

## НОНИУСНОЕ ВЫСОКОКРАТНОЕ УМНОЖЕНИЕ ЧАСТОТЫ

Ю.А. Никитин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,  
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация  
Адрес для переписки: yuriyan@list.ru

### Информация о статье

УДК.621.391

Язык статьи – русский

**Ссылка для цитирования:** Никитин Ю.А. Нониусное высокочастотное умножение частоты // Труды учебных заведений связи. 2017. Т. 3. № 1. С. 93-104.

**Аннотация:** Рассмотрено умножение частоты с большой кратностью с помощью кольца импульсно-фазовой автоподстройки частоты, тракт приведения в котором реализован с помощью широкополосного нониусного цифрового одностороннего преобразователя частоты. Показано, что на выходе кольца ИФАП шумы и помехи, попадающие в полосу прозрачности (единичного усиления кольца) умножаются значительно меньше, чем входная частота.

**Ключевые слова:** Цифровой синтез частот, нониусный тракт приведения, цифровое одностороннее преобразование частоты.

## VERNIER FREQUENCY LARGE MULTIPLICATION

Y. A. Nikitin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunication,  
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

### Article info

Article in Russian

**For citation:** Nikitin Y. Vernier frequency large multiplication // Proceedings of educational institutes of communication. 2017. Vol. 3. Iss. 1. PP. 93-104.

**Abstract:** Considered a large frequency multiplication by a ring of pulse-phase-locked loop, bringing the path which is implemented using broadband digital vernier single-sideband frequency converter. It is shown that the output ring PLL noise and interference falling within the transparent band (ring unity gain) multiplied significantly less than the input frequency.

**Keywords:** Digital frequency synthesis, vernier reduction path, digital single-sideband frequency conversion

Использование высокочастотного ( $N_{\text{ЭКВ}} \gg 100$ ) умножения частоты опорного колебания  $f_{\text{ОПНЧ}}$  с помощью системы автоматического регулирования (САР) – кольца импульсно-фазовой автоподстройки частоты (ИФАП) позволяет сформировать колебание  $f_{\text{ВЫХЧ}}$  в заданном диапазоне микроволнового участка спектра.

В системах активного синтеза частот перестраиваемый генератор (ПГ) охватывают петлей автоматического регулирования, т. е. ПГ является элементом системы автоматического регулирования. При синтезе сетки частот уровень помеховых составляющих – дискретных и шумовых, – лежит ниже уровня выходного сигнала на 60...120 дБ и более. При инженерных расчетах линейные дифференциальные уравнения удобнее всего решать операторным методом.

Для определения передаточной функции элемента или системы вначале необходимо преобразовать по Лапласу при нулевых начальных условиях дифференциальное уравнение этого элемента или системы. Для стационарных объектов с сосредоточенными параметрами передаточная функция – это дробно-рациональная функция комплексной переменной.

Передаточные функции полностью характеризуют преобразование входных воздействий в вынужденное движение элемента. Они позволяют определить его временные и частотные характеристики. При частотном синтезе помеховые воздействия на систему считают внешними и вводят, как минимум, в две характерные точки структуры – на ее вход и на ее выход.

Любую САР, как систему с отрицательной обратной связью, строят для выполнения определенных задач. Для САР частотного синтеза главная задача – формирование частоты колебания  $f_{\text{ВыхВЧ}}$  с требуемым номинальным значением и фильтрация помех, возникающих как внутри САР и ее элементов, так и приходящих извне, например, вследствие наводок. САР частотного синтеза строят таким образом, чтобы качество выходного колебания было высоким.

Высокое качество подразумевает в данном случае малый относительный уровень шумовых и дискретных помех в выходном колебании  $f_{\text{ВыхВЧ}}$ . Поэтому в окрестностях рабочей точки нелинейные зависимости коэффициентов передачи отдельных элементов (звеньев) САР можно заменить касательными в этой точке и рассматривать систему как линейную.

Запишем в операторном виде передаточную функцию  $\Phi(s)$  замкнутой системы автоматического регулирования для помех, приходящих с опорным колебанием (точка 1 на рис.1):

$$\Phi_v(s) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}}{X_{\text{ВХ}}} = \frac{K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s)}{1 + K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s)K_{\text{ОБРАТНОЕ}}(s)} = \frac{K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s)}{1 + G(s)}, \quad (1)$$

где  $X_{\text{ВЫХ}}$  и  $X_{\text{ВХ}}$  – выходная и входная величины;  $K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s)$  и  $K_{\text{ОБРАТНОЕ}}(s)$  – передаточные функции цепей прямой передачи (от входа к выходу замкнутой САР) и отрицательной обратной связи (от выхода САР ко входу опорного сигнала);  $G(s) = K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s) \times K_{\text{ОБРАТНОЕ}}(s)$  – операторный коэффициент передачи условно разомкнутой САР;  $s$  (или  $p$ ) – оператор Лапласа ( $s \equiv \alpha + j\omega$ ), знак плюс в знаменателе означает, что обратная связь отрицательная;  $v$  – помехи, приходящие с опорным колебанием,  $\varepsilon$  – помехи, воздействующие на выход САР (ПГ). Здесь  $j$  – комплексное число, характеризующее единичный вектор, а  $\omega$  – угловая частота.

