

Минимизация вероятности ошибки на бит в многоэтапной релейной MIMO-системе

А.Г. Флакман^{1*}, И.С. Сорокин¹, А.О. Кокарев²

¹Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
Нижегород, 603950, Российская Федерация

²ООО «Радио Лаб НН»,
Нижегород, 603950, Российская Федерация

*Адрес для переписки: flak@rf.unn.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию 05.10.2020

Принята к публикации 27.10.2020

Ссылка для цитирования: Флакман А.Г., Сорокин И.С., Кокарев А.О. Минимизация вероятности ошибки на бит в многоэтапной релейной MIMO-системе // Труды учебных заведений связи. 2020. Т. 6. № 4. С. 36–44. DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-4-36-44

Аннотация: Рассматриваются многоэтапные релейные MIMO-системы (Multiple-Input Multiple-Output) сотовой связи с антенными решетками на каждом этапе передачи, в которых формируются параллельные независимые собственные подканалы для передачи данных. Исследуется возможность минимизации вероятности ошибки на бит передаваемой информации при одновременном использовании метода раздельной оптимизации каждого этапа передачи и порогового метода отбора энергетически сильных подканалов. Приведенные результаты моделирования в случае многолучевого канала с релейскими замираниями сигналов подтверждают высокую эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: MIMO-система, собственный подканал, вероятность ошибки на бит, пропускная способность, релейские замирания сигналов.

Введение

В настоящее время наблюдается интенсивное развитие систем сотовой связи, которые должны обеспечивать достаточно низкие значения вероятности ошибки на бит передаваемой информации. Многолучевой характер распространения радиоволн может приводить к достаточно глубоким замираниям сигналов. Для борьбы с такими замираниями используется так называемая MIMO-технология (аббр. от англ. Multiple-Input Multiple-Output – множественный вход множественный выход) [1–5], которая основана на применении передающих и приемных антенных решеток (АР) и различных методов пространственной обработки сигналов в этих АР. В MIMO-системе при некоррелированных замираниях сигналов в элементах АР обеспечивается максимальный порядок пространственного разнесения, равный произведению числа передающих и приемных антенн. Высокая скорость передачи данных в MIMO-системе обеспечивается за счет формирования параллельных пространственных подканалов для передачи данных.

По методам обработки сигналов MIMO-системы разделяются на два класса в зависимости от того, доступна или нет информация о пространственном

канале на передающей стороне линии связи (системы без обратной связи или с обратной связью). В условиях частотно неселективного канала такая информация содержится в матрице коэффициентов передачи (канальная матрица) между антеннами передающей и приемной АР. Элементы канальной матрицы оцениваются на приемной стороне с помощью известных (пилотных) символов и затем могут быть переданы по обратной линии связи на передающую сторону. В этом случае подканалы становятся взаимно независимыми и называются собственными, так как в качестве весовых векторов для их формирования используются собственные векторы канальной матрицы [6–8]. Число подканалов не превышает ранг этой матрицы. По энергетике собственные подканалы могут значительно отличаться друг от друга, так как их коэффициентами усиления являются собственные числа канальной матрицы, которые имеют большой разброс, особенно в системе с близким количеством передающих и приемных антенн. Полная вероятность ошибки на бит в MIMO-системе зависит от величины суммарной среднеквадратической ошибки (СКО) между входными и выходными сигналами во всех подканалах.

Обработка сигналов на базовой станции и оборудовании пользователя (мобильная станция) является достаточно сложной и нелинейной, в первую очередь за счет использования кодера и декодера. Это приводит к удорожанию аппаратуры сети при достаточно большом числе базовых станций. Поэтому представляют интерес системы сотовой связи с последовательно расположенными релейными станциями, которые обеспечивают многоэтапную передачу данных [9–15]. На релейных станциях выполняется только более простая обработка передаваемой информации (усиление, модуляция и демодуляция с детектированием), а более сложная обработка, связанная с кодированием и декодированием данных, производится только на базовой и мобильной станциях [9, 10].

В такой ММО-системе ошибки передаваемой информации накапливаются и увеличиваются с ростом числа этапов передачи. Однако упрощение обработки сигналов на релейных станциях дает возможность размещать их на меньших расстояниях друг от друга по сравнению с базовыми станциями. При этом ослабление сигналов в пространственном канале связи уменьшается, а, следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) будет увеличиваться, что обеспечит соответствующее уменьшение СКО и, следовательно, вероятности ошибки. Релейную ММО-систему можно представить в виде параллельного набора независимых собственных подканалов, формируемых на основе собственных векторов канальных матриц каждого этапа передачи. Общее число подканалов определяется их минимальным числом на некотором этапе. Оптимизацию передачи в релейной ММО-системе можно представить, как минимизацию следа матрицы СКО между входными (базовая станция) и выходными (мобильная станция) символами при ограничениях на мощности всех передатчиков. При этом искомыми являются распределения мощности между собственными подканалами на каждом этапе передачи. Такая оптимизация, которая называется совместной, не дает аналитического решения для оптимальных распределений мощностей. Она основана на итерационной процедуре поиска экстремума целевой функции, число аргументов которой представляет собой произведение числа подканалов на число этапов передачи данных, т. е. может быть достаточно большим. В [16] исследован квазиоптимальный метод раздельной оптимизации, основанный на минимизации следа матрицы СКО последовательно для каждого этапа передачи данных. При этом число аргументов целевой функции уменьшается до числа подканалов, что дает возможность получить строгие аналитические выражения для распределений мощности на каждом этапе, которые зависят от статистик второго порядка передаваемых символов. Эффективность метода является высокой.

