2{}^2 \sin^2\alpha}, \qquad (35)$$

где $a = \sqrt{b^2 + d^2}$; $b = r_2\cos\alpha - r_1$; $r_1 = h_1 + x$; $r_2 = h_2 + \xi$.

Выражение (35) с учетом сделанных обозначений удобно представить в виде функции двух переменных r_1 и r_2, характеризующих расстояния до оси y от точек x и ξ, соответственно:

$$R(r_1, r_2; d, \alpha) = \sqrt{r_1{}^2 + r_2{}^2 + d^2 - 2r_1r_2\cos\alpha}. \qquad (36)$$

В тех случаях, когда радиусы проводников много меньше их длин, можно, практически без потери точности, определять средние потенциалы путем усреднения их значений не по поверхностям, а по осям проводников [2]. Будем считать, что заряд Q_2 равномерно распределен по оси второго проводника. В этом случае можно считать, что в точке ξ находится элементарный заряд $(Q_2/l_2)d\xi$, который создает на оси первого проводника в точке x потенциал [12]:

$$d\varphi_{12}(x) = \frac{Q_2 d\xi}{4\pi\varepsilon_a l_2 R(r_1, r_2, d, \alpha)}, \qquad (37)$$

где $\varepsilon_a = \varepsilon_0\varepsilon_k$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится проводник; $\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi}10^{-9}$ [Ф/м] – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Вся совокупность элементарных зарядов, равномерно распределенных по второму проводнику, создает в точке x потенциал, равный:

$$\varphi_{12}(x) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_a l_2}\int_0^{l_2} \frac{d\xi}{R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha)}. \qquad (38)$$

Для вычисления интеграла (38) введем в рассмотрение новую переменную:

$$\eta = h_2 + \xi - r_1\cos\alpha + R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha).$$

Тогда с учетом (35–36), дифференциал этой переменной будет следующим:

$$d\eta = \left[1 + \frac{h_2+\xi-r_1\cos\alpha}{R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha)}\right]d\xi = \frac{\eta d\xi}{R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha)}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{d\xi}{R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha)} = \frac{d\eta}{\eta}. \qquad (39)$$

Выражение (39) позволяет легко найти аналитическое представление интеграла (38):

$$\varphi_{12}(x) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_a l_2}\int_{\eta(0)}^{\eta(l_2)} \frac{d\eta}{\eta} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_a l_2}\ln\frac{\eta(l_2)}{\eta(0)}, \qquad (40)$$

где

$$\eta(l_2) = h_2 + l_2 - r_1\cos\alpha + R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha);$$
$$\eta(0) = h_2 - r_1\cos\alpha + R(r_1, h_2+\xi, d, \alpha).$$

Средний потенциал первого проводника, созданный равномерным распределением заряда Q_2 по второму проводнику, будет вычисляться по выражению (41). Соотношение (41) можно записать в более компактном виде (42), сделав замену переменных $x = r_1 - h$.

$$\varphi_{12}(x) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\left\{\int_0^{l_1} \ln|h_2 + l_2 - (h_1+x)\cos\alpha + R(h_1+x, h_2+l_2, d, \alpha)|dx - \right.$$
$$\left. - \int_0^{l_1} \ln|h_2 - (h_1+x)\cos\alpha + R(h_1+x, h_2, d, \alpha)|dx\right\}. \qquad (41)$$

$$\varphi_{12}(x) = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\left\{\int_{h_1}^{h_1+l_1} \ln|h_2 + l_2 - r_1\cos\alpha + R(r_1, h_2+l_2, d, \alpha)|dr_1 - \right.$$
$$\left. - \int_{h_1}^{h_1+l_1} \ln|h_2 - r_1\cos\alpha + R(r_1, h_2, d, \alpha)|dr_1\right\}. \qquad (42)$$

Легко заметить, что вычисление интегралов в выражении (42) сводится к вычислению неопределенного интеграла следующего вида:

$$J(y; a, d, \alpha) = \int \ln|a - y\cos\alpha + R(y, a; d, \alpha)|dy, \qquad (43)$$

где

$$R(y, a; d, \alpha) = \sqrt{y^2 + a^2 + d^2 - 2ay\cos\alpha}. \qquad (44)$$

Вычисление интеграла (43) можно начать с применения к нему правила интегрирования по частям:

$$J(y; a, d, \alpha) = A(y; a, d, \alpha) - I1(y; a, d, \alpha), \qquad (45)$$
$$A(y; a, d, \alpha) = y\ln|a - y\cos\alpha + R(y; a, d, \alpha)|, \qquad (46)$$
$$I1(y; a, d, \alpha) = \int \frac{-\cos\alpha + \frac{d}{dy}R(y, a; d, \alpha)}{a - y\cos\alpha + R(y, a; d, \alpha)}ydy. \qquad (47)$$

Поскольку:

$$\frac{d}{dy}R(y, a; d, \alpha) = \frac{y - a\cos\alpha}{R(y, a; d, \alpha)},$$

интеграл (47) будет иметь вид:

$$I1(y; a, d, \alpha) =$$
$$= \int \frac{y^2 - ay\cos\alpha - yR(y, a; d, \alpha)\cos\alpha}{R(y, a; d, \alpha)[a - y\cos\alpha + R(y, a; d, \alpha)]}dy. \qquad (48)$$

Подынтегральное выражение в (48) можно существенно упростить, добавив к числителю и одновременно вычтя из него следующую сумму: $a^2 + d^2 + ay\cos\alpha - aR(y, a; d, \alpha)$. Тогда, учитывая обозначение (44), получим (49). Легко заметить, что интеграл (48) с учетом (49) распадается на сумму трех более простых интегралов (50).

$$y^2 - ay\cos\alpha - yR(y, a; d, \alpha)\cos\alpha = y^2 + a^2 + d^2 - 2ay\cos\alpha - yR(y, a; d, \alpha)\cos\alpha + aR(y, a; d, \alpha) -$$
$$-a^2 + ay\cos\alpha - aR(y; a, d, \alpha) - d^2 = R(y, a; d, \alpha)[a - y\cos\alpha + R(y, a; d, \alpha)] -$$
$$-a[a - y\cos\alpha + R(y, a; d, \alpha)] - d^2. \qquad (49)$$

$$I1(y;a,d,\alpha)=\int dy-a\int\frac{dy}{R(y,a;d,\alpha)}-d^2\int\frac{dy}{R(y,a;d,\alpha)[a-y\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)]}= \qquad (50)$$

$$=y-a\ I11(y;a,d,\alpha)-d^2\ I12(y;a,d,\alpha),$$

где

$$I11(y;a,d,\alpha)=\int\frac{dy}{R(y,a;d,\alpha)}; \qquad (51)$$

$$I12(y;a,d,\alpha)=\int\frac{dy}{R(y,a;d,\alpha)[a-y\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)]}. \qquad (52)$$

Интеграл (51) можно вычислить, сделав замену переменной двумя способами:

$$y=a\cos\alpha-z \qquad (53)$$

и

$$y=z-a\cos\alpha. \qquad (54)$$

При замене (53) интеграл (51) с учетом (44) приобретает вид выражения (55). Можно видеть, что интеграл (55) является частным случаем (см. выражение 56) известного интеграла [13, Инт.1.2.52.8].