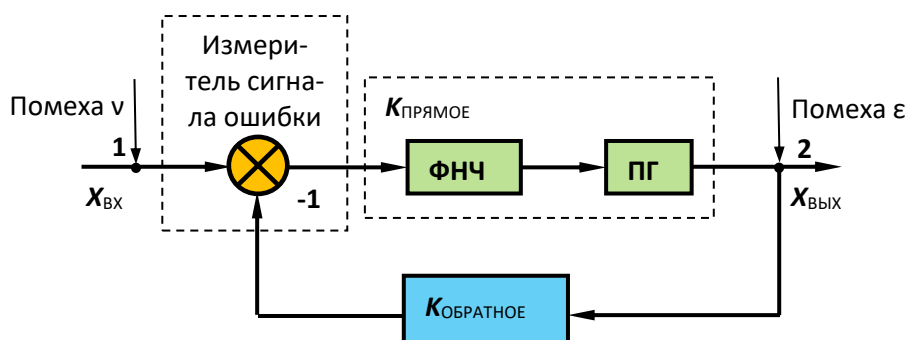


Рисунок 1. Обобщенная структурная схема системы автоматического частотного регулирования с отрицательной обратной связью

Аналогично, для помех  $\epsilon$ , воздействующих на выход САР (на ПГ) можно записать (точка 2 на рис.1):

$$\Phi_{\epsilon}(s) = \frac{X_{\text{ВЫХ}}}{X_{\text{ВХ}}} = \frac{1}{1 + K_{\text{ПРЯМОЕ}}(s)K_{\text{ОБРАТНОЕ}}(s)} = \frac{1}{1 + G(s)}. \quad (2)$$

Чтобы система автоматического регулирования была устойчивой, необходимо, чтобы в знаменателе выражений (1) и (2), (в характеристическом уравнении  $1 + G(s) = 0$ ) не было корней с положительными  $\alpha$ . Другими словами, коэффициент передачи условно разомкнутой САР  $G(s)$  не должен быть равен  $(-1, j0)$  ни при каких значениях  $(s \equiv \alpha + j\omega)$ . В противном случае знаменатель обратится в нуль и система возбудится.

Иначе: коэффициент передачи условно разомкнутого кольца  $G(s)$  не должен попадать в точку  $(-1, j0)$  и ее окрестности при любом изменении  $\alpha$  и  $\omega$  на плоскости в прямоугольной системе координат, где по оси абсцисс откладывают действительные значения комплексной частоты  $s$ , а по оси ординат – мнимые значения комплексной частоты  $s$ .

В теории САР доказано, что система будет устойчивой, если в области частот  $\omega$ , где аргумент  $G(j\omega)$  по абсолютному значению превышает или равен  $\pi$ , модуль  $G(j\omega)$  меньше единицы [1]. Другими словами, влево от частоты единичного усиления  $f_{\text{ФАП}}$  условно разомкнутой системы ФАП суммарный фазовый набег элементов кольца не должен достигать  $180^\circ$  ( $\pi$ ), при этом необходимо обеспечить в окрестностях этой частоты инженерный запас по фазе не менее  $30^\circ$  ( $\pi/6$ ). В противном случае, при  $G(s) > 1$ , возможно самовозбуждение кольца ФАП на частоте единичного усиления  $f_{\text{ФАП}}$ .

Вправо от частоты единичного усиления  $f_{\text{ФАП}}$  условно разомкнутой системы ФАП фазовый набег может быть любым, поскольку коэффициент передачи  $G(s)$  меньше единицы (меньше 0 дБ) и условие самовозбуждения гарантированно не выполняется. Обеспечение устойчивости систем активного синтеза частот на основе колец ФАП так же важно, как и обеспечение требуемых фильтрующих свойств этих систем.

В кольце ИФАП измеритель (ИФД) сравнивает фазы (временное рассогласование) входной опорной частоты  $f_{\text{опнч}}$  и приведенной частоты (с выхода ПГ)  $F_N$  в дискретные моменты времени  $T_{\text{опнч}} = 1/f_{\text{опнч}}$ , во все остальные моменты времени кольцо ИФАП разомкнуто. В результате вычитания входных сигналов в ИФД на вход петлевого фильтра попадает только напряжение ошибки между фазой (временным положением) опорного колебания  $f_{\text{опнч}}$  и фазой (временным положением) приведенного колебания ПГ  $F_N = f_{\text{выхвч}}/N$ . Обратная связь для полезного продукта – частоты – отсутствует.

Отметим еще раз, что, несмотря на то, что выходной величиной в системе ИФАП является частота, в ИФД сравнивают не частоты, а фазы колебаний на его входах (временные интервалы между ближайшими одноименными перепадами опорного и приведенного выходного колебаний).

Здесь следует сделать три важных замечания. Во-первых, любая современная синтезаторная система ФАП является импульсной – ИФАП. Поэтому при анализе и расчете ее работы нужно помнить, что фильтрующие свойства импульсной системы автоматического регулирования (САР) заканчиваются на половинной частоте дискретизации  $f_{\text{опнч}}$ , а применительно к ИФАП – на половинной частоте сравнения  $f_{\text{опнч}}$ . Особенно это обстоятельство надо помнить при расчете петлевого фильтра кольца.

Во-вторых, при анализе фильтрующих свойств петли ИФАП ее считают линейной САР, несмотря на то, что характеристики отдельных звеньев могут иметь ярко выраженную нелинейность. Такой подход объясняется тем, что в статическом режиме система ИФАП находится в точке устойчивого равновесия – синтезирует требуемую частоту с заданным (высоким) качеством.

Качество синтезируемого колебания определяется относительным уровнем фазовых шумов, шумы и помехи должны быть ниже уровня несущего (выходного) колебания  $f_{\text{выхвч}}$  на 100...160 дБ (минус 100...160 дБн) в зависимости от отстройки от несущей, уровень дискретных побочных спектральных составляющих (ДПСС) не должен превышать минус 70...90 дБн и т.д. Обеспечение указанных величин изначально подразумевает малую величину помех, воздействующих на элементы синтезаторного кольца ИФАП. Поэтому в малых окрестностях точки устойчивого равновесия нелинейные коэффициенты передачи отдельных звеньев можно заменить касательными в точке, т.е. линеаризовать систему. Ошибка линеаризации будет тем меньше, чем жестче требования к параметрам системы и лучше полученные результаты [1].

Наконец, в-третьих, при анализе фильтрующих свойств петли ИФАП ее можно считать непрерывной САР. Такое допущение кажется нелогичным, но оно оправдано. Действительно, синтезаторное кольцо ИФАП является достаточно инерционной САР – переходный процесс с точностью до небольшой фазовой ошибки может завершаться через 30-500 и более периодов частоты сравнения, в зависимости от полосы прозрачности кольца  $f_{\text{фАП}}$  и его амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик. Поэтому в подавляющем большин-

стве случаев постоянная времени петлевого фильтра много больше периода дискретизации в кольце – периода сравнения  $T_{\text{опнч}}$ , – и «импульсностью» системы при анализе ее фильтрующих свойств в первом приближении можно пренебречь. В противном случае для анализа фильтрующих свойств кольца ИФАП следует использовать W-преобразование.

