

Метод ограничений в многокритериальной задаче распределения потоков

С.П. Ковальский¹, О.В. Титова², И.Г. Стахеев², Н.И. Фокин¹

¹Академия ФСО России,

Орел 302015, Российская Федерация

²Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,

Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

*Адрес для переписки: ni_fokin@mail.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 25.02.2021

Принята к публикации 11.05.2021

Ссылка для цитирования: Ковальский С.П., Титова О.В., Стахеев И.Г., Фокин Н.И. Метод ограничений в многокритериальной задаче распределения потоков // Труды учебных заведений связи. 2021. Т. 7. № 2. С. 37–43. DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-2-37-43

Аннотация: В статье предлагается новый подход к решению многокритериальной задачи формирования ресурсов транспортной сети связи, основанный на сочетании одного из методов многокритериальной оптимизации – методе ограничений и симплекс-методе. Задача декомпозируется и решается поэтапно. На первом этапе формируется множество путей допустимого ранга. На втором производится расчет структурной надежности сформированного на первом этапе множества путей. На заключительном этапе осуществляется выбор оптимальной по целевым функциям, характеризующим стоимость и пропускную способность, совокупности путей транспортирования потоков корреспондирующих пар узлов, который сводится к решению многокритериальной задачи формирования ресурсов транспортной сети связи методом ограничений.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, многопродуктовый многополюсный потоковый граф, симплекс метод, метод ограничений, корреспондирующая пара узлов, эффективная альтернатива.

1. ВВЕДЕНИЕ

Практика решения задач формирования ресурсов (ЗФР) транспортной сети связи (ТСС) свидетельствует о необходимости учета целого ряда показателей, таких как расход сил и средств на построение и эксплуатацию сети, структурная надежность сети, пропускная способность сети, пропускная способность сечения, пропускная способность квазисечения и т. д. На основании этого можно сделать вывод о том, что задача формирования ресурсов транспортной сети связи является многокритериальной. Следовательно, сам характер задачи приводит к необходимости использования многокритериальных методов решения данной задачи [1–4]. При этом в настоящее время задачи синтеза транспортных сетей решаются, как правило, по одному критерию, а остальные показатели представляются в виде ограничений [5–13]. Следовательно, весьма актуальной является разработка подхода, при котором учитываются сразу несколько показателей в качестве целевых функций. В настоящей работе приведен такой многокритериальный подход к решению задачи формирования ресурсов транспортной сети.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ СВЯЗИ

Для решения ЗФР целесообразно использовать теоретическую модель многополюсной многопродуктовой сети. Совокупность направлений связи (НС) создают в сети потоки различных продуктов, которые не взаимозаменяемы, не смешиваются, существуют одновременно и независимо друг от друга. Единицей потока k -го продукта считается составной типовой цифровой канал, образованный в интересах k -ой корреспондирующей пары узлов (КПУ).

В качестве математической модели структуры ТСС используется многопродуктовый многополюсный потоковый граф [1–7]:

$$G(A, B, U, H),$$

где $A = \{a_j\}, j = \overline{1, N}$, $B = \{b_{ji}\}, j, i = \overline{1, N}, j \neq i, |B| = n$ – множество узлов и линий; $U = \{u_{ji}\}, j, i = \overline{1, N}, j \neq i, H = \{h_{ji}\}, j, i = \overline{1, N}, j \neq i$, – векторы пропускных способностей и надежности линий, соответственно.

НС формируют не взаимозаменяемые, не смешиваемые и существующие одновременно и независимо друг от друга потоки различных продуктов.

3. ПОСТАНОВКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ

Для решения многокритериальной задачи формирования ресурсов транспортной сети связи методом ограничений перейдем от множеств дискретных элементов сети – узлов и ребер к комбинаторным пространствам путей [1–7].

Для постановки многокритериальной задачи формирования ресурсов введем следующие понятия.

Направление связи, организованное на сети в интересах k -ой КПУ, представляет собой совокупность путей $\Pi_k = \{\pi_k^t\}$, $k = \overline{1, m}$, $t = 1, 2, \dots$ из узла a_{sk} в узел a_{gk} , t – номер пути.

Понятия пути π_k^t из узла a_s в узел a_g , ранга пути – $r(\pi_{sg}^t)$ (число ребер, образующих путь) и допустимого пути – $\pi_k^{r \leq r^{\text{доп}}} = \pi_k^{r, t}$ (путь, ранг которого не превышает допустимого значения) введены в [11].