С учетом соотношения (56), аналитическое значение интеграла (55) будет представлено в следующем виде:

$$I11(z';a,d,\alpha)=-\ln\left|z'+\sqrt{(z')^2+a^2\sin^2\alpha+d^2}\right|.$$

Делая обратную замену переменных, интеграл будет иметь вид (57). Замена переменных (54) преобразует интеграл (51) к несколько иному виду (58). Приводя соотношение (58) аналогичным образом к аналитическому виду и делая обратную замену переменной, получим выражение (59). Несмотря на видимое различие соотношений (57 и 59), легко показать, что они совпадают с точностью до константы. Действительно, преобразуем соотношение (57) к следующему виду (60). Таким образом, цепочка преобразований (60) показывает, что при вычислении определенных интегралов в (42) может использоваться как представление (57), так и (59), поскольку оба они дадут одинаковый конечный результат.

$$I11(z';a,d,\alpha)=-\int\frac{dz'}{\sqrt{a^2\cos\alpha-2az'\cos\alpha+(z')^2+a^2+d^2-2a(a\cos\alpha-z')\cos\alpha}}=$$

$$=-\int\frac{dz'}{\sqrt{(z')^2+a^2\sin^2\alpha+d^2}}. \qquad (55)$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}=\frac{1}{\sqrt{a}}\ln\left|\frac{2ax+b}{2\sqrt{a}}+\sqrt{ax^2+bx+c}\right|. \qquad (56)$$

$$I11(z';a,d,\alpha)=-\ln\left|a\cos\alpha-y+\sqrt{a^2+d^2+y^2-2ay\cos\alpha}\right|=-\ln|a\cos\alpha-y+R(y;a,d,\alpha)|. \qquad (57)$$

$$\bar{I}11(z";a,d,\alpha)=-\int\frac{dz"}{\sqrt{a^2\cos\alpha-2az"\cos\alpha+(z")^2+a^2+d^2-2a(a\cos\alpha-z")\cos\alpha}}=$$

$$=-\int\frac{dz"}{\sqrt{(z")^2+a^2\sin^2\alpha+d^2}}. \qquad (58)$$

$$\bar{I}11(y;a,d,\alpha)=\ln\left|y-a\cos\alpha\sqrt{a^2+d^2+y^2-2ay\cos\alpha}\right|=\ln|y-a\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)|. \qquad (59)$$

$$\bar{I}11(y;a,d,\alpha)=-\ln\left|\frac{[a\cos\alpha-y+R(y,a;d,\alpha)][a\cos\alpha-y-R(y,a;d,\alpha)]}{a\cos\alpha-y-R(y,a;d,\alpha)}\right|=$$

$$=-\ln\left|\frac{a^2\cos^2\alpha-2ay\cos\alpha+y^2-a^2-d^2-y^2+2ay\cos\alpha}{a\cos\alpha-y-R(y,a;d,\alpha)}\right|=$$

$$=-\ln\left|\frac{-a^2\sin^2\alpha-d^2}{a\cos\alpha-y-R(y,a;d,\alpha)}\right|=-\ln\left|\frac{a^2\sin^2\alpha+d^2}{y-a\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)}\right|= \qquad (60)$$

$$=-\ln|a^2\sin^2\alpha+d^2|+\ln|y-a\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)|=I11(y;a,d,\alpha)-\ln|a^2\sin^2\alpha+d^2|.$$

Аналитическое представление интеграла (52) имеет вид [14]:

$$I12(y;a,d,\alpha)= = \int \frac{dy}{R(y,a;d,\alpha)[a-y\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)]} = = \left|\frac{2d}{\sin\alpha}\mathrm{arctg}\left[\frac{a+y+R(y,a;d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right]\right|. \quad (61)$$

Соотношения (45, 46, 50, 57 и 61) позволяют представить неопределенный интеграл (43) в виде (62). С помощью соотношения (62) не представляет труда вычислить взаимный потенциальный коэффициент двух произвольно расположенных проводников, изображенных на рисунке 1. Поскольку средний потенциал первого проводника, создаваемый равномерным распределением единичного заряда по длине второго, будет $p_{12}=\overline{\varphi}_{12}/Q_2$, то из (42, 43 и 62) после подстановки пределов интегрирования, получим выражение (63).

Нетрудно заметить, что соотношение (63) с учетом (64 и 72), сводится к выражению, приведенному в [14], однако содержит некоторые отличия от приведенного в [3]. Двух независимо полученных результатов свидетельствует о высокой степени их достоверности и возможности практического применения.

Следствием универсальности выражения (63) является его громоздкость, однако при рассмотрении конкретных пар проводников оно, как правило, существенно упрощается. В связи с чем представляется полезным рассмотрение тех частных случаев взаимного расположения, которые встречаются в конструкциях несимметричных вибраторов с вынесенной точкой питания (НВВТП).

$$J(y;a,d,\alpha)=\int \ln|a-y\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)|dy=-y+y\ln|a-y\cos\alpha+R(y,a;d,\alpha)|+ + a\ln|a\cos\alpha-y+R(y,a;d,\alpha)|dy+\frac{2d}{\sin\alpha}\mathrm{arctg}\left[\frac{a+y+R(y,a;d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (62)$$

$$p_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\times\left\{F1+F2+F3+F4+\frac{2d}{\sin\alpha}[A1-A2-A3+A4]\right\}, \quad (63)$$

где

$$F1=(h_1+l_1)\ln\frac{h_2+l_2-(h_1+l_1)\cos\alpha+R(h_1+l_1,h_2+l_2,d,\alpha)}{h_2-(h_1+l_1)\cos\alpha+R(h_1+l_1,h_2,d,\alpha)}, \quad (64)$$

$$F2=h_1\ln\frac{h_2-h_1\cos\alpha+R(h_1,h_2,d,\alpha)}{h_2+l_2-h_1\cos\alpha+R(h_1,h_2+l_2,d,\alpha)}, \quad (65)$$

$$F3=(h_2+l_2)\ln\frac{h_1+l_1-(h_2+l_2)\cos\alpha+R(h_1+l_1,h_2+l_2,d,\alpha)}{h_1-(h_2+l_2)\cos\alpha+R(h_1,h_2+l_2,d,\alpha)}, \quad (66)$$

$$F4=h_2\ln\frac{h_1-h_2\cos\alpha+R(h_1,h_2,d,\alpha)}{h_1+l_1-h_2\cos\alpha+R(h_1+l_1,h_2,d,\alpha)}, \quad (67)$$

$$A1=\mathrm{arctg}\left[\frac{h_2+l_2+h_1+l_1+R(h_1+l_1,h_2+l_2,d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (68)$$

$$A2=\mathrm{arctg}\left[\frac{h_2+l_2+h_1+R(h_1,h_2+l_2,d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (69)$$

$$A3=\mathrm{arctg}\left[\frac{h_2+h_1+l_1+R(h_1+l_1,h_2,d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (70)$$

$$A4=\mathrm{arctg}\left[\frac{h_2+h_1+R(h_1,h_2,d,\alpha)}{d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (71)$$

$$R(a,b;d,\alpha)=\sqrt{a^2+b^2+d^2-2ab\cos\alpha} \quad (72)$$

Комплексная емкость несимметричных вибраторов с вынесенной точкой питания

Схематическое изображение НВВТП в общем виде представлено на рисунке 2. По функциональному назначению и конструктивным особенностям все проводники НВВТП можно разделить на группы. При этом для удобства представления обобщенной МВПК (22) в виде клеток, объединяющих проводники по среде размещения, а обобщенной матрицы взаимных емкостей – по принадлежности к верхнему или нижнему плечу НВВТП (23), проводники одной группы не должны находиться в разных средах или принадлежать к разным плечам НВВТП. В результате получим пять групп.

