

Научная статья

УДК 621.376

DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-2-83-90



# Анализ корреляционных характеристик новых кодовых последовательностей, основанных на персимметричных квазиортогональных циркулянтах

Григорьев Евгений Константинович, grig.evgk@gmail.com

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,  
Санкт-Петербург, 190000, Российская Федерация

**Аннотация:** Для систем радиолокации и связи поиск кодовых последовательностей с хорошими корреляционными свойствами остается актуальной задачей. В работе показаны результаты анализа аperiodических автокорреляционных функций новых кодовых последовательностей, основанных на персимметричных квазиортогональных циркулянтах. Приведены численные значения параметров качества кодовых последовательностей, полученных по различным стратегиям: максимальный уровень бокового лепестка, интегральный уровень боковых лепестков и мерит-фактор. Применение новых кодовых последовательностей позволяет снизить максимальный уровень бокового лепестка аperiodической автокорреляционной функции, а также снизить суммарную энергию боковых лепестков, что позволяет сделать вывод о перспективности их применения. Полученные результаты направлены на стимулирование научного интереса к новым квазиортогональным базисам как основе пересмотра алгоритмов кодирования сигналов.

**Ключевые слова:** кодовые последовательности, аperiodическая автокорреляционная функция, квази-ортогональные матрицы, параметры качества кодовых последовательностей

**Источник финансирования:** работа подготовлена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № FSRF-2020-0004 «Научные основы построения архитектур и систем связи бортовых информационно-вычислительных комплексов нового поколения для авиационных, космических систем и беспилотных транспортных средств».

**Ссылка для цитирования:** Григорьев Е.К. Анализ корреляционных характеристик новых кодовых последовательностей, основанных на персимметричных квазиортогональных циркулянтах // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8. № 2. С. 83–90. DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-2-83-90

# Study of Correlation Properties of New Code Sequences Based on Persymmetric Quasi-Orthogonal Circulants

Evgeniy Grigoriev, grig.evgk@gmail.com

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation,  
St. Petersburg, 190000, Russian Federation

**Abstract:** For radar and communication systems, the search for code sequences with good correlation properties remains one of important tasks. This work shows the results of the study of aperiodic autocorrelation functions of new code sequences based on persymmetric quasi-orthogonal circulants. The numerical values of the quality parameters such as: the maximum sidelobe level, integrated sidelobe level ratio, and merit factor are given. Applying new code

*sequences makes it possible to reduce the maximum sidelobe level of the aperiodic autocorrelation function, as well as to reduce the summary energy of the sidelobes, which makes it possible to conclude that their application is promising. The obtained results are aimed at stimulating scientific interest in new bases derived from quasi-orthogonal matrices, as a basis for the revision of signal coding algorithms.*

**Keywords:** *code sequences, aperiodic autocorrelation function, quasi-orthogonal matrices, quality parameters of code sequences*

**Funding:** the work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, project № FSRF-2020-0004 «Scientific Foundations for Building Architectures and Communication Systems of On-Board Information and Computing Systems of a New Generation for Aviation, Space Systems and Unmanned Vehicles».

**For citation:** Grigoriev E. Study of Correlation Properties of New Code Sequences Based on Persymmetric Quasi-Orthogonal Circulants. *Proc. of Telecom. Universities*. 2022;8(2):83–90. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-2-83-90

## Введение

Эффективность функционирования радиотехнической системы в значительной степени определяется видом используемых сигналов и их качественными характеристиками. В современных системах связи, радиолокации и радионавигации наибольшее распространение получили сложные дискретные сигналы, позволяющие повысить помехоустойчивость, энергетическую и структурную скрытность подобных систем [1]. Одной из основных задач при этом является синтез сигналов, обладающих требуемыми свойствами.

В настоящее время в радиотехнических системах широко применяются фазоманипулированные (ФМ) и частотно-манипулированные (ЧМ) сигналы. В системах передачи информации наиболее остро стоит вопрос синтеза сложных сигналов с минимальной вероятностью ошибки приема символа и хорошими корреляционными свойствами.

Анализ научной литературы [2–4] показывает, что для систем передачи информации ЧМ-сигналы имеют более узкую полосу частот, однако при решении задач помехоустойчивости уступают ФМ-сигналам. Устройства формирования сложных ФМ-сигналов проще, чем у ЧМ-сигналов. Важной задачей при приеме ФМ-сигналов является их обнаружение на фоне естественных и искусственных помех. Для решения этой задачи, как правило, применяется корреляционный прием ФМ-сигналов. Эффективность такого приема зависит от способа и сложности кодирования сигналов и качества (особенностей) используемых кодовых последовательностей.

Наиболее важной характеристикой кодовой последовательности в данном случае является ее автокорреляционная функция (АКФ). В практических приложениях АКФ кодовой последовательности должна иметь максимальный центральный пик и минимальный уровень боковых лепестков. Для анализа кодовых последовательностей следует провести сравнительный анализ аperiodической АКФ.

