

Моделирование и оценивание параметров частично-когерентных сигналов в радиотехнических системах

Е.И. Глушанков^{1*}, Д.И. Кирик¹, А.Ж. Лялина²

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,

Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

²ООО «БалтИнфоКом»,

Санкт-Петербург, 194214, Российская Федерация

*Адрес для переписки: glushankov57@gmail.com

Информация о статье

Поступила в редакцию 28.05.2021

Принята к публикации 05.08.2021

Ссылка для цитирования: Глушанков Е.И., Кирик Д.И., Лялина А.Ж. Моделирование и оценивание параметров частично-когерентных сигналов в радиотехнических системах // Труды учебных заведений связи. 2021. Т. 7. № 3. С. 16–24. DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-3-16-24

Аннотация: Рассматривается задача моделирования сигналов различной пространственной когерентности в радиотехнических системах. Предложена математическая модель для пространственно-когерентных сигналов в виде стохастических дифференциальных уравнений с последующим ее исследованием в среде Simulink. Далее приводится методика построения математической модели для более общего случая – частично-когерентных сигналов, и производится оценка ее точности. На основе разработанных моделей синтезируется компенсационный алгоритм оценивания параметров частично-когерентных сигналов. По полученной зависимости чувствительности модели к отклонению от априорных данных сделаны выводы о достаточно высокой точности оценивания с использованием синтезированных алгоритмов.

Ключевые слова: пространственно-временная обработка сигналов, стохастические дифференциальные уравнения, оценивание параметров, моделирование, фильтр Калмана, корреляционная функция.

Введение

Моделирование и оценивание параметров сигналов различной пространственной когерентности имеет самостоятельное значение при построении имитаторов каналов связи, а также является одним из этапов синтеза алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС). На основе полученных оценок может быть осуществлено построение адаптивных или робастных процедур управления диаграммой направленности антенных систем. При этом необходимо учитывать возможность нарушения пространственной когерентности сигналов в точке приема, что может быть обусловлено многолучевым характером распространения радиоволн либо применением широкополосных в пространственно-временном смысле сигналов [1–2].

Первым этапом синтеза алгоритмов оценивания сигналов является разработка их математических моделей. Будем использовать подход, основанный на представлении частично-когерентных сигналов

марковскими случайными процессами в форме стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) и определении коэффициентов этих СДУ [3–6].

Представим векторный в общем случае негауссовский случайный процесс, описывающий случайные параметры частично-когерентных сигналов в виде следующего многомерного СДУ:

$$\frac{dX(t)}{dt} = F[X(t)] + G[X(t)]V(t), \quad (1)$$

где $X(t)$ – векторный $2L$ -мерный случайный процесс (при разложении сигналов на выходе элементов на синфазную и квадратурную составляющие); L – число каналов ПВОС; $F[X(t)]$ – $2L$ -мерный векторный коэффициент СДУ; $G[X(t)]$ – $(2L \times 2L)$ -мерный матричный коэффициент СДУ; $V(t)$ – $2L$ -мерный векторный возбуждающий процесс, компоненты которого представляют собой центрированные белые шумы единичной интенсивности при моделировании непрерывных случайных процессов или пуассоновские последовательности дельта-импульсов при моделировании дискретно-

непрерывных (разрывных) случайных процессов и др.; при начальных условиях $X(0) = X$.

При решении задачи синтеза моделей в виде СДУ (1) необходимо определить неизвестные коэффициенты СДУ: $F[X(t)]$ и $G[X(t)]$. Вначале рассмотрим моделирование пространственно-когерентных сигналов, а затем более общий случай – моделирование частично-когерентных сигналов.

1. Моделирование пространственно-когерентных сигналов

Запишем сигнал следующим образом:

$$s(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$

где $A(t)$ и $\varphi(t)$ – случайные амплитуда и фаза; ω_0 – несущая частота.

Представим случайные амплитуду и фазу в виде одномерных стохастических дифференциальных уравнений [4, 6, 7]:

$$\frac{dA(t)}{dt} = f_A[A(t)] + g_A[A(t)]\vartheta_A(t), \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = f_\varphi[\varphi(t)] + g_\varphi[\varphi(t)]\vartheta_\varphi(t), \quad (3)$$

где $f_A[A(t)]$, $g_A[A(t)]$, $f_\varphi[\varphi(t)]$, $g_\varphi[\varphi(t)]$ – неизвестные коэффициенты СДУ; $\vartheta_A(t)$, $\vartheta_\varphi(t)$ – белые шумы единичной интенсивности.

Для представления математических моделей в форме СДУ (2–3) необходимо определить неизвестные коэффициенты этих уравнений. Наиболее распространенным методом определения коэффициентов СДУ является их вычисление по коэффициентам сноса и диффузии из уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова (ФПК), исходя из заданных плотностей распределения вероятностей марковских случайных процессов $A(t)$ и $\varphi(t)$. Данный метод изложен в [4–5].