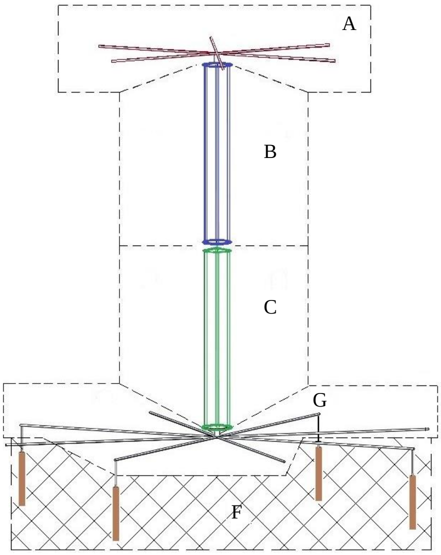

Рис. 2. Схематическое изображение НВВТП в общем виде

Fig. 2. Schematic Representation of the Unbalanced Monopole with Shunt Feed

1) Группа A (верхняя нагрузка) – радиально расходящиеся горизонтальные проводники, соединенные с вершинами вертикальных проводников группы B (предназначены для увеличения действующей длины НВВТП).

2) Группа B (верхнее плечо излучателя) – вертикальные проводники, вершины которой имеют электрический контакт с проводниками группы A (предназначены для связи с внешним электромагнитным полем).

3) Группа C (нижнее плечо излучателя) – вертикальные проводники, основания которых имеют электрический контакт с проводниками группы G (предназначены для связи с внешним электромагнитным полем).

4) Группа G (противовесы) – радиально расходящиеся горизонтальные проводники, имеющие электрический контакт с основаниями проводников группы C и вершинами проводников группы F (предназначены для уменьшения потерь в подстилающей поверхности).

5) Группа F (заземлители) – вертикальные проводники, находящиеся в полупроводящей среде и имеющие электрический контакт с проводниками группы G (предназначены для уменьшения потерь, а также фиксации НВВТП в вертикальном положении).

Можно заметить, что все проводники НВВТП и их изображения при попарном рассмотрении образуют одно из пяти сочетаний, представленных на рисунке 3. На рисунке 3a изображены два непересекающихся проводника, расположенных так, что их средние точки лежат на прямой ортогональной обоим проводникам. Взаимный потенциальный коэффициент таких проводников легко определить из (63), считая, что $h_1 = -l_1/2, h_2 = -l_2/2$:

$$p_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2} \times \\ \times \left\{\Phi 1 + \Phi 2 + \frac{2d}{\sin\alpha}[A'1 - A'2 - A'3 + A'4]\right\}, \quad (73)$$

где

$$\Phi 1 = l_1 \ln[B(l_2 - l_1, 2d, \alpha)B(l_2, l_1, 2d, \alpha)], \quad (74)$$

$$\Phi 2 = l_2 \ln[B(l_1 - l_2, 2d, \alpha)B(l_1, l_2, 2d, \alpha)], \quad (75)$$

$$B(l_1, l_2, d, \alpha) = \\ = \frac{l_1 + l_2\cos\alpha + \sqrt{{l_1}^2 + {l_2}^2 + d^2 + 2l_1 l_2 \cos\alpha}}{\sqrt{d^2 + {l_1}^2 \sin^2\alpha}}, \quad (76)$$

$$A'1 = \mathrm{arctg}\left[\frac{R(l_1, l_2; 2d, \alpha) + l_1 + l_2}{2d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (77)$$

$$A'2 = \mathrm{arctg}\left[\frac{R(-l_1, l_2; 2d, \alpha) - l_1 + l_2}{2d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (78)$$

$$A'3 = \mathrm{arctg}\left[\frac{R(l_1, -l_2; 2d, \alpha) + l_1 - l_2}{2d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right], \quad (79)$$

$$A'4 = \mathrm{arctg}\left[\frac{R(-l_1, -l_2; 2d, \alpha) - l_1 - l_2}{2d}\mathrm{tg}\frac{\alpha}{2}\right]. \quad (80)$$

Взаимное расположение одного из проводников верхней нагрузки (любого) и, зеркального изображения другого, представлено на рисунке 3a при условии, что $l_1 = l_2$. Взаимный потенциальный коэффициент этой пары будет вычисляться по выражению (81).

Взаимный потенциальный коэффициент двух параллельных проводников разной длины при условии, что их средние точки лежат на одной прямой, ортогональной обоим проводникам (рисунок 3b), можно получить из (73) при условии, что $\alpha = 0$. Легко заметить, что при этом во втором слагаемом соотношения (73) появляются неопределенности типа 0/0. Раскрывая их по правилу Лопиталя и опуская при этом несложные, но громоздкие преобразования, получим выражение (82). Если же длины проводников равны, то выражение (82) существенно упрощается (83).

Для описания взаимодействия между проводниками верхней нагрузки НВВТП, а также между проводниками, образующими систему противовесов, необходимо найти взаимный потенциальный коэффициент двух скрещенных проводников равной длины, пересекающихся в средней точке (рисунок 3c). Очевидно, что решение этой задачи представляет собой частный случай выражения (81) при $d = 0$. Поскольку разность арктангенсов, стоящая в квадратных скобках второго слагаемого, величина конечная, второе слагаемое тождественно равно нулю. При подстановке $d = 0$ в первое слагаемое, выражение (81) преобразуется к виду (84).