В [8] предложен пороговый метод передачи данных в ММО-системе, который предполагает передачу данных только по-энергетически «сильным» собственным подканалам за счет отключения «слабых» подканалов с малыми значениями ОСШ. При этом обеспечивается компромисс между скоростью передачи данных и вероятностью ошибки на бит. Разделение каналов на энергетически сильные и слабые производится с помощью пороговой техники. В [17] рассматривалась сравнительная эффективность метода раздельной оптимизации и порогового метода для обычной (без релейных станций) ММО-системы. Показано, что в наиболее сложных условиях, когда прямой луч между передающей и приемной антеннами практически отсутствует, а связь обеспечивается за счет многолучевой (рассеянной) компоненты с релеевскими замираниями сигналов, пороговый метод обеспечивает более высокие характеристики ММО-системы, особенно в области достаточно низких значений ОСШ.

Представляет интерес сравнительный анализ вероятности ошибки на бит передаваемой информации и пропускной способности в ММО-системе с произвольным числом релейных станций при совместном использовании этих двух методов. Такому анализу посвящена настоящая работа.

Раздельная оптимизация релейной ММО-системы

Рассмотрим $(K+1)$ -этапную релейную ММО-систему, в которой информация передается базовой станцией, ретранслируется K релейными станциями и принимается мобильной станцией. На базовой станции, каждой релейной станции и мобильной станции имеются по несколько передающих и приемных антенн. Обозначим через M_k и N_k число передающих и приемных антенн на k -ом этапе передачи ($k = 1, 2, \dots, K+1$).

Будем считать взаимные задержки при распространении сигналов между передающими и приемными антеннами малыми по сравнению с длительностью символов, что характерно для сетей мобильной связи четвертого поколения (4G). При этом k -ый пространственный ММО-канал является частотно-неселективным и описывается $\{N_k \times M_k\}$ -размерной канальной матрицей $\mathbf{H}_k$ комплексных коэффициентов передачи. Элементы матриц $\mathbf{H}_k$ ($k = 1, 2, \dots, K+1$) являются случайными величинами, оцениваются на приемной стороне соответствующего этапа и сообщаются на передающую сторону по обратной служебной линии связи, т. е. являются известными не только на приемной, но и на передающей стороне каждого этапа.

Схема $(K+1)$ -этапной релейной ММО-системы показана на рисунке 1, где $\mathbf{s}_0$ – вектор входных символов, $\mathbf{s}_{k-1}$ – вектор ретранслируемых символов; $\mathbf{F}_k$ – матрица пространственного кодирования и распределения мощности на $(k-1)$ -ой релейной станции.

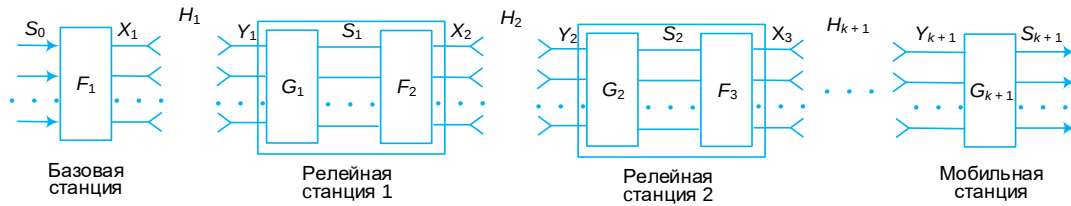


Рис. 1. Схема (K+1)-этапной релейной ММО-системы

Fig. 1. Scheme of a (K+1)-Hop Relay MIMO System

На рисунке 1 $\mathbf{x}_k$ – вектор кодированных символов, состоящий из M_k компонент; $\mathbf{G}_k$ – матрица пространственного декодирования на k -ой релейной станции; $\mathbf{y}_k$ и $\mathbf{n}_k$ – векторы сигналов и собственных шумов в приемной АР, состоящие из N_k компонент.

Индексы $k = 1$ и $k = K+1$ соответствуют базовой и мобильной станциям, а индексы $k = 2, \dots, K$ относятся к релейным станциям. Вектор $\mathbf{s}_{k-1}$ данных преобразуется в вектор $\mathbf{x}_k$ с использованием матрицы кодирования $\mathbf{F}_k$ размерности $\{M_k \times L\}$, т. е. $\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{s}_{k-1}$. Вектор принятых сигналов $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k$ декодируется в вектор $\mathbf{s}_k$ принятых символов: $\mathbf{s}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{y}_k$, где $\mathbf{G}_k$ – матрица декодирования размерности $\{L \times N_k\}$. Матрицы $\mathbf{F}_k$ и $\mathbf{G}_k$ обеспечивают линейную пространственную обработку передаваемых данных на релейных станциях. Тогда получим, что вектор $\mathbf{s}_k$ будет равен:

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{G}_k \mathbf{n}_k. \quad (1)$$

Обозначим через $\tilde{\mathbf{U}}_k$, $\tilde{\mathbf{V}}_k^H$ – матрицы, столбцы которых представляют собой левые и правые сингулярные векторы канальной матрицы $\mathbf{H}_k$, ранг которой равен L_k . Все L_k сингулярных чисел этой матрицы расположим по убыванию и объединим в диагональную матрицу $\tilde{\Lambda}_k = \text{diag}\{\tilde{\lambda}_{1,k}, \dots, \tilde{\lambda}_{L_k,k}\}$. Тогда сингулярное разложение матрицы $\mathbf{H}_k$ принимает вид: $\mathbf{H}_k = \tilde{\mathbf{U}}_k \tilde{\Lambda}_k \tilde{\mathbf{V}}_k^H$ [18, 19].

Ранг канальной матрицы, а, следовательно, число собственных подканалов передачи данных на каждом этапе может быть в общем случае разным. Очевидно, что результирующее число L подканалов должно быть одинаковым на всех этапах и равным минимальному числу подканалов ($L \leq \min\{L_1, \dots, L_{K+1}\}$). Выделим для каждого этапа L наибольших сингулярных чисел и сформируем диагональную матрицу $\Lambda_k = \text{diag}\{\lambda_{k,1}, \dots, \lambda_{k,L}\}$ и матрицы левых ($\mathbf{U}_k$) и правых ($\mathbf{V}_k$) сингулярных векторов, размерностью $N_k \times L$ и $M_k \times L$, соответственно.

