Научная статья УДК 621.372.632 DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-1-35-40

CC BY 4.0

Реализация алгоритма начальной синхронизации демодулятора сигналов с прямым расширением спектра на основе быстрого преобразования Фурье. Часть 2. Оценивание несущей частоты

Бфим Александрович Брусин, brusin.ea@sut.ru

АО «Российский институт радионавигации и времени», Санкт-Петербург, 192012, Российская Федерация Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

Аннотация: Сигналы с прямым расширением спектра широко распространены в современных системах связи и навигации. Зачастую для каналов связи, в которых используются такие сигналы, характерны значительные по отношению к информационным скоростям принимаемых сигналов изменения несущей частоты. В частности, для каналов связи с существенным доплеровским смещением. Поэтому оценивание несущей частоты играет ключевую роль при решении задачи начальной синхронизации демодуляторов сигналов с прямым расширением спектра. В первой части статьи были представлены основные подходы к решению задачи начальной синхронизации. В данной части работы предложен алгоритм оценивания несущей частоты, основанный на анализе сечения функции неопределенности принимаемого сигнала в плоскости задержки. Оценивание несущей частоты осуществляется на основе быстрого преобразования Фурье с использованием итеративной процедуры дихотомического поиска. Приведены результаты анализа его эффективности; дисперсии оценок, полученные при реализации предложенного алгоритма оценивания, сопоставляются с границей Крамера – Рао.

Ключевые слова: прямое расширение спектра, оценивание несущей частоты, быстрое преобразование Фурье, дихотомический поиск, граница Крамера – Рао

Ссылка для цитирования: Брусин Е.А. Реализация алгоритма начальной синхронизации демодулятора сигналов с прямым расширением спектра на основе быстрого преобразования Фурье. Часть 2. Оценивание несущей частоты // Труды учебных заведений связи. 2023. Т. 9. № 1. С. 35–40. DOI:10.31854/ 1813-324X-2023-9-1-35-40

Direct Sequence Spread Spectrum Signal's Demodulator Acquisition Implementation Based on Fast Fourier Transform. Part 2. Carrier Frequency Estimation

💿 Efim Brusin, brusin.ea@sut.ru

Russian Institute of Radionavigation and Time, St. Petersburg, 192012, Russian Federation The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications, St. Petersburg, 193232, Russian Federation **Abstract:** Signals with direct spread spectrum are widespread in modern communication and navigation systems. Often for communication channels in which such signals are used, significant changes in the carrier frequency in relation to the information speeds of the received signals are characteristic. In particular, for communication channels with significant Doppler shift. Therefore, estimation of the carrier frequency plays a key role in solving the problem of initial synchronization of demodulators of signals with direct spectral broadening. In the first part of the paper, the main approaches to solving the initial synchronization problem were presented. In this part of the paper an algorithm for estimating the carrier frequency based on the analysis of the received signal uncertainty function cross section in the delay plane was proposed. The carrier frequency estimation is based on the fast Fourier transform using an iterative dichotomous search procedure. The results of its efficiency analysis are presented; the variance of the estimates obtained in the implementation of the proposed estimation algorithm are compared with the Cramer-Rao boundary.

Keywords: direct sequence spread spectrum signals, frequency estimation, Fast Fourier Transform, dichotomous search, Cramer-Rao bound

For citation: Brusin E. Direct Sequence Spread Spectrum Signal's Demodulator Acquisition Implementation Based on Fast Fourier Transform. Part 2. Carrier Frequency Estimation. *Proc. of Telecom. Universities.* 2023;9(1):35–40. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2023-9-1-35-40

Алгоритм начальной синхронизации демодулятора сигналов с прямым расширением спектра на основе БПФ предложен в работе [1]. В ней обсуждается синхронизация как по несущей частоте, так и по задержке. Предложенный в [1] алгоритм обеспечивает достаточно «грубое» оценивание несущей частоты. Для реализации собственно задемодулятора могут использоваться, хвата например, методы, основанные на применении схем частотной автоподстройки [2]. В то же время интерес представляют подходы, которые бы обеспечили оценивание с дисперсией, достаточной для непосредственного перехода к демодуляции.

Известно, что для практической реализации демодулятора сигнала с прямым расширением спектра начальное смещение по частоте несущего колебания должно быть порядка единиц процентов от частоты следования информационных символов [3]:

$$\left(\sigma_f T_b\right)^2 \sim 10^{-3},\tag{1}$$

где *Т*_b – длительность информационного символа.

