

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТЕОРНОГО РАДИОКАНАЛА

Д.Д. Капралов^{1*}, Д.И. Кирик¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

*Адрес для переписки: d_i_kirik@mail.ru

Информация о статье

УДК 621.396.24

Язык статьи – русский

Ссылка для цитирования: Капралов Д.Д., Кирик Д.И. Стохастическая модель метеорного радиоканала // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 3. С. 54–64.

Аннотация: В статье предложена стохастическая модель метеорного радиоканала, отличающаяся от известных тем, что учитывает статистический характер возникновения следов различного типа. По результатам проведенных исследований сформулированы начальные значения параметров квадратурных составляющих сигнала, отраженного от следов различного типа.

Ключевые слова: метеорная радиосвязь, радиоволны, стохастическая модель.

Введение

Развитие современной аппаратуры метеорной радиосвязи (МРС), как правило, характеризуется меньшими габаритами и массой, энергопотреблением и стоимостью по сравнению с аппаратурой других родов радиосвязи. Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, МРС может быть с успехом использована для организации сбора данных с удаленных объектов, передачи сигналов метеорологической обстановки и т.д.

Однако метеорная радиосвязь характеризуется рядом существенных недостатков, сдерживающих ее широкое применение. Это, прежде всего, прерывистый характер процесса передачи сообщений в линиях МРС, случайность и широкие пределы изменений значений параметров используемых для связи метеорных следов, сравнительно низкая средняя скорость передачи информации и большое время задержки при передаче сообщений.

Существует большое количество работ, в которых предлагаются различные модели метеорного радиоканала. В частности, в работе [1] отражены от метеорных следов сигналы делятся на два класса – недоуплотненные и переуплотненные, каждый из которых описывается изменением огибающей сигнала в виде детерминированной функции времени, зависящей от нескольких случайных величин (начальное значение огибающей – для недоуплотненного следа, максимальное значение огибающей для переуплотненного следа, средняя длительность интервала времени между следами и средняя длительность следа). Подавляющее

большинство работ [2–5] использует еще более простую модель канала МРС, основанную на представлении сигнала с экспоненциально убывающей огибающей (недоуплотненные следы), при этом в зависимости от решаемой задачи в работах полагаются случайными либо детерминированными параметры огибающей.

В работе [6] разработана модель, учитывающая случайные амплитудные и фазовые изменения сигналов на длительности отражения от метеорного следа, специфические особенности отражений от метеорных следов – эффекты диффузии, рекомбинации, прилипания, однако к недостатку этой модели следует отнести ее непригодность для решения задач анализа эффективности проектируемых систем передачи, так как для проведения моделирования неизвестны распределения начальных значений параметров для следов различных типов.

1. Особенности метеорного распространения радиоволн

Для определения особенностей метеорного распространения радиоволн, необходимо определить принцип происхождения метеорных следов. Результаты исследований позволяют представить следующую картину возникновения метеорных следов [1]. Земная атмосфера непрерывно бомбардируется падающими из космоса метеорными частицами различных масс и скоростей. В сутки на Землю падает $90 \cdot 10^6$ частиц с массой большей $5,5 \cdot 10^{-4}$ гр. Интенсивность потока метеоров зависит от времени суток и от времени года [8]. Мак-

симум приходится на 6 часов утра и на осень, а минимум – на 6 часов вечера и на весну.

Оставшийся после торможения метеора запас кинетической энергии расходуется на разогревание и плавление частиц, а также на испарение и ионизацию атомов частиц. Испарившиеся атомы, обладая большим запасом энергии, производят ионизацию нейтральных молекул воздуха, в основном молекул кислорода. Таким образом, после пролета метеорной частицы остается ионизированный след. Плотность ионизации следа характеризуется величиной линейной электронной плотности, равной количеству образовавшихся свободных электронов на 1 м длины следа. Линейная электронная плотность не остается постоянной вдоль следа и по мере проникновения метеора в атмосферу q плавно возрастает до величины [1]:

$$q_m = 10^{-15} m_m v^3 \cos Z / (\mu_m H), \quad (1)$$

где m_m – первоначальная масса метеора; v – геоцентрическая скорость метеора; Z – угол между осью следа и зенитом; μ_m – атомный вес частиц метеора; H – приведенная высота атмосферы, которая затем уменьшается до нулевого значения. Линейная электронная плотность является функцией высоты над поверхностью Земли. Большая часть пригодных для связи метеорных следов образуется на высоте 85–110 км.

Вылетающие с большой скоростью атомы и молекулы метеорной частицы до момента установления теплового равновесия с окружающей средой успевают удалиться от оси следа на некоторое расстояние, создавая при этом ионизированный столб с эффективным радиусом r_0 , называемым начальным радиусом метеорного следа [7, 8]. Величина начального радиуса является функцией скорости и высоты образования метеорного следа, и по данным [9] его можно аппроксимировать выражением:

$$r_0 = 10^{-2} \sqrt{v} / 6 \cdot \exp(0,05h). \quad (2)$$

Величина начального радиуса метеорного следа определяет начальную объемную электронную плотность следа. Объемная плотность ионизации метеорных следов 10^{12} эл/м³ достаточна для эффективного отражения радиоволн метрового и дециметрового диапазонов. Отражение радиоволн от следа зеркально, т.е. углы между следом и падающим лучом и следом и отраженным лучом равны. Если линейная электронная плотность следа в точке отражения меньше критической q_c , определяемой как [9]:

$$q_c = 7,5 \cdot 10^{13} \exp\left(\frac{16\pi^2 r_0^2}{3\lambda^2 \sec^2 \Phi}\right), \quad (3)$$

где Φ – половина угла между падающим и отраженным лучом; λ – длина волны, рассеивание которой происходит за счет когерентного и независимого

переизлучения всех электронов следа. Следы такого типа называются недоуплотненными.