Найдем среднюю мощность $P^{(k)}$ на k -ом этапе передачи, излучаемую k -ой АР. Имеем, что $P^{(k)} = \text{Tr}\{\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H\}$, где $\text{Tr}\{\cdot\}$ – след матрицы; $(\cdot)^H$ – эрмитово сопряжение. Нетрудно получить, что:

$$P^{(k)} = \text{Tr}\{\mathbf{F}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^H\}, \quad (2)$$

где $\mathbf{Q}_{k-1} = \langle \mathbf{s}_{k-1} \mathbf{s}_{k-1}^H \rangle$ – корреляционная матрица символов, передаваемых на предыдущем этапе; $\langle \cdot \rangle$ – статистическое среднее.

Для корреляционной матрицы $\mathbf{Q}_k$ можно получить с помощью (1) рекуррентное соотношение вида:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k \mathbf{F}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_k^H \mathbf{G}_k^H + \mathbf{G}_k \mathbf{G}_k^H. \quad (3)$$

Для применения этого выражения учтем, что на первом этапе корреляционная матрица $\mathbf{Q}_0$ является единичной ($\mathbf{Q}_0 = \mathbf{I}$), так как передаваемые символы являются статистически независимыми.

Метод раздельной оптимизации [16] основан на поиске условного минимума СКО отдельно для каждого этапа релейной ММО-системы при ограничении средней мощности $P^{(k)}$ соответствующего передатчика. Матрица СКО между переданным $\mathbf{s}_{k-1}$ и принятым $\mathbf{s}_k$ символами на k -ом этапе передачи равна $\Sigma_k = \langle (\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k-1})(\mathbf{s}_k - \mathbf{s}_{k-1})^H \rangle$. Оптимизация каждого этапа сводится к оптимизации обычной (одноэтапной) ММО системы [6, 7, 20]. В результате для матриц кодирования и декодирования будем иметь:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{V}_k \mathbf{P}_k^{0.5} \mathbf{U}_0, \mathbf{G}_k = (\mathbf{U}_0^H \Lambda_k^2 \mathbf{P}_k \mathbf{U}_0 + \mathbf{Q}_{k-1}^{-1})^{-1} \mathbf{U}_0^H \Lambda_k \mathbf{P}_k^{0.5} \mathbf{U}_k^H, \quad (4)$$

где $\mathbf{P}_k = \text{diag}\{p_{k,1}, \dots, p_{k,L}\}$ – диагональная матрица, которая дает распределение средней мощности $P^{(k)}$ между собственными подканалами на k -ом этапе; $\mathbf{U}_0$ – унитарная матрица ($\mathbf{U}_0^{-1} = \mathbf{U}_0^H$). В качестве этой матрицы в принципе можно выбрать любую матрицу, обладающую этим свойством. Однако удобнее выбрать матрицу поворота, состоящую из коэффициентов дискретного преобразования Фурье. Тогда $p_{q,j}$ -ый элемент будет равен $(\mathbf{U}_0)_{pq} = L^{-0.5} \exp[j(2\pi/L)(p-1)(q-1)]$.

Усиления собственных подканалов на k -ом этапе определяются квадратами сингулярных чисел $\lambda_{k,j}^2$ ($j = 1, 2, \dots, L+1$) и могут быть существенно различными, особенно для ММО-системы с близким числом передающих и приемных антенн. Вследствие этого, вероятность ошибки на бит также может значительно различаться в разных подканалах. Унитарная матрица $\mathbf{U}_0$ поворота преобразует вектор $\mathbf{s}_{k-1}$, состоящий из L ретранслируемых символов в вектор $\mathbf{U}_0 \mathbf{s}_{k-1}$ «повернутых» L символов. При этом, каждый исходный символ распределяется по всем подканалам равномерно по мощности. Это означает, что если символ передавался по некоторому собственному подканалу, то в результате поворота он будет передаваться по всем подканалам.

Вследствие унитарности матрицы $\mathbf{U}_0$ ее можно использовать только на входе и выходе релейной ММО-системы (на базовой и мобильной станциях).

Таким образом, решение (4) приводит к диагональной структуре релейной ММО-системы по отношению к «повернутому» вектору $\mathbf{U}_0 \mathbf{s}_0$, т. е. эту систему можно представить в виде L независимых параллельных подканалов. В качестве весовых векторов при формировании этих подканалов используются собственные векторы канальных матриц $\mathbf{H}_k$. Теперь входным вектором является повернутый вектор $\mathbf{U}_0 \mathbf{s}_0$.

В выражение (4) входит корреляционная матрица $\mathbf{Q}_{k-1}$ передаваемых на k -ом этапе символов, которая определяется через корреляционную матрицу символов, передаваемых на предыдущем $(k-1)$ -ом этапе, с помощью рекуррентной формулы [21]:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{U}_0 \Theta_k \mathbf{U}_0^H$$

$$\Theta_k = \Theta_{k-1} \Lambda_k^2 \mathbf{P}_k (\Lambda_k^2 \mathbf{P}_k + \Theta_{k-1}^{-1})^{-1}, \quad (5)$$

где Θ_k – диагональная матрица с действительными числами. На первом этапе корреляционная матрица Θ_0 является единичной ($\mathbf{Q}_0 = \mathbf{I}$).