Допустимый ранг пути – $r^{\text{доп}}(\pi_k^t)$ между КПУ на сети ограничен допустимым числом транзитов составного цифрового канала (ЦК), исходя из выполнения самых жестких требований со стороны услуг электросвязи к эксплуатационным нормам на параметры составного ЦК [1–7].

Поэтому при решении ЗФР целесообразно рассматривать не все множество возможных путей – $\Pi_k = \{\pi_k^t\}$, $k = \overline{1, m}$, $t = 1, 2, \dots$, а только допустимые пути, для которых выполняется неравенство:

$$r(\pi_k^{r, t}) \leq r^{\text{доп}}(\pi_k^t), \quad k = \overline{1, m}. \quad (1)$$

Следовательно, для решения ЗФР будем учитывать (1) между КПУ:

$$Z = \{z_k\}, z_k = (a_{sk}, a_{tk}), \quad k = \overline{1, m}.$$

Синтезируемая транспортная сеть связи формируется с использованием узлового R_y и линейного ресурсов R_l [1–7]:

$$\begin{aligned} R_y &= \{r^\psi: \omega_j^\psi, \vartheta_j^\psi, \gamma_j^\psi, U_\psi, \vec{H}_j\}, r = \overline{1, Q_r}, \psi = \overline{1, Q_\psi}, \\ R_l &= \{r^\mu: \omega_{ji}^\mu, \vartheta_{ji}^\mu, \gamma_{ji}^\mu, U_\mu, \vec{L}_\mu, \vec{a}_\mu, \vec{H}_\mu\}, \\ &r = \overline{1, Q_r}, \mu = \overline{1, Q_\mu}. \end{aligned}$$

где r^μ – тип системы передачи; r^ψ – тип сетевого узла; $\omega_{ji}^\mu, \vartheta_{ji}^\mu$ и $\omega_j^\psi, \vartheta_j^\psi$ – нормированные коэффициенты аппроксимации приведенных затрат на развертывание и эксплуатацию μ -го линейного и ψ -го узлового средства, соответственно; γ_{ji}^μ и γ_j^ψ – стоимость одного канала-километра ij -й линии μ -й системы передачи и стоимость одной точки коммутации i -го узла ψ -го узлового средства, со-

ответственно; U_μ, U_ψ – количество каналов и трактов, образуемых r^μ и коммутируемых r^ψ средствами, соответственно; \vec{H}_μ, \vec{H}_j – векторы эксплуатационных надежностей для r^μ и r^ψ оборудования, соответственно; \vec{L}_μ – вектор параметров структуры r^μ системы передачи (длины регенерационных и усилительных участков, секций дистанционного питания и т. п.); \vec{a}_μ – вектор эксплуатационных норм на характеристики каналов и трактов.

В соответствии с целевым использованием ТСС, целевыми критериями ее синтеза могут быть пропускная способность Π и расход сил и средств C на построение и эксплуатацию сети:

$$\begin{aligned} \Pi &= f_1(\overline{\Pi}_Z, r^\mu, r^\psi, V_Z, \vec{H}^{\text{тр}}) = f_1(\beta), \\ C &= f_2(\overline{\Pi}_Z, r^\mu, r^\psi, V_Z, \vec{H}^{\text{тр}}) = f_2(\beta). \end{aligned}$$

Тогда многокритериальная ЗФР состоит в выборе альтернативы $\delta \in \beta: \{\Pi_k = \{\pi_k^t\}\}$, при которой:

$$\min_{\beta} \Delta f_j(\beta) = \begin{cases} f_1^0 - f_1(\beta) \\ f_2(\beta) - f_2^0 \end{cases}, \quad \mu = \overline{1, Q_\mu}, \quad \psi = \overline{1, Q_\psi}.$$

При решении многокритериальной ЗФР учитывают следующие ограничения:

$$\sum_{t=1}^{h_{\text{св}k}} u_k^t = V_k \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^{h_{\text{св}k}} \omega_{j,k}^t v_k^t = v_j,$$

$$\omega_{j,k}^t = 1, \forall b_j \in \pi_k^t, \omega_{j,k}^t = 0, \forall b_j \notin \pi_k^t, \quad (3)$$

$$u_j = \zeta_j OTUL, v_k^t = \zeta_j OTUL, l = 1, \dots, 4,$$

$$k = \overline{1, m}, t = \overline{1, h_{\text{св}k}}, j = \overline{1, n}.$$

Получение содержательного решения данной задачи связано с трудностями принципиального характера, являющимися следствием содержания этой задачи, требующей увязки различных противоречивых требований в рациональном решении. Учитывая эти факты, ЗФР декомпозируется и решается поэтапно. На первом этапе формируется множество путей допустимого ранга. На втором производится расчет структурной надежности сформированного на первом этапе множества путей. На заключительном этапе осуществляется выбор оптимальной по целевым функциям, характеризующим стоимость и пропускную способность, совокупности путей транспортирования потоков корреспонденций пар узлов.

4. РЕШЕНИЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ

4.1. Нахождения множества допустимых путей

Для нахождения множества допустимых путей разработан ряд алгебраических методов. Наиболее

распространенным является метод, основанный на возведении структурной матрицы в степень [14]. Этот метод практически исключает появления ошибок и позволяет получать результат в довольно удобной для дальнейшего использования форме.

В [14] дано определение структурной матрицы $B = \|\beta_{ji}\|$. В этом же источнике матрица $B = \|\beta_{ji}\|$, определяется как булева матрица, к которой применяется аппарат булевой алгебры логики, и при этом используются следующие преобразования:

$$\begin{aligned} a \wedge a &= a; a \vee a = a; 1 \wedge a = a; a \wedge (a \vee b) = a; \\ a \vee a \wedge b &= a; a \wedge a' = 0; a \vee a' = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Для нахождения множества путей между заданными КПУ (как всех, так и удовлетворяющих заданному свойству (рангу)) следует последовательно возводить структурную матрицу во вторую, третью и т. д. В итоге мы получим характеристическую матрицу. Если требуется найти все пути не более $r^{\text{доп}}$, матрицу следует возводить только до $r^{\text{доп}}$ -ой степени, тогда каждое вхождение данной матрицы будет содержать все пути от узла a_j к узлу a_i ранга не более $r^{\text{доп}}$.

Нахождение множества всех путей π_k^t от a_j к a_i осуществляется путем раскрытия определителя матрицы B_{ij} с вычеркнутыми j -м столбцом и i -й строкой:

$$\pi_k^t = \det B_{ij} = |B_{ij}|. \quad (5)$$

4.2. Расчет структурной надежности множества путей

Исходя из основного предназначения ТСС, наиболее конструктивным показателем структурной надежности является вероятность наличия связи между КПУ – $H_{Z_k}, k = \overline{1, m}$. Наличие связи означает существование хотя бы одного исправного пути между Z_k [1–6]. Тогда показателем структурной надежности ТСС станет вероятность связности H , которая представляет собой вероятность наличия, по крайней мере, одного исправного пути между любой парой узлов сети. Один из возможных подходов преобразования требований к структурной надежности сети в требования к связности заключается в следующем. Направление связи представлено математической вероятностной моделью, состоящей из h путей с надежностями каждого пути – $H_{\pi_k^t}, t = \overline{1, h}, k = \overline{1, m}$. Считается, что отказы элементов путей (ребра графа): независимые события. Тогда надежность ИНС может быть рассчитана с помощью алгоритма ортогонализации.

В [14] *имеется следующее утверждение*: отрицание конъюнкции $tK_j = x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_t^{\alpha_t}$ эквивалентно дизъюнкции:

$$K_j' = x_1^{\eta_1} \vee x_1^{\eta_1} x_2^{\eta_2} \vee \dots \vee x_1^{\eta_1} x_2^{\eta_2} \dots x_{t-1}^{\eta_{t-1}} x_t^{\eta_t}. \quad (6)$$

Выражение (6) можно переписать в следующем виде:

$$(x_1 x_2 x_3 \dots x_t)' = \begin{vmatrix} x_1' \\ x_2' \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_t' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1' \\ x_1 x_2' \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_1 x_2 x_3 \dots x_{t-1} x_t' \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Справедливость преобразования (6) доказана в монографии [15]. Доказательство построено на основе теоремы разложения, которая применяется последовательно для элементов x_1, x_2, \dots, x_{t-1} к элементарной дизъюнкции, получаемой в соответствии с правилом де Моргана из элементарной конъюнкции K_j :

$$D_j = x_1^{\eta_1} \vee x_2^{\eta_2} \vee \dots \vee x_{t-1}^{\eta_{t-1}} \vee x_t^{\eta_t}. \quad (8)$$