При этом следует выявить те, которые имеют максимальный уровень главного пика аperiodической АКФ и минимальный уровень боковых лепестков.

В настоящее время известно множество кодовых последовательностей, таких как: последовательности Баркера,  $m$ -последовательности, ZC-последовательности, последовательности на основе символов Лежандра, Якоби, последовательности Голда, Касами и др. [5–7], используемых как в системах связи, так и в системах радиолокации и радионавигации [7–9]. Однако потребность в кодовых последовательностях с хорошими корреляционными характеристиками остается актуальной в связи с постоянно растущими требованиями к таким системам.

Развитие теории квазиортогональных матриц [10–13] и анализ литературы [14–20] показывает, что данный класс матриц применим при решении задач радиолокации и передачи информации [14–16], в частности, перспективно применение строк указанных матриц в качестве кодовых последовательностей. Следует отметить, что в работах [18, 20] уже поднимался вопрос анализа корреляционных характеристик кодовых последовательностей на основе персимметричных квазиортогональных циркулянтов, однако в [20] рассматривались только кодовые последовательности на основе циклических матриц Мерсенна длиной до 13 элементов и только по критерию максимального уровня бокового лепестка автокорреляционной функции, а в [18] рассматривались вложенные кодовые конструкции на основе циркулянтов Мерсенна и Рагхаварао, и максимальная длина исходного циркулянта также была ограничена до 13 элементов, в качестве метрики было выбрано отношение главного пика аperiodической АКФ к максимальному положительному и отрицательному боковому лепестку.

Целью настоящей работы является расширенный анализ возможности применения строк квазиортогональных матриц для задач обнаружения, синхронизации и помехоустойчивого кодирования,

а именно – рассмотрение циклических персимметричных квазиортогональных матриц. Они могут быть получены на основе последовательностей максимальной длины (модифицированных  $m$ -последовательностей) [17], последовательностей, сформированных на основе квадратичных вычетов и символов Якоби как первых строк матриц. Для оценки в работе используются такие критерии как максимальный уровень бокового лепестка, интегральный уровень бокового лепестка ISLR (аббр. от англ. Integrated Sidelobe Level Ratio) и мерит-фактор (MF, аббр. от англ. Merit Factor) как метрики, наиболее часто используемые для анализа корреляционных функций [6].

### Стратегии вычисления циклических квазиортогональных матриц

Наиболее известными квазиортогональными матрицами являются матрицы Адамара  $H_n$ , состоящие из 1 и  $-1$ , для которых выполняется условие:

$$H_n^T H_n = NI$$

на четных порядках  $N = 4t$ , где  $t$  – натуральное число.

Будем искать квазиортогональные матрицы циклических структур на нечетных порядках, удовлетворяющие следующим условиям:

- матрица должна иметь, по возможности, два элемента, поскольку увеличение их количества неизбежно влечет за собой затраты памяти на генерацию и хранение матрицы, усложняет код;
- матрица должна иметь циклическую структуру, поскольку для ее хранения используется только первая строка (циркулянт).

В виду требования к циклической структуре будем искать матрицы, представляющие собой «ядра» матриц Адамара, и нечетного порядка  $4t - 1$ , которые могут быть преобразованы в матрицы Адамара особого вида, при помощи процедуры добавления каймы; подробнее о взаимосвязях матриц порядка  $4t$  и  $4t - 1$  написано в работе [21].

При поиске персимметричных циклических квазиортогональных матриц в виде «ядра» матриц Адамара было выделено три наиболее простые, удобные и схожие стратегии вычисления подобных матриц на порядках  $N = 4t - 1$  [22]:

**Стратегия 1.** Вычисление первой строки циркулянта на основе символов Лежандра для длин  $N = 3, 7, 11, 19, 23$  и т. д. При этом последовательности Лежандра характеризуется тем, что количество отрицательных и положительных элементов отличается на единицу.

**Стратегия 2.** Вычисление первой строки циркулянта на основе символов Якоби, для длин  $N = 3, 15, 35, 143$  и т. д. При этом последовательности Якоби характеризуется тем, что формируется двойное

простое число вида  $N = p(p + 2)$ , где  $p$  – простое число.

**Стратегия 3.** Вычисление первой строки циркулянта на основе  $m$ -последовательностей и ее модифицированных форм для длин  $N = 3, 7, 15, 31, 63, 127$  и т. д. При этом модифицированные  $m$ -последовательности, в отличие от классического случая, имеют несимметричный алфавит элементов последовательности.

Несмотря на схожесть, указанные стратегии вычисления циркулянта и формирования квазиортогональных матриц различны, как различны и результаты соответствующих корреляционных характеристик кодов на их основе. Матрицы имеют разные длины циркулянтов, исключение составляют только начальные значения длин.

На рисунке 1 в качестве примера приведены «портреты» персимметричных циклических ортогональных матриц различных порядков, полученные на основе приведенных стратегий. Здесь черные элементы на портретах матриц соответствуют отрицательному элементу ( $-1$ ), белые – положительному ( $1$ ).