Векторный непрерывный случайный процесс, описывающий случайные амплитуды и фазы сигналов на выходе антенных элементов L -элементной АР, представим $2L$ -мерным уравнением (1), где $X^T(t) = [A_1(t), A_2(t), \dots, A_L(t), \varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_L(t)]$; $A_i(t)$, $\varphi_i(t)$ – амплитуда и фаза сигнала на выходе i -го элемента ($i = \overline{1, L}$). Для пространственно-когерентных сигналов амплитуды на выходе всех элементов АР равны между собой, а фазы однозначно определяются, исходя из фазы на выходе первого элемента, по известным углам прихода сигнала и геометрии АР. Тогда коэффициенты СДУ для пространственно-когерентных сигналов получим в форме:

$$F^T[X(t)] = \{f_A[A(t)], f_A[A(t)], \dots, f_A[A(t)], f_\varphi[\varphi(t)], f_\varphi[\varphi(t) + \Delta\varphi_{21}], \dots, f_\varphi[\varphi(t) + \Delta\varphi_{L1}]\}, \quad (4)$$

$$G[X(t)] = \text{diag}\{g_A[A(t)], g_A[A(t)], \dots, g_A[A(t)], g_\varphi[\varphi(t)], g_\varphi[\varphi(t) + \Delta\varphi_{21}], \dots, g_\varphi[\varphi(t) + \Delta\varphi_{L1}]\}, \quad (5)$$

$$V^T(t) = [\vartheta_{A_1}(t), \vartheta_{A_2}(t), \dots, \vartheta_{A_L}(t), \vartheta_{\varphi_1}(t), \vartheta_{\varphi_2}(t), \dots, \vartheta_{\varphi_L}(t)], \quad (6)$$

где $\Delta\varphi_{i1}$ – фазовый сдвиг между i -м и первым антенными элементами, рассчитываемый по геометрии АР и углам прихода сигнала.

Так, например, для линейной эквидистантной АР имеем $\Delta\varphi_{i1} = (i - 1)(2\pi/\lambda)dsin\theta$, где λ – длина волны, d – расстояние между элементами АР, θ – угол прихода сигнала. Подобные же выражения могут быть получены и для любой другой геометрии АР.

Таким образом, из (4–6) видно, что вычисление коэффициентов многомерных СДУ для пространственно-когерентных сигналов сводится к вычислению коэффициентов одномерных СДУ (2–3).

Амплитуды сигналов в условиях замираний могут быть достаточно адекватно описаны распределениями Райса или Рэлея, в зависимости от наличия или отсутствия компонентов зеркального сигнала [9–13]. Замирания являются рэлеевскими, если количество множественных отражающих трасс велико и нет доминирующего тракта распространения в прямой видимости. Если также существует доминирующий тракт, тогда амплитуды замирающих сигналов будут распределены по закону Райса.

Функция распределения плотности вероятности Райса описывается следующим выражением:

$$p(r_0) = \begin{cases} \frac{r_0}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r_0^2 - A^2}{2\sigma_0^2}} I_0\left(\frac{r_0 A}{\sigma_0^2}\right) & \text{для } r_0 \geq 0, A \geq 0, \\ 0, & \end{cases}$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Если же нет доминирующего пути распространения, то $I_0(\cdot) = 1$, что дает рэлеевское распределение вида:

$$p(r_0) = \begin{cases} \frac{r_0}{\sigma_0^2} e^{-\frac{r_0^2}{2\sigma_0^2}} & \text{для } r_0 \geq 0, \\ 0 & \end{cases}$$

Решение уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова в этом случае записывается следующим образом [3–4]:

$$P_{st}(A) = \frac{C_1}{b(A)} \exp\left(2 \int_A^A \frac{a(x)}{b(x)} dx\right).$$

Отсюда определим коэффициенты сноса $B(A)$ и диффузии C :

$$B(A) = -\frac{4\sigma^2}{N_0}A + \frac{N_0}{4}, C = \frac{N_0}{2}.$$

Тогда по значениям коэффициентов сноса и диффузии вычислим коэффициенты СДУ (2), которые будут равны:

$$f_A(A) = -\frac{4\sigma^2}{N_0}A + \frac{N_0}{4A}, g_A(A) = 1.$$

При этом для рэлеевского процесса нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение (2) примет следующий вид:

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{4\sigma^2}{N_0}A + \frac{N_0}{4A} + \vartheta_A(t).$$

Перепишем последнее выражение в дифференциальной форме:

$$dA = -\frac{4\sigma^2}{N_0}A dt + \frac{N_0}{4A} dt + \vartheta_A(t) dt,$$

решение которого можно получить через стохастический интеграл следующего вида:

$$A(t) = A(t_0) - \int_{t_0}^t \frac{4\sigma^2}{N_0} A(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t \frac{N_0}{4A(\tau)} d\tau + \vartheta_A(t).$$

Определим коэффициенты сноса $B(A)$ и диффузии C из уравнения Фоккера – Планка – Колмогорова для райсовского распределения амплитуд:

$$B(A) = -\alpha\lambda + \frac{\beta}{\lambda}, C = \frac{N_0}{2}.$$

Тогда для этого случая нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение (2) примет вид:

$$\frac{dA}{dt} = -\alpha\lambda + \frac{\beta}{\lambda} + \vartheta_A(t),$$

а его решение можно записать следующим образом:

$$A(t) = A(t_0) - \int_{t_0}^t \alpha A(\tau) d\tau + \int_{t_0}^t \frac{\beta}{A(\tau)} d\tau + \vartheta_A(t).$$

Аналогично из уравнения ФПК для равномерного распределения фазы получим СДУ (3):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \vartheta_\varphi(t).$$

Реализуем данную модель в среде Simulink из двух частей: модели самого непрерывного канала и блока, моделирующего случайный процесс на основе СДУ (рисунок 1); вид процесса задается в блоке параметров. Она позволяет оценивать качество передачи в зависимости от основных требований к бюджету канала в любом частотном диапазоне, оценивать влияние различных модуляций и скоростей кодирования на полосу пропускания, скорость передачи и т. п., а также получать наглядное представление о качестве передачи через сигнальное созвездие и график спектральной плотности мощности передаваемого и принимаемого сигнала.