На основании теоремы разложения [15] функцию алгебры логики можно записать как:

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j, x_{j+1}, \dots, x_n) &= \\ &= \vee x_1^{\eta_1} x_2^{\eta_2} \dots x_j^{\eta_j} f(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_j, x_{j+1}, \dots, x_n). \end{aligned}$$

Булева функция $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, представленная в [15] в виде дизъюнктивной нормальной формы (9), эквивалентна функции (10):

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \bigvee_{j=1}^m K_j, j \leq 2^n, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) &= \\ &= K_1 \vee K_1' K_2 \vee K_1' K_2' K_3 \vee \dots \vee K_1' K_2' K_3' \dots K_{m-1}' K_m. \end{aligned} \quad (10)$$

В матричной форме записи уравнения (9) и (10) принимают вид:

$$f(x_1 x_2 x_3 \dots x_t) = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ K_m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_1 \\ K_1' K_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ K_1' K_2' K_3' \dots K_{m-1}' K_m \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Справедливость выражения (11) также доказывается с помощью теоремы разложения. Далее дизъюнкция (11) приводится к дизъюнктивной нормальной форме, в результате получаем ортогональную дизъюнктивную нормальную форму (ОДНФ) булевой функции $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_t)$, т. е. производится преобразование условий работоспособности системы к ОДНФ, после чего производится расчет вероятности безотказной работы системы согласно выражению:

$$H \left\{ f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = \bigvee_{j=1}^s \Xi_j = 1 \right\} = \sum_{j=1}^s H \{ \Xi_j = 1 \}, \quad (12)$$

где Ξ_j – ортогональные члены записанной в ОДНФ [15] функции $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.

4.3. Решение многокритериальной задачи формирования ресурсов ТСС методом ограничений

Основой поиска компромиссного решения ЗФР является система неравенств:

$$\rho_j w_j(\beta^*) \leq \kappa_0(\min) \quad (j \in J), \quad (13)$$

где $\delta^* \in \beta$ – эффективная альтернатива при заданном векторе предпочтений – $\rho \in P^+$ [2, 16].

Решение находится путем построения итерационного процесса с параметром $\kappa_0 \in (0, 1/M)$ с проверкой совместимости системы неравенств (13) для $\delta \in \beta$ и заданного вектора ρ .

Переходим к решению конкретного примера решения ЗФР. Дана сеть связи, представленная на рисунке 1.

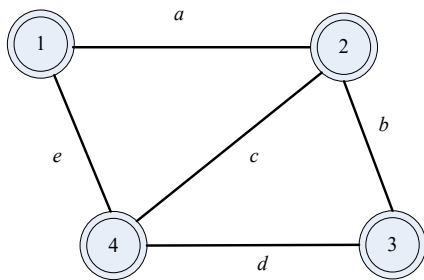


Рис. 1. Сеть связи

Fig. 1. Communication Network

Даны матрицы пропускных способностей, стоимости и надежности линий:

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 64 & 0 & 16 \\ 64 & 0 & 16 & 16 \\ 0 & 16 & 0 & 256 \\ 16 & 16 & 256 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 16 & 0 & 4 \\ 16 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 4 & 0 & 64 \\ 4 & 4 & 64 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0,9 & 0 & 0,9 \\ 0,9 & 0 & 0,9 & 0,9 \\ 0 & 0,9 & 0 & 0,9 \\ 0,9 & 0,9 & 0,9 & 0 \end{bmatrix}.$$

Пусть длина составного ЦК ограничена условием $r^{\text{доп}} \leq 3$. Необходимо организовать два информационных направления связи (ИНС) – $Z_{1,3}$ и $Z_{2,4}$, емкости ИНС – $Z_{1,3} \geq 25$, $Z_{2,4} \geq 15$, надежность ИНС – $\bar{H} \geq \bar{H}^{\text{тр}} \geq 0,95$. Также требуется найти распределение потоков на сети, удовлетворяющее заданным требованиям.