Сразу же после образования метеорный след начинает расширяться за счет действия амбиполярной диффузии. Она заставляет положительные ионы, находящиеся в ионизированном следе, сдерживать диффузию электронов. В результате этого след будет расширяться медленнее, чем в случае, если бы он состоял из одних лишь электронов. С увеличением диаметра следа рассеянный сигнал претерпевает все более значительные изменения вследствие интерференции полей, возникающих в результате рассеяния от отдельных электронов, что приводит к экспоненциальному спаду амплитуды принимаемого сигнала [9]:

$$U(t) = U_{\max} \exp\left\{-\frac{16\pi^2 D t}{\lambda^2 \sec^2 \Phi}\right\}, \quad (4)$$

где D – коэффициент амбиполярной диффузии, зависящий от высоты точки зеркального отражения, определяемый в соответствии с выражением:

$$D = 10^{(0,067h-5,6)}. \quad (5)$$

Если линейная электронная плотность в точке отражения больше критической, то заметным становится вторичное рассеяние от электрона к электрону, т.е. рассеяние перестает быть независимым и когерентным. За счет рефракции во внешних слоях следа радиоволны не доходят до оси следа на некоторое расстояние. Это расстояние называется критическим радиусом следа. Величина критического радиуса зависит от объемной электронной плотности ионизированных частиц следа. Критический радиус – это расстояние от оси следа, на котором диэлектрическая проницаемость следа становится равной нулю. Величина критического радиуса r_c определяется в виде [9]:

$$r_c = \sqrt{(4Dt + r_0^2) \ln(Q/Q_c)}, \quad (6)$$

где Q_c – критическая объемная электронная плотность, определяемая при условии равенства нулю диэлектрической проницаемости следа на частоте радиосигнала f (кГц).

За счет амбиполярной диффузии радиус следа через время t увеличивается до величины:

$$r_c = \sqrt{(4Dt + r_0^2)}. \quad (7)$$

С увеличением радиуса следа происходит уменьшение объемной электронной плотности следа до величины:

$$Q = \frac{Q_c}{\pi(4Dt + r_0^2)}. \quad (8)$$

В результате на протяжении некоторого времени после пролета метеором зеркальной точки отражения происходит увеличение радиуса следа. Эквивалентная отражающая поверхность следа,

которую можно представить в виде цилиндра радиуса r , возрастает и увеличивается мощность отраженного сигнала. Через интервал времени [9]:

$$t = \frac{\mu_0 e_3^2}{4m} \cdot \frac{q\lambda^2 \sec^2 \Phi}{4\pi^3 D e} \quad (9)$$

отраженная мощность достигает максимального значения [9]:

$$P_M = \sqrt{\frac{\mu_0 e_3^2 \pi q}{4me}} \cdot \frac{1}{32\pi^4} \cdot \frac{1}{P_T \lambda^3 \cos^2 \varphi} \cdot \frac{1}{r_1 r_2 (r_1 + r_2) (1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \Phi)} \quad (10)$$

где $\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ Гн/м; e_3^2 и m – заряд и масса электрона; P_T – мощность, излучаемая передатчиком; e – основание натурального логарифма; $\cos \varphi$ – множитель поляризации, зависящий от угла φ между векторами поляризации волн, падающих на след и принимаемой антенной; r_1 , r_2 – расстояние зеркального отражения на следе до приемника и передатчика; β – угол между осью следа и плоскостью, проходящей через точки передачи, отражения и приема, называемой плоскостью связи:

$$T_n = 1,13 \cdot \frac{10^{-14} q \lambda^2 \sec^2 \Phi}{16\pi^2 D} \quad (11)$$

Через время диэлектрическая проницаемость следа на оси становится равной нулю, и величина отраженной мощности спадает по экспоненциальному закону. Следы такого типа называются переуплотненными.

Третий тип отражения – отражение от поворотных метеорных следов, возрастание и падение амплитуды сигнала для которого вызвано разворотом метеорного следа атмосферными ветрами и происходит значительно медленнее, чем для отражений от переуплотненных следов.

Метеорные следы всех типов постепенно искривляются и разрываются на отдельные куски атмосферными ветрами и турбулентностью, что ускоряет их разрушение и приводит к появлению дополнительных зеркальных точек. Через некоторое время после формирования ионизированного следа в области первой зоны Френеля появляются дополнительные отражающие точки. Интерференция сигналов, отраженных от этих точек, приводит к замираниям сигналов в точке приема. Обычно замирания начинают наблюдаться лишь спустя 0,2 с после пролета метеором первой зоны Френеля, поэтому кратковременные отражения, соответствующие, в основном недоуплотненным следам, не подвержены замираниям. С течением времени число отражающих точек на следе в результате поворота отдельных его участков увеличивается. К концу отражения объемная электронная плотность быстро уменьшается, что приводит

к быстрому сокращению числа отраженных точек и уменьшению интенсивности замираний.

Замирания наблюдаются при отражении от следов всех типов, а вклад числа отражений с замираниями колеблется от 8 до 40 % для следов первого типа, от 35 до 60 % для следов второго типа и от 60 до 95 % для следов третьего типа.

Установлено, что процентный вклад числа отражений с замираниями является функцией длительности отражения t_c и эффективной длины волны $\lambda_3 = \lambda \cdot \sec \Phi$ и не зависит в первом приближении от минимальной регистрируемой электронной плотности, времени суток и года. Период замираний T_3 является функцией длительности отражения t_c и эффективной длины волны:

$$T_3 = (2,4 \cdot 10^{-2} \cdot \lambda_3 + 0,07) \cdot \lg(t_c) + 1,6 \cdot 10^{-2} \cdot \lambda_3 + 0,27. \quad (12)$$

Как при фиксированном времени, так и при фиксированном замирании распределение близко к Реллеевскому [1].

Вклад каждого типа отражений в общее число отражений зависит от длины трассы, ее ориентации, географических координат и уровня минимальной регистрируемой мощности сигнала. В зависимости от указанных параметров он может составлять следующие значения: процентный вклад числа отражений первого типа – от 50 до 70 %; второго типа – от 10 до 30 %; третьего типа – до 20 %.

Следует заметить, что деление следов на три типа достаточно условное и не исчерпывает всего многообразия возникающих видов отражений. Однако, основываясь на таком представлении процессов отражения и рассеивания, можно перейти к статистическому описанию сигналов на входе демодулятора станции метеорной радиосвязи.

Учитывая случайный характер появления метеорных следов, важным вопросом при изучении метеорного рассеяния радиоволн является исследование численности и длительности метеорных радиоотражений. Большое число работ [1, 9–14] посвящено различным методикам оценки числа отражений, зарегистрированных за единицу времени N и их длительности τ , являющихся случайными величинами. Установлено, что число отражений распределено по закону Пуассона, а длительность зарегистрированных сигналов распределена по экспоненциальному закону для недоуплотненных следов:

$$F(\tau) = \exp\left(-\frac{16\pi^2 D \tau}{\lambda^2 \sec^2 \Phi}\right), \quad (13)$$

где D – коэффициент амбиполярной диффузии.

$$F(\tau) = \tau^{-K}, \quad (14)$$

где K для различных трасс и времени суток изменяется от 0,8 до 1,1 [9].

Метеорные следы, удовлетворяющие условию зеркальности, являются потенциально пригодными для обеспечения связи. Конечная чувствительность приемной аппаратуры позволяет использовать для связи только метеорные следы, создающие в точке приема отраженные сигналы, превышающие некоторый пороговый уровень. Рассмотрим стохастическую модель метеорного радиоканала.