По результатам моделирования были проанализированы зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум и спектральной плотности мощности формирующего шума N_0 (рисунки 2, 3); при анализе в модели выбран метод модуляции QAM16. Представленные результаты показывают возможность использования модели пространственно-когерентных сигналов для моделирования непрерывных радиоканалов с амплитудами, замирающими по райсовскому и рэлеевскому законам.

Нелинейные уравнения (9) позволяют моделировать векторные негауссовские случайные процессы $X(t)$. Для их практического использования необходимо знание коэффициента диффузии B_0 .

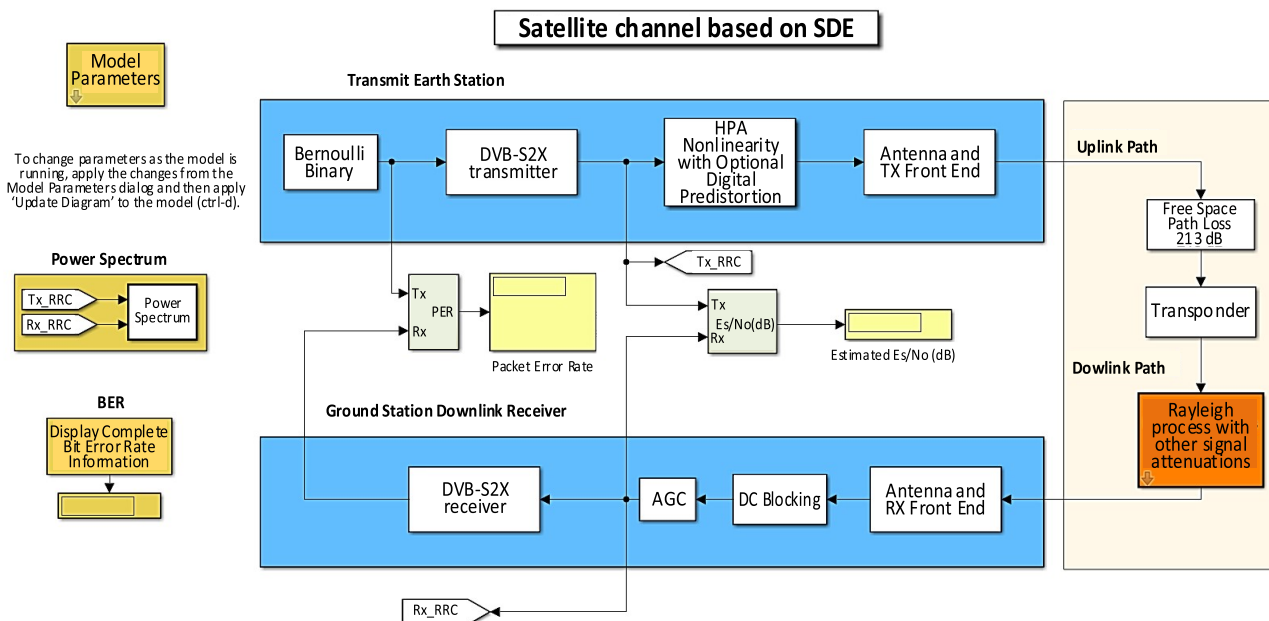


Рис. 1. Реализация модели в Simulink

Fig. 1. Model Implementation in Simulink

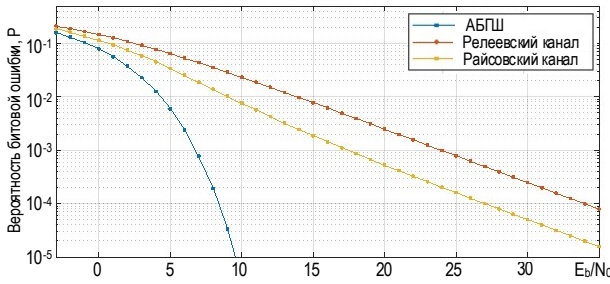


Рис. 2. Вероятность ошибки при передаче по каналу

Fig. 2. Channel Transmission Error Probability

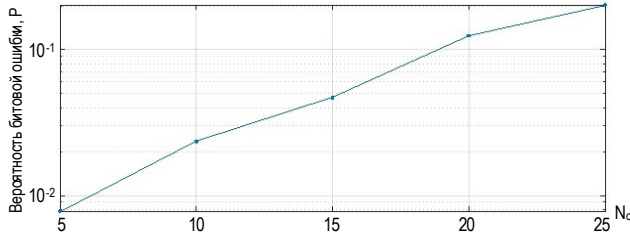


Рис. 3. Вероятность ошибки при различном значении N0 релеевского процесса (ОСШ 20дБ)

Fig. 3. Error Probability for Different N0 Values of the Rayleigh Process (SNR 20dB)

2. Моделирование частично-когерентных сигналов

Воспользовавшись методом функциональной аппроксимации [3, 4], представим 2L-мерную негауссовскую плотность распределения вероятностей векторного случайного процесса X(t) из (1) как:

$$W_0(X) = \prod_{i=1}^{2L} w_0(x_i) \left[1 + \sum_{i=2}^{2L} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{r_{ij}}{r_{ij}r_{ii}} x_i^0(t)x_j^0(t) \right], \quad (7)$$

где W₀(X) – 2L-мерная плотность распределения вероятностей (ПРВ) процесса X(t); x_i(t) – i-я составляющая X(t), i = 1, 2, ..., 2L; x_i⁰(t) = x_i(t) – m_{x_i} – центрированное значение x_i(t); w₀(x_i) – ПРВ x_i(t). Аппроксимация (7) справедлива с точностью до одномерных негауссовских ПРВ, составляющих X(t) – w₀(x_i) и элементов корреляционной матрицы R_{XX} = {r_{jk}}.