Решение задачи. Определить допустимое распределение потоков $f\langle S \rangle$ по путям $s \in S$, при этом необходимо максимизировать количество каналов по каждому ИНС $\Phi_1\langle S \rangle (j \in J_1)$ и минимизировать функцию стоимости (аренды) каналов $\Phi_2\langle S \rangle (j \in J_2)$. Найти:

$$\Phi_1(f_{hy}) \Rightarrow \max_{f\langle S \rangle, s \in S}, \quad (14)$$

$$\Phi_2(f_{hy}) \Rightarrow \min_{f\langle S \rangle, s \in S}, \quad (15)$$

если

$$\bar{H} \geq \bar{H}^{\text{тр}}, f\langle S \rangle \geq 0, f_{\langle j i \rangle} \leq c_{\langle j i \rangle}. \quad (16)$$

С учетом исходных данных ограничение (16) запишем в виде: $\bar{H} \geq \bar{H}^{\text{тр}} \geq 0,95$, $f_{\langle 1,3 \rangle} \geq 25$, $f_{\langle 2,4 \rangle} \geq 15$. Для нахождения путей для $Z_{1,3}$ и $Z_{2,4}$ (при $r^{\text{доп}} \leq 3$) возводим структурную матрицу $B = \| \beta_{ij} \|$ в третью степень. Вхождения $\chi_{1,3}^3 = ab \vee e\bar{d} \vee e\bar{c}b \vee ac$ и $\chi_{2,4}^3 = c \vee bd \vee \bar{a}e$ дают множество путей для $Z_{1,3}$ и $Z_{2,4}$, соответственно.

Используя алгоритм ортогонализации (6–12), произведем расчет надежности найденных путей (с учетом значений $R_j = R_i = 0,9$, $\forall j i = 1, \dots, 5$), получим:

$$H_{1,3}(Y_{1,3}) = 0,97848 > H^{\text{тр}} \text{ и } H_{2,4}(Y_{2,4}) = 0,99639 > H^{\text{тр}}.$$

Потоки по информационным направлениям $Z_{1,3} = ab \vee e\bar{d} \vee e\bar{c}b \vee ac\bar{d}$ и $Z_{2,4} = c \vee bd \vee \bar{a}e$ определим следующим образом:

$$f_{\langle 1,3 \rangle} = f_{\langle ab \rangle} + f_{\langle e\bar{d} \rangle} + f_{\langle ac\bar{d} \rangle} + f_{\langle e\bar{c}b \rangle}, \quad (17)$$

$$f_{\langle 2,4 \rangle} = f_{\langle c \rangle} + f_{\langle bd \rangle} + f_{\langle \bar{a}e \rangle}. \quad (18)$$

Запишем условия допустимости потоков:

$$\text{Для ребра (1,2): } f_{\langle ab \rangle} + f_{\langle ac\bar{d} \rangle} + f_{\langle \bar{a}e \rangle} \leq c_{12}, \quad (19)$$

$$\text{Для ребра (1,4): } f_{\langle e\bar{d} \rangle} + f_{\langle e\bar{c}b \rangle} + f_{\langle \bar{a}e \rangle} \leq c_{14}, \quad (20)$$

$$\text{Для ребра (2,3): } f_{\langle ab \rangle} + f_{\langle e\bar{c}b \rangle} + f_{\langle bd \rangle} \leq c_{23}, \quad (21)$$

$$\text{Для ребра (2,4): } f_{\langle c \rangle} + f_{\langle e\bar{c}b \rangle} + f_{\langle ac\bar{d} \rangle} \leq c_{24}, \quad (22)$$

$$\text{Для ребра (3,4): } f_{\langle e\bar{d} \rangle} + f_{\langle ac\bar{d} \rangle} + f_{\langle bd \rangle} \leq c_{34}. \quad (23)$$

Введем следующие обозначения:

$$v_1 = f_{\langle ab \rangle}, v_2 = f_{\langle ac\bar{d} \rangle}, v_3 = f_{\langle \bar{a}e \rangle}, v_4 = f_{\langle e\bar{d} \rangle}, \quad (24)$$

$$v_5 = f_{\langle e\bar{c}b \rangle}, v_6 = f_{\langle bd \rangle}, v_7 = f_{\langle c \rangle}.$$

С учетом выражений (19–24) получим следующую бикритериальную задачу оптимизации:

$$\Phi_1(f): \max_{\vec{v}} \{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7\}, \quad (25)$$

$$\Phi_2(f): \min_{\vec{v}} \{20v_1 + 84v_2 + 20v_3 + 68v_4 + 12v_5 + 68v_6 + 4v_7\} \quad (26)$$

при ограничениях:

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 &\leq 64, \\ v_4 + v_5 + v_3 &\leq 16, \\ v_1 + v_5 + v_6 &\leq 16, \\ v_7 + v_5 + v_2 &\leq 16, \\ v_4 + v_2 + v_6 &\leq 256, \\ v_1 + v_4 + v_5 + v_2 &\geq 25, \\ v_3 + v_6 + v_7 &\geq 15, \\ v_i &\geq 0, \quad i = \overline{1,7}. \end{aligned} \quad (27)$$

Если $\rho_1 = \rho_2 = 1/2$, то $v_1 = 16, v_2 = 16, v_3 = 0, v_4 = 16, v_5 = 0, v_6 = 0, v_7 = 0$ – план, оптимальный по первому критерию; $v_1 = 15, v_2 = 9, v_3 = 0, v_4 = 9, v_5 = 1, v_6 = 0, v_7 = 15$ – план, оптимальный по второму критерию; $\Phi_1^0(f) = 48, \Phi_2^0(f) = 984$ – соответствующие оптимальные значения критериев,

$\Phi_1^{\min}(f) = 40, \Phi_2^{\max}(f) = 3520$ – наихудшие значения критериев $\Phi_1(f)$ и $\Phi_2(f)$ на множестве ограничений.

Функции относительных потерь примут вид:

$$\tilde{w}_1(v^l): \quad \rho_1 w_1(v) = \frac{1}{2} \cdot \frac{48 - v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_5 - v_6 - v_7}{8}, \quad (28)$$

$$\tilde{w}_2(v^l): \quad \rho_2 w_2(v) = \frac{1}{2} \cdot \frac{20v_1 + 84v_2 + 20v_3 + 68v_4 + 12v_5 + 68v_6 + 4v_7 - 984}{2536}. \quad (29)$$

Эквивалентная задача линейного программирования (25–27) в соответствии с выражениями (28, 29), а также в соответствии с [16] принимает вид:

$$\Psi(f): \quad \min_v \{r_0 = v_8\} \quad (30)$$

при ограничениях:

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 &\leq 64, v_3 + v_4 + v_5 \leq 16, \\ v_1 + v_5 + v_6 &\leq 16, v_2 + v_5 + v_7 \leq 16, \\ v_1 + v_2 + v_4 + v_5 &\geq 25, v_2 + v_4 + v_6 \leq 256, \\ v_3 + v_6 + v_7 &\geq 15, \\ \frac{1}{2}v_1 + \frac{1}{2}v_2 + \frac{1}{2}v_3 + \frac{1}{2}v_4 + \frac{1}{2}v_5 + \frac{1}{2}v_6 + \\ &+ \frac{1}{2}v_7 + 8v_8 - 24 \geq 0, \\ -\frac{1}{2} \cdot (20v_1 + 84v_2 + 20v_3 + 68v_4 + 12v_5 + \\ &+ 68v_6 + 4v_7) + 3536v_8 + 492 \geq 0, \\ v_i &\geq 0, \quad i = \overline{1, 8}. \end{aligned} \quad (31)$$

Решение:

$$\begin{aligned} \min k_0 &\approx 0,02818991, \\ v_1 &= 16, v_2 = 0, v_3 = 6,5, \\ v_4 &= 9, v_5 = 0, v_6 = 0, v_7 = 16, \\ \Phi_1^0(f) &= 47,5, \Phi_2^0(f) = 1126. \end{aligned}$$

Полученное решение единственное, и оно является точным решением задачи, поскольку для него $\tilde{w}_1(v^l) = \tilde{w}_2(v^l) \approx 0,02818991$, т. е. одинаковы относительные потери от оптимальных значений по обоим критериям.

Список используемых источников

1. Лебедев А.Т., Лебедев И.А., Тумановский В.В. Построение региональных цифровых сетей связи // Научно-технический сборник. Телекоммуникационные технологии. Выпуск 1. СПб.: ГУП НИИ «Рубин», 2000.
2. Фокин Н.И. Многокритериальная задача распределения информационных потоков транспортной сети связи // Вопросы радиоэлектроники. 2019. № 12. С. 64–69. DOI:10.21778/2218-5453-2019-12-64-69
3. Муравцов А.А., Стахеев И.Г., Фокин Н.И., Шинкарев С.А. Синтез потоковой структуры мультипротокольной транспортной сети связи региона с учетом обеспечивающих и взаимодействующих подсистем при заданной надежности передачи их потоков // Научные труды SWORLD. 2011. Т. 6. № 1. С. 32–34.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача формирования ресурсов транспортной сети связи по своей природе является многокритериальной. При этом в настоящее время она решается, как правило, по одному критерию, а остальные показатели представляются в виде ограничений. Поэтому весьма актуальной является разработка подхода, при котором учитываются сразу несколько показателей в качестве целевых функций. При этом следует отметить, что если задачу формирования ресурсов решать на основе введения глобального критерия в виде суммы взвешенных относительных потерь – $\min_{u \in G} \{\rho_1 w_1(v) + \rho_2 w_2(v)\}$, то такое условие не обеспечит равноценность критериев. Следовательно, необходима разработка нового подхода.