$$p_{12}=\frac{2}{4\pi\varepsilon_a l}\left\{\ln\frac{4\left[l\sin^2\frac{\alpha}{2}+\sqrt{l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}+d^2}\right]\left[l\cos^2\frac{\alpha}{2}+\sqrt{l^2\cos^2\frac{\alpha}{2}+d^2}\right]}{l^2\sin^2\alpha+4d^2}+\right.$$
$$\left.+\frac{d}{l\sin\alpha}\left[\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1+\left(\frac{l}{d}\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}}{\operatorname{ctg}\alpha+\left(\frac{l}{2d}\right)^2\sin\alpha}-2\operatorname{arctg}\sqrt{\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}+\left(\frac{l\sin\alpha/2}{d}\right)^2}\right]\right\}, \tag{81}$$

$$p_{12}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\left[l_1\ln B(l_2,-l_1;2d,0)+l_2\ln B(l_1,-l_2;2d,0)+(l_1+l_2)\ln B(l_1,l_2;2d,0)+\right.$$
$$\left.+\sqrt{(l_1-l_2)^2+4d^2}-\sqrt{(l_1+l_2)^2+4d^2}\right], \tag{82}$$

$$p_{12}=\frac{2}{4\pi\varepsilon_a l}\left[\ln\left(\frac{l}{d}+\sqrt{1+\frac{l^2}{d^2}}\right)+\frac{d}{l}-\sqrt{1+\frac{d^2}{l^2}}\right], \tag{83}$$

$$p_{12}=\frac{2}{4\pi\varepsilon_a l}\ln\left[\left(1+\frac{1}{\sin\alpha/2}\right)\left(1+\frac{1}{\cos\alpha/2}\right)\right]. \tag{84}$$

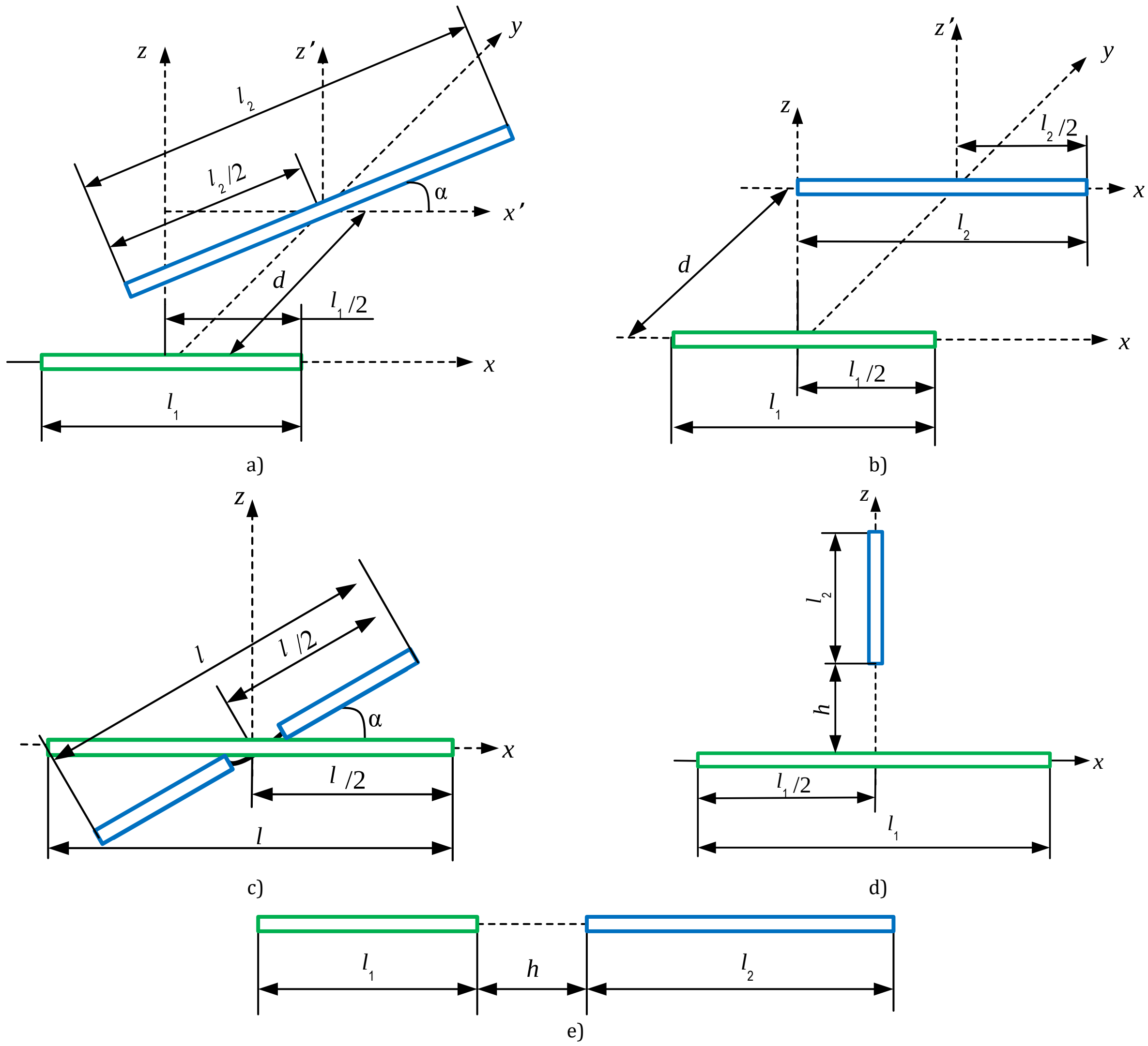

Рис. 3. Возможные пары проводников в конструкции НВВТП

Fig. 3. Possible Pairs of Conductors in the Design of Unbalanced Monopole with Shunt Feed

Формулы (83) и (84) совпадают с приведенными в справочниках [3, 14], что свидетельствует о корректности выполненных преобразований.

Для определения взаимного потенциала вертикальных проводников НВВТП с проводниками верхней нагрузки или системы противовесов (рисунок 3d) следует воспользоваться общим выражением (63), определяющим взаимный потенциал двух произвольных проводников, при следующих условиях: $d = 0$, $h_1 = -l_1/2, h_2 = h$, $\alpha = \pi/2$. Опуская промежуточные преобразования, получим:

$$p_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\left\{l_1 \ln\frac{2(l_2+h)+\sqrt{{l_1}^2+4(l_2+h)^2}}{2h+\sqrt{{l_1}^2+4h^2}} + \right.$$
$$+2l_2 \ln\frac{l_1+\sqrt{{l_1}^2+4(l_2+h)^2}}{2(l_2+h)} + \tag{85}$$
$$\left. +2h\ln\frac{h\left[l_1+\sqrt{{l_1}^2+4(l_2+h)^2}\right]}{(l_2+h)\left[l_1+\sqrt{{l_1}^2+4h^2}\right]}\right\}.$$

Для определения взаимного потенциального коэффициента двух коллинеарных проводников (рисунок 3e) можно также воспользоваться соотношением (63), считая при этом $d = 0$, $\alpha = \pi$, $h_1 = 0$, $h_2 = h$. В результате получим (86).

Как известно, в однородной безграничной среде, собственные потенциальные коэффициенты цилиндрических проводников с радиусом a_r и длиной l, при условии, что $l >> a_r$, определяются выражением (87) из [2, 3, 14]. Взаимные же потенциальные коэффициенты двух проводников, ориентация которых может встретиться в конструкции НВВТП, при отсутствии раздела границы сред, определяются формулами (72–81). Эти соотношения совместно с (7, 17–20 и 87) являются достаточными для построения обобщенной матрицы взаимных потенциальных коэффициентов НВВТП и последующего определения его КЕ.