Тогда СДУ (1) можно получить в виде выражения (8) [3–4]. С учетом (7) выражение (8) перепишем в более удобном для последующих преобразований виде:

$$\frac{\partial x_k(t)}{\partial t} = \frac{B_0}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \ln w_0(x_k) + \frac{\sum_{j=1 \neq k}^{2L} \frac{r_{jk}}{r_{ij}r_{kk}} x_j^0(t)}{1 + \sum_{i=2}^{2L} \sum_{j=1}^{i-1} \frac{r_{ij}}{r_{ij}r_{ii}} x_i^0(t)x_j^0(t)} \right\} + \sqrt{B_0} \vartheta_k(t); \quad k = 1, L. \quad (8)$$

$$\frac{\partial x_k(t)}{\partial t} = \frac{B_0}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \ln w_0(x_k) + \frac{\prod_{i=1}^{2L} W_0(x_i)}{W_0(X)} \sum_{j=1 \neq k}^{2L} \frac{r_{jk}}{r_{ij}r_{kk}} x_j^0(t) \right\} + \sqrt{B_0} \vartheta_k(t). \quad (9)$$

Для определения B₀ проведем статистическую линеаризацию уравнений (9), использование которой вполне допустимо для отыскания спектрально-корреляционных процессов, и погрешности от ее применения не превышают 10–20 % при вычислении B₀.

Осуществим ее для нелинейной функции в (9):

$$f_k[X(t)] = \frac{B_0}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \ln W_0(X),$$

которая может быть представлена следующим образом:

$$f_k[X(t)] = \varphi_0^{(k)} + \sum_{i=1}^{2L} \varphi_{1,i}^{(k)} x_i^0(t), \quad k = \overline{1, 2L}, \quad (10)$$

где φ – раскрыто в (11–13).

Вычисляя входящие в (11) интегралы, находим φ₀^(k) = 0. После преобразований в (13) получаем:

$$D_{x_s}^{(k)} = \frac{B_0}{2} \begin{cases} -3 & \text{при } s = k, \\ \sum_{j=1 \neq k}^{2L} \frac{r_{jk}}{r_{kk}} & \text{при } s \neq k. \end{cases} \quad (14)$$

$$\varphi_0^{(k)} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_k[X(t)] W_0(X) dX, \quad (11)$$

$$\varphi_{1,i}^{(k)} = \sum_{s=1}^{2L} (-1)^{s+t} \Delta_{s,i} D_{y_s, x_s/\Delta}^{(k)}, \quad (12)$$

$$D_{x_s}^{(k)} = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_k[X(t)] x_s^0(t) W_0(X) dX = \frac{B_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_k} \ln W_0(x_k) x_s^0(t) W_0(X) + \prod_{i=1}^{2L} W_0(x_i) \sum_{j=1 \neq k}^{2L} \frac{r_{jk}}{r_{ij}r_{kk}} x_j^0(t) \right\} dX, \quad (13)$$

где Δ – определитель R_{XX}; Δ_{s, i} – s, i-й минор Δ.

С учетом (9–14) имеем линеаризованное уравнение:

$$\frac{dx_k(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{2L} \varphi_{1,i}^{(k)} x_i^0(t) + \sqrt{B_0} \vartheta_k(t), k = \overline{1, 2L}. \quad (15)$$

Перейдем к анализу ограничений. Запишем выражение для составляющих матрицы энергетических спектров моделируемого процесса в условиях статистической линеаризации уравнения:

$$G_{x_i}(\omega) = 2B_0 |\Delta_0(j_0 \omega)| \sum_{l=1}^{2L} \sum_{m=1}^{2L} \Delta_{im}^0(j_0 \omega) \Delta_{il}^{0*}(j_0 \omega), i = \overline{1, 2L} \quad (16)$$

$$G_{x_i x_k}(\omega) = 2B_0 \sum_{l=1}^{2L} \sum_{m=1}^{2L} \frac{\Delta_{il}^0(j_0 \omega)}{\Delta_0(j_0 \omega)} - \frac{\Delta_{kl}^{0*}(j_0 \omega)}{\Delta_0^*(j_0 \omega)}, i = \overline{1, 2L},$$

$$\Delta_0(j_0 \omega) = \begin{pmatrix} \varphi_{1,1}^{(1)} + j_0 \omega & \varphi_{1,2}^{(1)} & \dots & \varphi_{1,L}^{(1)} \\ \varphi_{1,2}^{(1)} & \varphi_{1,2}^{(2)} + j_0 \omega & \dots & \varphi_{1,L}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{1,L}^{(1)} & \varphi_{1,2}^{(2)} & \dots & \varphi_{1,L}^{(L)} + j_0 \omega \end{pmatrix} \frac{dx_k(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{2L} \varphi_{1,i}^{(k)} x_i^0(t) + \sqrt{B_0} \vartheta_k(t), k = \overline{1, 2L}, \quad (17)$$

где $\Delta_{ij}^0(j_0 \omega) - i, j$ -й минор $\Delta_0(j_0 \omega)$; * – знак комплексного сопряжения.