Дифференциальное уравнение линейной непрерывной модели статической системы ФАП записывают в виде [2]:

$$s\varphi + \Omega_y F(\varphi) K(s) = \Omega_n, \quad (3)$$

где  $s\varphi = \omega - \omega_{\text{ог}}$  – мгновенная разность частот. Здесь символ  $s$  означает операцию дифференцирования по времени (оператор Лапласа), а  $\varphi = \varphi_0 + \int_0^t (\omega - \omega_{\text{ог}}) dt$  – мгновенное значение разности фаз перестраиваемого ПГ и опорного ОГ генераторов;  $\varphi_0$  – разность фаз в нулевой момент времени  $t = 0$ ;  $\Omega_n = \Omega_{\text{опг}} - \omega_{\text{ог}}$  – начальная расстройка ПГ относительно ОГ;  $\Omega_y$  – полоса удержания, т. е. полоса возможной перестройки ПГ без потери синхронизма;  $F(\varphi)$  – нормированная характеристика ФД;  $K(s)$  – коэффициент передачи петлевого ФНЧ в операторной форме.

Запись (3) показывает, что в замкнутой системе ФАП в любой момент времени алгебраическая сумма мгновенной разности частот  $s\varphi$  и расстройки, вносимой управляющим элементом ПГ, равна постоянной величине  $\Omega_n$ .

Заметим, что начальная расстройка ПГ относительно ОГ  $\Omega_n$  имеет свое постоянное значение для каждой пары ПГ и ОГ. На практике ее значение определяют настройки каждого конкретного ПГ и ОГ и внешние условия – условия эксплуатации – температура, влажность, напряжения источников питания и т.д.

Система ФАП по (3) статична по фазе и астатична по частоте, поскольку  $\varphi = \int \omega dt$ . Для увеличения порядка астатизма и перехода от астатизма по частоте к астатизму по фазе (нулевая фазовая или временная ошибка перепадов выходного колебания относительно ближайших одноименных перепадов опорного колебания), параллельно цепи управления «выход ФД – вход ПГ» необходимо подключить интегратор, например, пропорционально-интегрирующее звено (ПИ-звено, изодромное звено со схемой подкачки заряда ЧФД). В этом случае дифференциальное уравнение линейной непрерывной модели астатической системы ФАП (АФАП) записывают в виде:

$$s\varphi + \Omega_y F(\varphi) \times [(1 + sT_{\text{и}})/(sT_{\text{д}})] = \Omega_n, \quad (4)$$

где  $T_{\text{и}}$  – постоянная времени изодромного (дифференцирующего) звена;  $T_{\text{д}}$  – постоянная времени интегрирующего звена ЧФД.

Приведенные выражения (3) и (4) справедливы, в принципе, и для импульсных синтезаторных (инерционных) систем ФАП – ИФАП.

Система ИФАП, как следует из ее названия, является системой автоматического регулирования, частоту настройки которой определяет частота опорно-

го сигнала, а сигналом рассогласования является разность фаз опорного сигнала и сигнала обратной связи (приведенной ко входу выходной частоты). У синтезаторной системы ИФАП, кроме того, выходная частота является функцией параметра системы – коэффициента приведения (деления) частоты  $N$ . В связи с тем, что настройку осуществляют по разности фаз, система астатична по отношению к частоте: в установившемся режиме частота настройки ПГ  $f_{\text{ВыхВЧ}}$  статистически, т.е. с нулевым средним на интервале наблюдения точно равна (или  $N$  целократна) частоте опорного сигнала (частоте сравнения  $f_{\text{ОпНЧ}}$ ) – как говорят, опорное и синтезируемое колебания когерентны.

Система ИФАП с частотно-фазовым детектором (ЧФД) или любым дополнительным интегратором (квази) астатическая по фазе в соответствии с (4).

Наряду с основным свойством автоподстройки, система ИФАП обладает свойством фильтрации и ведет себя, независимо от функционального назначения, как следящий полосовой фильтр высокого порядка. Порядок следящего фильтра определяют параметры петлевого ФНЧ.

Как правило, цепь отрицательной обратной связи в умножающем кольце ИФАП замыкают с помощью делителя с переменным – целочисленным или дробным – коэффициентом деления, соответственно, ДПКД и ДДПКД [1]. Следствием такого решения является так называемый «пьедестал» – высокий уровень шумовых (фазовых) помеховых составляющих в ближайших окрестностях спектральной линии выходного колебания. Обычно такой спектр представляют в виде распределения спектральной плотности мощности (СПМ) фазовых шумов в одной боковой полосе, как это показано на рис. 2.

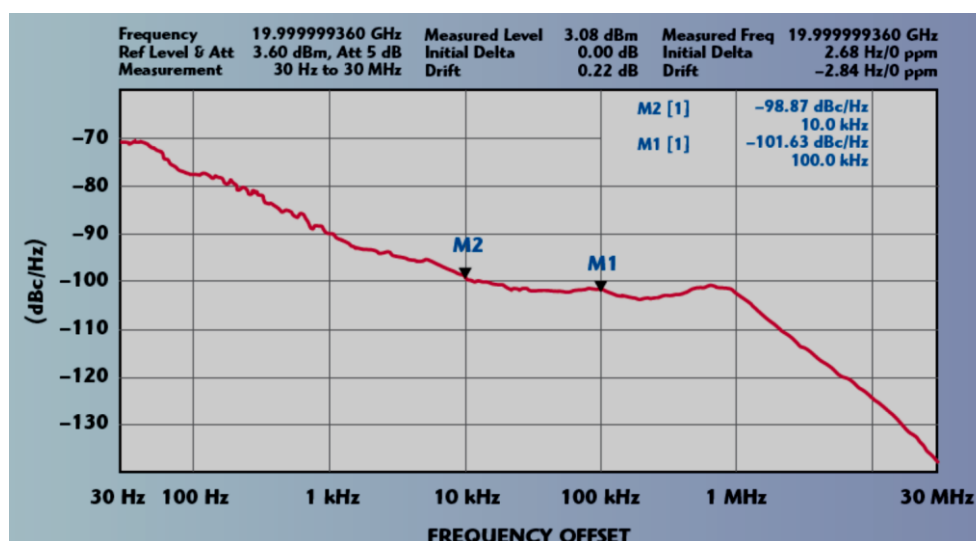


Рисунок 2. Распределение спектральной плотности мощности фазовых шумов выходного колебания в зависимости от отстройки от несущей частоты 20 ГГц

