

4. Михеев С. М. Комплексирование изображений разных диапазонов спектра в многоканальных системах наблюдения: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01 / Михеев Сергей Михайлович. Москва, 2011. 3 с.
5. Кисляков А. Н. Оценка информативности многоспектральных изображений земной поверхности // Физика и радиоэлектроника в медицине и экологии: материалы X международной науч. конф., Владимир-Суздаль, 2012. Т. 3. С. 161–165.
6. Злобин В. К., Еремеев В. В., Кузнецов А. Е. Обработка изображений в геоинформационных системах: учебное пособие. Рязань: Рязанский государственный радиотехнический университет, 2006. 264 с.
7. Бендицкий А. А. Способ формирования матричного объекта. Патент № 2305320 РФ; заявл. 02.07.2004 № 2004120046/09; опубл. 27.08.2007. Бюл. 24.
8. Кузнецов А. Е., Калужный В. И., Ковалев А. О., Ефремов И. Ф., Гектин Ю. М. Способ дистанционного обследования объектов электрических сетей с помощью тепловидео съемочного устройства. Патент № 2258204 РФ; заявл. 16.02.2004 № 2004104193/28; опубл. 10.08.2005. Бюл. 22.
9. Богданов А. П., Костяшкин Л. Н., Морозов А. В., Павлов О. В., Романов Ю. Н., Рязанов А. В. Способ комплексирования цифровых полутоновых телевизионных и тепловизионных изображений. Патент № 2451338 РФ; заявл. 23.12.2010 № 2010152858/08; опубл. 20.05.2012 Бюл. № 14.
10. Ерош И. Л., Соловьев Н. В., Филатов Г. П., Сергеев М. Б., Козлов А. А., Литвинов М. Ю., Ерош И. Л. Способ совмещения изображений, полученных с помощью различных фотодатчиков и устройство для его реализации. Патент № 2435221 РФ; заявл. 10.12.2007. № 2007145889/28; опубл. 27.11.2011 Бюл. № 33.
11. Ветров А. Н., Осипова А. А., Гахзар М. А., Артюхин И. Ю. Совмещение изображений от датчиков различных диапазонов частот // Современные проблемы науки и образования: электрон. научн. журн. 2013. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=11589> (дата обращения 27.02.2016).

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ В КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЕ MATHCAD

М.В. Рыжих, Е.Н. Трофимец

В статье рассматривается решение уравнения вынужденных колебаний струны с помощью формулы Даламбера в компьютерной системе MathCad. Решение краевой задачи представлено в виде двухмерного графика и в виде поверхности (трёхмерного графика).

Ключевые слова: краевая задача, уравнения гиперболического типа, формула Даламбера, компьютерная система Mathcad.

SOLVING BOUNDARY VALUE PROBLEMS MATHEMATICAL PHYSICS IN COMPUTER SYSTEMS MATHCAD

Ryzih M., Trofimes E.

The article deals with the solution of the forced vibrations of a string with strength in the formula of d'Alembert in the computer system MathCad. The solution of the boundary value problem is presented in the form of two-dimensional graphics and a surface (three-dimensional graphics).

Keywords: boundary problem, hyperbolic equations, the formula D'alamberte, the computer system Mathsad.

В век информационных технологий практика применения математических методов для решения наукоемких и сложных задач все шире опирается на функциональные возможности программных математических пакетов. Наиболее распространенными считаются MathCad, Maple, MatLab, Matematica, Derive и др. [1, 2, 3].

Решение краевых задач математической физики целесообразно рассматривать в компьютерных системах, например, в MathCad. Фокус внимания сместим на уравнения гиперболического типа. Уравнение вынужденных колебаний струны имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t),$$

где $u(x, t)$ – искомая функция поперечных отклонений струны в точке x в момент времени t ; $f(x, t)$ – линейная плотность внешней силы; a^2 – волновой параметр, который определяется соотношением:

$$a^2 = \frac{T}{\rho},$$

где T – сила натяжения струны; ρ – погонная плотность струны.

Формула Даламбера для решения уравнения вынужденных колебаний струны получается добавлением к формуле Даламбера для свободных колебаний струны еще одного слагаемого:

$$u(x, t) = \frac{\varphi(x + at) + \varphi(x - at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(z) dz + \frac{1}{2a} \int_0^t \int_{x-a(t-\tau)}^{x+a(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau,$$

где $\varphi(x) = u(x, 0)$ – начальное отклонение струны; $\psi(x) = \frac{\partial}{\partial t} u(x, 0)$ – начальная скорость струны.