В качестве примера рассмотрим порядок определения КЕ НВВТП, конструкция которого состоит из пяти групп проводников, как показано на рисунке 2. Пусть верхняя нагрузка НВВТП (группа A) содержит A проводников длиной l_A, система противовесов (группа G) – G проводников длиной l_G, плечи излучателя и заземлитель (группы B, C, и F, соответственно) содержат по одному проводнику длиной l_B, l_C и l_F, причем все эти три проводника – коллинеарны. Пусть радиусы проводников групп A, B, C, G и F будут, a_A, a_B, a_C,a_G и a_F, соответственно.

Обобщенную матрицу взаимных потенциальных коэффициентов такого НВВТП удобно представить в клеточной форме, где каждая диагональная клетка представляет собой квадратную матрицу собственных и взаимных потенциальных коэффициентов какой-либо группы проводников. Недиагональные клетки, в общем случае, являются прямоугольными матрицами взаимных потенциальных коэффициентов проводников разных групп. Обобщенная клеточная матрица взаимных потенциальных коэффициентов НВВТП, изображенного на рисунке 2, будет иметь вид (88).

$$p_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_a l_1 l_2}\left\{l_1\ln\frac{h+l_1+l_2}{h+l_1} + l_2\ln\frac{h+l_1+l_2}{h+l_2} + h\ln\frac{h(h+l_1+l_2)}{(h+l_1)(h+l_2)}\right\}, \tag{86}$$

$$p_{11} = \frac{2}{4\pi\varepsilon_a l}\left(\ln\frac{2l}{a_r} - 1\right), \tag{87}$$

$$\left|P^{\Sigma}_{K\ K}\right| = \begin{matrix} \left|P^{\Sigma}_{\overline{AA}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{AB}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{AC}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{AG}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{A}\underline{F}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\overline{BA}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{BB}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{BC}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{BG}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{B}\underline{F}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\overline{CA}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{CB}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{CC}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{CG}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{C}\underline{F}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\overline{GA}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{GB}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{GC}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{G\bar{G}}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{G}\underline{F}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{A}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{B}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{C}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{G}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{FF}}\right| \end{matrix} = \left\|\begin{matrix} \left|P^{\Sigma}_{\overline{N}\ \overline{N}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\overline{N}\ \underline{M}}\right| \\ \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\ \overline{N}}\right| & \left|P^{\Sigma}_{\underline{M}\ \underline{M}}\right| \end{matrix}\right\|. \tag{88}$$

Элементы квадратной матрицы $\left|P^{\Sigma}_{\overline{AA}}\right|$ являются собственными и взаимными потенциальными коэффициентами проводников верхней нагрузки, и, как следует из (17), имеют вид:

$$p^{\Sigma}_{\overline{aa'}} = p_{\overline{aa'}} + \gamma p_{\overline{a}\ \underline{a'}} \tag{89}$$

где a, a' – номера проводников группы A ($1 \le a \le A$; $1 \le a' \le A$); $p_{\bar{a}\ \overline{a'}}$ – взаимный потенциальный коэффициент проводников a и a', размещенных в безграничной однородной среде с параметрами воздуха; $p_{\bar{a}\ \underline{a'}}$ – взаимный потенциальный коэффициент проводника a и зеркального изображения проводника a', при условии размещения их в безграничной однородной среде с параметрами воздуха.

Если $a \ne a'$, то $p_{\bar{a}\ \overline{a'}}$ определяется соотношением (84) при $l = l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $\alpha = \alpha_{a\,a'} = (\pi/\mathrm{A})(a - a')$;

$p_{\bar a\,\underline{a'}}$ определяется соотношением (81) при: $l = l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $\alpha = \alpha_{a\,a'} = (\pi/A)(a - a')$; $d = l_B + l_C$.

При $a = a'$: $p_{\bar a\,\bar a}$ – собственный потенциальный коэффициент проводника a в безграничной среде, определяемый соотношением (87) при $l = l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $a_r = a_A$; $p_{\bar a\,\underline{a}}$ – взаимный потенциальный коэффициент проводника a и его изображения при условии их нахождения в безграничной среде, определяемый соотношением (83) при $l = l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $d = l_B + l_C$.

Матрица $|P^{\Sigma}_{\overline{BB}}|$ состоит из одного элемента, являющегося собственным потенциальным коэффициентом верхнего плеча излучателя НВВТП. Из соотношения (17) следует:

$$p^{\Sigma}_{\overline{bb}} = p_{\overline{bb}} + \gamma p_{\bar b\,\underline{b}}, \tag{90}$$

где $p_{\bar b\,\bar b}$ – определяется соотношением (87) при $l = l_B$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $a_r = a_B$; $p_{\bar b\,\underline{b}}$ – соотношением (86) при $l_1 = l_2 = l_B$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $h = 2l_C$.

Матрица $|P^{\Sigma}_{\overline{CC}}|$ также состоит из одного элемента, являющегося собственным потенциальным коэффициентом нижнего плеча излучателя НВВТП. Из соотношения (17) следует:

$$p^{\Sigma}_{\overline{cc}} = p_{\bar c\,\bar c} + \gamma p_{\bar c\,\underline{c}}, \tag{91}$$

где $p_{\bar c\,\bar c}$ – определяется соотношением (87) при $l = l_C$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $a_r = a_C$; $p_{\bar c\,\underline{c}}$ – соотношением (86) при $l_1 = l_2 = l_C$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $h = 0$.

Элементы квадратной матрицы $|P^{\Sigma}_{\bar G\bar G}|$ являются собственными и взаимными потенциальными коэффициентами проводников системы противовесов. В общем виде они также определяются соотношением (17):

$$p^{\Sigma}_{\bar g\,g'} = p_{\bar g\,\overline{g'}} + j p_{\bar g\,\underline{g'}}, \tag{92}$$

при условии, что $1 \le g \le G$; $1 \le g' \le G$.

Если $g \ne g'$, то $p_{\bar g\,\overline{g'}}$ – определяется соотношением (84) при $l = l_G$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $\alpha = \alpha_{g\,g'} = (\pi/G)(g - g')$; $p_{\bar g\,\underline{g'}}$ – соотношением (81) при $l = l_G$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $\alpha = \alpha_{g\,g'} = (\pi/G)(g - g')$; $d = 2a_D$.

Если $g = g'$, то: $p_{\bar g\,\overline{g'}}$ – определяется соотношением (87) при $l = l_G$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $a_r = a_G$; $p_{\bar g\,\underline{g'}}$ – соотношением (83) при $l = l_G$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $d = 2a_G$.

Прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar A\bar B}|$ представляет собой столбец, содержащий A элементов, являющихся взаимными потенциальными коэффициентами проводников a и b. В силу осесимметричности расположения проводников относительно проводника b все элементы столбца равны:

$$p^{\Sigma}_{\bar a\,\bar b} = p_{\bar a\,\bar b} + \gamma p_{\bar a\,\underline{b}}, \tag{93}$$

где $p_{\bar a\,\bar b}$ – определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_B$; $h = 0$; $p_{\bar a\,\underline{b}}$ – соотношением (85) при $l_1 = 2l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_B$; $h = 2l_C$.

Прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar A\bar C}|$ также представляет собой столбец, содержащий A одинаковых элементов, представляющих собой взаимные потенциальные коэффициенты проводников a с проводником c, как следует из соотношения (17):

$$p^{\Sigma}_{\bar a\,\bar c} = p_{\bar a\,\bar c} + \gamma p_{\bar a\,\underline{c}}, \tag{94}$$

где $p_{\bar a\,\bar c}$ – определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_C$; $h = l_B$; $p_{\bar a\,\underline{c}}$ – соотношением (85) при $l_1 = 2l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_C$; $h = l_B + l_C$.

Прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar A\bar G}|$ содержит A строк и G столбцов, состоящих из взаимных потенциальных коэффициентов проводников группы A с проводниками группы G. Общий вид элементов этой матрицы также определяется соотношением (17):

$$p^{\Sigma}_{\bar a\,\bar g} = p_{\bar a\,\bar g} + \gamma p_{\bar a\,\underline{g}}. \tag{95}$$

Легко показать, что угол между проекцией проводника g на плоскость проводников группы A составляет:

$$\alpha(a\,g) = \pi/2\ [(a/A) - ([g/G])]. \tag{96}$$

Если $\alpha_{a\,g} \ne 0$, то $p_{\bar a\,\bar g}$ – определяется соотношением (73) при $l_1 = 2l_A$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = 2l_G$; $d = l_B + l_C$.

Если $\alpha_{a\,g} = 0$, то: $p_{\bar a\,\bar g}$ – соотношением (82) при тех же условиях. В обоих случаях $p_{\bar a\,\underline{g}} = p_{\bar a\,\bar g}$.

Для рассматриваемой конструкции НВВТП, прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar B\bar C}|$ состоит из одного элемента, определяемого в соответствии с (17) как:

$$p^{\Sigma}_{\bar b\,\bar c} = p_{\bar b\,\bar c} + \gamma p_{\bar b\,\underline{c}}, \tag{97}$$

где $p_{\bar b\,\bar c}$ – определяется соотношением (86) при $l_1 = l_B$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_C$; $h = 0$; $p_{\bar b\,\underline{c}}$ – соотношением (86) при $l_1 = l_B$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_C$; $h = l_C$.

Прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar B\bar G}|$ является матрицей-строкой, состоящей из G одинаковых элементов:

$$p^{\Sigma}_{\bar b\,\bar g} = p_{\bar b\,\bar g} + \gamma p_{\bar b\,\underline{g}}, \tag{98}$$

где $p_{\bar b\,\bar g} = p_{\bar b\,\underline{g}}$ – определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_G$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_B$; $h = l_C$.

Прямоугольная матрица $|P^{\Sigma}_{\bar C\bar G}|$ также является строкой, состоящей из G одинаковых элементов:

$$p^{\Sigma}_{\bar c\,\bar g} = p_{\bar c\,\bar g} + \gamma p_{\bar c\,\underline{g}}, \tag{99}$$

где $p_{\bar c\,\bar g} = p_{\bar c\,\underline{g}}$ и определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_C$; $\varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_C$; $h = 0$.

Учитывая, что согласно принципу взаимности $\left|P^{\Sigma}_{\overline{BA}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{AB}}\right|^{T}$, $\left|P^{\Sigma}_{\overline{CA}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{AC}}\right|^{T}$, $\left|P^{\Sigma}_{\overline{CB}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{BC}}\right|^{T}$, $\left|P^{\Sigma}_{\overline{GA}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{AG}}\right|^{T}$, $\left|P^{\Sigma}_{\overline{GB}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{BG}}\right|^{T}$ и $\left|P^{\Sigma}_{\overline{GC}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{CG}}\right|^{T}$, все элементы обобщенной квадратной матрицы $\left|P^{\Sigma}_{\overline{NN}}\right|$, содержащей собственные и взаимные потенциальные коэффициенты проводников, находящихся в воздушной среде, могут быть вычислены по изложенному выше алгоритму.

Поскольку группа F состоит из одного проводника, прямоугольные матрицы $\left|P^{\Sigma}_{\overline{A}\underline{F}}\right|$ и $\left|P^{\Sigma}_{\overline{G}\underline{F}}\right|$ представляют собой столбцы, содержащие A и G элементов, соответственно. При этом каждая из указанных матриц состоит из одинаковых элементов, так как проводники групп A и G имеют одинаковое расположение относительно проводника F. Эти элементы представляют собой потенциалы, создаваемые на проводниках групп A и G единичным зарядом, распределенным по проводнику F, при условии, что все проводники находятся в однородной среде с параметрами воздуха. Согласно соотношению (18), эти потенциалы будут следующими:

$$p^{\Sigma}_{\bar{a}\,\underline{f}} = (1+\gamma)p_{\bar{a}\,\underline{f}}, \tag{100}$$

$$p^{\Sigma}_{\bar{g}\,\underline{f}} = (1+\gamma)p_{\bar{g}\,\underline{f}}\,, \tag{101}$$

где $p_{\bar{a}\,\underline{f}}$ – определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_A; \varepsilon_a = \varepsilon_0; l_2 = l_F; h = l_B + l_C; p_{\bar{g}\,\underline{f}}$ – определяется соотношением (85) при $l_1 = 2l_G; \varepsilon_a = \varepsilon_0$; $l_2 = l_F; h = 0$.

Матрицы $\left|P^{\Sigma}_{\overline{B}\underline{F}}\right|$ и $\left|P^{\Sigma}_{\overline{C}\underline{F}}\right|$ содержат по одному потенциальному коэффициенту; их общий вид определяется аналогичным образом:

$$p^{\Sigma}_{\bar{b}\,\underline{f}} = (1+\gamma)p_{\bar{b}\,\underline{f}}, \tag{102}$$

$$p^{\Sigma}_{\bar{c}\,\underline{f}} = (1+\gamma)\,p_{\bar{c}\,\underline{f}}. \tag{103}$$

Поскольку проводники $\bar{b}$, $\bar{c}$ и $\underline{f}$ коллинеарны, то $p_{\bar{b}\,\underline{f}}$ – определяется соотношением (86) при $l_1 = l_B; \varepsilon_a = \varepsilon_0; l_2 = l_F; h = l_C; p_{\bar{c}\,\underline{f}}$ – определяется соотношением (86) при $l_1 = l_C; \varepsilon_a = \varepsilon_0; l_2 = l_F; h = 0$.