В настоящей статье предложен новый подход, основанный на сочетании метода ограничений и симплекс-метода. С учетом высокой сложности задачи решение осуществляется путем ее декомпозиции: формирование множества путей допустимого ранга, расчет структурной надежности сформированного множества путей и выбор оптимальной по целевым функциям, характеризующим расход сил и средств, а также пропускную способность, совокупности путей транспортирования потоков корреспондирующих пар узлов. Конкретный пример, рассмотренный в статье, демонстрирует конструктивность и системность предлагаемого подхода.

При этом следует отметить, что данный подход разработан для задач, допускающих дробное решение. Дальнейшем развитием многокритериального подхода может стать подход, учитывающий комбинаторную природу ряда задач синтеза транспортных сетей.

4. Ковальский С.П., Фокин Н.И., Абдуразаков Р.М., Никитин М.В. Формирование структуры транспортной сети связи // International Journal of Open Information Technologies. 2016. Т. 4. № 6. С. 10–16.
5. Канаев А.К., Лукичев М.М., Муравцов А.А. Синтез потоковой структуры транспортной сети связи с использованием имитационного моделирования // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2015. № 2(43). С. 105–111.
6. Трегубов Р.Б., Саитов И.А., Саитов С.И. Элементы теоретико-множественного базиса и системы моделей многопутевых многоадресных инфокоммуникационных систем // Труды СПИИРАН. 2017. Т. 2(51). С. 35–59. DOI:10.15622/sp.51.2
7. Ясинский С.А., Зюзин А.Н. Подход к модернизации топологии транспортных сетей связи на основе кольцевых структур // Информация и космос. 2019. № 1. С. 22–29.
8. Шарифов Ф.А. Задача синтеза надежных сетей // Кибернетика и системный анализ. 2000. Т. 36. № 4. С. 145–157.
9. Шор Н.З., Шарифов Ф.А. Общая задача синтеза надежных сетей // Проблемы информатики и кибернетики. 2006. № 2-3. С. 184–202.
10. Шарифов Ф.А., Гуляцкий Л.Ф. Модели и сложность задач проектирования и реконструкции телекоммуникационных и транспортных систем // Кибернетика и системный анализ. 2014. Т. 50. № 5. С. 49–58.
11. Форд А., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. Пер. с англ. М.: Мир, 1966. 276 с.
12. Фрэнк Г., Фриш И. Сети, связь и потоки. Пер. с англ. М.: Связь, 1978. 448 с.
13. Ху Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 518 с.
14. Давыдов Г.Б., Рогинский В.Н., Толчан А.Я. Сети электросвязи. М.: Связь, 1977. 360 с.
15. Рябинин И.А., Черкесов Г.Н. Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно сложных схем. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.
16. Михалевич В.С. Вычислительные методы выбора оптимальных проектных решений. Киев: Наукова думка, 1977. 289 с.

* * *

Method of Restrictions in the Multicriteria Task of Allocation of Flows

S. Kowalski¹ , O. Titova² , I. Stakheev² , N. Fokin¹ 

¹Russian Federation Security Guard Service Federal Academy,
Orel, 302015, Russian Federation

²The Bonch-Bruевич Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info

DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-2-37-43

Received 25th February 2021

Accepted 11th May 2021

For citation: Kowalski S., Titova O., Stakheev I., Fokin N. Method of Restrictions in the Multicriteria Task of Allocation of Flows. *Proc. of Telecom. Universities*. 2021;7(2):37–43. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2021-7-2-37-43

Abstract: In article the new approach to the decision of the multicriteria task of formation of resources of a transport communication network based on a combination of one of methods of multicriteria optimization – a method of restrictions and a simplex method is offered. The task is decomposed also dares stage by stage. At the first stage the set of ways of an admissible rank is formed. On the second calculation structural reliabilities of the set of ways generated at the first stage is produced. At the final stage the choice optimal on the criterion functions characterizing cost and carrying capacity, set of ways of transportation of flows corresponding pairs of nodes which is reduced to the decision of the multicriteria task of formation of resources of a transport communication network by a method of restrictions is carried out.