Таким образом, функции $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ задают начальные условия (т. е. решается задача Коши).

Пусть на струну действует внешняя сила с линейной плотностью $f(x, t) = e^{-t} \sin(x)$.

Будем рассматривать бесконечную струну с волновым параметром $a^2 = 1$. Начальная скорость точек струны $\psi(x) = 0$. В начальный момент времени струна имеет профиль, который описывается функцией $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x < -c \\ u_0 \frac{x+c}{c}, & -c \leq x \leq 0 \\ u_0 \frac{c-x}{c}, & 0 \leq x \leq c \\ 0, & x > c \end{cases},$$

где u_0 – максимальное отклонение струны, c – «масштабный» параметр по координате x . Пусть $u_0 = 1$ и $c = 1$.

Решение краевой задачи получим при помощи компьютерной системы MathCad в виде графика профиля струны в моменты времени t_0 и $2t_0$, которые кратны отношению c/a . Решение задачи представлено на рисунке 1.

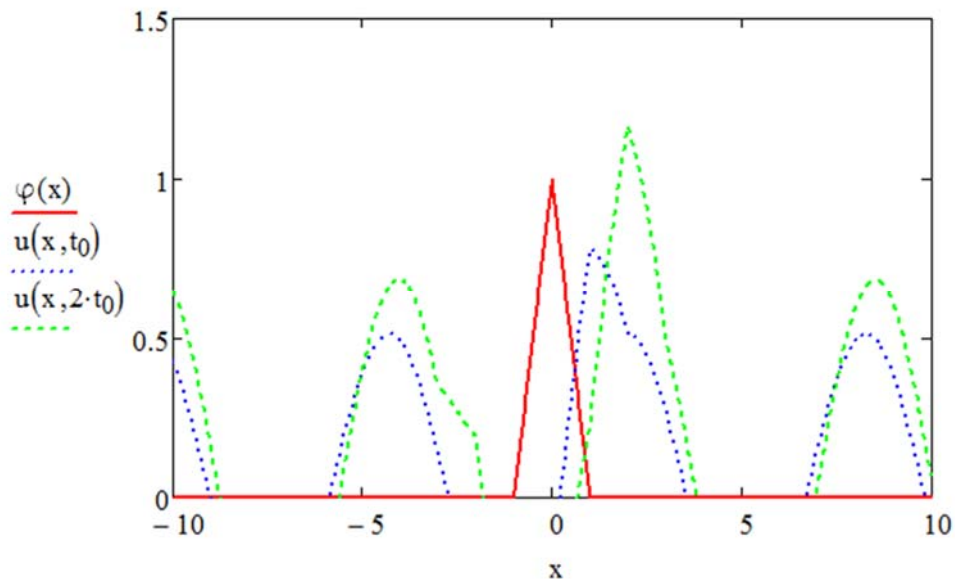


Рис. 1. Определение профиля струны с помощью функции Даламбера

Теперь решим краевую задачу для волнового уравнения:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) + e^{-t} \sin \frac{\pi x}{L}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0,$$

с начальными условиями:

$$u(x, 0) = \sin \frac{5\pi x}{2L}, \quad \frac{\partial}{\partial t} u(x, 0) = \cos \frac{\pi x}{2L}, \quad 0 \leq x \leq L,$$

и граничными условиями:

$$u(0, t) = \frac{5\pi}{L}, \quad u(L, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T.$$

Зададим следующие параметры: $a^2 = 1$, $L = 1$, $T = 1$.

Для решения задачи воспользуемся блоком **Given/Pdesolve**.

Функция **Pdesolve** имеет следующее ограничение: для частной производной по времени допустима только первая производная. Поэтому требуется преобразование исходного волнового уравнения к эквивалентной системе из двух уравнений, т. е.:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = w(x, t), \\ \frac{\partial w}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t). \end{cases}$$

При этом граничные условия не изменяются, а начальные условия будут иметь вид $u(x, 0) = \varphi(x)$, $w(x, 0) = \psi(x) = 0$.

Решим задачу для $t_0 = 0,25$, $t_0 = 0,5$ и $t_0 = 0,75$.