В любом случае, при высокочастотном умножении частоты уровень шумов в ближней зоне отстроек ( $f_{\text{ВыхВЧ}} \pm f_{\text{ФАП}}$ ) увеличивается в  $N$  раз, где  $N = f_{\text{ВыхВЧ}}/f_{\text{ОпНЧ}}$ , что нежелательно (область расстроек 10 Гц...100 Гц на рис. 2).

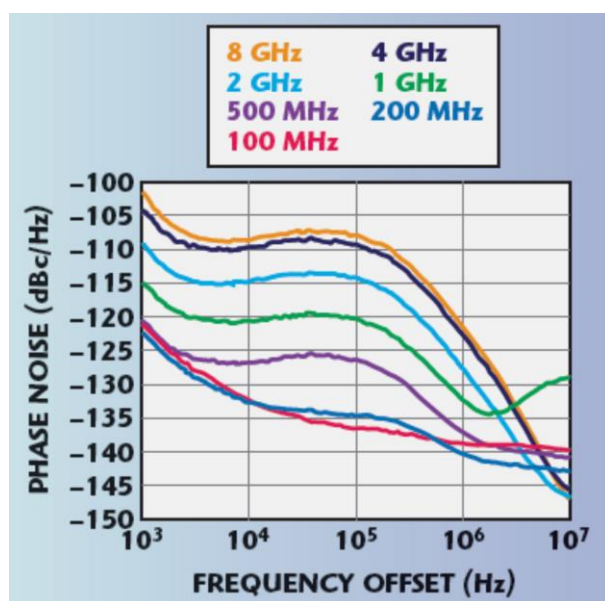


Рисунок 3. Зависимость распределения фазовых шумов синтезатора Advantex SG8 от выходной частоты

логового синтеза [3] со множеством линейных преобразований и аналоговой фильтрации продуктов этих преобразований. Такое решение позволяет резко уменьшить коэффициент умножения помех  $N_{\text{ЭКВ}}$  при сохранении коэффициента умножения частоты  $N$ . Однако, затраты и сложность реализации резко возрастают, что для большинства систем синтеза неприемлемо. Интересное решение указанного противоречия было предложено в [4] и описано в [5, 6] – рис. 4.

На рис. 3 приведена зависимость распределения фазовых шумов синтезатора от выходной частоты. Выходом из сложившейся ситуации может быть замена целочисленного делителя ДПКД на делитель с дробным коэффициентом деления – ДДПКД. Однако к кардинальному улучшению шумовых параметров кольца ИФАП это не приводит. Помехи дробности не должны попасть в полосу прозрачности кольца  $f_{\text{ФАП}}$ , в противном случае, кольцо начнет отрабатывать эти помехи, что приведет к дополнительной угловой модуляции выходного колебания с частотой помехи, что неприемлемо. Возможно и другое решение – построение тракта приведения кольца ИФАП в виде системы пассивного ана-

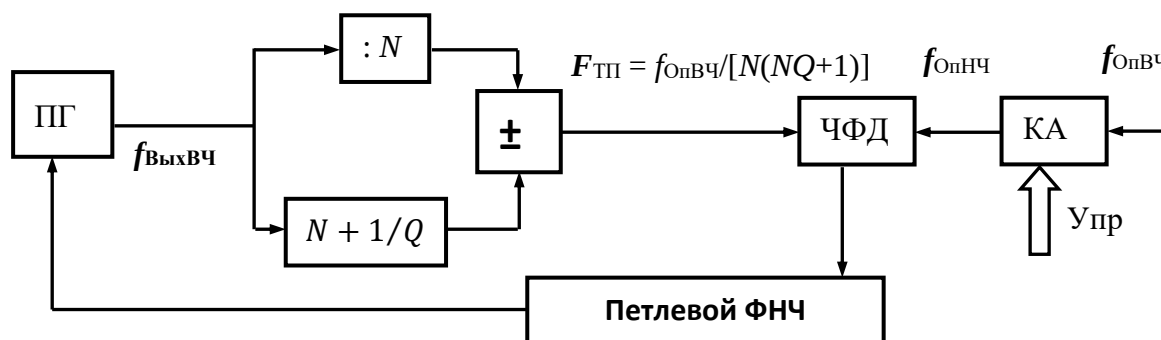


Рисунок 4. Структура синтезаторного кольца ИФАП с нониусным дробным ТП, дополненным КА в тракте приведения и в тракте опорного колебания

Идея заключается в формировании вспомогательной пары частот внутри умножающего кольца ИФАП с их последующим вычитанием. Вспомогательная пара частот образуется на выходах нониусного тракта приведения; коэффициент деления одного из делителей целесообразно делать дробным, а их абсолютные значения минимизировать.

На рис. 5 приведена возможная реализация ячейки цифрового дробного нониусного тракта приведения умножающего кольца ИФАП.