Для распределения мощности в j -ый собственный подканал на k -ом этапе передачи ($k = 1, 2, \dots, K+1$) имеем выражение вида [16]:

$$p_{k,j} = \left(\frac{P_0^{(k)} + \sum_{m=1}^L \lambda_{k,m}^{-2}}{\sum_{m=1}^L \sqrt{q_{k-1,m}} \lambda_{k,m}^{-1} \sqrt{q_{k-1,j}} \lambda_{k,j}} - \frac{1}{\lambda_{k,j}^2 q_{k-1,j}} \right)^+, \quad (6)$$

$$(a)^+ = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases}$$

где $q_{k-1,j}$ – j -ый элемент матрицы $\mathbf{Q}_{k-1}$.

Отметим, что при достаточно малой распределяемой мощности, на некотором этапе этой мощности может не хватить на все собственные подканалы [16, 17]. Поэтому итоговое число L подканалов в ММО-системе будет определяться минимальным числом используемых подканалов.

Метод отбора сильных собственных подканалов

Параллельная передача по всем сформированным собственным подканалам в ММО-системе обеспечивает наибольшую скорость. Однако некоторые подканалы могут являться энергетически слабыми, особенно в многолучевом пространственном канале с релеевскими замираниями сигналов и при близком или равном числе передающих и приемных антенн. Это, в свою очередь, дает увеличение вероятности ошибки на бит. Исключая наиболее слабые каналы, можно уменьшить скорость передачи данных и одновременно уменьшить вероятность ошибки в системе.

ОСШ на выходе j -го подканала на k -ом этапе передачи определяется мощностью, распределенной

в этот подканал на основе выражения (6), и соответствующим собственным числом матрицы $\mathbf{H}_k$ коэффициентов передачи и равно $\rho_{k,j} = \frac{p_{k,j} \lambda_{k,j}^2}{\sigma_0^2}$, где σ_0^2 – мощность собственного шума приемных устройств. Для разделения собственных подканалов на сильные и слабые введем в рассмотрение матрицу, зависящую как от мощности передатчика, так и от собственных чисел матрицы $\mathbf{H}_k$, в виде:

$$\mathbf{H}_k^{(p)} = \begin{cases} \rho_k \mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H & (M_k > N_k), \\ \rho_k \mathbf{H}_k^H \mathbf{H}_k & (M_k < N_k), \end{cases} \quad \rho_k = \frac{P^{(k)}}{\sigma_0^2}. \quad (7)$$

Пороговый метод [8] определения сильных и слабых собственных подканалов заключается в разделении собственных чисел $\lambda_k^{(p)}$ матрицы $\mathbf{H}_k^{(p)}$ на две группы чисел, больших или меньших порога $\lambda_{tg}^{(p)}$. Этот порог будет зависеть не только от статистических свойств канальной матрицы $\mathbf{H}_k$, но и от наименьшего ОСШ $\rho_{\min}$, при котором допустимо обслуживание пользователей.

В [8] получено выражение для одномерной функции плотности вероятности $f(\lambda_k^{(p)}, \rho_k)$ не ранжированного по величине собственного числа $\lambda_k^{(p)}$ матрицы $\mathbf{H}_k^{(p)}$. Тогда собственное число $\lambda_k^{(p)}$ будет превышать пороговое значение $\lambda_{tg}^{(p)}$ с вероятностью $1 - b(\lambda_{tg}^{(p)}, \rho_k)$, где $b(\lambda_{tg}^{(p)}, \rho_k)$ – вероятность нахождения этого собственного числа в интервале $0 < \lambda_k^{(p)} < \lambda_{tg}^{(p)}$, которую можно получить, интегрируя функцию $f(\lambda_k^{(p)}, \rho_k)$ по аргументу $\lambda_k^{(p)}$ в этом интервале. Отсюда следует, что собственные подканалы, для которых справедливо условие $\rho_k \lambda_k > \lambda_{tg}^{(p)}$, будут использованы с вероятностью равной:

$$1 - b(\lambda_{tg}^{(p)}, \rho_k) = \frac{R(\rho_k)}{R_{\max}}, \quad (8)$$

где $R(\rho_k)$ – скорость передачи для ОСШ равного ρ_k . При этом относительные потери в скорости передачи информации из-за отключения слабых подканалов будут определяться правой частью в формуле (8).

Для минимально допустимого ОСШ $\rho_{\min}$ зададим скорость $R_{\min}$ передачи данных. Тогда пороговое значение $\lambda_{tg}^{(p)}$ будет зависеть от двух параметров $\rho_{\min}$ и $R_{\min}$. На основе решения обратной задачи, порог для разделения собственных подканалов на сильные и слабые найдем из уравнения:

$$p(\lambda_{tg}^{(p)}, \rho_{\min}) = 1 - \frac{R_{\min}}{R_{\max}}. \quad (9)$$

При этом будет обеспечиваться минимальная скорость $R_{\min}$ передачи данных при наименьшем ОСШ $\rho_{\min}$. С ростом ОСШ собственные числа матрицы $\mathbf{H}_k^{(p)}$ увеличиваются, а пороговое значение оста-

нется неизменным, так как оно зависит от минимально допустимого ОСШ $\rho_{\min}$. Следовательно, число сильных собственных подканалов, используемых для передачи данных, также будет увеличиваться. После отбора сильных подканалов необходимо распределить между ними мощность соответствующего передатчика с помощью выражения (6).

Пороговый метод обеспечивает значительное уменьшение вероятности ошибки на бит. Очевидно, что платой за это является уменьшение скорости передачи информации. Однако больший интерес представляет пропускная способность ММО-системы, которая определяется скоростью правильной передачи данных за некоторый интервал времени. В качестве такого интервала можно выбрать длительность символа. Если для передачи данных используется максимальное число L параллельных подканалов, то один пространственный символ будет переносить максимальное число бит данных, равное Lk_bR_c , где k_b – битовая загрузка символа, зависящая от уровня модуляции; R_c – скорость кодера. Это означает, что скорость передачи в ММО-системе будет наибольшей и равной $R_{\max} = k_bLR_c$ бит на символ. При этом вероятность ошибки на бит может быть достаточно большой и ее уменьшение достигается с помощью отключения энергетически наиболее слабых подканалов на основе порогового метода.