Легко показать, что матрицы строки $\left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{A}}\right|$, $\left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{B}}\right|$, $\left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{C}}\right|$ и $\left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{G}}\right|$, определенные в соответствии с (19), удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{gathered} \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{A}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{A}\underline{F}}\right|^{T}; \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{G}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{G}\underline{F}}\right|^{T}; \\ \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{B}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{B}\underline{F}}\right|^{T}; \left|P^{\Sigma}_{\underline{F}\overline{C}}\right| = \left|P^{\Sigma}_{\overline{C}\underline{F}}\right|^{T}. \end{gathered} \tag{104}$$

Последней из рассмотренной матрицей клеткой, входящей в обобщенную матрицу взаимных потенциальных коэффициентов НВВТП (88), является $\left|P^{\Sigma}_{\underline{FF}}\right|$, описывающая взаимодействие проводников, заглубленных в землю, а именно проводников группы F. Поскольку в анализируемой конструкции эта группа состоит из одного проводника, матрица $\left|P^{\Sigma}_{\underline{FF}}\right|$ состоит из одного элемента, общий вид которого, в соответствии с (20), будет следующим:

$$p^{\Sigma}_{\underline{f}\,\underline{f}} = p_{\underline{f}\,\underline{f}} - \gamma p_{\underline{f}\,\bar{f}}, \tag{105}$$

где $p_{\underline{f}\,\underline{f}}$ – собственный потенциальный коэффициент проводника f в безграничной среде с параметрами земли, определяемый соотношением (87) при $l = l_F; \varepsilon_a = \varepsilon_0\,\varepsilon_k; a_r = a_F; p_{\underline{f}\,\bar{f}}$ – взаимный потенциальный коэффициент проводника и его изображения при условии, что они находятся в среде с параметрами земли. Определяется соотношением (86) при $l_1 = l_F; l_2 = l_F; \varepsilon_a = \varepsilon_0\,\varepsilon_k$.

Соотношения (89–105), совместно с (73–87) полностью определяют обобщенную матрицу взаимных потенциальных коэффициентов проводников НВВТП, анализируемой конструкции. В результате обращения эта матрица преобразуется в матрицу взаимных емкостей, в которой можно выделить клетки, описывающие взаимодействие проводников по принципу принадлежности к верхнему или нижнему плечу НВВТП:

$$\left|P^{\Sigma}_{K\ K}\right|^{-1} = \begin{vmatrix} |C_{\overline{AA}}| & |C_{\overline{AB}}| & |C_{\overline{AC}}| & |C_{\overline{AG}}| & |C_{\overline{A}\underline{F}}| \\ |C_{\overline{BA}}| & |C_{\overline{BB}}| & |C_{\overline{BC}}| & |C_{\overline{BG}}| & |C_{\overline{B}\underline{F}}| \\ |C_{\overline{CA}}| & |C_{\overline{CB}}| & |C_{\overline{CC}}| & |C_{\overline{CG}}| & |C_{\overline{C}\underline{F}}| \\ |C_{\overline{GA}}| & |C_{\overline{GB}}| & |C_{\overline{GC}}| & |C_{\overline{G}\bar{G}}| & |C_{\overline{G}\underline{F}}| \\ |C_{\underline{F}\overline{A}}| & |C_{\underline{F}\overline{B}}| & |C_{\underline{F}\overline{C}}| & |C_{\underline{F}\overline{G}}| & |C_{\underline{FF}}| \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} |C_{VV}| & |C_{VT}| \\ |C_{TV}| & |C_{TT}| \end{Vmatrix}, \tag{106}$$

где $V = A + B$ – число проводников, содержащихся в верхнем плече НВВТП; $T = C + G + F$ – число проводников, содержащихся в нижнем плече НВВТП.

Определив матрицы $|C_{VV}|$, $|C_{VT}|$, $|C_{TV}|$ и $|C_{TT}|$, суммированием их элементов (30–33), легко вычислить комплексные емкости каждого плеча антенны, и взаимные емкости между плечами, после чего, воспользовавшись соотношением (34), найти комплексную емкость НВВТП.

Как известно [2, 3, 10], мнимая составляющая комплексной емкости антенны характеризует сопротивление тепловых потерь в подстилающей поверхности, что позволяет использовать ее в качестве критерия, как при оценке эффективности различных элементов конструкции НВВТП, так и при выборе их размеров.

В работе [10] сопротивление тепловых потерь использовалось как критерий при выборе длины заземлителя НВВТП ШТ4Н81, состоящего из трех коллинеарных проводников. Сделан вывод о невозможности существенного снижения потерь, путем удлинения заземлителя, при развертывании ШТ4Н81 на сухой почве. Рекомендовано исследовать вопрос о целесообразности введения в конструкцию ШТ4Н81 системы радиально расходящихся противовесов.

На рисунке 4 приведены частотные зависимости сопротивления потерь ШТ4Н81, конструкция которого дополнена верхней нагрузкой, содержащей шесть радиально расходящихся проводников, и шестью, также радиально расходящимися, противовесами. Длина излучателей $l_1 = l_2 = 1$ м. Диаметр проводников: излучателя – 50 мм; верхней нагрузки – 4 мм; противовесов – 2 мм. Длина заземлителя: 0,4 м.

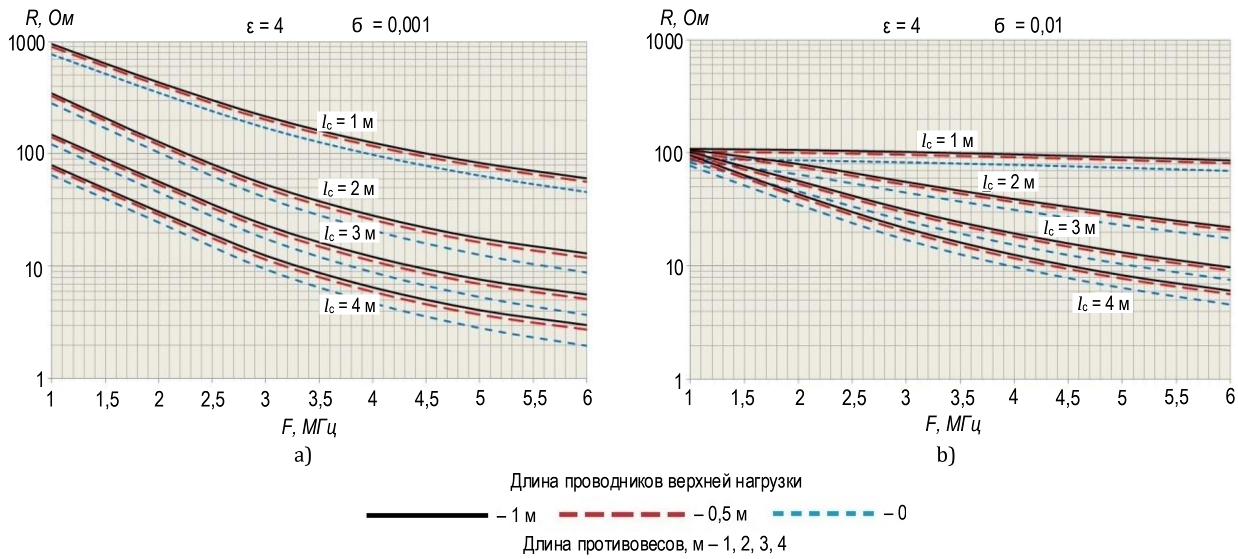

Рис. 4. Вещественная составляющая сопротивления потерь НВВТП в зависимости от частоты для влажной (a) и сухой (b) почв

Fig. 4. The Frequency Dependence of Real Part of Impedance of Unbalanced Monopole with Shunt Feed for Wet (a) and Dry (b) Soils

Как видно из рисунков, введение верхней нагрузки увеличивает сопротивление потерь, что объясняется большей разветвленностью токов смещения. Таким образом, вопрос о целесообразности применения верхней нагрузки можно решить только после оценки ее влияния на сопротивление излучения, а, следовательно, и на КПД НВВТП. Введение в конструкцию системы противовесов НВВТП уменьшает потери, что особенно заметно при развертывании на сухой почве.