После преобразований (16) и (17) представим в виде:

$$G_{x_i}(\omega) = \frac{a_0 + a_1 \omega^2 + \dots + a_{L-1} (\omega^2)^{L-1}}{b_0 + b_1 \omega^2 + \dots + b_L (\omega^2)^L}, \quad (18)$$

$$G_{x_i x_j}(\omega) = \frac{e_0 + e_1 \omega^2 + \dots + e_{L-1} (\omega^2)^{L-1}}{f_0 + f_1 \omega^2 + \dots + f_L (\omega^2)^L}, \quad (19)$$

где $a_i, e_i (i = \overline{1, L-1})$ – полиномы $(L-1)$ -й степени от $\varphi_{1,1}^k$; $k, l = \overline{1, 2L}$; $b_j, f_j (j = \overline{1, 2L})$ – полиномы L -й степени от $\varphi_{1,1}^k$.

Из диффузионной изотропности СДУ (15) следует действительность не только $G_{x_i}(\omega)$ и $G_{x_i x_j}(\omega)$, но и корней из знаменателей в представлении (18) и (19). Также можно получить ограничения на коэффициенты СДУ (15) и, соответственно, на элементы корреляционной (спектральной) матрицы случайного процесса $X(t)$.

На рисунке 4 показана зависимость чувствительности параметров модели от погрешности задания матрицы энергетических спектров моделируемого процесса. Под чувствительностью в данном случае понимается чувствительность в «большом» согласном [14], которая определяется в соответствии с теорией чувствительности [15] как зависимость дополнительного движения показателя качества моделирования, в данном случае $\Delta G_{x_i}(\omega)$, при вариациях (отклонениях) параметров модели, в данном случае Δr_{ij} . Из рисунка видно, что при погрешности $\max_{i,j} \Delta r_{ij} / r_{ij}$, составляющей 20 %, погрешность в определении $G_{x_i}(\omega)$ не превосходит 8 %, при $\max_{i,j} \Delta r_{ij} / r_{ij} = 40$ % погрешность соответствует выражению:

$$\frac{\Delta G_{x_i}(\omega)}{G_{x_i}(\omega)} = 27 \%$$

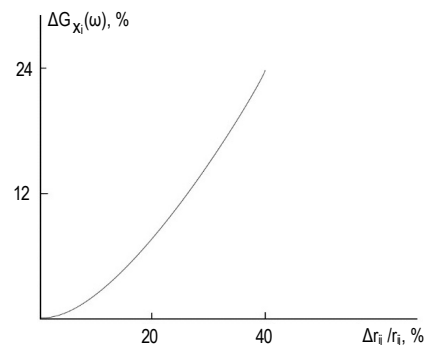


Рис. 4. Анализ чувствительности модели
Fig. 4. Model Sensitivity Analysis

3. Синтез алгоритмов оценивания параметров частично-когерентных сигналов

Пусть на вход L -элементной АР воздействует J сигнально-помеховых излучений ($j = 1$ соответствует полезному сигналу, а $j = 2, 3, \dots, J$ – помехам). Параметры сигналов и помех представим в виде уравнения (1) с известными коэффициентами. Синтезируем алгоритм оценивания пространственно-временных параметров полезного сигнала, основываясь на компенсационном принципе построения параметрических фильтров (рисунок 5) [16].

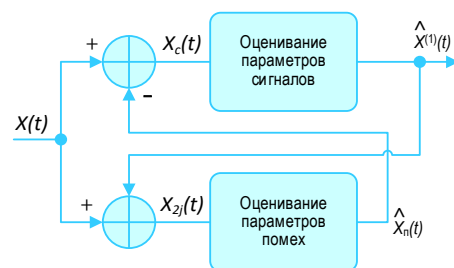


Рис. 5. Алгоритм оценивания пространственно-временных параметров полезного сигнала

Fig. 5. Algorithm for Estimating the Space-Time Parameters of the Useful Signal

При этом модель состояния параметров сигнала запишем в виде:

$$\frac{dX^{(1)}(t)}{dt} = F^{(1)}[X^{(1)}(t)] + G^{(1)}[X^{(1)}(t)]V^{(1)}(t), \quad (20)$$

а модели состояния параметров помех:

$$\frac{dX_n(t)}{dt} = F_n[X_n(t)] + G_n[X_n(t)]V_n(t), \quad (21)$$

где коэффициенты $F_n[X_n(t)] = \sum_{j=2}^J F^{(j)}[X^{(j)}(t)]$; $G_n[X_n(t)] = \sum_{j=2}^J G^{(j)}[X^{(j)}(t)]$; $V_n(t) = \sum_{j=2}^J V^{(j)}(t)$.

Тогда модель наблюдения для сигнала запишем следующим образом:

$$X_c(t) = X(t) - \hat{X}_n(t) + Y_c(t), \quad (22)$$

где $\hat{X}_n(t)$ – оценка параметров помех $X_n(t)$; $Y_c(t)$ – векторный центрированный белый шум единичной интенсивности; $X(t) = X^{(1)}(t) + X_n(t)$.

Модель наблюдения для помех примет вид:

$$X_{2j}(t) = X(t) - \hat{X}^{(1)}(t) + Y_n(t), \quad (23)$$

где $\hat{X}^{(1)}(t)$ – оценка параметров сигнала $X^{(1)}(t)$; $Y_n(t)$ – векторный центрированный белый шум единичной интенсивности.