При пакетной передаче информации важным параметром является вероятность ошибки передачи пакета (PER, *аббр. от англ. Packet Error Rate*). При правильном декодировании всех бит, входящих в пакет, пакет считается переданным верно. Отношение числа ошибочно переданных пакетов к общему числу пакетов дает значение PER. При этом будем иметь, что пропускная способность составит $Th = (1 - \text{PER})Lk_bR_c$ бит на символ.

Величина пакетной ошибки зависит от конкретного вида используемого помехоустойчивого кодера, что не всегда является удобным при анализе пропускной способности. Рассмотрим передачу некодированной информации, а влияние кодера учтем косвенным образом, задавая скорость кодирования R_c и не конкретизируя вид кодера [22]. Пусть скорости R_c соответствует определенная способность кодера к исправлению ошибок, которую учтем, задавая число v ошибочных бит в пакете, которые может исправить кодер. Пакет, состоящий из n бит, будет считаться правильно переданным, если число ошибочных бит не будет превышать v . Такой подход дает возможность получить более общие результаты для пропускной способности.

Если известна вероятность ошибки на бит (BER, *аббр. от англ. Bit Error Rate*), то для вероятности $\text{PER}^{(0)}$ ошибки передачи некодированного пакета найдем [22], что:

$$\text{PER}^{(0)} = 1 - \sum_{j=0}^v C_n^j \text{BER}^j (1 - \text{BER})^{n-j}. \quad (10)$$

Нормируем пропускную способность на максимальную величину, которая обеспечивается при использовании максимально возможного числа $L_{\max}$ подканалов и безошибочной передаче данных ($\text{PER}^{(0)} = 0$). В представляющем наибольший интерес релейском некоррелированном канале на k -ом этапе передачи можно сформировать число подканалов, которое определяется минимальным числом антенн и составляет $L_k = \min\{M_k, N_k\}$. Поэтому в релейной ММО-системе максимальное число подканалов будет равно $L_{\max} = \min_k\{L_k\}$. Тогда нормированная эффективная пропускная способность будет равна:

$$Th_{\text{norm}}^{(\text{eff})} = \frac{L}{L_{\max}} (1 - \text{PER}^{(0)}). \quad (11)$$

Результаты моделирования

Приведем сравнительные результаты моделирования вероятности ошибки на бит и пропускной способности в двух многоэтапных релейных ММО-системах. В первой из них используется метод раздельной оптимизации совместно с пороговым методом отбора наиболее сильных подканалов (назовем ее система А), во второй – только метод раздельной оптимизации (система В). Будем рассматривать вероятность ошибки на бит (BER) и нормированную эффективную пропускную способность. Предположим, что релейная ММО-система является однородной, то есть случайные комплексные коэффициенты передачи на всех этапах подчиняются одинаковой статистике – реальная и мнимая части являются случайными статистически независимыми и нормально распределенными величинами. При этом их амплитуды имеют релейскую плотность вероятности, а мощности – экспоненциально спадающее распределение со средним значением равным единице. При движении пользователя по соте коэффициенты передачи изменяются. Характерное время такого изменения считаем большим по сравнению со временем передачи пакета данных. Следовательно, канальные матрицы $\mathbf{H}_k$ можно «заморозить» на время передачи пакета (считать постоянными) и изменять при переходе от одного пакета к другому. Однородность ММО-системы подразумевает также: все передатчики имеют одинаковые мощности ($P^{(k)} = P_0$). Гауссовы собственные шумы приемных устройств имеют единичную мощность, модуляция сигналов – квадратурная фазовая.

Число антенн в релейной ММО-системе также будем считать одинаковым на всех этапах передачи и рассмотрим две антенные конфигурации. В первой из них передающие и приемные АР состоят из одинакового числа антенн, равного 4 ($M_k = 4, N_k = 4$). При этом собственные подканалы имеют наибольший разброс усиления. Во второй конфигурации имеется 4-элементная передающая АР и 8-элементная приемная АР ($M_k = 4, N_k = 8$).