2. Стохастическая модель метеорного радиоканала

При построении модели непрерывного канала метеорной радиосвязи необходимо обеспечить адекватное отражение процессов, происходящих с сигналом в канале, и получить реализуемые аналитические решения задач анализа и взаимодействия систем передач сообщений.

Наиболее широким классом случайных процессов, включающим гауссовские и негауссовские, непрерывные и импульсные процессы с непрерывным и дискретным множеством состояний, являются марковские процессы.

Представим поступающую на вход демодулятора приемника смесь модулированного полезного сигнала $S(t, \vec{\theta}, \vec{\mu})$ и флуктуационного шума $n(t)$ в виде:

$$y(t) = S(t, \vec{\theta}, \vec{\mu}) + n(t), \quad (15)$$

где флуктуационный шум $n(t)$ обладает свойствами:

$$\langle n(t) \rangle = 0, \langle n(t)n(t+\tau) \rangle = 0,5N_0\delta(\tau). \quad (16)$$

При выборе вида сигнала для работы по МРК необходимо учесть и особенности метеорного распространения радиоволн, и степень искажения закона изменения огибающей последовательности сигналов при нелинейном режиме работы усилителя мощности радиопередатчика. В течение времени существования метеорного следа изменяется линейная электронная плотность в точке отражения, что приводит к случайному характеру изменения амплитуды отраженного сигнала. Поэтому для передачи информации по МРК не представляется возможным использование сигналов с амплитудной модуляцией. Таким образом, отсутствие паразитной модуляции сигналов при использовании модуляции с минимальным частотным сдвигом (ММС) позволяет использовать усилитель мощности в режиме класса «С» с отсечкой менее 90° , следовательно, при фиксированной пиковой мощности можно повысить среднюю мощность. Представим полезный ММС-сигнал $S(t, \vec{\theta}, \vec{\mu})$, отраженный от метеорных следов, следующим выражением:

$$\begin{aligned} S(t, \vec{\theta}, \vec{\mu}) = & \sum_{i=1}^{\infty} \sigma(t - t_i) g(t - t_i) \{ \gamma (\mu_H^S \cos(w_1 t + \phi(t, \vec{\theta})) + \\ & + \mu_H^S \sin(w_1 t + \phi(t, \vec{\theta}))) + (1 - \gamma) (\mu_H^S \cos(w_1 t + \phi(t, \vec{\theta})) + \\ & + \mu_H^S \sin(w_1 t + \phi(t, \vec{\theta}))) \}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $g(t - t_i)$ – форма огибающей элемента сигнала на i -ом следе; t_i – его случайная задержка на i -ом следе; w_1 – меньшая из угловых частот сигнала; $\mu_H^S(t) - k = \{n, p\}$ и μ_H^S – квадратурные составляющие полезного сигнала, отраженные соответственно от недоуплотненных и переуплотненных следов; γ – индикаторная переменная, характеризующая появление недоуплотненного или переуплотненного следа, принимающая значение 0 или 1 с вероятностями $P_1 = P(\gamma = 1)$, $P_0 = P(\gamma = 0)$; $\sigma(t - t_i)$ – функция Хэвисайда, принимающая значение равно 1 в момент времени t_i появления i -го метеорного следа; $\phi(t, \vec{\theta})$ – функция, описывающая изменение фазы сигнала в зависимости от значения вектора дискретных параметров $\vec{\theta} = \{\Sigma_k, \Theta_k\}$. На длительности T k -ой информационной посылки $t \in [kT, (k+1)T]$ функция $\phi(t, \vec{\theta})$ описывается следующим выражением:

$$\phi(t, \vec{\theta}) = \Sigma_k + \Theta_k \frac{\pi}{T} (t - kT), \quad (18)$$

где Θ_k – дискретный информационный параметр, принимающий значение $\Theta = 1$ или $\Theta = 0$ с равной вероятностью на k -ой информационной посылке; $\Sigma_k = \pi \sum_{q=1}^{k-1} \Theta_q$ – начальная фаза сигнала на k -ом тактовом интервале, равная фазовому набегу за счет манипуляции частоты сигнала на предыдущих $k - 1$ интервалах.

Стохастическая модель сигнала, отраженного от метеорного следа, была предложена в работе [6]. В соответствии с результатами многочисленных наблюдений процессов [1, 9], происходящих при отражении сигналов от метеорных следов различных типов, при описании квадратурных составляющих полагалось, что отражение радиосигналов от недоуплотненных следов характеризуется экспоненциальным спадом напряженности поля в точке приема. Отражение от переуплотненных следов характеризуется тем, что напряженность поля в начале следа растет по закону, близкому к логарифмическому [1], а затем уменьшается в соответствии с законом, близким к экспоненциальному. Отражение от поворотных следов происходит аналогично отражению от переуплотненных, но напряженность поля изменяется значительно медленнее [9].

Процесс формирования поля в месте приема можно представить, как результат рассеяния радиоволн на «горячих» пятнах. В начальный момент времени, сразу после образования метеорного следа, поле в точке приема представляет собой множество когерентных волн, которые с течением времени ввиду расширения и искажения формы следа становятся все более независимыми. Одновременно с расширением следа происходит уменьшение его концентрации за счет амбиполярной диффузии, что приводит к уменьшению интенсивности «горячих» пятен [1]. Вклад отдельных слагаемых в

суммарный процесс очень мал, что вместе с предположением о слабой зависимости отдельных составляемых при рассеянии в канале позволяет использовать центральную предельную теорему и считать коэффициент передачи среды нестационарным процессом с гауссовским распределением. В отличие от процесса, аппроксимирующего рассеяние на неоднородностях ионосферы, процесс, характеризующий рассеяние от метеорных следов, будет нестационарным. Его дисперсия в начальный момент времени, соответствующий моменту образования следа, равна нулю, затем дисперсия вследствие расширения следа увеличивается и, с некоторого момента, дисперсия уменьшается вследствие уменьшения электронной плотности следа.

