

**Список используемых источников**

1. Четверухин Н. Ф. Проективная геометрия. 2-е изд. М.: Учпедгиз, 1961. С. 268.
2. Волошинов Д. В. О перспективах развития геометрии и ее инструментария // Геометрия и графика. 2014. Т. 2. № 1. С. 15–21.
3. Волошинов Д. В. Инструмент для геометрического эксперимента. Каким ему быть? [Электронный ресурс] / V Международная интернет-конференция КГПИ-2015. URL: <http://dgng.pstu.ru/conf2015/papers/47/>

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

**А.Н. Губин, В.Л. Литвинов, Ф.В. Филиппов**

*Предложена простая процедура формирования оптимальных фильтров признаков на основе главных компонент. Использование оптимальных фильтров для решения задачи распознавания позволяет строить тривиальные нейронные сети (без обучения и скрытых слоев) в виде классификаторов признаков.*

*Ключевые слова: распознавание образов, факторный анализ, сверточные нейронные сети.*

## **USE OF A PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS FOR THE RECOGNITION OF THE GRAPHIC OBJECTS**

**Gubin A., Litvinov V., Filippov F.**

*The simple procedure of the formation of the optimum filters of signs on the basis of principal component is proposed. The use of optimum filters for the solution of the problem of recognition makes it possible to build the trivial neuron networks (without the learning and the hidden layers) in the form of the classifiers of signs.*

*Keywords: pattern recognition, factor analysis, the convolutional neural network.*

Технологии обработки информации при решении задач распознавания изображений в настоящее время широко используют аппарат сверточных нейронных сетей (СНС) [1, 2]. Очевидно, сходимость процесса распознавания изображений, реализуемого с помощью СНС может быть обоснована некоторым строго формальным образом. Авторы сочли возможным использовать для этих целей метод главных компонент.

Известно, что одной из задач факторного анализа является определение минимального числа факторов, обеспечивающих заданную точность в классификации векторов произвольного векторного пространства. Объекты на изображениях, подлежащие распознаванию, можно представить с помощью векторов значений исходных переменных, которые образуют пространство признаков  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ .

Под факторной моделью понимают представление исходных переменных в виде линейной комбинации факторов  $F = (f_1, f_2, \dots, f_p)$  рассчитанных так, чтобы с минимальной погрешностью представить  $X$ :

$$x_i = \sum_{j=1}^p w_{ij} f_j + u_i .$$

Такое представление соответствует модели факторного анализа, в которой латентные переменные  $f_j, j = 1, 2, \dots, p$ , называются общими факторами, значения  $w_{ij}$  факторными нагрузками, а переменные  $u_i, i = 1, 2, \dots, n$  – специфическими факторами. Если удастся закодировать объект с помощью  $n$  числовых признаков, то  $X$  можно представить, как подмножество  $n$ -мерного евклидова пространства  $R^n$ .

При этом, общая дисперсия компоненты  $x_i$  раскладывается на сумму квадратов факторных нагрузок  $W_i^2$ , которая называется общностью, и дисперсию специфического фактора  $D_{ui}^2$ , или специфичность:

$$D_{x_i}^2 = W_i^2 + D_{u_i}^2 ,$$

где  $W_i^2 = \sum_{j=1}^p w_{ij}^2$ .

Другими словами, общность  $W_i^2$  представляет собой часть дисперсии переменных, объясненную факторами, а специфичность  $D_{ui}^2$  – часть дисперсии, обусловленную случайными ошибками или переменными, неучтенными в модели. В соответствии с постановкой задачи, необходимо искать такие факторы, при которых суммарная общность максимальна, а специфичность – минимальна. Поскольку, в нашем случае все признаки  $x_i$  могут быть стандартизованы, а факторы  $f_1, f_2, \dots, f_p$  независимы и не связаны со специфическими факторами  $u_i$ , то факторные нагрузки  $w_{ij}$  совпадают с коэффициентами корреляции между общими факторами и переменными  $x_i$ .

Основным объектом преобразований в факторном анализе является корреляционная матрица из коэффициентов корреляции, полученная путем обработки пространства признаков  $X$ . Выделение общих факторов и сжатие информации в ходе факторного анализа сводится к воспроизведению с той или иной степенью точности исходной корреляционной матрицы, т. е. предполагается, что редуцированная корреляционная матрица получена с использованием тех же объектов, но описанных меньшим числом переменных.