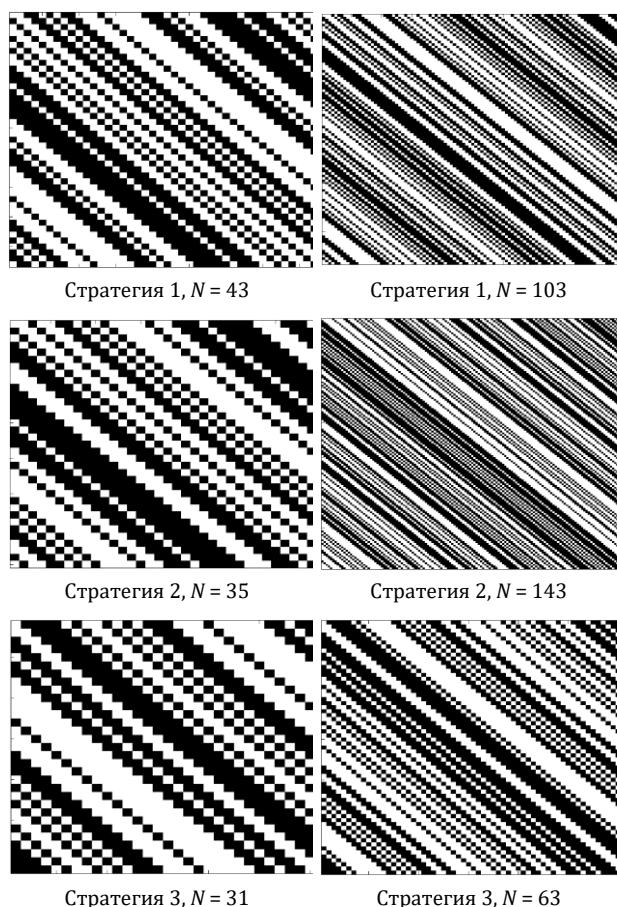


Рис. 1. Портреты персимметричных циклических матриц

Fig. 1. Portraits of Persymmetric Cyclic Matrices

### Сравнительный анализ корреляционных характеристик кодовых последовательностей максимальной длины

Проведем сравнительный анализ корреляционных характеристик на основе вычислительных экспериментов для модифицированных последовательностей максимальной длины, полученных из циркулянтов сформированных, на основе:

- символов Лежандра (стратегия 1);
- символов Якоби (стратегия 2);
- модифицированных  $m$ -последовательностей (стратегия 3).

Из исходного циркулянта длины  $N$ , полученного по каждой из описанных выше стратегий, путем циклического сдвига будет формироваться матрица размерности  $N \times N$ . Полным перебором в матрице осуществим поиск такой строки, которая будет лучше по критерию минимума максимума бокового лепестка нормированной к единице аperiodической АКФ. Затем проведем модификацию исходного циркулянта с заменой отрицательного элемента на  $-b$ , где искомое значение  $-b$  вычисляется на основе теории квазиортогональных матриц [10–13]. Подробно процедура модификации кодовой последовательности была описана в работе [17], поэтому в рамках данной работы рассматриваться не будет. Из модифицированного циркулянта сформируем циклическую матрицу и путем перебора осуществим поиск лучшей по критерию минимума максимума бокового лепестка нормированной к единице аperiodической АКФ строки матрицы с элементами  $\{1; -b\}$ .

Затем проведем сравнительный анализ корреляционных характеристик аperiodической АКФ. В качестве основных метрик выберем:

- максимальный уровень бокового лепестка ( $БЛ_{\max}$  и  $БЛ_{\max}$ , дБ);
- ISLR;
- MF.

Рассмотрим подробнее последние две характеристики, а также приведем необходимые формулы для дальнейшего анализа.

ISLR – это отношение суммарной энергии боковых лепестков аperiodической АКФ последовательности длины  $N$  к энергии главного лепестка, которое будем вычислять по формуле:

$$ISLR = \sum_{\substack{l=1-N \\ l \neq 0}}^{N-1} |C(l)|^2 / |C(0)|^2,$$

где  $C(0)$  – значение главного лепестка, а  $C(l)$  – значение бокового лепестка аperiodической АКФ. Чем ниже значение ISLR, тем лучше полученная кодовая последовательность.

MF – обратная ISLR величина, поэтому чем меньше суммарная энергия боковых лепестков, тем больше величина критерия MF, соответственно, кодовые последовательности с большим значением MF будут лучше. Для вычислительного эксперимента будем использовать набор специализированных программ, разработанных в пакете компьютерного моделирования MATLAB [23–25].

Полученные результаты показаны на рисунках 2–4, и приведены в таблице 1. На рисунках 2а, 3а, 4а представлены графики нормированных к единице аperiodических АКФ кодовых последовательностей, полученных по стратегиям 1–3, проиллюстрировано снижение максимально уровня бокового лепестка аperiodической АКФ. Синим цветом на графике обозначены кодовые последовательности с алфавитом  $\{1; -1\}$ , а красным цветом – кодовые последовательности с алфавитом  $\{1; -b\}$ . Следует отметить, что для генерации исходной  $m$ -последовательности (стратегия 3) был использован полином  $x^4 + x + 1$  с начальными условиями  $[0,0,0,1]$ .