Таким образом, квадратурные составляющие полезного сигнала, отраженного от метеорного следа $\mu^c(t)$ и $\mu^s(t)$, описываются следующей системой дифференциальных уравнений [6] (нижний индекс $k = \{n, p\}$ в уравнениях опущен, так тип следа определяется значениями постоянных параметров и начальными значениями квадратурных составляющих):

$$\frac{d\mu^{(i)}}{dt} = -\alpha_c \mu^{(i)} - \mu_{cp}^{(i)}(1 + \xi^{(i)}), \quad (19)$$

$$\frac{d\mu_{cp}^{(i)}}{dt} = -\beta \mu_{cp}^{(i)} - D \mu_1^{(i)}, \quad (20)$$

$$\frac{d\mu_1^{(i)}}{dt} = -(\beta + D) \mu_1^{(i)}, \quad (21)$$

$$\frac{d\xi^{(i)}}{dt} = -2\eta \xi^{(i)} - \omega^2 \xi_1^{(i)} + \omega^2 n^{(i)}(t), \quad (22)$$

$$\frac{d\xi_1^{(i)}}{dt} = \xi^{(i)}, \quad (23)$$

где переменным квадратурной составляющей сигнала, отраженного от метеорного следа соответствует индекс $i = c$; η – параметр, характеризующий спектральные свойства случайного процесса $\xi^{(i)}$; индекс $i = s$ является переменной синфазной составляющей; α_c – величина, определяющая ширину спектра флуктуаций квадратурной составляющей: $\alpha_c = 1/\tau_c$, (где τ_c – время корреляции квадратурной составляющей); $n^{(i)}(t)$ – гауссовы шумы со свойствами: $\langle n^{(i)}(t) \rangle = 0$, $\langle n^{(i)}(t)n^{(i)}(t + \tau) \rangle = 0,5\delta^{(i)}N^{(i)}\delta(\tau)$; $\mu_{cp}^{(i)}$ – среднее значение, к которому стремится квадратурная составляющая сигнала по мере разрушения следа за счет амбиполярной диффузии и эффектов рекомбинации и прилипания; D – коэффициент амбиполярной диффузии, значение которого определяется в соответствии с данными; коэффициент β равен сумме коэффициентов прилипания γ_{Π} и рекомбинации γ_p ; $\mu_1^{(i)}$ – величина, характеризующая изменения среднего значения $\mu_{cp}^{(i)}$ квадратурной составляющей сигнала.

Для удовлетворительной аппроксимации сигналов, отраженных от следов всех типов в каче-

стве модели формирующего шума использован квазигармонический случайный процесс – $\xi^{(i)}$, характеристики которого определяются характеристиками замирающих сигналов, в частности, центральная частота процесса ω определяется в соответствии с выражением:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_3}, \quad (24)$$

где T_3 – период замираний, вычисляемый в соответствии с (25).

Процесс возникновения метеорных следов, пригодных для связи, может быть охарактеризован экспоненциальным распределением длительности интервалов времени между отраженными сигналами с параметром распределения:

$$\nu = \frac{\zeta}{T_{CP}}, \quad (25)$$

$$T_{CP} = T_{CP0} \left[\frac{G_T G_R P_T}{10R u_p^2} \right]^{-0.6} \left(\frac{f}{37,5^{2.4} g(r)} \right), \quad (26)$$

где $\zeta = p(u_p)$ – характеристика обнаружителя, определяемая как вероятность правильного обнаружения сигналов, пригодных для связи; T_{CP} – средняя длительность интервалов между сигналами; P_T – мощность передатчика; G_T, G_R – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн, соответственно; u_p – значение уровня регистрации отраженных сигналов; R – скорость передачи; f – частота передачи, кГц; T_{CP0} – среднее значение интервалов времени между метеорными следами, соответствующее системе со следующими параметрами $G_T = G_R = 10$, $P_T = 200$ Вт, $R = 2000$ Бод, $f = 37500$ кГц, $u_p = u_{p0}$; $g(r)$ – множитель, определяемый в зависимости от протяженности трассы в километрах следующим образом:

$$g(r) = \begin{cases} 1,72, & \text{если } 200 < r < 480 \\ 770/r, & \text{если } 480 < r < 770 \\ 1, & \text{если } 770 < r < 1280 \\ (1 - 0,0006(r - 1280))^{-1}, & \text{если } 1280 < r < 2000 \end{cases} \quad (27)$$

В качестве модели модулирующего процесса $\lambda(t)$ будем использовать случайный процесс, описываемый системой дифференциальных стохастических уравнений [8]:

$$\begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = \lambda_1 \\ \frac{d\lambda_1}{dt} = -2\alpha_{\Pi}\lambda_1 - \nu^2\lambda + \nu^2 n_{\lambda}(t) \end{cases}, \quad (28)$$

где $n_{\lambda}(t)$ – гауссовские шумы, имеющие свойства: $\langle n_{\lambda}(t) \rangle = 0$, $\langle n_{\lambda}(t)n_{\lambda}(t + \tau) \rangle = 0,5N\delta(\tau)$; $N = 4A\alpha_{\Pi}$; α_{Π} – ширина одностороннего энергетического спектра модулирующего сигнала; A – дисперсия процесса $\lambda(t)$ равная средней мощности помехи; ν – основной тон, который примем равным 1 кГц.

Таким образом, данная модель позволяет описать на входе демодулятора станции метеорной

связи аддитивную смесь сигнала, отраженного от следа любого типа, флуктуационного шума. Тип и длительность следа, характер изменения квадратурных составляющих определяются начальными значениями квадратурных составляющих $\mu^{(i)}$, начальными значениями переменных $\mu_{cp}^{(i)}$ и $\mu_1^{(i)}$, а также параметрами, характеризующими скорость изменения квадратурных составляющих и параметров квазигармонического процесса, глубину и длительность замираний сигнала. В работе [6] не определены пределы изменения параметров стохастических дифференциальных уравнений и не определен способ задания начальных значений для квадратурных составляющих и вспомогательных переменных для следов различных типов и длительностей. Для устранения ограничений в применимости указанной модели, разработан алгоритм задания начальных значений квадратурных составляющих для моделирования следов различных типов.

3. Алгоритм задания начальных значений параметров модели сигналов, отраженных от метеорных следов

При проектировании метеорных систем связи используется параметрический анализ, позволяющий оценить влияние на характеристики систем изменения параметров, как самой системы, так и изменение параметров линии. При моделировании радиолинии для определения значения сигнала на входе демодулятора используют уравнение радиолинии, в котором, как правило, априорно известны значения параметров или известны их априорные распределения.