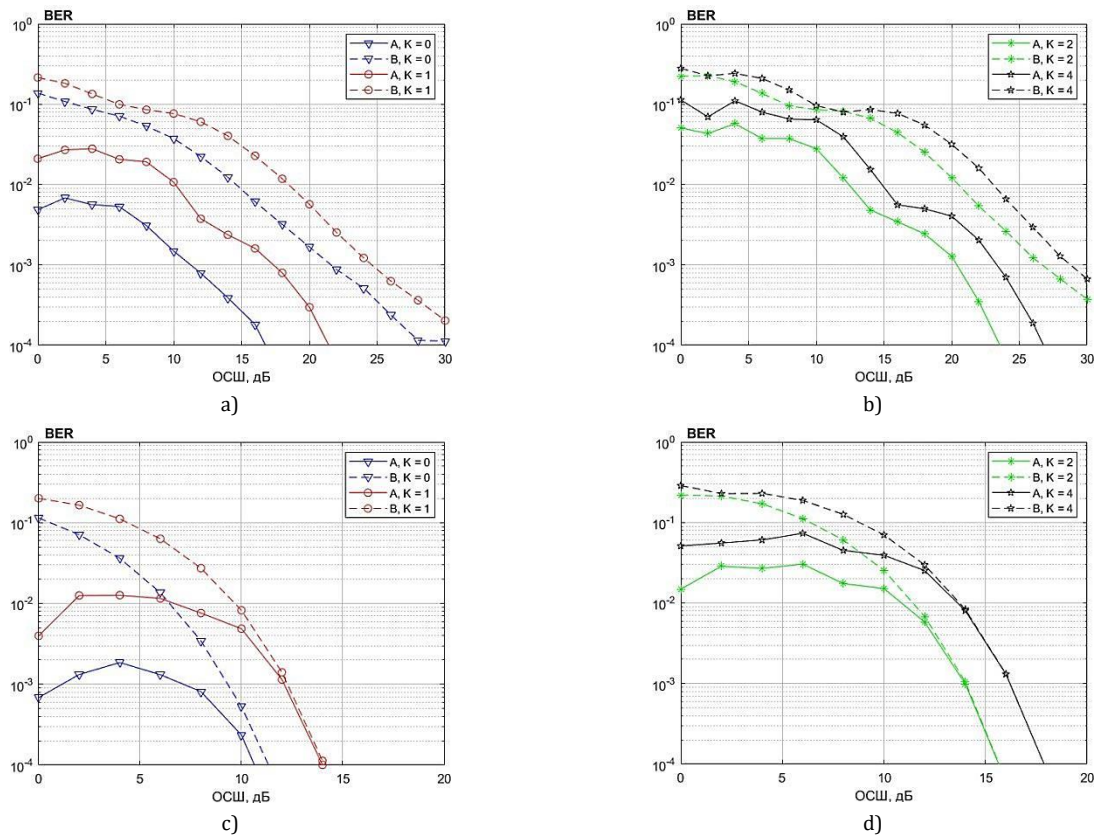


Рис. 2. Вероятность ошибки на бит для систем А и В: а, б) $M_k = 4$ и $N_k = 4$; с, д) $M_k = 4$ и $N_k = 8$

Fig. 2. BER Performance for System A and B: а, б) $M_k = 4$ и $N_k = 4$; с, д) $M_k = 4$ и $N_k = 8$

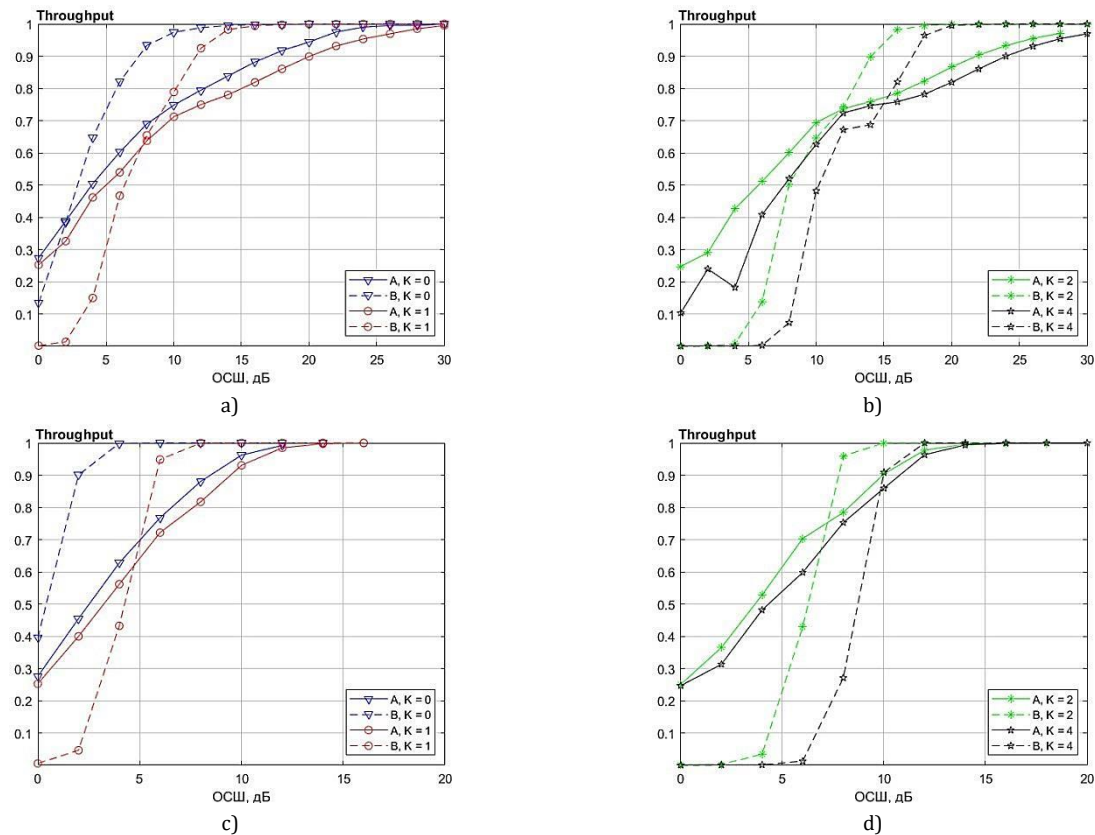


Рис. 3. Пропускная способность для систем А и В: а, б) $M_k = 4$ и $N_k = 4$; с, д) $M_k = 4$ и $N_k = 8$

Fig. 3. Throughput for System A and B: а, б) $M_k = 4$ и $N_k = 4$; с, д) $M_k = 4$ и $N_k = 8$

В этом случае разброс усиления подканалов становится меньше. Число релейных станций различно и равно $K = 0, 1, 2$ и 4 . Соответствующее число этапов передачи составляет $1, 2, 3$ и 5 . Допустимые потери в скорости передачи из-за отключения слабых подканалов считаем равными $0,75$ при наименьшем ОСШ $\rho_{\min} = 0$ дБ. При моделировании эффективной пропускной способности длина пакета выбивается равной 100 битам и считается, что кодер способен исправить до 10% ошибочных бит.