На рисунках 2б, 3б, 4б представлены графики нормированных к единице периодических АКФ кодовых последовательностей, полученных по стратегиям 1–3 и проиллюстрирован факт того, что модификация кодовой последовательности и переход к алфавиту  $\{1; -b\}$  не добавляет боковых лепестков в периодическую АКФ. Результаты вычисления описанных параметров для каждой стратегии приведены в таблице 1.

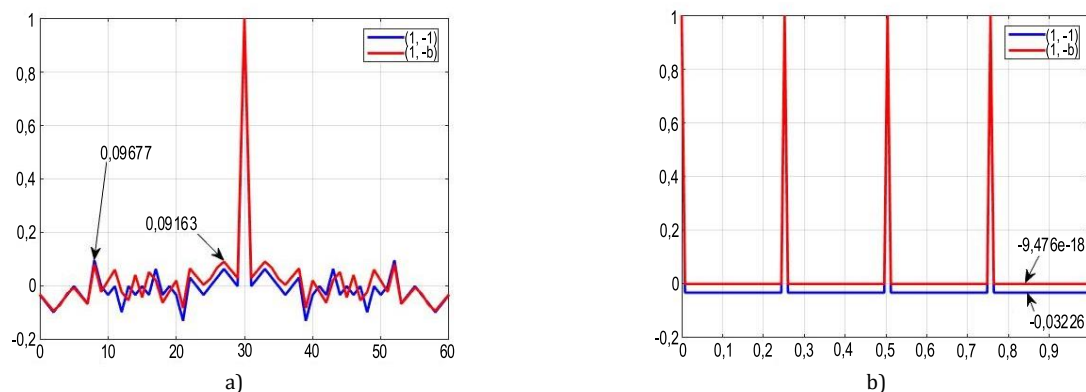


Рис. 2. Аperiodическая (а) и периодическая (б) АКФ кодовых последовательностей, полученных по стратегии 1,  $N = 31$

Fig. 2. Aperiodic (a) and Periodic (b) Autocorrelation Function of Code Sequences Obtained by Strategy 1,  $N = 31$



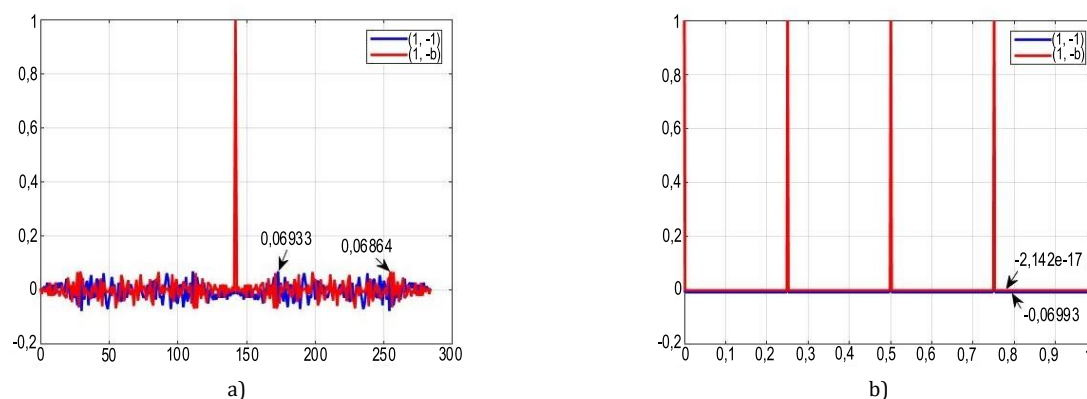


Рис. 3. Аperiodическая (a) и периодическая (b) АКФ кодовых последовательностей, полученных по стратегии 2,  $N = 143$

Fig. 3. Aperiodic (a) and Periodic (b) Autocorrelation Function of Code Sequences Obtained by Strategy 2,  $N = 143$

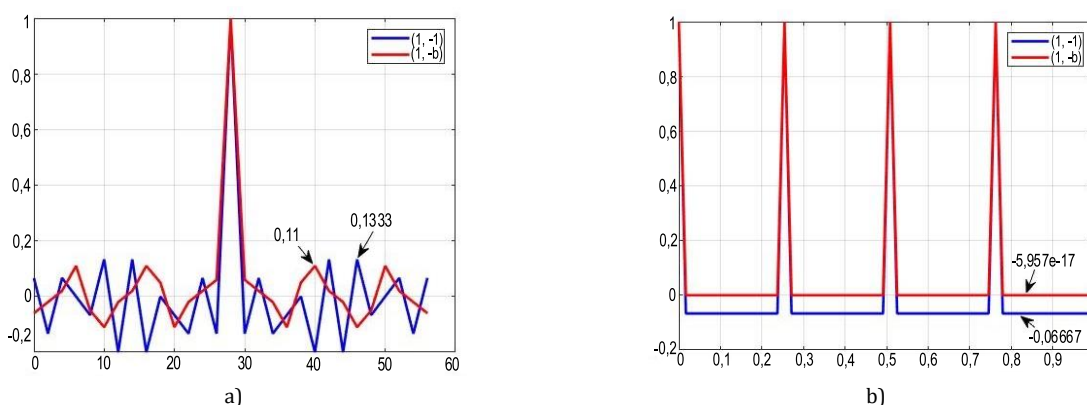


Рис. 4. Аperiodическая (a) и периодическая (b) АКФ кодовых последовательностей, полученных по стратегии 3,  $N = 15$