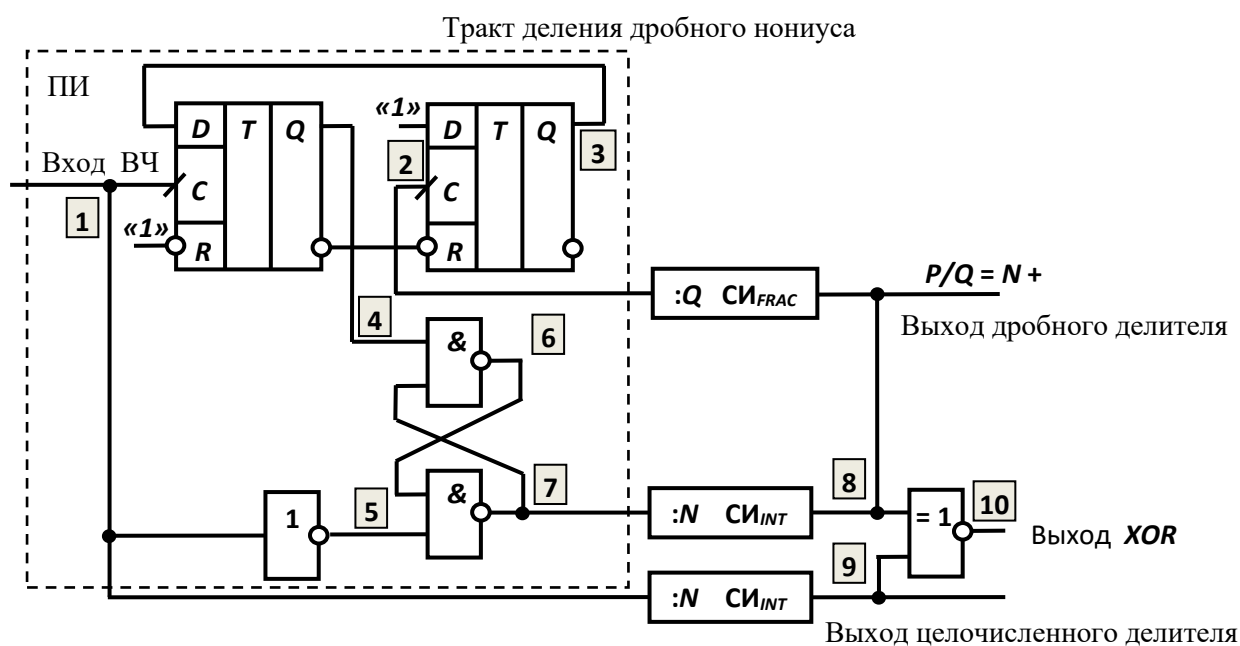


Рисунок 5. Возможная структура цифровой нониусной ячейки

На рис. 6 показаны временные диаграммы в различных характерных точках нониусной ячейки тракта приведения при  $N = 4$ ,  $P/Q = 4+1/6$  и  $N_{\text{ЭКВ}[10]} = 100$ .

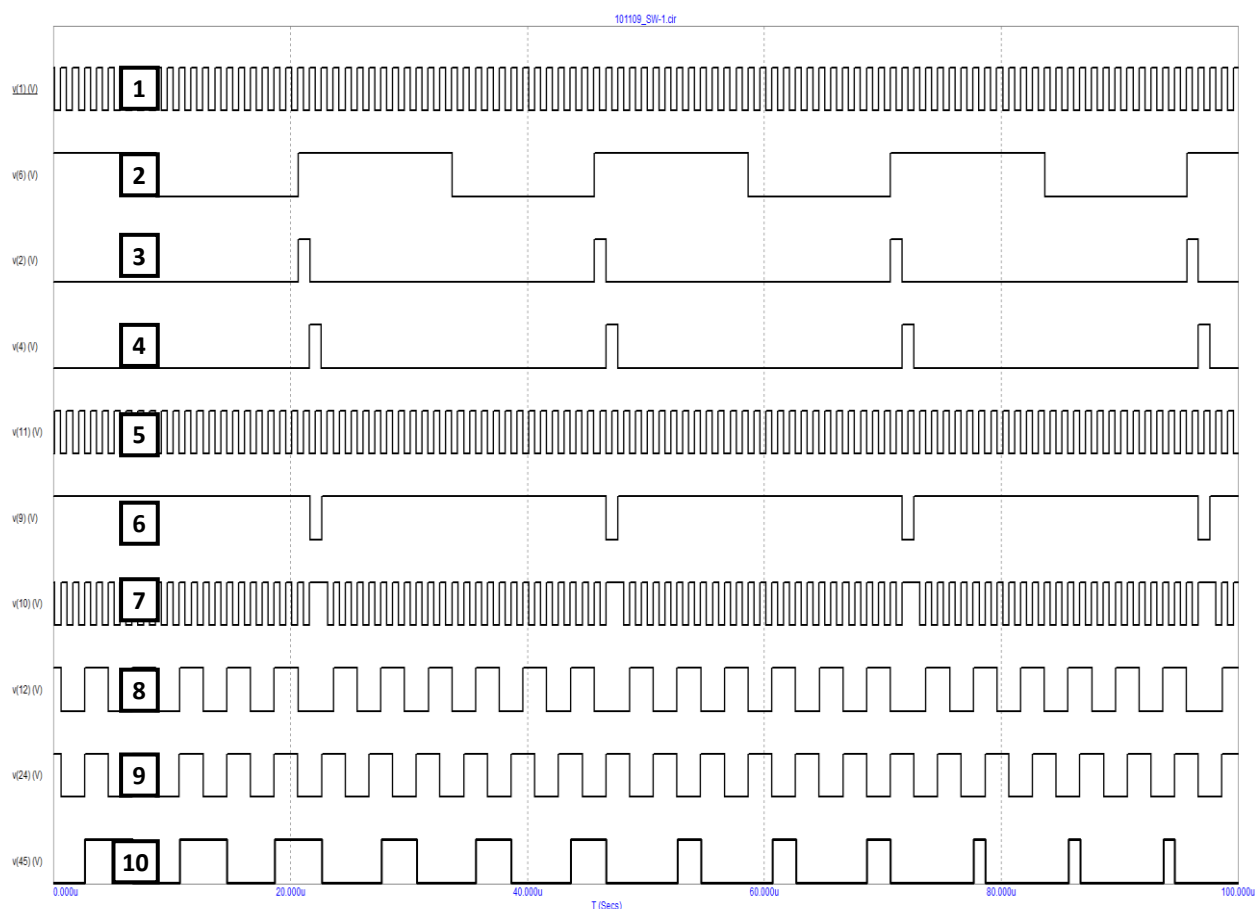


Рисунок 6. Временные диаграммы в различных точках нониусной ячейки при  $N = 4$ ,  $Q = 6$

На рис. 7 приведена структура широкополосного цифрового фазовращателя (ЦФ), а на рис. 8 – временные диаграммы его работы.