Факторизация исходных изображений в СНС осуществляется с помощью рецептивных полей, которые обрабатываются с помощью матрицы весовых коэффициентов, образующей своего рода фильтр. Значения элементов этого фильтра есть ни что иное, как факторные нагрузки  $w_{ij}$  и именно они играют решающую роль в эффективности процесса распознавания, определяя его качественные показатели. Ниже предлагается простая процедура, позволяющую вычислять главные компоненты и получать на их основе оптимальные фильтры. Использование оптимальных фильтров для решения задачи обнаружения

позволяет строить тривиальные нейронные сети (без обучения и скрытых слов) в виде классификаторов признаков.

Вместо векторов входов удобно рассматривать матрицу входных нейронов, значения которых соответствуют интенсивности пикселей, используемых как входы. Аналогично, получаемые в процессе свертки (фильтрации) карты признаков также удобно представлять в виде матриц. Таким образом, в качестве исходной матрицы  $M$  будем рассматривать двумерный массив, образованный векторами из пространства признаков  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ , где каждый вектор  $x_i$  состоит из  $d = hv$  компонент ( $h$  – число строк,  $v$  – число столбцов матрицы  $M$ ). Нашей задачей является вычисление главных компонент на множестве  $d$  компонент матрицы  $M$ .

Введем ограничение на представление объектов, подлежащих распознаванию. Будем рассматривать только черно-белые изображения объектов, без градации серого. В этом случае компоненты  $x_{ij}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $j = 1, 2, \dots, d$  каждого вектора  $x_i$  будут принимать значения только 0 или 1.

Рассчитаем усредненные суммарные факторные нагрузки для каждой компоненты  $j = 1, 2, \dots, d$  путем суммирования всех  $x_{ij}$  по всем  $i = 1, 2, \dots, k$  и усреднения по  $k$ :

$$W_j = \sum_{i=1}^k x_{ij} / k. \quad (1)$$

Очевидно, что в кандидаты на главные компоненты прежде всего следует отнести те факторы, которые позволяют осуществить дихотомическое разбиение объектов. Эти компоненты среди  $j = 1, 2, \dots, d$  будут соответствовать тем  $j$ , для которых  $W_{jopt} = 0,5$ . Далее компоненты будут упорядочиваться в соответствии со значением дисперсии относительно  $W_{jopt}$ . Выберем среди упорядоченного таким образом множества  $n$  компонент ( $n > \log_2 k$ ), которые обеспечивают различимость векторов из пространства признаков  $X = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ . При успешном выборе – задача решена, найденные компоненты и есть искомые главные компоненты.

В случае, если  $n$  компонент недостаточно, добавляем еще одну и осуществляем предыдущую операцию выбора для  $n + 1$  компоненты и так далее. Ясно, что предельным будет вырожденный случай, когда значение  $n = k$ .

В качестве простого примера приложения предложенного подхода рассмотрим процедуру построения оптимального фильтра для распознавания автомобильных номеров. Для формирования векторов признаков будем использовать матрицы размером  $5 \times 7$ , которые получены из матриц размером  $320 \times 428$  с помощью операции уплотнения [2]. На рисунке 1 показаны матрицы для всех изображений букв и цифр, которые используются в номерах автомобилей.

Усредненные суммарные факторные нагрузки  $W_j$  для каждой компоненты  $j = 1, 2, \dots, 35$ , полученные в соответствии с выражением (1) представлены в таблице 1. Жирным шрифтом отмечены факторы, выбранные в качестве главных компонент на основе описанной процедуры.

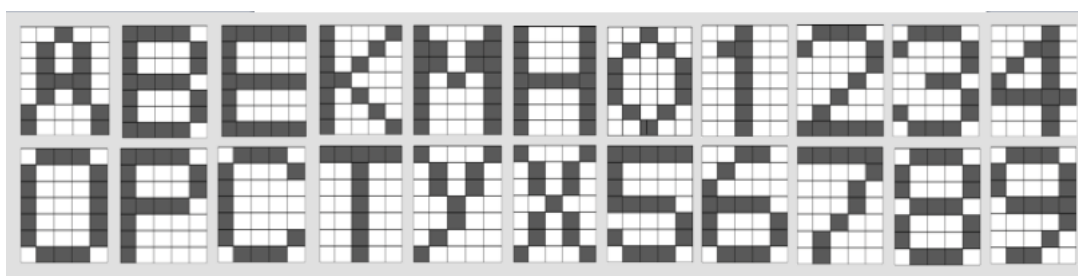


Рис. 1. Матрицы признаков распознаваемых символов

ТАБЛИЦА 1. Факторные нагрузки

|             |             |      |      |             |
|-------------|-------------|------|------|-------------|
| <b>0,50</b> | <b>0,55</b> | 0,73 | 0,64 | 0,36        |
| 0,59        | 0,32        | 0,14 | 0,32 | <b>0,50</b> |
| 0,59        | 0,23        | 0,14 | 0,23 | 0,45        |
| <b>0,55</b> | <b>0,45</b> | 0,68 | 0,59 | 0,27        |
| <b>0,55</b> | 0,14        | 0,32 | 0,14 | <b>0,45</b> |
| <b>0,55</b> | 0,23        | 0,09 | 0,18 | 0,41        |
| 0,45        | <b>0,50</b> | 0,59 | 0,41 | 0,32        |