Fig. 4. Aperiodic (a) and Periodic (b) Autocorrelation Function of Code Sequences Obtained by Strategy 3,  $N = 15$

Таблица 1. Корреляционные характеристики кодовых последовательностей

TABLE 1. Correlation Characteristics of Code Sequences

Порядок, $N$	(1; -1)				(1; -b)			
	БЛ <sub>max</sub>	БЛ <sub>max</sub> , дБ	ISLR	MF	БЛ <sub>max</sub>	БЛ <sub>max</sub> , дБ	ISLR	MF
Стратегия 1								
31	0,0968	-20,2848	0,1561	6,4067	0,0916	-20,7588	0,1622	6,1642
103	0,0680	-23,3548	0,2849	3,5106	0,0633	-23,9711	0,1776	5,6296
239	0,0460	-26,7401	0,1742	5,7408	0,0459	-26,7648	0,1689	5,9206
331	0,0393	-28,1177	0,1712	5,8420	0,0374	-28,5362	0,1713	5,8390
383	0,0366	-28,7414	0,1751	5,7126	0,0360	-28,8800	0,1746	5,7272
503	0,0338	-29,4224	0,1791	5,5840	0,0331	-29,5994	0,1893	5,2833
587	0,0307	-30,2673	0,1697	5,8919	0,0302	-30,3952	0,1707	5,8587
647	0,0309	-30,1975	0,1738	5,7541	0,0299	-30,4762	0,1702	5,8765
719	0,0278	-31,1140	0,1757	5,6900	0,0274	-31,2378	0,1772	5,6435
727	0,0289	-30,7863	0,1738	5,7545	0,0286	-30,8729	0,1703	5,8715
787	0,0280	-31,0710	0,1698	5,8910	0,0275	-31,2269	0,1677	5,9638
887	0,0259	-31,7239	0,1689	5,9217	0,0258	-31,7516	0,1668	5,9955
907	0,0254	-31,9176	0,1943	5,1461	0,0250	-32,0532	0,1673	5,9779
1019	0,0226	-32,9289	0,1684	5,9372	0,0220	-33,1365	0,1674	5,9745
1123	0,0223	-33,0488	0,1705	5,8657	0,0221	-33,1260	0,1690	5,9178
1279	0,0227	-32,8895	0,1712	5,8410	0,0227	-32,8985	0,1700	5,8833

Порядок, $N$	(1; -1)				(1; -b)			
	БЛ <sub>max</sub>	БЛ <sub>max</sub> , дБ	ISLR	MF	БЛ <sub>max</sub>	БЛ <sub>max</sub> , дБ	ISLR	MF
1283	0,0226	-32,9166	0,1669	5,9924	0,0226	-32,9166	0,1661	6,0211
1307	0,0214	-33,3824	0,1668	5,9967	0,0214	-33,3826	0,1703	5,8706
1319	0,0212	-33,4617	0,1696	5,8953	0,0211	-33,5165	0,1683	5,9403
1423	0,0218	-33,2369	0,1676	5,9653	0,0214	-33,4118	0,1692	5,9111
1447	0,0207	-33,6669	0,1695	5,8984	0,0205	-33,7682	0,1683	5,9401
1451	0,0193	-34,2902	0,1693	5,9057	0,0192	-34,3228	0,1686	5,9329
1511	0,0205	-33,7581	0,1679	5,9571	0,0204	-33,8029	0,1685	5,9331
1607	0,0205	-33,7500	0,1681	5,9474	0,0205	-33,7742	0,1678	5,9584
1759	0,0182	-34,8023	0,1679	5,9560	0,0180	-34,8750	0,1679	5,9573
Стратегия 2								
143	0,0699	-23,1067	0,2777	3,6014	0,0686	-23,2683	0,2517	3,9722
899	0,0311	-30,1320	0,2219	4,5072	0,0308	-30,2411	0,2124	4,7086
Стратегия 3								
15	0,1333	-17,5012	0,3822	2,6163	0,1100	-19,1721	0,1260	7,9365
511	0,0391	-28,1478	0,3370	2,9674	0,0381	-28,3912	0,3186	3,1387

Результаты, представленные в таблице 1, показали, что новые кодовые последовательности с алфавитом (1; -b), полученные по стратегиям 2 и 3, обеспечили как снижение максимального уровня бокового лепестка, так и снижение суммарной энергии боковых лепестков, в отличие от классического подхода, когда алфавит кодовой последовательности представлен элементами (1; -1), данный вывод сделан на основе анализа значений критериев ISLR и MF. Кодовые последовательности, полученные по стратегии 1, на указанных в таблице 1 порядках лучше по критерию максимального уровня бокового лепестка, однако на порядках 31, 331, 503, 587, 719, 1307, 1423 и 1511 суммарная энергия боковых лепестков выше, чем у кодовых последовательностей с алфавитом (1; -1).