То есть необходимо разработать алгоритм оценивания, который бы обеспечил указанную дисперсию оценки.

Интересный подход к оцениванию несущей частоты сигналов с прямым расширением спектра изложен в работе [4]. Однако результаты, представленные в ней, не дают полного представления об эффективности предложенного алгоритма оценивания.

Таким образом, несмотря на значительное количество работ по проблеме начальной синхронизации демодуляторов сигналов с прямым расширением спектра, представляется, что проблемы оценивания несущей частоты принимаемого сигнала освещены недостаточно полно. В связи с этим основными задачами второй части работы являются разработка алгоритма оценивания несущей частоты сигнала с прямым расширением спектра и анализ эффективности алгоритма методами компьютерного моделирования. При разработке собственно процедуры оценивания будем опираться на алгоритм начальной синхронизации, предложенный в [1].

Алгоритм оценивания

Как и в [1], будем рассматривать принимаемый сигнал двухпозиционной фазовой модуляции (ФМ-2) в виде:

$$\tilde{s}_k(t; b_k) = s_k(t - \tau_k) \cdot B_k(t - \tau_k) \times \cos(2\pi(f_0 + f)t + \varphi_k) + n_\tau(t),$$

где τ_k – задержка в канале; f – смещение частоты несущего колебания относительно заданного номинального значения; φ_k – фаза несущей частоты; $n_{\tau}(t)$ – отсчеты шума.

Для анализа эффективности алгоритма оценивания нормированную дисперсию оценки $(\sigma_f T_b)^2$ сопоставим с границей Крамера – Рао [5]:

$$D\{\hat{f}\} \approx \frac{1}{(2\pi T_{rms})^2 q^2}, q \gg 1,$$
 (2)

где q²– отношение сигнал-шум; T_{rms} – среднеквадратичная длительность сигнала, характеризующая длительность сигнала во времени.

На практике полученная по результатам моделирования нормированная дисперсия оценок сравнивается с нормированной границей, для получения которой проведем простые преобразования. В первом приближении будем полагать, что среднеквадратичная длительность сигнала равна длительности информационного символа:

$$T_{rms} \sim T_b$$
.

Приведем отношение сигнал/шум к соответствующему отношению на чип:

$$q^2 = q_S^2 N_I,$$

где N₁ – длина расширяющей спектр последовательности; q_{S}^{2} – отношение сигнал/шум на чип.

Границу (2) перепишем в виде:

$$D\{\hat{f}\} \approx \frac{1}{4\pi^2 T_b^2 q_S^2 N_I}$$

Отсюда для нормированной границы Крамера – Рао оценки несущей частоты принимаемого сигнала можно записать:

$$CRLB(\hat{f}) \cdot T_b^2 \approx \frac{1}{4\pi^2 N_I E_S/N_0}.$$
 (3)

В [1] приведена полученная по результатам моделирования зависимость нормированной дисперсии оценки несущей частоты для длины БПФ, равной 32768, что соответствует длительности интервала наблюдения К = 8. Моделирование проводилось для следующего сигнала: длительность информационного символа $T_b = 50$ мкс (что соответствует информационной скорости 20 кбит/с), вид модуляции ФМ-2, диапазон поиска по несущей частоте ±40 кГц, N_I = 2046. Шаг сетки по несущей частоте $\Delta f T_b = 0,25$. В результате для K = 8 была получена нормированная дисперсия $(\sigma_f T_b)^2 \sim 10^{-2}$, что на порядок больше необходимой дисперсии оценки в соответствии с условием (1). Очевидное решение задачи повышения точности оценивания уменьшение шага сетки частот. Для иллюстрации этого подхода на рисунке 1 представлены зависимости нормированных дисперсий оценки для $\Delta f T_b = 0,25$ и $\Delta f T_b = 0,125$.



Fig. 1. Estimation Variance

Следует отметить, что даже при $\Delta f T_b = 0,125$ полученная дисперсия недостаточна для захвата демодулятора. При этом количество вычислений БПФ практически удвоилось. Дальнейшее повышение точности оценивания потребует существенного увеличения объема вычислений. Поэтому для решения задачи оценивания несущей частоты предлагается другой подход.

Рассмотрим функцию неопределенности $\bar{\rho}(m, l)$, вычисленную в соответствии с алгоритмом, предложенным в [1]. В качестве иллюстрации на рисунке 2 представлена реализация функции $\bar{\rho}(m, l)$ для $E_s/N_0 = -10$ дБ, $L_f = 12$, частотной неопределенности ±40 кГц, K = 8 и $\Delta f T_b = 0,25$.