Keywords: multicriteria optimization, multiproduct multipole flow graph, simplex method, method of restrictions, corresponding pairs of nodes, efficient alternative.

References


1. Lebedev A.T., Lebedev I.A., Tumanovsky V.V. Construction of Regional Digital Communication Networks. *Scientific and Technical Collection. Telecommunication Technologies*. Iss. 1. St. Petersburg: Research Institute “Rubin” Publ.; 2000.

2. Fokin N. I. Multicriteria Task of Distribution of Flows of a Transport Communication Network. *Issues of Radio Electronics (Voprosy radioelektroniki)*. 2019;12:64–69. DOI:10.21778/2218-5453-2019-12-64-69
3. Muravtsov A.A., Stakheev I.G., Fokin N.I., Shinkarev S.A. Synthesis of the Streaming Structure of a Multi-Protocol Transport Communication Network of the Region, Taking into Account the Supporting and Interacting Subsystems with a Given Reliability of the Transmission of their Streams. *Nauchnyye trudy SWORLD*. 2011;6(1):32–34.
4. Kovalskiy S.P., Fokin N.I., Abdurazakov R.M., Nikitin M.V. Formation of the Transport Network Structure. *International Journal of Open Information Technologies*. 2016;4(6):10–16.
5. Kanaev A.K., Lukichev M.M., Muravtsov A.A. Synthesis of Streaming Structure of Transportation Communication Network, Using Simulation Modeling. *Proceedings of Petersburg Transport University*. 2015;2(43):105–111.
6. Tregubov R.B., Saitov I.A., Saitov S.I. Elements of the Set-Theoretic Base and System of Models of Multipath Multi-Address Infocommunication Systems. *SPIIRAS Proceedings*. 2017;2(51):35–59. DOI:10.15622/sp.51.2
7. Yasinsky S.A., Zyuzin A.N. An Approach to Modernizing the Topology of Transport Communication Networks Based on Ring Structures. *Information and Space*. 2019;1:22–29.
8. Sharifov F.A. The Problem of Synthesizing Reliable Networks. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2000;36(4):145–157.
9. Shor N.Z., Sharifov F.A. General Problem of Synthesis of Reliable Networks. *Problemy informatiki i kibernetiki*. 2006;2-3:184–202.
10. Sharifov F.A., Gulyatsky L.F. Models and Complexity of Design and Reconstruction Tasks for Telecommunication and Transport Systems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2014;50(5):49–58.
11. Ford L.R., Fulkerson D.R. *Flows in Networks*. Translated from English. Moscow: Mir Publ.; 1966. 276 p.
12. Frank H., Frisch I.T. *Communication, Transmission and Transportation Networks*. Translated from English Moscow: Sviaz Publ.; 1978. 448 p.
13. Hu T.C. *Integer Programming and Network Flows*. Translated from English. Moscow: Mir Publ.; 1974. 518 p.
14. Davydov G.B., Roginsky V.N., Tolchan A.Ya. *Telecommunication Networks*. Moscow: Sviaz Publ.; 1977. 360 p.
15. Ryabinin I.A., Cherkesov G.N. Logical-Probabilistic Methods for Investigating the Reliability of Structurally Complex Circuits. Moscow: Radio i sviaz Publ.; 1981. 264 p.
16. Mikhalevich V.S. *Computational Methods for Choosing Optimal Design Solutions*. Kiev: Naukova dumka Publ.; 1977. 289 p.

Сведения об авторах:


КОВАЛЬСКИЙ
Сергей Петрович

кандидат технических наук, сотрудник Академии ФСО России,
metal_forever@inbox.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-9000-6195>


ТИТОВА
Ольга Викторовна

кандидат технических наук, доцент кафедры специальных средств связи
Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуника-
ций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, olga1110.spb@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-7107-3253>


СТАХЕЕВ
Иван Геннадиевич

кандидат технических наук, доцент, доцент военного учебного центра
Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуника-
ций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, kisasig@yandex.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-1311-5603>

ФОКИН
Николай Иванович

кандидат технических наук, сотрудник Академии ФСО России,
sky79@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-9658-8731>