### Заключение

Полученные результаты позволяют сделать вывод о перспективности использования кодовых последовательностей, основанных на строках персимметричных квазиортогональных матриц.

Применение процедуры модификации исходных кодовых последовательностей позволяет снизить максимальный уровень бокового лепестка аперидической АКФ, а также снизить суммарную энергию боковых лепестков, делая предпочтительным их применение.

Дальнейшим развитием работы является поиск существенно более длинных последовательностей и, как потребность для этого, – разработка новых алгоритмов ускорения процедур их поиска с применением вычислений на графических ускорителях для длин  $N > 10^3$ .

### Список источников

1. Бодров О.А. Синтез фазо- и частотноманипулированных сигналов в радиотехнических системах. М.: Горячая линия – Телеком, 2016. 132 с.
2. Нахмансон Г.С., Маснев И.Н. Прием модифицированного фазоманипулированного широкополосного сигнала корреляционным приемником с входным полосовым фильтром // Телекоммуникации. 2020. № 7. С. 17–23.
3. Дворников С.В., Дворников С.С. Эмпирический подход к оценке помехоустойчивости сигналов фазовой модуляции // Информатика и автоматизация. 2020. Т. 19. № 6. С. 1280–1306. DOI:10.15622/ia.2020.19.6.6.
4. Mahafza B.R. Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB®. New York: Chapman and Hall/CRC, 2021. DOI:10.1201/9781003051282
5. Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка. СПб.: Наука и техника, 2005. 400 с.
6. Шаров С.Н., Толмачев С.Г. Поиск бинарных кодовых последовательностей с низким уровнем боковых лепестков эволюционным способом // Информационно-управляющие системы. 2020. № 1. С. 44–53. DOI:10.31799/1684-8853-2020-1-44-53
7. Шинаков Ю.С. Функции неопределенности сигналов Задова-Чу для систем синхронизации LTE 5-го поколения // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2018. Т. 9. № 1. С. 166–174.
8. Владимиров С.С., Когновицкий О.С. Постобработка при декодировании последовательностей малого семейства Касами на основе двойственного базиса // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 4. С. 5–12. DOI:10.31854/1813-324X-2018-4-4-5-12