Решение краевой задачи о малых поперечных колебаниях ограниченной струны представлено на рисунке 2 в виде двухмерного графика.

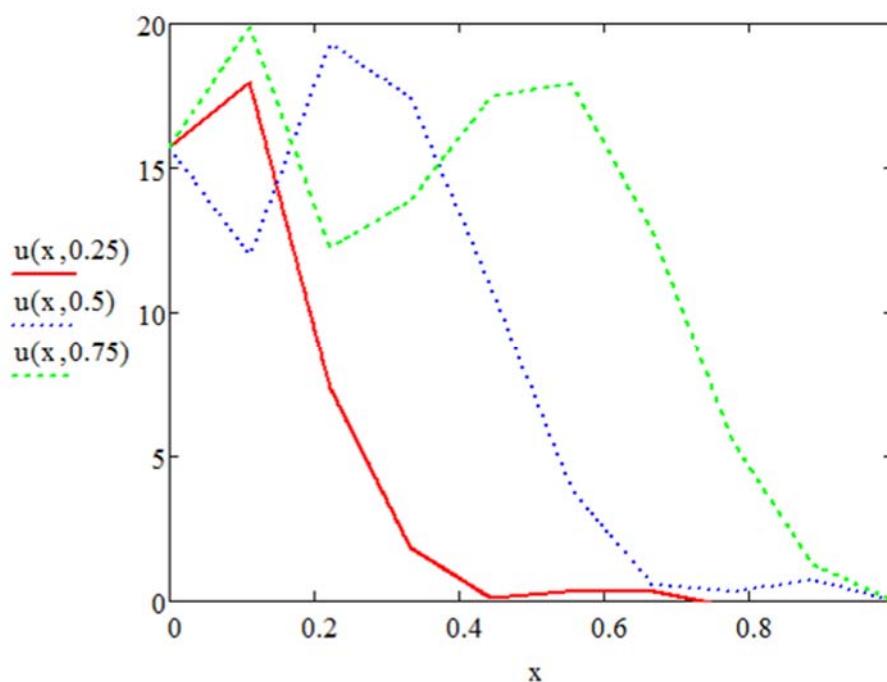


Рис. 2. Решение в виде двухмерного графика

Обратим внимание, что полученное решение имеет вид ломаных линий, хотя можно было ожидать, что будут получены синусоидальные кривые. Причина такого несоответствия состоит в том, что при использовании функции **Pdesolve** важным является выбор правильного шага дифференцирования (за него отвечают два последних аргумента функции: **xpts** – число пространственных узлов сетки и **tppts** – число временных узлов сетки). Так, если шаг будет достаточно большим (число узлов сетки малым), то найденное решение может оказаться весьма далеким от истинного. Такой эффект при решении дифференци-

альных уравнений получил название осцилляции решений (т. е. колебаний решений).

Исправить ошибку достаточно легко – необходимо ввести аргументы **xpts** и **tpts**. При использовании функции **Pdesolve** часто указываются следующие значения аргументов: **xpts** = 50...100, **tpts** = 100...200. Добавим в введенную ранее функцию **Pdesolve** аргументы **xpts** = 100 и **tpts** = 200 (см. рис. 3).

$$\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix} := \text{Pdesolve} \left[\begin{pmatrix} u \\ w \end{pmatrix}, x, \begin{pmatrix} 0 \\ L \end{pmatrix}, t, \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix}, 100, 200 \right]$$

Рис. 3. Исправленная функция **Pdesolve**

Правильное решение задачи представлено на рисунке 4.