Воспользовавшись линеаризованным фильтром Калмана [14, 17, 18], для моделей состояния и наблюдения (20) и (22) синтезируем алгоритм оценивания параметров сигнала в виде (24, 25); аналогично для моделей состояния (21) и наблюдения (23) помех получим алгоритм (26, 27). Выполнив преобразования в соответствии с выражениями (24–27), получим оценку параметров сигнала $\hat{X}^{(1)}(t)$. Исходя из которых, для сигналов разной пространственной когерентности можно найти оценки пространственных и энергетических параметров сигналов, входящих в модель (например, $\Delta\varphi_{i1}$).

$$\frac{d\hat{X}^{(1)}(t)}{dt} = F^{(1)}[\hat{X}^{(1)}(t)] + V_{X_c}(t)|X(t) - \hat{X}_n(t)| \times Q_{Y_c}^{-1}(t)|X_c(t) - X(t) + \hat{X}_n(t)|, \quad (24)$$

$$\frac{dV_{X_c}(t)}{dt} = \frac{F^{(1)}[\hat{X}^{(1)}(t)]}{\partial \hat{X}^{(1)}(t)} V_{X_c}(t) + V_{X_c}(t) \frac{\partial F^{(1)}[\hat{X}^{(1)}(t)]}{\partial \hat{X}^{(1)}(t)} + V_{X_c}(t) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial}{\partial \hat{X}^{(1)}(t)} \left\{ |X(t) - \hat{X}_n(t)| Q_{Y_c}^{-1}(t) |X_c(t) - X(t) + \hat{X}_n(t)| \right\} \right) \times V_{X_c}(t) + G^{(1)}[\hat{X}^{(1)}(t)] Q_{V^{(1)}}(t) G^{(1)T}[\hat{X}^{(1)}(t)],$$

где $Q_{Y_c}(t)$ – дисперсия шума $Y_c(t)$; $Q_{V^{(1)}}(t)$ – дисперсия шума $V^{(1)}(t)$; $V_{X_c}(t)$ – дисперсия ошибки оценивания параметров сигнала; $X_c(t) = X^{(1)}(t) - \hat{X}^{(1)}(t)$ – ошибка оценивания параметров сигнала.

$$\frac{d\hat{X}_n(t)}{dt} = F_n[\hat{X}_n(t)] + V_{X_n}(t) |X(t) - \hat{X}^{(1)}(t)| \times Q_{Y_n}^{-1}(t) |X_{2j}(t) - X(t) + \hat{X}^{(1)}(t)|, \quad (26)$$

$$\frac{dV_{X_n}(t)}{dt} = \frac{F^{(1)}[\hat{X}^{(1)}(t)]}{\partial \hat{X}^{(1)}(t)} V_{X_n}(t) + V_{X_n}(t) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial}{\partial \hat{X}_n(t)} \left\{ |X(t) - \hat{X}^{(1)}(t)| Q_{Y_n}^{-1}(t) |X_{2j}(t) - X(t) + \hat{X}^{(1)}(t)| \right\} \right) \times V_{X_n}(t) + G_n[\hat{X}_n(t)] Q_{V_n}(t) G_n^T[\hat{X}_n(t)],$$

где $Q_{Y_n}(t)$ – дисперсия шума $Y_n(t)$; $Q_{V_n}(t)$ – дисперсия шума $Q_{V_n}(t)$; $\varphi_i(t)$ – дисперсия ошибки оценивания параметров помех; $X_n(t) = X_n(t) - \hat{X}_n(t)$ – ошибка оценивания параметров помех.

Рассмотрим пространственно-когерентные сигналы и помехи, имеющие в квадратурных каналах на выходе элементов АР амплитуды, распределенные по нормальному закону.

Тогда одномерные дифференциальные уравнения имеют вид (для каждого из сигнально-помеховых излучений):

$$\frac{ds_{c\phi}(t)}{dt} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{c\phi}}\right) s_{c\phi}(t) + \sigma_c^2 \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{c\phi}}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \vartheta_{c\phi}(t),$$

$$\frac{ds_{кв}(t)}{dt} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right) s_{кв}(t) + \sigma_k^2 \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right) \right]^{\frac{1}{2}} \vartheta_k(t).$$

где $s_{c\phi}(t)$, $s_{кв}(t)$ – амплитуды сигнала в синфазном и квадратурном каналах, соответственно; σ_c^2 , $\tau_{кор}^{c\phi}$, σ_k^2 , $\tau_{кор}^{кв}$ – дисперсии и коэффициенты корреляции; $s_{c\phi}(t)$, $s_{кв}(t)$, $\vartheta_{c\phi}(t)$ и $\vartheta_k(t)$ – белые шумы единичной интенсивности.

При этом значения коэффициентов уравнения, описывающего параметры пространственно-когерентных сигналов и помех при $L = 2$, определяются:

$$F^T[X(t)] = \left\{ \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right), \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right) \sin\Delta\varphi_{21}, \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right) \sin\Delta\varphi_{31}, \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right) \sin\Delta\varphi_{41}, \right.$$

$$\left. \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right), \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right) \cos\Delta\varphi_{21}, \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right) \cos\Delta\varphi_{31}, \exp\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right) \cos\Delta\varphi_{41} \right\},$$

$$G[X(t)] = \text{diag} \left\{ \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \sin\Delta\varphi_{21}, \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \sin\Delta\varphi_{31}, \right.$$

$$\left. \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{сф}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \sin\Delta\varphi_{41}, \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \cos\Delta\varphi_{21}, \right.$$

$$\left. \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \cos\Delta\varphi_{31}, \left[1 - \exp^2\left(-\frac{t}{\tau_{кор}^{кв}}\right)\right]^{\frac{1}{2}} \cos\Delta\varphi_{41} \right\}.$$

На рисунке 6 представлены результаты анализа чувствительности рассматриваемого алгоритма при $J = 2$, как зависимость дополнительного движения показателя качества оценивания, а именно

дисперсии ошибки оценивания $\Delta tr[V_{\hat{x}_c}(t)]$, при вариациях различных параметров модели.