Рис. 2. Функция неопределенности Fig. 2. Ambiguity Function

Выделим сечение функции неопределенности при $l = L_f$:

$$F(m) = \overline{\rho}(m, L_f). \tag{4}$$

Рассматриваемое сечение F(m) фактически является срезом функции неопределенности $\bar{\rho}(m, l)$ в плоскости задержки. В качестве иллюстрации на рисунке За представлена реализация сечения функции неопределенности, полученная в ходе моделирования; -40 кГц на рисунке соответствует m = -8, а +40 кГц соответствует m = +8. Зависимость получена для нулевого смещения частоты несущего колебания относительно заданного номинального значения (f = 0) при отношении сигнал/шум на чип, равном -10 дБ.

При смещении несущей частоты принимаемого сигнала будут смещаться соответствующие сечения. Так, на рисунке 3b показаны реализации функции (4) при разных смещениях сигнала по несущей частоте: 0 и ± 5 кГц. Функцию (4) можно трактовать как дискретный спектр фрагмента сигнала. В таком случае задача оценивания тождественна задаче нахождения максимума этого спектра. Фактически оценивание несущей частоты сводится к нахождению максимума сечения функции неопределенности $\overline{\rho}(m, L_f)$ в плоскости частоты.

Подобная задача возникает при оценивании частоты синусоидального сигнала [6], которая сводится уже к нахождению максимума периодограммы, для чего разработан ряд алгоритмов. В частности, предлагается итеративная процедура дихотомического поиска [7], которая обеспечивает асимптотически эффективную оценку несущей частоты гармонического сигнала. Для нахождения максимума сечения функции неопределенности предлагается использовать указанный метод дихотомического поиска, трансформировав его с учетом специфики принимаемого сигнала.



Рис. 3. Сечение функции неопределенности Fig. 3. Ambiguity Function Section

Суть процедуры оценивания состоит в следующем. Вычисляем функцию неопределенности и находим оценку несущей частоты и смещение по отношению к опорной расширяющей последовательности в соответствии с алгоритмом, предложенном в [1]:

$$\{M_f, L_f\} = \arg\left\{\max_{m,l} \bar{\rho}(m, l)\right\},\,$$

где $m = -M/2, ... - 1, 0, 1, ... M/2; l = 0, 1 ..., N_l - 1.$

В результате получаем искомую позицию по отношению к опорной расширяющей последовательности L_f и оценку смещения несущей частоты принимаемого сигнала относительно заданного номинального значения:

$$\hat{f} = M_f \cdot \Delta f. \tag{5}$$

В соответствии с *L_f* выделяем сечение функции неопределенности:

$$F(m) = \bar{\rho}(m, L_f).$$

После этого запускается итеративная процедура дихотомического поиска. Начальное значение итеративной процедуры – оценка (5):

$$\hat{f}_{c0} = \hat{f}.$$

Далее включается собственно дихотомический поиск. Суть процесса дихотомического поиска состоит в последовательном вычислении прямых и обратных преобразований Фурье.

Рассмотрим частоты

$$f_i^+ = f_{i-1}^+ + \frac{1}{2^i} \Delta f, \ i = 1, 2, \dots, M_i$$

И

$$f_i^- = f_{i-1}^- - \frac{1}{2^i} \Delta f, \ i = 1, 2, \dots, M_i,$$

где M_i – число итераций; $f_0^+ = f_0^- = \hat{f}_{c0}$.

Вычисляются преобразования Фурье вида:

$$S_l^+ = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}_k(t_n; b_k) \cdot e^{-j2\pi (f_0 + f_l^+)t_n} \cdot e^{-j\frac{2\pi nl}{N}}$$

И

И

И

$$S_l^{-} = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}_k(t_n; b_k) \cdot e^{-j2\pi (f_0 + f_l^{-})t_n} \cdot e^{-j\frac{2\pi nl}{N}}$$

где *l* = 0, 1, ..., *N*–1.

Затем вычисляются обратные преобразования Фурье вида:

$$s_l^+ = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_l^+ \cdot \hat{R}_n \cdot e^{j\frac{2\pi nl}{N}}$$

$$s_l^- = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S_l^- \cdot \hat{R}_n \cdot e^{j\frac{2\pi n l}{N}}.$$

Далее проводятся усреднения вида:

$$\langle |s_{m}^{+}| \rangle = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} |s_{m+2kN_{I}}^{+}|$$

$$\langle |s_{m}^{-}| \rangle = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} |s_{m+2kN_{I}}^{-}|.$$

где *m* = 0, 1, ..., 2*N*_l-1.