9. Дворников С.В., Дворников С.С., Марков Е.В. Модифицированные импульсные последовательности на основе кодов Баркера // Труды учебных заведений связи. 2022. Т. 8. № 1. С. 8–14. DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-1-8-14
10. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. О значении матриц начального приближения в алгоритме поиска обобщенных взвешенных матриц глобального и локального максимума детерминанта // Информационно-управляющие системы. 2015. № 6. С. 2–9.
11. Балонин Н.А., Сергеев М.Б. Нормы обобщенных матриц Адамара // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2014. № 2. С. 5–11.
12. Balonin N.A., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. On two predictors of calculable chains of quasi-orthogonal matrices // Automatic Control and Computer Sciences. 2015. Vol. 49. Iss. 3. PP. 153–158.
13. Balonin N.A., Sergeev M.B., Hadar O., Seberry J. Three-Level Cretan Matrices Constructed via Conference Matrices // Information and Control Systems. 2015. Vol. 2(75). PP. 2–3. DOI:10.15217/issn1684-8853.2015.2.4.
14. Ненашев В.А., Сергеев А.М., Васильев И.А. Моделирование сложных кодо-модулированных сигналов для современных систем обнаружения и передачи информации // Научная сессия ГУАП (Санкт-Петербург, Россия, 08–12 апреля 2019 г.). Сборник докладов научной сессии, посвященной Всемирному дню авиации и космонавтики. СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, 2019. С. 413–417.
15. Vostrikov A., Sergeev A., Balonin Y. Using Families of Extremal Quasi-Orthogonal Matrices in Communication Systems // Czarowski I., Howlett R.J., Jain L.C. (eds) Intelligent Decision Technologies. IDT 2020. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer, 2021. Vol. 238. PP. 95–108. DOI:10.1007/978-981-16-2765-1\_8
16. Sergeev A., Sergeev M., Balonin N., Vostrikov A. Symmetry Indices as a Key to Finding Matrices of Cyclic Structure for Noise-Immune Coding // Czarowski I., Howlett R., Jain L. (eds) Intelligent Decision Technologies. IDT 2020. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer, 2020. Vol. 193. PP. 223–230. DOI:10.1007/978-981-15-5925-9\_19
17. Григорьев Е.К., Ненашев В.А., Сергеев А.М., Самохина Е.В. Поиск и модификация кодовых последовательностей на основе персимметричных квазиортогональных циркулянтов // Телекоммуникации. 2020. № 10. С. 27–33.
18. Сергеев М.Б., Ненашев В.А., Сергеев А.М. Вложенные кодовые конструкции Баркера – Мерсенна – Рагхаварао // Информационно-управляющие системы. 2019. № 3(100). С. 71–81. DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81
19. Sergeev A., Sergeev M., Nenashev V., Vostrikov A. Search and Modification of Code Sequences Based on Circulant Quasi-orthogonal Matrices // Proceedings of the 12th KES International Conference on Intelligent Decision Technologies (KES-IDT 2020, Split, Croatia, 17–19 June 2020). Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer, 2020. Vol. 193. PP. 231–242. DOI:10.1007/978-981-15-5925-9\_20
20. Ненашев В.А., Сергеев А.М., Капанова Е.А. Исследование и анализ автокорреляционных функций кодовых последовательностей, сформированных на основе моноциклических квазиортогональных матриц // Информационно-управляющие системы. 2018. № 4. С. 9–14. DOI:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14
21. Сергеев А.М. О взаимосвязи одного вида квазиортогональных матриц, построенных на порядках последовательностей  $4k$  и  $4k - 1$  // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2017. № 7. С. 12–17.
22. Ненашев В.А., Григорьев Е.К., Сергеев А.М., Самохина Е.В. Стратегии вычисления персимметричных циклических квазиортогональных матриц как основы кодов // Электросвязь. 2020. № 10. С. 58–61. DOI:10.34832/ELSV.2020.11.10.008
23. Ненашев В.А., Шепета А.П., Сергеев М.Б., Чернышев С.А., Григорьев Е.К. Программа генерации квазиортогональных циклических матриц, сформированных на основе вычисления квадратичных вычетов. Свидетельство регистрации программы для ЭВМ № RU 2019612935 от 19.02.2019. Оpubл. 04.03.2019.
24. Востриков А.А., Сергеев А.М., Куртяник Д.В., Ненашев В.А., Григорьев Е.К., Шепета А.П. и др. Программа генерации специальных квазиортогональных циклических матриц, сформированных на основе вычисления символов Якоби. Свидетельство регистрации программы для ЭВМ № RU 2019660821 от 05.08.2019. Оpubл. 13.08.2019.
25. Ненашев В.А., Сергеев М.Б., Сергеев А.М., Григорьев Е.К., Иванова М.С., Ненашев С.А. Программа генерации специальных квазиортогональных матриц, сформированных на основе модифицированных  $m$ -последовательностей. Свидетельство регистрации программы для ЭВМ № RU 2019664813 от 30.10.2019. Оpubл. 13.11.2019.

## References

1. Bodrov O.A. Synthesis of Phase and Frequency Shift Keying Signals in Radio System. Moscow: Goryachaya liniya – Telekom Publ.; 2016. 132 p. (in Russ.)
2. Nakhmanson G.S., Masnev I.N. Reception of a Modified Phase-Shift Keyed Broadband Signal by a Correlation Receiver with an input Bandpass Filter. Telecommunications. 2020;7:17–23. (in Russ.)
3. Dvornikov S.V., Dvornikov S.S. Empirical Approach to Estimating the Immunity of Phase Modulation Signals with a Continuous Phase. Informatics and Automation. 2020;19(6):1280–1306. (in Russ.) DOI:10.15622/ia.2020.19.6.6.
4. Mahafza B.R. Radar Systems Analysis and Design Using MATLAB®. New York: Chapman and Hall/CRC; 2021. DOI:10.1201/9781003051282
5. Gantmaher V.E., Bistrov N.E., Chebotarev D.V. Noise-like Signals. Analysis, Synthesis, Processing. St. Petersburg: Nauka i tehnika Publ.; 2005. 400 p. (in Russ.)
6. Sharov S.N., Tolmachev S.G. Search for binary code sequences with low autocorrelation sidelobes by the evolutionary method. Information and Control Systems. 2020;1:44–53 (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2020-1-44-53
7. Shinakov Yu.S. Ambiguity Functions of Zadov-Chu Signals for 5th Generation LTE Synchronization Systems. Sistemy sinhronizatsii, formirovaniya i obrabotki signalov. 2018;9(1):166–174. (in Russ.)
8. Vladimirov S., Kognovitsky O. Postprocessing in the Dual Basis Based Decoding of the Small Set Kasami Sequences. Proc. of Telecom. Universities. 2018;4(4):5–12. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2018-4-4-5-12