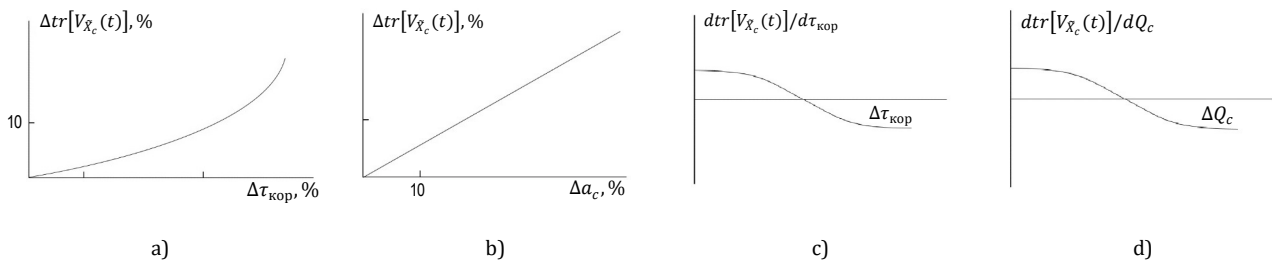


Рис. 6. Дополнительные движения показателя качества $\Delta tr[V_{\hat{x}_c}(t)]$ при вариациях параметров модели

Fig. 6. Additional Movements of the Quality Indicator $\Delta tr[V_{\hat{x}_c}(t)]$ with Variations in the Model Parameters

Из рисунков видно, что при вариациях параметров модели, а именно коэффициента корреляции (см. рисунок 6а) и дисперсии шума (см. рисунок 6б), составляющих 10 %, дополнительное движение показателя качества (дисперсии ошибки оценивания) не превосходят 2–6 %, а при вариациях в 20 % не превосходят 8–10 %, что является вполне допустимым для линейных алгоритмов оценивания. При дальнейшем увеличении вариаций параметров модели тенденция сохранения ограниченного прироста дополнительного движения сохраняется, что наглядно видно из функций чувствительности в малом показателя качества по вариациям тех же параметров модели (см. рисунки 6с и 6д).

Таким образом, синтезированные алгоритмы оценивания параметров частично-когерентных сигналов обладают достаточно высокой точностью оценивания при изменениях априорных параметров моделей сигналов и помех и при их отклонениях от параметров, задаваемых при синтезе.

Заключение

В статье разработаны математические модели сигналов различной пространственной когерентности в форме стохастических дифференциальных уравнений и предложены методы синтеза коэффициентов одномерных и многомерных СДУ. Проведенное математическое моделирование моделей с использованием среды MATLAB – Simulink подтвердило возможность их использования для представления сигналов на выходе многоэлементных антенных систем в системах ПВОС.

На основе разработанных моделей в классе квазилинейных алгоритмов были синтезированы компенсационные алгоритмы оценивания параметров частично-когерентных сигналов. Анализ чувствительности синтезированных алгоритмов к отклонениям параметров моделей показал возможность их использования для оценивания при значительных (более 20 %) вариациях параметров моделей.

Список используемых источников

1. Нахмансон Г.С. Пространственно-временная обработка широкополосных сигналов. М.: Радиотехника, 2015. 256 с.
2. Кремер И.А. Пространственно-временная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
3. Кловский Д.Д., Конторович В.Я., Широков С.М. Модели непрерывных каналов связи на основе стохастических дифференциальных уравнений. М.: Радио и связь, 1984.
4. Глушанков Е.И., Конторович В.Я. Математическое моделирование сигналов различной пространственной когерентности в системах радиосвязи // В кн.: Адаптивные радиотехнические системы с антенными решетками. Л.: Издательство Ленинградского университета, 1991. С. 432–466.
5. Глушанков Е.И., Тунгусков Н.В. Марковские модели векторных случайных процессов, описывающих параметры функционирования таможенно-логистических терминалов // Научные горизонты. 2020. № 1(29). С. 32–42.
6. Chen M.-F., Mao Y.-H. Introduction to Stochastic Processes. Vol. 2. Higher Education Press and World Scientific, 2021.
7. Bayram M., Partal T., Buyukoz G.O. Numerical methods for simulation of stochastic differential equations // Advances in Difference Equations. 2018. № 1. P. 17. DOI:10.1186/s13662-018-1466-5
8. Лялина А.Ж. Моделирование спутникового канала связи на основе стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) // Сборник лучших докладов Региональной научно-методической конференции магистрантов и их руководителей «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре для цифровой экономики (ПКМ-2020)». СПб.: СПбГУТ, 2021 С. 98–102.
9. Glushankov E., Lyalina A., Rylov E. Modeling the satellite communication channel based on stochastic differential equations // Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference on Information Technologies and Intelligent Decision Making Systems (ITIDMS-II-2021, Moscow, Russia, 1 July 2021). Russian New University Publ., 2021. PP. 52–59.
10. Resnick S.I. A probability path. Springer, 2019.
11. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
12. Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. М.: Эко-Трендз, 2005. 392 с.
13. Галкин В.А. Цифровая мобильная радиосвязь. М.: Горячая линия – Телеком, 2017. 590 с.
14. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976. 496 с.
15. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. Чувствительность систем управления. М.: Наука, 1981. 464 с.
16. Лосева Ю.И. Адаптивная компенсация помех в каналах связи. М.: Радио и связь, 1988. 208 с.
17. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Горячая линия – Телеком, 2014. 608 с.
18. Шахтарин Б.И. Фильтры Винера и Калмана. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 396 с.