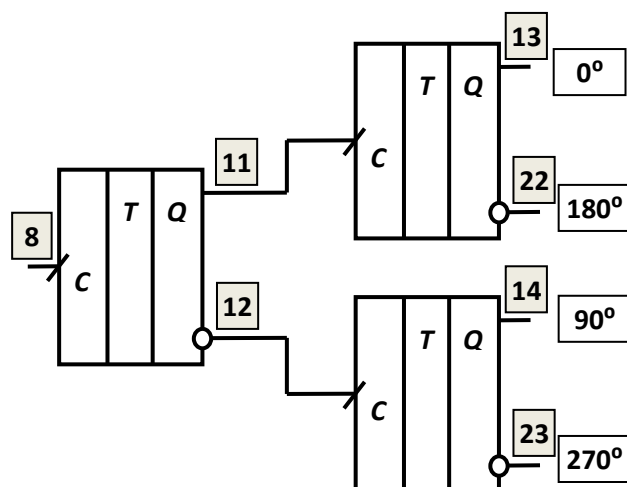


Рисунок 7. Возможная структура широкополосного ЦФ

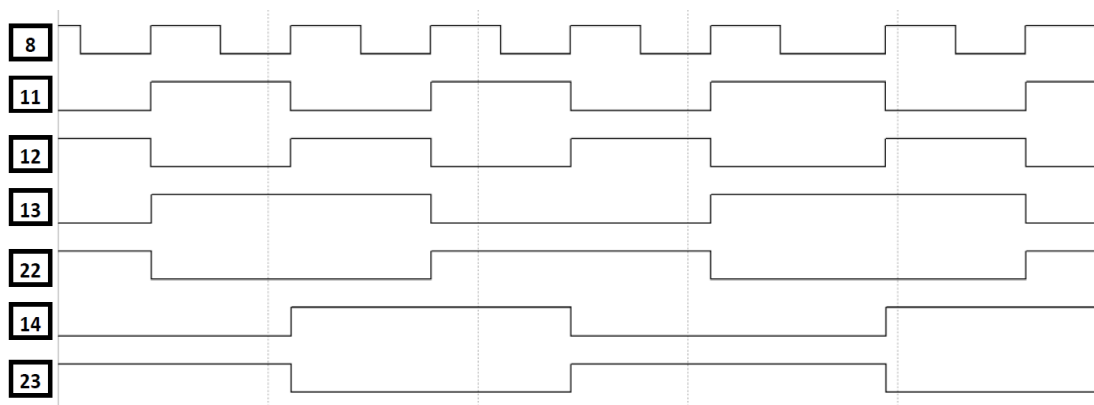


Рисунок 8. Временные диаграммы в различных точках широкополосного ЦФ

Выходом нониусного тракта может служить элемент «исключающее ИЛИ» (сумматор по модулю 2) – точка 10 на схеме рис. 5. В этом случае компонента с разностной частотой (полезная) и компонента с суммарной частотой имеют примерно равные амплитуды (рис. 9), что не всегда приемлемо.

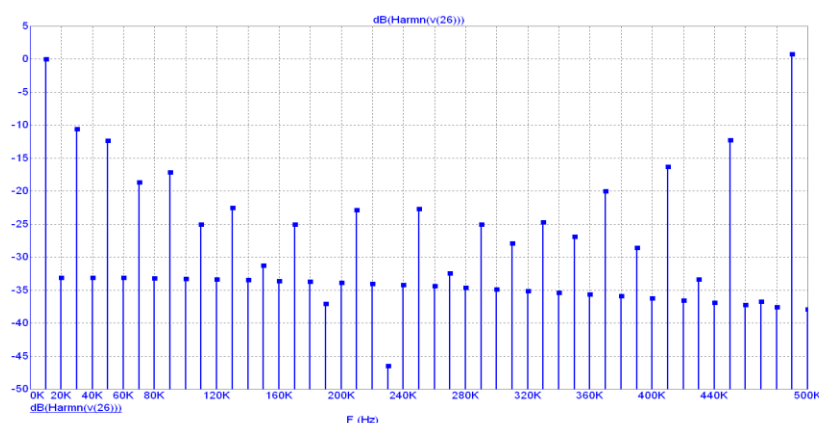


Рисунок 9. Спектр на выходе схемы XOR<sub>10</sub> нониусной ячейки при  $N_{ЭКВ} = 100$  и  $f_{опвч} = 1\text{МГц}$

Поэтому целесообразно использовать цифровое однополосное преобразование спектра, как это показано на рис. 8 (цифровой широкополосный фазовращатель) и рис. 10 (цифровой однополосный преобразователь частоты) [7].