Для построения фильтра на основе найденных главных компонент можно использовать три значения коэффициентов: 1 – для фактора черного, –1 – для фактора белого и 0 для компонент изображения не подлежащих анализу. При этом, в результате фильтрации значение  $n$  будут иметь те и только те элементы карты признаков, которые соответствуют распознаваемому образу. В нашем случае общая схема распознавания будет состоять из 22 (по числу распознаваемых образов) нейронов классификаторов (рис. 2). Входные изображения представлены векторами из  $X = (x_1, x_2, \dots, x_{35})$ , а фильтр – коэффициентами корреляции  $w_{ij}$  из множества значений  $\{-1, 0, 1\}$ .

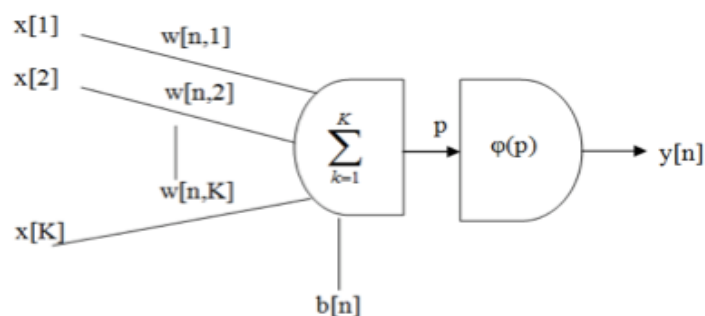


Рис. 2. Схема нейрона классификатора

В качестве примера в таблице 2 представлена матрица изображения буквы А (значения 1 и  $-1$  вне скобок) и ее фильтр (значения  $-1$ , 0 и 1 в скобках). Жирным шрифтом выделены элементы матрицы изображения, соответствующие главным компонентам.

ТАБЛИЦА 2. Матрица изображения буквы А и фильтр

|                            |                            |         |         |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------|---------|----------------------------|
| <b><math>-1(-1)</math></b> | <b><math>-1(-1)</math></b> | $1(0)$  | $-1(0)$ | $-1(0)$                    |
| $-1(0)$                    | $1(0)$                     | $-1(0)$ | $1(0)$  | <b><math>-1(-1)</math></b> |
| $-1(0)$                    | $1(0)$                     | $-1(0)$ | $1(0)$  | $-1(0)$                    |
| <b><math>-1(-1)</math></b> | <b><math>1(1)</math></b>   | $1(0)$  | $1(0)$  | $-1(0)$                    |
| <b><math>-1(-1)</math></b> | $1(0)$                     | $-1(0)$ | $1(0)$  | <b><math>-1(-1)</math></b> |
| $1(1)$                     | $-1(0)$                    | $-1(0)$ | $-1(0)$ | $1(0)$                     |
| $1(0)$                     | <b><math>-1(-1)</math></b> | $-1(0)$ | $-1(0)$ | $1(0)$                     |

При вычислении взвешенной суммы для каждого нейрона классификатора активизируется только один, достигший максимального порога.

#### Список используемых источников

1. Krizhevsky A., Sutskever I., Hinton G. E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks // Advances in Neural Information Processing Systems 25, 2012, pp. 1106–1114.
2. Convolutional Neural Networks for Visual Recognition, Stanford CS class CS231n. URL: <http://cs231n.github.io/convolutional-networks/>.

## МЕТОДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ В СЕТЯХ КОГНИТИВНОГО РАДИО

**А.В. Гущин, В.Л. Литвинов**

*В статье кратко излагаются принципы работы многопользовательских когнитивных радиосетей. Обозначен круг задач, который предстоит решить при создании радиосистем по данной технологии. В качестве решения задачи распределения ресурсов предлагается использовать алгоритмы из теории устойчивых паросочетаний.*

*Ключевые слова: когнитивное радио, устойчивые паросочетания, распределение ресурсов, спектральный мониторинг, теория игр.*

## METHODS OF DISTRIBUTING THE RESOURCES IN THE NETWORKS OF THE COGNITIVE RADIO

**Gushchin A., Litvinov V.**

*In the article the principles of the operation of multi-user cognitive radio networks briefly are presented. Is designated the circle of tasks, which is in prospect to solve with the creation of radio*