Если $\langle \left| s_{L_f}^+ \right| \rangle > \langle \left| s_{L_f}^- \right| \rangle$, то $\hat{f}_{ci} = f_i^+$, в противном случае $\hat{f}_{ci} = f_i^-$.

И наконец, при *i* = *M_i*, в заключение итеративной процедуры оценка смещения несущей частоты имеет вид:

$$\hat{f}_{c1} = \hat{f}_{c0} + \hat{f}_{cM_i}$$

Таким образом, предлагаемый алгоритм оценивания является двухэтапной процедурой.

На первом этапе с использованием методов преобразования Фурье строится функция неопределенности принимаемого сигнала. Определяются смещение принимаемого сигнала по отношению к началу заданной расширяющей последовательности L_f и «грубая» оценка несущей частоты:

$$\{M_f, L_f\} = \arg \{\max_{m,l} \bar{\rho}(m, l)\},\$$
$$\hat{f}_{c0} = M_f \cdot \Delta f,$$

где Δf – шаг сетки по несущей частоте.

«Точная» оценка несущей частоты \hat{f}_{c1} осуществляется с использованием итеративной процедуры дихотомического поиска.

Для определения эффективности оценок, обеспечиваемых предложенным алгоритмом, было проведено компьютерное моделирование процедуры оценивания. Отношение сигнал/шум на чип в ходе моделирования изменялось от -30 до 0 дБ с шагом 1 дБ. При каждом E_S/N_0 проводилось 100 попыток реализации алгоритма начальной синхронизации, включая оценивание смещения принимаемого сигнала относительно заданной расширяющей и собственно оценивание несущей частоты.

В ходе моделирования вычислялись вероятность обнаружения и нормированные дисперсии оценок несущей частоты:

$$P_{d} = \frac{1}{N_{p}} \sum_{i=0}^{N_{p}-1} P_{i},$$

$$\left(\sigma_{f}T_{b}\right)^{2} = \frac{1}{N_{p}} \sum_{i=0}^{N_{p}-1} \left[\left(\hat{f}_{c0} - f\right) \cdot T_{b} \right]^{2} \, \varkappa \, \left(\sigma_{f1}T_{b}\right)^{2} =$$

$$= \frac{1}{N_{p}} \sum_{i=0}^{N_{p}-1} \left[\left(\hat{f}_{c1} - f\right) \cdot T_{b} \right]^{2},$$

где N_p – количество попыток реализации алгоритма начальной синхронизации; $P_i = 1$, если $L_f = \tilde{L}_f$ и $P_i = 0$, если $L_f \neq \tilde{L}_f$; \tilde{L}_f – правильное, априорно известное значение смещения временной позиции на приёме. Дисперсия вычислялась для различного количества итерации. Результаты моделирования иллюстрируют зависимости, представленные на рисунках 4 и 5.

На рисунке 4 представлена зависимость вероятности обнаружения от отношения сигнал/шум на чип для $L_f = 12$. Результаты реализации процедуры оценивания для количества итераций 2, 4 и 6 при L_f = 12 представлены на рисунке 5. На рисунке также приведены нормированная граница (3) и дисперсия оценки в соответствии с правилом (5).



Заметим, что с увеличением числа итераций дисперсия оценки приближается к границе (3) и уже при $M_i = 6$ очень незначительно проигрывает нижней границе Крамера – Рао.

Выводы

Предложен двухэтапный алгоритм оценивания несущей частоты сигнала с прямым расширением спектра. На первом этапе с использованием методов преобразования Фурье строится функция неопределенности принимаемого сигнала. На втором этапе осуществляется поиск максимума сечения функции неопределенности.

Фактически предложенный алгоритм оценивания является развитием традиционного подхода к начальной синхронизации, основанного на методах анализа в частотной области с использованием преобразования Фурье. То есть обеспечивает совместную оценку несущей частоты и задержки. Для реализации собственно захвата демодулятора в основном используются схемы частотной автоподстройки. Существенным отличием предлагаемого подхода является точное оценивание несущей частоты с применением итеративной процедуры дихотомического поиска.