* * *

Modeling and Parameter Estimation of Partially Coherent Signals in Radio Engineering Systems

E. Glushankov^{1*}, D. Kirik¹, A. Lyalina²

¹The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

²BaltInfoCom, LLC
St. Petersburg, 194214, Russian Federation

Article info

DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-3-16-24

Received 28th May 2021

Accepted 5th August 2021

For citation: Glushankov E., Kirik D., Lyalina A. Modeling and Parameter Estimation of Partially Coherent Signals in Radio Engineering Systems. *Proc. of Telecom. Universities*. 2021;7(3):16–24. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-3-16-24

Abstract: *The problem of modeling signals of various spatial coherence in radio engineering systems is considered. First, a mathematical model for spatially coherent signals in the form of stochastic differential equations is constructed, followed by its study in the Simulink environment. The following is a method for constructing a mathematical model for a more general case – partially coherent signals, and its accuracy is also evaluated. Based on the developed models, an algorithm for estimating the parameters of partially coherent signals is synthesized. Based on the obtained dependence of the sensitivity of the model to deviation from a priori data, conclusions are drawn about a sufficiently high accuracy of estimation using synthesized algorithms.*

Keywords: *space-time signal processing, stochastic differential equations, parameter estimation, modeling, Kalman filter, correlation function.*

References

1. Nakhmanson G.S. *Spatio-Temporal Processing of Broadband Signals*. Moscow: Radiotekhnika Publ.; 2015. 256 p (in Russ.)
2. Kremer I.A. *Space-Time Signal Processing*. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1984. 224 p. (in Russ.)
3. Kloovsky D.D., Kontorovich V.Ya., Shirokov S.M. *Models of Continuous Communication Channels Based on Stochastic Differential Equations*. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1984. (in Russ.)
4. Glushankov E.I., Kontorovich V.Ya. Mathematical Modeling of Signals of Different Spatial Coherence in Radio Communication Systems. *Adaptive Radio Engineering Systems with Antenna Arrays*. Leningrad: Leningrad University Publ.; 1991. p.432–466. (in Russ.)
5. Glushankov E.I., Tunguskov N.V. Markov Models of Vector Random Processes Describing the Parameters of the Functioning of Customs and Logistics Terminals. *Scientific Horizons*. 2020;1(29):32–42. (in Russ.)
6. Chen M.-F., Mao Y.-H. *Introduction to Stochastic Processes. Vol. 2*. Higher Education Press and World Scientific; 2021.
7. Bayram M., Partal T., Buyukoz G.O. Numerical methods for simulation of stochastic differential equations. *Advances in Difference Equations*. 2018(1):17. DOI:10.1186/s13662-018-1466-5
8. Lyalina A. Modeling a Satellite Communication Channel Based on Stochastic Differential Equations. *Proceedings of Regional Scientific and Methodological Conference of Undergraduates and their Leaders on Training of Professional Personnel in the Magistracy for the Digital Economy*. St. Petersburg: The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications Publ.; 2021. p.98–102. (in Russ.)
9. Glushankov E., Lyalina A., Rylov E. Modeling the satellite communication channel based on stochastic differential equations. *Proceedings of the II International Scientific and Practical Conference on Information Technologies and Intelligent Decision Making Systems, ITIDMS-II-2021, 1 July 2021, Moscow, Russia*. Russian New University Publ.; 2021. p.52–59.
10. Resnick S. I. *A probability path*. Springer; 2019.
11. Tikhonov V.I. *Statistical Radio Engineering*. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1982. 624 p. (in Russ.)
12. Volkov L.N., Nemirovsky M.S., Shinakov Yu.S. *Digital Radio Communication Systems*. Moscow: Eco-Trends Publ.; 2005. 392 p. (in Russ.)
13. Galkin V.A. *Digital Mobile Radio Communication*. Moscow: Goryachiya liniya – Telekom Publ.; 2017. 590 p. (in Russ.)
14. Sage E., Mels J. *Theory of Evaluation and its Application in Communication and Management*. Moscow: Svyaz Publ.; 1976. 496 p. (in Russ.)
15. Rosenwasser E.N., Yusupov R.M. *Sensitivity of Control Systems*. Moscow: Nauka Publ.; 1981. 464 p. (in Russ.)
16. Losev Yu.I. *Adaptive Interference Compensation in Communication Channels*. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1988. 208 p. (in Russ.)
17. Tikhonov V.I., Kharisov V.N. *Statistical Analysis and Synthesis of Radio-Technical Devices and Systems*. Moscow: Goryachiya liniya – Telekom Publ.; 2014. 608 p. (in Russ.)
18. Shakhtarin B.I. *Filters of Wiener and Kalman*. Moscow: Goryachiya liniya – Telekom Publ.; 2018. 396 p.

Сведения об авторах:

**ГЛУШАНКОВ
Евгений Иванович**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры радиосистем и обработки сигналов Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, glushankov57@gmail.com

**КИРИК
Дмитрий Игоревич**

кандидат технических наук, доцент, декан факультета радиотехнологий связи Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, d_i_kirik@mail.ru

**ЛЯЛИНА
Анна Жановна**

инженер ООО «БалтИнфоКом», lyalinanna@gmail.com