Обычно изменение мощности сигнала на входе демодулятора, отраженного от недоуплотненного следа, описывается известным уравнением [1]:

$$P_{\text{вх}} = \frac{P_{\Pi} G_{\Pi} G_{\Pi\Pi} \lambda^3 q^2 r_e^2 \sin^2 \varphi}{16\pi^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2) (1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \Phi)} \times \exp \left\{ -\frac{16\pi^2 D t}{\lambda^2 \sec^2 \Phi} \right\}, \quad (29)$$

где r_e – радиус электрона; P_{Π} – мощность, излучаемая передатчиком; G_{Π} , $G_{\Pi\Pi}$ – коэффициенты усиления соответственно передающей и приемной антенн. Максимум мощности принимаемого сигнала от недоуплотненных следов находится вычислением (29) при $t = 0$ [8]:

$$P_{\text{max}} = \frac{P_{\Pi} G_{\Pi} G_{\Pi\Pi} \lambda^3 q^2 r_e^2 \sin^2 \varphi}{16\pi^2 r_1 r_2 (r_1 + r_2) (1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \Phi)}. \quad (30)$$

Это значение мощности фактически и является начальным значением мощности сигнала для недоуплотненных следов. В пределах всей диаграммы направленности приемопередающих антенн встречаются следы с различной ориентацией и линейной плотностью. Будем считать, что параметры φ , q , r_1 , r_2 , G_{Π} , $G_{\Pi\Pi}$, β , Φ меняются от следа к

следующему. Линейная электронная плотность q имеет функцию плотности вероятности, описываемую выражением [8]:

$$f(q) = \frac{q_{\min} q_{\max}}{(q_{\max} - q_{\min}) q^2} [\sigma(q - q_{\min}) - \sigma(q - q_{\max})], \quad (31)$$

где $q_{\min}$ и $q_{\max}$ – минимальная и максимальная линейные электронные плотности следов, которые для недоуплотненных следов составляют 10^{12} и 10^{14} электрон/м; $\sigma(x)$ – функция Хэвисайда. Коэффициент ориентации следа β равномерно распределен на интервале $(0, \pi/2)$. Множитель поляризации Φ равномерно распределен на интервале $(\pi/2, \pi)$. Значения параметров r_1 , r_2 , G_{Π} , $G_{\Pi\Pi}$, Φ равномерно распределены на относительно узком интервале вокруг среднего значения [7].

Вычисление функции распределения максимумов уровней недоуплотненных следов как функции от уровня принимаемого сигнала в соответствии с (31) представляет собой вычисление функции распределения с восемью случайными параметрами. Использование метода вспомогательных переменных величин требует расчета матрицы Якоби восьмого порядка, а затем интегрирование по всем восьми вспомогательным переменным для получения функции плотности вероятности, как функции от уровня принимаемого сигнала. Этот процесс не приводит к решению в строгой форме для распределения амплитуд следов.

Однако вместо абсолютных значений мощности принимаемого сигнала воспользуемся логарифмической шкалой в децибелах. Тогда выражение (30) можно записать в следующем виде [7]:

$$P_{dBw} = 10(\lg P + \lg G_{\Pi} + \lg G_{\Pi\Pi} - \lg(r_1 r_2 (r_1 + r_2))) + 30 + 2\lg q + 2\lg \sin \varphi - \lg(1 - \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \Phi), \quad (32)$$

где $P = \frac{P_T \lambda^3 r_e^2}{16\pi^2}$ включает в себя все константы линии. Функция плотности вероятности суммы независимых случайных величин вычисляется как свертка плотности вероятности этих независимых величин.

Центральная предельная теорема показывает, что при определенных условиях функция плотности вероятности суммы независимых случайных величин с ростом их числа сводится к гауссовской функции плотности. Известно, что произвольная последовательность случайных величин будет в пределе подчиняться предельной теореме, если сами величины однородно ограничены, т.е. абсолютное значение всех случайных величин конечно. Этому условию удовлетворяют все восемь случайных величин φ , q , r_1 , r_2 , G_{Π} , $G_{\Pi\Pi}$, β , Φ выражения (32).

Таким образом, согласно центральной предельной теореме, функция плотности распределения начальных значений мощности в точке приема сигналов, отраженных от недоуплотненных следов

аппроксимируется гауссовской функцией плотности вероятностей [8]:

$$f(P_{dBw}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_P} \cdot \exp\left(-\frac{(P_{dBw} - \bar{P}_{dBw})^2}{2\sigma_P^2}\right), \quad (33)$$

где $\bar{P}_{dBw}$ – среднее значение мощности сигнала на входе приемника; σ_P^2 – дисперсия. В работе [9] показано, что уже при трех случайных величинах из восьми функция распределения мощности сигнала на входе демодулятора достаточно точно аппроксимируется гауссовским распределением. Сравнение теоретической модели (33) с практическими результатами затруднено из-за конечной чувствительности приемника. Регистрируются лишь следы с мощностью превышающей некоторый порог $P_{пор}$. Сигналы, отраженные от остальных следов, не регистрируются.

В таблице 1 представлены значения математического ожидания и дисперсии гауссовского распределения начальных значений мощности сигнала, а также длины выборок N при работе на частотах 45000, 65000, 85000, 104000 кГц.

ТАБЛИЦА 1. Результаты исследования математического ожидания и дисперсии на различных частотах

Месяц	Частота, кГц	$\bar{P}_{dBw}$, ДБВт	σ_P^2	N
Февраль	45000	-126,3012	11,14442	14192
Февраль	65000	-123,7344	9,12436	5172
Февраль	85000	-149,0718	15,82285	588
Февраль	104000	-187,1842	43,86346	2860
Март	45000	-131,1799	12,52036	13148
Март	65000	-124,0943	9,203368	5234
Март	85000	-125,2136	9,185085	3012
Март	104000	-140,5984	13,99287	2910
Апрель	45000	-125,3674	11,95014	15525
Апрель	65000	-124,4652	10,32820	7269
Апрель	85000	-126,1734	10,20671	9405
Апрель	104000	-130,6117	11,89659	4383
Май	45000	-122,4071	7,356731	15450
Май	65000	-124,6968	9,294118	9447
Май	85000	-125,2803	9,113829	6227
Май	104000	-125,5103	8,784910	6890
Июнь	45000	-130,3900	10,43953	7985
Июнь	65000	-127,5174	10,48344	11619
Июнь	85	-125,6116	9,389750	9043
Июнь	104	-127,1316	9,626522	9076

Приведенные в таблице 1 данные позволяют задавать начальные значения параметров при моделировании, используя систему дифференциальных уравнений (19–23), квадратурных составляющих сигнала, отраженного от недоуплотненных следов различной амплитуды и длительности.