Вероятности ошибки на бит в зависимости от ОСШ (дБ) для систем А и В с одинаковым числом антенн ($M_k = 4, N_k = 4$) показаны на рисунках 2а и 2б при числе релейных станций $K = 0$ и 1 (слева) и при $K = 2$ и 4 (справа). Соответствующие графики пропускной способности (англ. Throughput) представлены на рисунках 3а и 3б. Аналогичные кривые для систем А и В с разным числом передающих и приемных антенн ($M_k = 4, N_k = 8$) показаны на рисунках 2с и 2д при числе релейных станций $K = 0$ и 1 (слева) и при $K = 2$ и 4 (справа). Соответствующие графики пропускной способности представлены на рисунках 3с и 3д.

Из приведенных результатов моделирования следует, что с увеличением числа релейных станций вероятность ошибки на бит увеличивается, а пропускная способность уменьшается. Такое увеличение вероятности ошибки связано с тем, что на релейных станциях выполняется только линейная обработка сигналов. Поэтому ошибки накапливаются с ростом числа этих станций.

При одинаковом ОСШ в системе А обеспечивается меньшая вероятность ошибки на бит по сравнению с системой В. Зададим уровень вероятности ошибки, равный $0,001$, и найдем требуемые ОСШ. Получим, что для системы А при одинаковом числе передающих и приемных антенн ($M_k = 4, N_k = 4$) ОСШ (дБ) должно составлять: $11,3; 17,3; 20,4; 23,3$ при числе релейных станций $K = 0; 1; 2$ и 4 , соответственно. Для системы В аналогичные значения ОСШ (дБ) значительно больше и равны: $21,6; 24,6; 26,7; 28,8$. Т. е. для такой релейной ММО-системы

энергетический выигрыш в ОСШ (дБ) составляет примерно: $10,3; 7,3; 6,3; 5,5$ при $K = 0; 1; 2$ и 4 , соответственно. При разном числе передающих и приемных антенн ($M_k = 4, N_k = 8$) требуемое ОСШ становится значительно меньше и также уменьшается энергетический выигрыш в ОСШ, который составляет примерно $2,2$ и $0,2$; при $K = 0$ и 1 , соответственно.

Пропускная способность в системе А больше, чем в системе В для обычной ММО-системы. При наличии релейных станций пропускная способность в системе А становится больше, чем в системе В, в области меньших ОСШ. И наоборот, система А обеспечивает меньшую пропускную способность в области меньших ОСШ. Отметим также негладкий характер поведения приведенных кривых для вероятности ошибки и пропускной способности, особенно при одинаковом числе передающих и приемных антенн. Такой эффект связан с добавлением собственных подканалов при увеличении ОСШ.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе рассмотрены многоэтапные релейные ММО-системы сотовой связи с антенными решетками на каждом этапе передачи. Для формирования параллельных независимых собственных подканалов канальные матрицы, которые оцениваются на приемной стороне каждого этапа, сообщаются на его передающую сторону по обратной служебной линии связи. Показано, что вероятность ошибки на бит передаваемой информации может быть минимизирована при одновременном использовании метода раздельной оптимизации каждого этапа передачи и порогового метода отбора энергетически сильных подканалов. Приведенные результаты моделирования для вероятности ошибки и пропускной способности в случае многолучевого канала с релеевскими замираниями сигналов подтверждают высокую эффективность предложенного подхода.

Список используемых источников

1. Björnson E., Hoydis J., Sanguinetti L. Massive MIMO Networks: Spectral, Energy, and Hardware Efficiency // Foundations and Trends in Signal Processing. 2017. Vol. 11. Iss. 3-4. PP. 154–655. DOI:10.1561/20000000093
2. Palomar D., Jiang Y. MIMO transceiver design via majorization theory // Foundations and Trends in Communications and Information Theory. 2007. Vol. 3. Iss. 4-5. PP. 331–551. DOI:10.1561/0100000018
3. Paylraj A., Nabar R., Gore D. Introduction to Space-Time Wireless Communications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003. 278 p.
4. Jankiraman M. Space-time Codes and MIMO Systems. Norwood: Artech House, 2004. 328 p.
5. Gershman A.B., Sidoropoulos N.D. Space-Time Processing for MIMO Communications. Chichester: Wiley&Sons, 2005. 370 p. DOI:10.1002/0470010045
6. Palomar D.P., Lagunas M.A., Cioffi J.M. Optimum linear joint transmit-receive processing for MIMO channels with QoS constraints // IEEE Transactions on Signal Processing. 2004. Vol. 52. Iss. 5. PP. 1179–1197. DOI:10.1109/TSP.2004.826164
7. Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S., Giannakis G.B., Sampath H. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders // IEEE Transactions on Signal Processing. 2002. Vol. 50. Iss. 5. PP. 1051–1064. DOI:10.1109/78.995062
8. Ермолаев В.Т., Маврычев Е.А., Флакман А.Г. Уменьшение вероятности битовой ошибки при параллельной передаче информации в ММО-системе // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 3. С. 251–260.