Снижение потерь на влажной почве не так значительно, а поскольку развертывание противовесов существенно снижает мобильность комплекса, целесообразно рассмотреть вопрос о проектировании быстросъемной системы противовесов. Это позволит принимать решение об ее использовании руководителю подразделения, эксплуатирующего комплекс, на основании анализа состояния почвы и складывающейся оперативной обстановки.

Заключение

Полученные аналитические выражения позволяют определять КЕ нормально разомкнутых проволочных антенн практически любой конструкции, могут использоваться при решении задач оптимизации размеров их элементов. Предложенная последовательность вычислений при определении КЕ многоэлементных проволочных антенн может быть полезна при определении таких параметров, как входное сопротивление, коэффициенты полезного действия, согласования по сопротивлению и усиления антенны. Приведенный анализ влияния верхней нагрузки и системы противовесов на тепловые потери НВВТП позволил выработать рекомендации по конструированию НВВТП малых по сравнению с длиной волны.

Список источников

1. Попов О.В., Тумашов А.В., Борисов Г.Н., Коровин К.О. Математическая модель несимметричного вибратора с вынесенной точкой питания. Часть 1. Общий подход к построению математической модели // Труды учебных заведений связи. 2023. Т. 9. № 1. С. 24–33. DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-1-24-33.
2. Гавеля Н.П., Истрашкин А.Д., Муравьев Ю.К., Серков В.П. Антенны. Ч. I. Л.: ВКАС, 1963. 633 с.
3. Муравьев Ю.К. Справочник по расчету проволочных антенн. Л.: ВАС, 1978.
4. Серков В.П. Распространение радиоволн и антенные устройства. Л.: ВАС, 1981.
5. Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. Л.: Энергия: Ленингр. отд-ние, 1972. 816 с.
6. Конторович М.И. О расчете емкости антенны по методу Хоу // Труды ВКАС. 1943. № 2.

7. Howe C.W. On the capacity of radio-telegraphic antennae // Electrician. 1914. Vol. 73.
8. Бесчастнов Н.С., Конторович М.И. О потерях в земле при использовании корпуса передатчика в качестве противовеса // Труды ВКАС. 1944. № 3.
9. Конторович М.И. Эквивалентные параметры провода // Труды ВКАС. 1944. № 6.
10. Попов О.В., Тумашов А.В., Борисов Г.Н. Методика расчета сопротивления потерь заземленных несимметричных вибраторов с вынесенной точкой питания // Успехи современной радиоэлектроники. 2021. Т. 75. № 4. С. 71–79. DOI:10.18127/j20700784-202104-10
11. Русин Ю.С. Метод приближенного расчета электрической емкости // Электричество. 1960. № 11. С. 48.
12. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. М.: Изд-во «Советское радио», 1971.
13. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1981.
14. Иоссель Ю.Я., Кочанов Э.С., Струнский М.Г. Расчет электрической емкости. Л.: Энергоиздат: Ленингр. отд-ние, 1981. 288 с.

References

1. Popov O., Tumashov A., Borisov G., Korovin K. Mathematical Model of the Unbalanced Monopole Feed. Part 1. General Approach to Building a Mathematical Model. *Proc. of Telecom. Universities*. 2023;9(1):24–33. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-1-24-33
2. Gavelya N.P., Istrashkin A.D., Muravyov Yu.K. *Antennas. Part I.* Leningrad: Military Academy of Communications Publ.; 1963. 633 p. (in Russ.)
3. Muravyov Yu.K. *Handbook for the Calculation of Wire Antennas.* Leningrad: Military Academy of Telecommunications Publ.; 1978. (in Russ.)
4. Serkov V.P. *Radio Wave Propagation and Antenna Devices*. Leningrad: Military Academy of Telecommunications Publ.; 1981. (in Russ.)
5. Zernov N.V., Karpov V.G. *Theory of Radio Circuits*. Leningrad: Energiia Publ.; 1972. 816 p. (in Russ.)
6. Kontorovich M.I. On the calculation of the capacitance of the antenna by the Howe method. *Trudy VKAS*. 1944;2. (in Russ.)
7. Howe C.W. On the capacity of radio-telegraphic antennae. *Electrician*. 1914:73.
8. Beschastnov N.S., Kontorovich M.I. On Loss in the Ground when Assembling the Mechanism as a Counterweight. *Trudy VKAS*. 1944;3. (in Russ.)
9. Kontorovich M.I. Equivalent wire parameters. *Trudy VKAS.* 1944;6. (in Russ.)
10. Popov O.V., Tumashov A.V., Borisov G.N. Method for Calculating the Loss Asymmetric Vibrators with a Remote Power Point. *Journal Achievements of Modern Radioelectronics*. 2021;75(4):71–79. DOI:10.18127/j20700784-202104-10
11. Rusin Yu.S. Approximate Capacitance Measurement Method. *Elektrichestvo*. 1960;11(48) (in Russ.)
12. Goldstein L.D., Zernov N.V. *Electromagnetic Fields and Waves*. Moscow: Sovetskoe radio Publ.; 1971. (in Russ.)
13. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integrals and Series. Elementary Functions*. Moscow: Nauka Glavnaia redaktsiia fiziko-matematicheskoi literatury Publ.; 1981. (in Russ.)
14. Iossel Yu.Ya., Kochanov E.S., Strunsky M.G. *Capacity Calculation*. Leningrad: Energoizdat Publ.; 1981. 288 p. (in Russ.)

Статья поступила в редакцию 17.04.2023; одобрена после рецензирования 27.04.2023; принята к публикации 11.05.2023.
The article was submitted 17.04.2023; approved after reviewing 27.04.2023; accepted for publication 11.05.2023.

Информация об авторах:

ПОПОВ Олег Вениаминович — кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник ООО «Специальный технологический центр»
https://orcid.org/0000-0002-5315-2679

ТУМАШОВ Андрей Витальевич — инженер-конструктор ООО «Специальный технологический центр»
https://orcid.org/0000-0003-2656-0463

БОРИСОВ Георгий Николаевич — инженер ООО «Специальный технологический центр»
https://orcid.org/0000-0002-3275-251X

КОРОВИН Константин Олегович — кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой радиосистем и обработки сигналов Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича
https://orcid.org/0000-0001-7979-3725