Используя математическое ожидание $\bar{P}_{dBw}$ и дисперсию σ_P^2 из таблицы 1, генерируется по гауссовскому закону значение мощности на входе приемника P_{dBw} , которое пересчитывается в напряжение огибающей U :

$$U = 10^{0,05 \cdot P_{dBw}}. \quad (34)$$

Значение начального значения одной квадратурной составляющей отраженного сигнала, например, μ_0^C генерируется по равномерному закону в пределах от 0 до U , а значение другой вычисляется по формуле:

$$\mu_0^S = \sqrt{U^2 - (\mu_0^C)^2}. \quad (35)$$

Как ранее отмечалось, что отражение сигнала от недоуплотненного следа характеризуется экспоненциальным спадом амплитуды, поэтому μ_{cr0}^C и μ_{cr0}^S , т.е. начальные значения средних значений квадратурных составляющих, незначительно отличаются от значений самих квадратур. Начальные значения средних квадратурных составляющих μ_{cr0}^C и μ_{cr0}^S генерируются по равномерным законам в пределах $(\mu_0^C, 1,1 \cdot \mu_0^C)$ и $(\mu_0^S, 1,1 \cdot \mu_0^S)$.

Считая, что в уравнениях (20), (21) коэффициенты амбиполярной диффузии, рекомбинации и прилипания не изменяются от следа к следу, т.е. являются постоянными величинами, остаются еще два случайных параметра недоуплотненных следов: $\alpha_c = 1/\tau_c$, μ_{10}^C и μ_{10}^S . Параметр $\alpha_c = 1/\tau_c$, отражающий спектральные свойства процесса, обратно пропорционален средней длительности интервала корреляции. Известно [7], что длительности сигналов, отраженных от недоуплотненных следов, составляют от 0,05 до 0,5 с. Так как среднее время корреляции на порядок меньше длительности сигнала [7, 8], полагаем значение параметра α_c равномерно распределенным в пределах от 0,02 до 0,2 кГц.

Вспомогательные параметры μ_1^C и μ_1^S влияют на скорость уменьшения средних значений соответствующих квадратур с множителем, определяемым амбиполярной диффузией. При разрушении недоуплотненных следов явления рекомбинации и прилипания не успевают проявиться, т.е. следы разрушаются под воздействием амбиполярной диффузии. Значения вспомогательных параметров уменьшаются по экспоненте в соответствии с уравнением (21), поэтому, чем более сопоставимы по величине будут начальные значения параметров μ_{10}^C , μ_{10}^S и начальные значения средних соответствующих квадратур μ_{cr0}^C и μ_{cr0}^S , тем большее влияние на уменьшение средних значений квадратур, а, следовательно, и самих квадратур будет оказывать амбиполярная диффузия. Таким образом, будем считать, что начальные значения вспомогательных параметров μ_{10}^C , μ_{10}^S распределены по

равномерному закону в пределах соответственно $(0,5 \cdot \mu_{cp0}^C, \mu_{cp0}^C)$ и $(0,5 \cdot \mu_{cp0}^S, \mu_{cp0}^S)$.

При задании начальных значений квадратурных составляющих и параметров переуплотненных следов необходимо учитывать особенности возникновения и разрушения этих следов. Учитывая, что в начальный момент проявляются, прежде всего, эффекты вторичного рассеяния и след расширяется, то можно считать начальное значение амплитуды огибающей отраженного сигнала равным пороговому уровню u_p , определяемому чувствительностью приемника. Тогда одна из квадратур, например, μ_0^C распределена по равномерному закону в пределах от 0 до u_p , а вторая вычисляется по формуле:

$$\mu_0^S = \sqrt{u_p^2 - (\mu_0^C)^2}. \quad (36)$$

За счет высокой линейной электронной плотности вторичного рассеяния происходит увеличение отражающей поверхности переуплотненного следа, что, в свою очередь, приводит к увеличению мощности отраженного сигнала до некоторой максимальной величины, после чего происходит почти экспоненциальный спад сигнала в точке приема. Значение максимальной мощности отраженного сигнала определяется согласно (24). Согласно уравнениям (19–23), при достижении максимального значения уровня мощности огибающей отраженного сигнала, описываемая квадратурными составляющими μ^C и μ^S , достигает среднего значения, которое описывается средними значениями квадратур μ_{cp}^C и μ_{cp}^S . Время, через которое амплитуда огибающей отраженного сигнала достигает максимального значения, определяется в соответствии с (9). С другой стороны, сами средние значения μ_{cp}^C и μ_{cp}^S уменьшаются по закону близкому к экспоненциальному.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что начальные значения μ_{cp0}^C и μ_{cp0}^S много больше начальных значений квадратурных составляющих. Анализ выражения (24) позволяет сделать вывод о том, что при прочих равных условиях максимальное значение мощности сигнала, отраженного от переуплотненного следа зависит от линейной электронной плотности q : чем больше линейная электронная плотность q , тем больше значение максимальной мощности P_M , и тем, следовательно, больше начальные средние значения квадратурных составляющих μ_{cp0}^C и μ_{cp0}^S . В свою очередь, линейная электронная плотность прямо пропорциональна массе метеора [7]. Известно [7, 8], что массы метеоров распределены по обратностепенному закону:

$$f(m) = \frac{b}{m^s}. \quad (37)$$

Тогда можно считать, что начальное значение среднего значения сигнала U_{cp0} также распределено по обратностепенному закону:

$$f(U_{cp0}) = \frac{b}{(U_{cp0})^s}, \quad (38)$$

где b – постоянная величина, а s – постоянная распределения, которая заключена в пределах от 1,25 до 4,25 [8]. С учетом условия нормировки:

$$C \int_{U_{\min}}^{U_{\max}} \frac{b \cdot dU_{cp0}}{(U_{cp0})^s} = 1, \quad (39)$$

где $U_{\max}$ и $U_{\min}$ – соответственно максимальное и минимальное значения начального среднего значения сигнала, нормирующий множитель C равен:

$$C = \left(\int_{U_{\min}}^{U_{\max}} \frac{b \cdot dU_{cp0}}{(U_{cp0})^s} \right)^{-1}. \quad (40)$$

Минимальное значение $U_{\min}$ не может быть меньше, чем некоторое пороговое значение u_p . Согласно модели [1], описывающей изменение сигнала, отраженного от переуплотненного следа, максимальная амплитуда сравнима с начальным значением амплитуды сигнала, отраженного от недоуплотненного следа. Учитывая, что сигнал, отраженный от переуплотненного следа, достигает максимума через промежуток времени от долей секунды до одной секунды, а среднее значение сигнала U_{cp0} изменяется по закону близкому к экспоненциальному, с вероятностью 0,95 максимальное значение начального среднего значения сигнала, отраженного от переуплотненного следа, не превышает более чем в 10 раз начальное значение сигнала от недоуплотненного следа. Таким образом, можно считать, что $U_{\max} = 10 \times 10^{0,05 \bar{P}_{dBW}}$, где $\bar{P}_{dBW}$ – среднее значение мощности сигнала отраженного от недоуплотненного следа. В работе [8] приводится среднее значение параметра распределения $s = 2,5$.