В плане практической реализации затраты на процедуру дихотомического поиска сводятся к вычислению двух прямых и двух обратных БПФ на каждую итерацию. Например, для четырех итераций требуется дополнительное вычисление 16 преобразований Фурье. Представляется, что эти дополнительные вычислительные затраты не столь значительны. В свою очередь, использование итеративной процедуры даже с 4 итерациями позволяет в наиболее значимом в практическом плане диапазоне отношения сигнал/шум на чип получить точность оценки несущей частоты, достаточную для «прямого» захвата демодулятора.

Предложенная процедура оценивания позволяет получить требуемую точность оценок при относительно небольших интервалах наблюдения. Так, в рассматриваемом случае приведены результаты для длительности интервала наблюдения *K* = 8.

Следует особо подчеркнуть, что разработанный алгоритм оценивания обеспечивает дисперсии оценок, весьма близкие к границе Крамера – Рао. Например, в диапазоне отношений сигнал/шум на чип от –20 до –10 дБ при использовании итеративной процедуры с 6 итерациями дисперсии оценок проигрывают границе не более 2 дБ. То есть предложенный алгоритм обеспечивает асимптотически эффективное оценивание. А для практической реализации демодулятора достаточно 4 итераций.

Список источников

1. Брусин Е.А. Реализация алгоритма начальной синхронизации демодулятора сигналов с прямым расширением спектра на основе быстрого преобразования Фурье. Часть 1. Постановка задачи и подход к решению // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8. № 4. С. 21–27. DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-4-21-27

2. Перова А.И., Харрисова В.Н. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. М.: Радиотехника, 2010. 800 с.

3. COM-1418 DIRECT SEQUENCE SPREAD-SPECTRUM DEMODULATOR 22 Mchip/s. URL: https://www.comblock.com/ download/com1418.pdf (дата обращения 23.01.2023)

4. DeLeon P.L., Scaife B.J. Spread-Spectrum Carrier Estimation with Unknown Doppler Shift. 1993. URL: https://ntrs.nasa.gov/citations/20000014441 (дата обращения 23.01.2023)

5. Ipatov V.P. Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications. John Wiley & Sons Ltd., 2005.

6. Rife D., Boorstin R. Single tone Parameter Estimation From Discrete-Time Observations // IEEE Transactions on Information Theory. 1974. Vol. 20. Iss. 5. PP. 591–598. DOI:10.1109/TIT.1974.1055282

7. Zakharov Y.V., Tozer T.C. Frequency estimator with dichotomous search of periodogram peak // Electronics Letters. 1999. Vol. 35. Iss. 19. PP. 1608–1609.

References

1. Brusin E. Direct Sequence Spread Spectrum Signal's Demodulator Acquisition Implementation Based on Fast Fourier Transform. Part 1. Problem Statement and Solution Approach. *Proc. of Telecom. Universities.* 2022;8(4):21–27. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-4-21-27

2. Perova A.I., Harrisova V.N. *GLONASS. Principles of Construction and Functioning.* Moscow: Radiotekhnika Publ.; 2010. 800 p. (in Rus.)

3. COM-1418 DIRECT SEQUENCE SPREAD-SPECTRUM DEMODULATOR 22 Mchip/s. URL: https://www.comblock.com/ download/com1418.pdf [Accessed 23rd January 2023]

4. DeLeon P.L., Scaife B.J. Spread-Spectrum Carrier Estimation with Unknown Doppler Shift. 1993. URL: https://ntrs.nasa. gov/citations/20000014441 [Accessed 23rd January 2023]

5. Ipatov V.P. Spread Spectrum and CDMA: Principles and Applications. John Wiley & Sons Ltd.; 2005.

6. Rife D., Boorstin R. Single tone Parameter Estimation From Discrete-Time Observations. *IEEE Transactions on Infor*mation Theory. 1974;20(5):591–598. DOI:10.1109/TIT.1974.1055282

7. Zakharov Y.V., Tozer T.C. Frequency estimator with dichotomous search of periodogram peak. *Electronics Letters*. 1999;35(19):1608–1609.

Статья поступила в редакцию 23.09.2022; одобрена после рецензирования 02.11.2022; принята к публикации 19.01.2023.

The article was submitted 23.09.2022; approved after reviewing 02.11.2022; accepted for publication 19.01.2023.

Информация об авторе:

БРУСИН Ефим Александрович кандидат технических наук, руководитель проектного направления АО «Российский институт радионавигации и времени», доцент кафедры электроники и схемотехники Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,

https://orcid.org/0000-0002-6742-2705