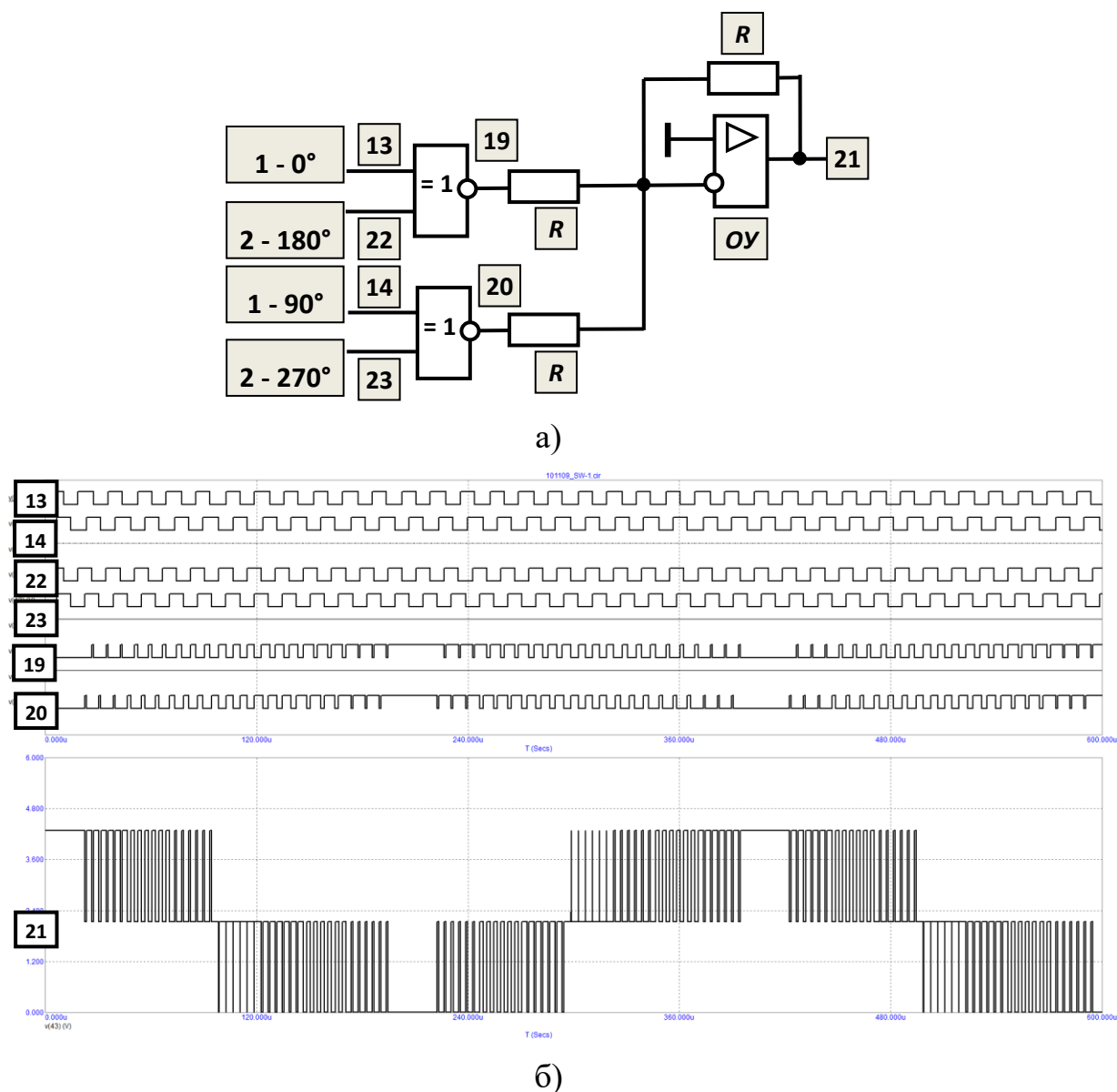


Рисунок 10. Ячейка цифрового широкополосного однополосного сумматора частот с трехуровневым выходным сигналом (а) и временные диаграммы его работы (б)

Форма колебания разностной частоты показана на рис. 11. Для последующей работы с цифровыми схемами синтезатора трехуровневое колебание надо расфильтровать, что несложно сделать с помощью простейших  $RC$  звеньев, как это показано на рис. 11.

Спектр исходного трехуровневого колебания приведен на рис. 12а. На рис. 12б показан этот спектр после прохождения через однозвенный  $RC$  ФНЧ с частотой среза 10кГц. На рис. 12в показан этот же спектр после прохождения через второй однозвенный  $RC$  ФНЧ с той же частотой среза 10кГц.

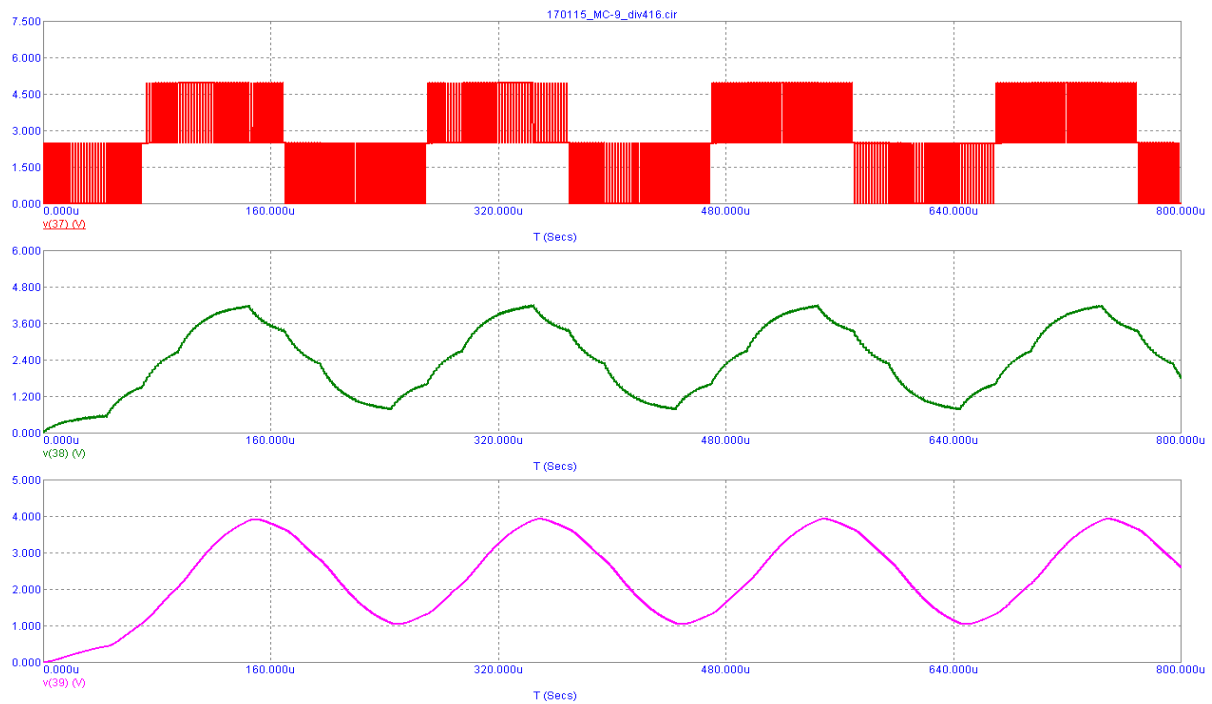
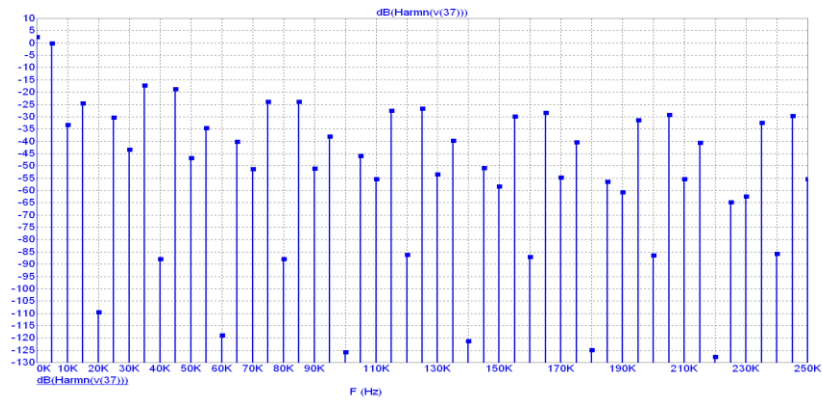
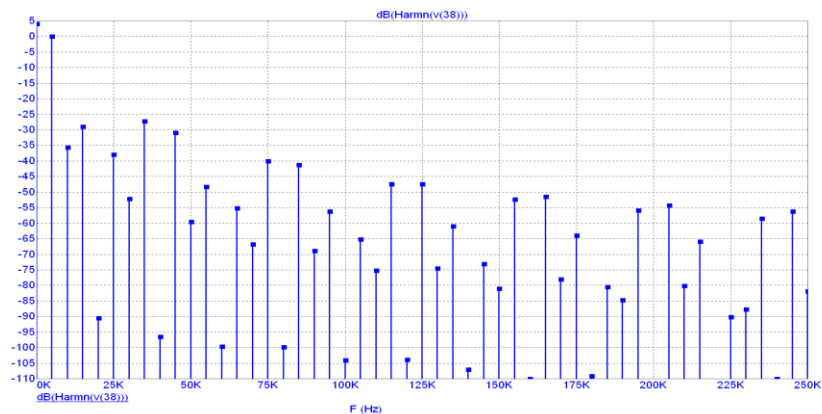