Таким образом, начальное среднее значение сигнала U_{cp0} распределено по обратностепенному закону в пределах от u_p до $U_{\max}$:

$$f(U_{cp0}) = \frac{(U_{cp0})^{-s}}{\int_{u_p}^{U_{\max}} (U_{cp0})^{-s} dU_{cp0}}. \quad (41)$$

Начальная фаза среднего значения сигнала U_{cp0} имеет случайное значение, поэтому одна из квадратур среднего значения сигнала, например, μ_{cp0}^C распределена по равномерному закону в пределах (u_p, U_{cp0}) , а другая (μ_{cp0}^S) вычисляется:

$$\mu_{cp0}^S = \sqrt{(U_{cp0})^2 - (\mu_{cp0}^C)^2}. \quad (42)$$

Известно, что длительности сигналов, отраженных от переуплотненных следов, составляют от 0,5 до 5 с. Так как среднее время корреляции на порядок меньше длительности сигнала [8, 15], полагаем значение параметра α_c для переуплотненных следов равномерно распределенным в пределах от 0,002 до 0,02 кГц.

Переуплотненные следы разрушаются под воздействием всех трех факторов: амбиполярной диффузии, рекомбинации и прилипания. Значения вспомогательных параметров уменьшаются по экспоненте в соответствии с уравнением (22), поэтому, чем больше будут отличаться по величине начальные значения параметров μ_{10}^c , μ_{10}^s и начальные значения средних соответствующих квадратур μ_{cr0}^c и μ_{cr0}^s , тем большее влияние на уменьшение средних значений квадратур, а, следовательно, и самих квадратур будет оказывать не только амбиполярная диффузия, но и эффекты прилипания и рекомбинации. Таким образом, будем считать, что начальные значения вспомогательных параметров μ_{10}^c , μ_{10}^s распределены по равномерному закону в пределах соответственно $(0,5 \cdot \mu_{cr0}^c)$ и $(0,5 \cdot \mu_{cr0}^s)$.

4. Исследование адекватности разработанной модели метеорного радиоканала

Любая модель, описывающая аналитически физические процессы, происходящие в природе, должна отражать наиболее существенные свойства этих процессов, влияющие на характер изменения случайного процесса во времени. Эксперименты и многочисленные наблюдения показывают, что длительности сигналов, отраженных от недоуплотненных следов, аппроксимируются экспоненциальным распределением. Для проверки адекватности разработанной модели проведем оценку закона распределения длительностей сигналов, отражен-

ных от наиболее часто образующихся недоуплотненных следов.

Для оценки закона распределения проведем моделирование в соответствии с моделью, разработанной в пунктах 2 и 3. Для оценки степени близости закона распределения, полученной выборки к экспоненциальному, будем использовать критерий согласия χ^2 Пирсона.

В таблице 1 приведены значения величины χ^2 , характеризующей степень расхождения теоретического распределения и относительных частот, полученные в результате моделирования недоуплотненных следов при различных объемах выборок N . При моделировании использовалось $r = 20$ интервалов группировки. В таблице 2 приведены значения доверительной границы χ_α^2 при различных значениях уровня значимости.

ТАБЛИЦА 2. Результаты моделирования и теоретического исследования

χ^2	9,41	9,54	13,96	17,24	11,58	7,25	9,31
N	258	268	293	284	277	268	280
χ^2	19,7	13,5	14,09	5,04	21,71	8,11	9,1
N	290	214	288	253	232	267	307
χ^2	9,7	8,5	9,09	7,04	4,71	6,13	8,05
N	264	289	268	295	238	275	262

Приведенные в таблице 2 результаты показывают, что в ряде случаев теоретический закон согласуется лишь с доверительной вероятностью $P\{\chi^2 > \chi_\alpha^2\} = 0,2$ с результатами моделирования (рисунок 1).

В таблице 3 приведены значения доверительной границы χ_α^2 при различных значениях уровня значимости. Из рисунка 2 видно, что теоретический расчет в большинстве случаев согласуется с результатами моделирования.

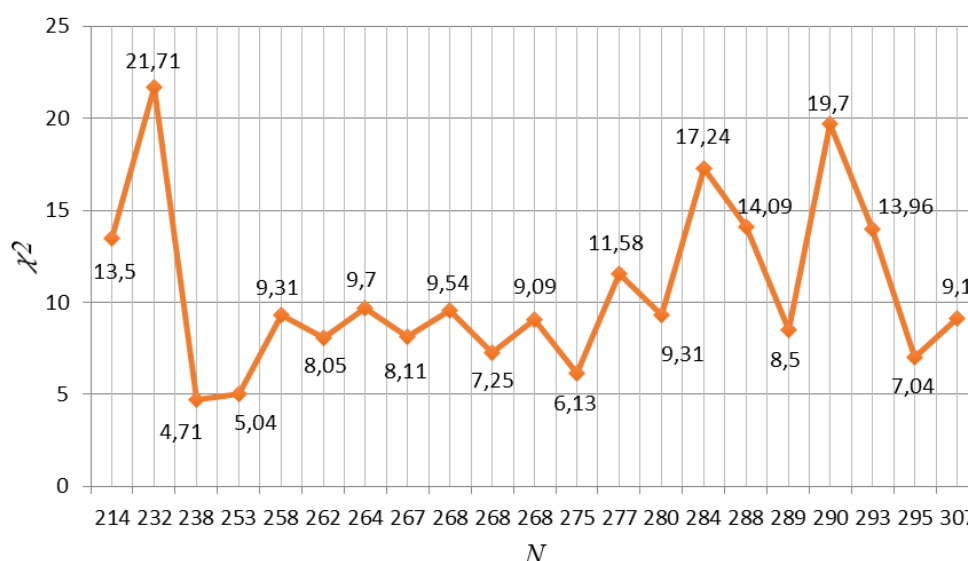


Рис. 1. Оценка степени близости закона распределения полученной выборки к экспоненциальному