9. Dvornikov S., Dvornikov Jr. S., Markov E. Modified Pulse Sequences Based on Barker Codes. Proc. of Telecom. Universities. 2022;8(1):8–14. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2022-8-1-8-14
10. Balonin N.A., Sergeev M.B. Initial Approximation Matrices in Search for Generalized Weighted Matrices of Global or Local Maximum Determinant. Information and Control Systems. 2015;6:2–9. (in Russ.)
11. Balonin N.A., Sergeev M.B. The Generalized Hadamard Matrix Norms. Vestnik of Saint Petersburg University. Applied Mathematics. Computer Science. Control Processes. 2014;2:5–11 (in Russ.).
12. Balonin N.A., Vostrikov A.A., Sergeev M.B. On two predictors of calculable chains of quasi-orthogonal matrices. Automatic Control and Computer Sciences. 2015;49(3):153–158.
13. Balonin N.A., Sergeev M.B., Hadar O., Seberry J. Three-Level Cretan Matrices Constructed via Conference Matrices. Information and Control Systems. 2015;2(75): 2–3. DOI:10.15217/issn1684-8853.2015.2.4.
14. Nenashev V., Sergeev A.M., Vasil'ev I. Modeling of Complex Code Modulated Signals for Modern Detection Systems and Information Transmission. Proceedings of SUAI Scientific Session, St. Petersburg, Russia, 08–12 April 2019. St. Petersburg: Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation Publ.; 2019. p.413–417. (in Russ.)
15. Vostrikov A., Sergeev A., Balonin Y. Using Families of Extremal Quasi-Orthogonal Matrices in Communication Systems. In: Czarnowski I., Howlett R.J., Jain L.C. (eds) Intelligent Decision Technologies. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer; 2021. Vol. 238. p.95–108. DOI:10.1007/978-981-16-2765-1\_8
16. Sergeev A., Sergeev M., Balonin N., Vostrikov A. Symmetry Indices as a Key to Finding Matrices of Cyclic Structure for Noise-Immune Coding. In: Czarnowski I., Howlett R., Jain L. (eds) Intelligent Decision Technologies. IDT 2020. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer; 2020. vol.193. p.223–230. DOI:10.1007/978-981-15-5925-9\_19
17. Grigoriev E.K., Nenashev V.A., Sergeev A.M., Samohina E.V. Search and Modification of Code Sequences Based on Persymmetric Quasi-Orthogonal Circulants. Telecommunications. 2020;10:27–33. (in Russ.)
18. Sergeev M.B., Nenashev V.A., Sergeev A.M. Nested code sequences of Barker – Mersenne – Raghavarao. Information and Control Systems. 2019; 3(100):71–81. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2019-3-71-81
19. Sergeev A., Sergeev M., Nenashev V., Vostrikov A. Search and Modification of Code Sequences Based on Circulant Quasi-orthogonal Matrices. Proceedings of the 12th KES International Conference on Intelligent Decision Technologies, KES-IDT 2020, 17–19 June 2020, Split, Croatia. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer; 2020. vol.193. p.231–242. DOI:10.1007/978-981-15-5925-9\_20
20. Nenashev V.A., Sergeev A.M., Kapranova E.A. Research and Analysis of Autocorrelation Functions of Code Sequences Formed on the Basis of Monocyclic Quasi-Orthogonal Matrices. Information and Control Systems. 2018;4:9–14. (in Russ.) DOI:10.31799/1684-8853-2018-4-9-14
21. Sergeev A.M. On the relationship of one type of quasi-orthogonal matrices built on the orders of sequences  $4k$  and  $4k - 1$ . Proceedings of Saint Petersburg Electrotechnical University. 2017;7:12–17. (in Russ.)
22. Nenashev V.A., Grigoriev E.K., Sergeev A.M., Samohina E.V. Strategies for Calculating Persymmetric Cyclic Quasi-Orthogonal Matrices as the Basis of Codes. Elektrosvyaz. 2020;10:58–61. (in Russ.) DOI:10.34832/ELSV.2020.11.10.008
23. Nenashev V.A., Shepeta A.P., Sergeev M.B., Chernyshev S.A., Grigoriev E.K. The program for Generating Quasi-Orthogonal Cyclic Matrices Formed on the Basis of the Calculation of Quadratic Residues. Patent RF, no. 2019611539, 03.04.2019. (in Russ.)
24. Vostrikov A.A., Sergeev A.M., Kurtyanik D.V., Nenashev V.A., Grigoriev E.K., Shepeta A.P., et al. The Program for Generating Special Quasi-Orthogonal Cyclic Matrices Formed on the Basis of the Calculation of Jacobi Symbols. Patent RF, no. 20169660821, 08.13.2019. (in Russ.)
25. Nenashev V.A., Sergeev M.B., Sergeev A.M., Grigoriev E.K., Ivanova M.S., Nenashev S.A. The Program for Generating Special Quasi-Orthogonal Matrices Formed on the Basis of Modified m-sequences. Patent RF, no. 2019663534, 11.13.2019.

Статья поступила в редакцию 24.04.2022; одобрена после рецензирования 29.04.2022; принята к публикации 04.05.2022.

The article was submitted 24.04.2022; approved after reviewing 29.04.2022; accepted for publication 04.05.2022.

## Информация об авторе:

**ГРИГОРЬЕВ**  
**Евгений Константинович**

аспирант кафедры вычислительных систем и сетей Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения,  
 <https://orcid.org/0000-0001-5981-4074>