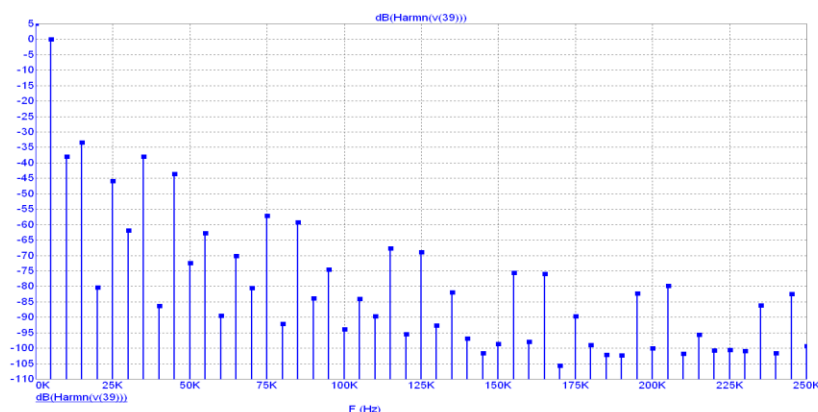
Рисунок 11. Трехуровневый выходной сигнал на выходе цифрового однополосного нониусного тракта с частотой повторения 5 кГц, тот же сигнал после однозвенного RC ФНЧ с частотой среза 10кГц и после двухзвенного RC ФНЧ с частотой среза 10кГц



а)



б)



в)

Рисунок 12. Спектр выходного колебания на выходе нониусного преобразователя частоты до фильтрации (а), после фильтрации однозвенным RC ФНЧ (б), после фильтрации вторым однозвенным RC ФНЧ (в)

Анализ показывает, что двух–трех звеньев фильтрации достаточно для последующего преобразования полученного трехуровневого колебания разностной частоты в двухуровневое логическое колебание, необходимое для работы частотно-фазового детектора петли ИФАП. В предельном случае коэффициент деления нониусного тракта может быть сделан равным двум (из-за «усеченного» цифрового фазовращателя) при том, что эквивалентный коэффициент умножения частоты может составлять несколько тысяч. Например, при  $N_0 = 1$ ,  $N_1 = 1 + 1/499 N_{\text{ЭКВ}} = 500 \times 2 = 1000$ . Приведенный пример означает, что опорное колебание  $f_{\text{опнч}}$  будет умножено кольцом ИФАП с цифровым нониусным трактом в  $N_{\text{ЭКВ}} = 1000$  раз, в то время, как шумы и помехи, приходящие с опорным колебанием и попадающие в полосу прозрачности кольца  $f_{\text{фАП}}$ , будут умножены всего в 2 раза.

#### Список используемых источников

1. Никитин Ю.А. Схемотехника современных микроволновых синтезаторов частот. Часть 2. Активный синтез частот: учебное пособие. СПб.: СПбГУТ. 2015. 95 с.
2. Капранов М.В. Фильтрация помех при фазовой автоподстройке частоты // НДВШ. Серия «Радиотехника и электроника». 1958. № 1 С. 162-175.
3. Кузменков А.С., Поляков А.Е., Стрыгин Л.В. Обзорный анализ современных архитектур синтезаторов частот с ФАПЧ // Труды МФТИ. Сери «Радиотехника и телекоммуникации». 2013. № 3. С. 121-133.
4. B. Sadowski A Self-offset Phase-locked Loop // Microwave Journal. 2008. Vol. 51. № 4. PP. 116-124.
5. Chenakin A. Novel approach yields fast, clean synthetizers // Microwaves & RF. 2008. № 8. PP. 60-63.
6. Никитин Ю.А. Анализ дробного нониусного тракта приведения умножающего кольца импульсно-фазовой автоподстройки частоты // Известия вузов России. Серия «Радиоэлектроника». 2012. № 1. С. 31-37.