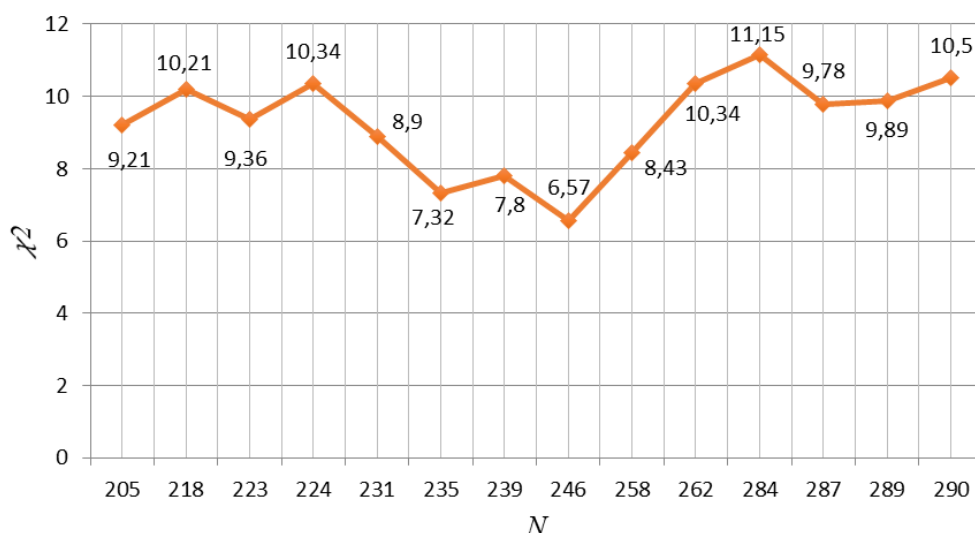


Рис. 2. Сравнение теоретического и статистического распределения

ТАБЛИЦА 3. Значения доверительной границы при разных уровнях значимости

α	0,99	0,98	0,95	0,9	0,8	0,2	0,1
χ^2_{α}	7,015	7,906	9,39	10,87	12,86	22,76	25,99

Однако, если исключить из рассмотрения сигналы малой длительности, меньше некоторого значения $t_{\min}$, которые непригодны на практике для связи из-за своей непродолжительности, то после нормировки теоретического и статистического распределения получаем результаты, приведенные в таблице 4.

ТАБЛИЦА 4. Результаты моделирования и теоретического исследования

χ^2	9,21	10,12	7,32	6,57	9,78	10,34	11,15
N	205	218	235	246	287	262	284
χ^2	10,34	8,43	9,89	10,5	8,9	9,36	7,8
N	224	258	289	290	231	223	239

Из данных, приведенных в таблице 4, видно, что в 92 % случаев теоретическое распределение согласуется с результатами моделирования при уровне значимости $\alpha = 0,9$.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод об адекватности разработанной модели наблюдениям за сигналами, отраженными от метеорных следов, сделанными астрономическими лабораториями.

Список используемых источников

1. Метеорная радиосвязь на ультракоротких волнах // Сборник статей под ред. А.Н. Казанцева. М.: Иностранная литература, 1961. 288 с.
2. Metzner J.J. Improved coding strategies for meteor burst communication // IEEE Transactions on Communications. 1990. Vol. 38. Iss. 2. PP. 133–136. DOI:10.1109/26.47842.
3. Pursley M.B., Sandberg S.D. Variable-rate coding for meteor burst communications // IEEE Transactions on Communications. 1989. Vol. 37. Iss. 11. PP. 1105–1112. DOI 10.1109/26.46504.
4. Miller S.L., Milstein L.B. Error correction coding for a meteor burst channel // IEEE Transactions on Communications 1990. Vol. 38. Iss. 9. PP. 1520–1529. DOI 10.1109/26.61393.

Заключение

В работе представлена стохастическая модель метеорного радиоканала, отличающаяся от известных тем, что учитывает статистический характер возникновения следов различного типа, а также распределения начальных значений параметров квадратурных составляющих сигнала, отраженного от различного типа следов.

В модели предложен алгоритм задания начальных значений параметров: начальное значение огибающей сигнала, отраженного от недоуплотненных следов распределено по нормальному закону, а начальное значение огибающей среднего значения сигнала, отраженного от переуплотненного следа распределено по обратностепенному закону.

При проведении оценки адекватности разработанной модели из рассмотрения были исключены сигналы малой длительности, которые непригодны на практике для связи из-за своей непродолжительности. Значение коэффициента χ^2 Пирсона в 92 % случаев при уровне значимости $\alpha = 0,9$, что позволяет сделать вывод об удовлетворительной аппроксимации.

5. Milstein L., Schilling D., Pickholtz R., Sellman J., Davidovici S., Pavelchek A., Schneider A., Eichmann G. Performans of Meteor Burst Communication Channel // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 1987. Vol. 5. Iss. 2. PP. 146–154. DOI:10.1109/JSAC.1987.1146515.
6. Шомников М.А. Стохастическая модель канала метеорной радиосвязи // III Международная научно-техническая конференция. Антенно-фидерные устройства. Системы и средства связи. Воронеж: ВГУ, 1997. Т. 2. С. 126–139.
7. Курганов Р.А. Прогнозирование наклонного рассеивания радиоволн метеорными ионизациями. Казань: КГУ, 1973. 184 с.
8. Фиалко Е.И. Радиолокационные методы наблюдения метеоров. М.: Сов. радио, 1961. 112 с.
9. Аронэ М.Н. Метеорная радиосвязь. М.: Воениздат, 1960. 108 с.
10. Лебедева А.А. Разработка программно-аппаратного комплекса метеорной связи. // Интеллектуальная собственность и современные техника и технологии для развития экономики. Материалы IV республиканской молодежной научно-практической конференции в рамках Всероссийского студенческого форума «Инженерные кадры – будущее инновационной экономики России». 2016. С. 74–76.
11. Рябов И.В., Толмачев С.В., Лебедева А.А. Принципы программно-определяемых радиосистем и их применение в рамках задачи исследования метеорной радиосвязи // Современные наукоемкие технологии. 2016. № 7–1. С. 59–66.
12. Гайдаев А.А., Белькович О.И., Зулиев А.М. Распределение амплитуд метеорных сигналов при наклонном метеорном распространении радиоволн // Известия НЦ СКВШ. 1983. № 4. С. 44–48.
13. Бабаджанов П.Б. Метеоры и их наблюдение. М.: Наука, 1987. 192 с.
14. Greenberg J.M. From Comets to Meteors // Earth, Moon and Planets. 1998. Vol. 82. PP. 313–324. DOI:10.1023/A:1017086832593.

* * *

STOCHASTIC MODEL OF METEOR-BURST RADIO CHANNEL

D. Kapralov¹, D. Kirik¹

¹The Bonch-Bruевич State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info

Article in Russian

For citation: Kapralov D., Kirik D. Stochastic Model of Meteor-Burst Radio Channel // Proceedings of Telecommunication Universities. 2018. Vol. 4. Iss. 3. PP. 54–64.

Abstract: *The article proposes a stochastic model of a meteor-burst communication that differs from the known ones in that it takes into account the statistical nature of the occurrence of traces of various types. Based on the results of the studies, the initial values of the parameters of the quadrature components of the signal reflected from traces of various types.*

Keywords: *meteor-burst communication, radio waves, stochastic model.*