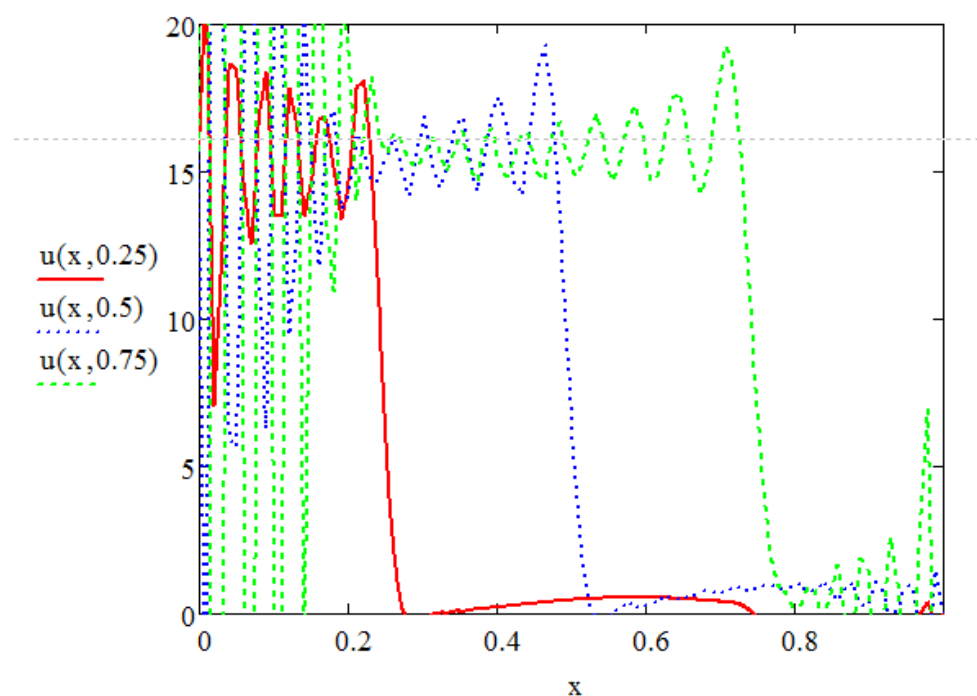


Рис. 4. Правильное решение

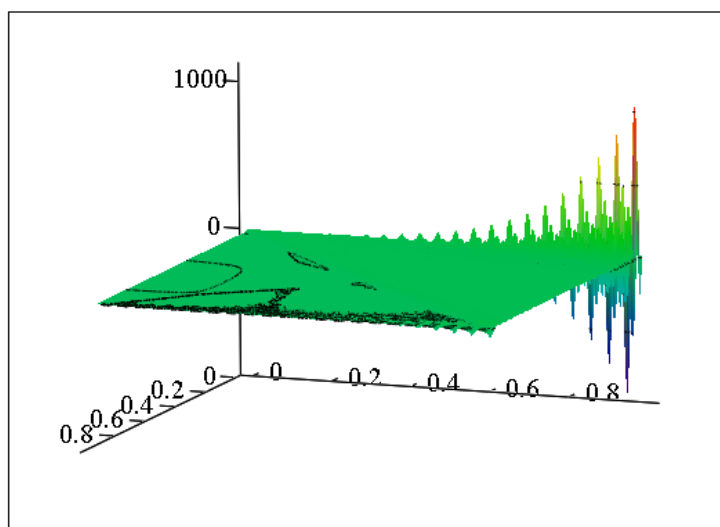
Представим решение задачи в виде поверхности (трёхмерного графика). Для этого воспользуемся функцией **CreateMesh** (находится в категории **Построение графика**) со следующими параметрами см. (рис. 5).

$$U := \text{CreateMesh}(u, 0, L, 0, T, 100, 200)$$

Рис. 5. Функция **CreateMesh**

Решение задачи в виде поверхности представлено на рисунке 6.

Компьютерная система MathCad – удобный и мощный инструмент, позволяющий решать корректно поставленные задачи математической физики.



U

Рис. 6. Решение в виде поверхности

Список используемых источников

1. Трофимец Е. Н. Информационные технологии математического моделирования в экономических вузах // Образовательные технологии и общество. 2012. Т. 15. № 1. С. 414–423.
2. Трофимец Е. Н. Информационно-аналитические технологии обучения менеджеров в образовательных учреждениях России и за рубежом // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. 2010. № 1. С. 86–95.
3. Трофимец Е. Н. Интегральный подход в обучении математике студентов – экономистов: монография. Ярославль: Ярославский гос. технический ун-т, 2009.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МОБИЛЬНОГО ТЕЛЕФОНА

Е.В. Чурносов

Предложена экспериментально-статистическая модель распределения характеристик электромагнитного поля мобильного телефона, основанная на методологии математического планирования эксперимента. Исследуемая характеристика поля измеряется в расчетных точках пространства вокруг телефона. На основе полученных результатов строится регрессионная модель, позволяющая вычислить величину исследуемого параметра поля в любой точке заданного пространства.

Ключевые слова: мобильный телефон, системный анализ, факторы, электромагнитное поле, математическое планирование эксперимента, коэффициенты модели.