9. Sanguinetti L., D'Amico A.A., Rong Y. A Tutorial on the Optimization of Amplify-and-Forward MIMO Relay Systems // IEEE Journal on Selected Areas in Communications. 2012. Vol. 30. Iss. 8. PP. 1331–1346. DOI:10.1109/JSAC.2012.120904
10. Kramer G., Gastpar M., Gupta P. Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks // IEEE Transactions on Information Theory. 2005. Vol. 51. Iss. 9. PP. 3037–3063. DOI:10.1109/TIT.2005.853304
11. Mo R., Chew Y.H. MMSE-based joint source and relay precoding design for amplify-and-forward MIMO relay networks // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2009. Vol. 8. Iss. 9. PP. 4668–4676. DOI:10.1109/TWC.2009.081294
12. Rong Y., Tang X., Hua Y. A Unified Framework for Optimizing Linear Nonregenerative Multicarrier MIMO Relay Communication Systems // IEEE Transactions on Signal Processing. 2009. Vol. 57. Iss. 12. PP. 4837–4851. DOI:10.1109/TSP.2009.2027779
13. Borade S., Zheng L., Gallager R. Amplify-and-Forward in Wireless Relay Networks: Rate, Diversity, and Network Size // IEEE Transactions on Information Theory. 2007. Vol. 53. Iss. 10. PP. 3302–3318. DOI:10.1109/TIT.2007.904774
14. Hasna M.O., Alouini M.S. End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh-fading channels // IEEE Transactions on Wireless Communication. 2003. Vol. 2. Iss. 10. PP. 1126–1131. DOI:10.1109/TWC.2003.819030
15. Krikidis I., Thompson J.S., MacLaughlin S., Goertz N. Max-min relay selection for legacy amplify-and-forward systems with interference // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2009. Vol. 8. Iss. 6. PP. 3016–3027. DOI:10.1109/TWC.2009.080383
16. Маврычев Е.А., Елохин А.В., Сорокин И.С., Флакман А.Г. Метод раздельной оптимизации многоэтапной релейной ММО-системы // Изв. вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62. № 3. С. 241–251.
17. Елохин А.В., Сорокин И.С., Флакман А.Г. Эффективность порогового метода оптимизации вероятности ошибки на бит и пропускной способности в ММО-системе с обратной связью // Журнал радиоэлектроники. 2020. № 2. DOI:10.30898/1684-1719.2020.2.1
18. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980. 400 с.
19. Гантмахер Ф.П. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.
20. Palomar D.P., Cioffi J.M., Lagunas M.A. Joint Tx-Rx beamforming design for multicarrier MIMO channels: a unified framework for convex optimization // IEEE Transactions on Signal Processing. 2003. Vol. 51. Iss. 9. PP. 2381–2401. DOI:10.1109/TSP.2003.815393
21. Danilov A.A., Mavrychev E.A. Separate MMSE optimization of multi-hop non-regenerative MIMO relay communication // Proceedings of the 17th International ITG Workshop on Smart Antennas (Stuttgart, Germany, 13–14 March 2013). Berlin: VDE-Verlag, 2013.
22. Ермолаев В.Т., Флакман А.Г., Лысяков Д.Н. Увеличение пропускной способности ММО-системы радиосвязи с параллельной передачей данных по собственным подканалам // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского. Серия: Радиофизика. 2010. № 3(1). С. 79–86.

* * *

Minimizing the Probability of Bit Error in a Multi-Stage MIMO Relay System

A. Flaksman¹, I. Sorokin¹, A. Kokarev²

¹National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation

²Radio Lab NN LLC
Nizhny Novgorod, 603950, Russian Federation

Article info

DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-4-36-44

Received 5th October 2020

Accepted 27th October 2020

For citation: Flaksman A., Sorokin I., Kokarev A. Minimizing the Probability of Bit Error in a Multi-Stage MIMO Relay System. *Proc. of Telecom. Universities*. 2020;6(4):36–44. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-4-36-44

Abstract: This research is devoted to the investigation of the relay multi-stage relay MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) of cellular communication with antenna arrays at each stage of transmission, in which parallel independent subchannels for data transmission are formed, are considered. The possibility of minimizing the error probability per bit of transmitted information is investigated while using the method of separate optimization of each transmission stage and the threshold method for selecting energetically strong subchannels. The presented simulation results in the case of a multipath channel with Rayleigh signal fading confirm the high efficiency of the proposed approach.

Keywords: MIMO-system, Eigen sub channel, bit error rate, throughput, Rayleigh fading.

References

1. Björnson E., Hoydis J., Sanguinetti L. Massive MIMO Networks: Spectral, Energy, and Hardware Efficiency. *Foundations and Trends in Signal Processing*. 2017;11(3-4):154–655. DOI:10.1561/20000000093
2. Palomar D., Jiang Y. MIMO transceiver design via majorization theory. *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*. 2007;3(4-5):331–551. DOI:10.1561/01000000018
3. Paylraj A., Nabar R., Gore D. *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge: Cambridge University Press; 2003. 278 p.
4. Jankiraman M. *Space-time Codes and MIMO Systems*. Norwood: Artech House; 2004. 328 p.
5. Gershman A.B., Sidoropoulos N.D. *Space-Time Processing for MIMO Communications*. Chichester: Wiley&Sons; 2005. 370 p. DOI:10.1002/0470010045
6. Palomar D.P., Lagunas M.A., Cioffi J.M. Optimum linear joint transmit-receive processing for MIMO channels with QoS constraints. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2004;52(5):1179–1197. DOI:10.1109/TSP.2004.826164
7. Scaglione A., Stoica P., Barbarossa S., Giannakis G.B., Sampath H. Optimal designs for space-time linear precoders and decoders. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2002;50(5):1051–1064. DOI:10.1109/78.995062
8. Ermolayev V.T., Flaksman A.G., Mavrychev E.A. Reduction of Bit Error Probability During Parallel Transmission of Information in a MIMO System. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2003;46(3):224–232. DOI:10.1023/A:1024480520263
9. Sanguinetti L., D'Amico A.A., Rong Y. A Tutorial on the Optimization of Amplify-and-Forward MIMO Relay Systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. 2012;30(8):1331–1346. DOI:10.1109/JSAC.2012.120904
10. Kramer G., Gastpar M., Gupta P. Cooperative Strategies and Capacity Theorems for Relay Networks. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2005;51(9):3037–3063. DOI:10.1109/TIT.2005.853304
11. Mo R., Chew Y.H. MMSE-based joint source and relay precoding design for amplify-and-forward MIMO relay networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2009;8(9):4668–4676. DOI:10.1109/TWC.2009.081294
12. Rong Y., Tang X., Hua Y. A Unified Framework for Optimizing Linear Nonregenerative Multicarrier MIMO Relay Communication Systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2009;57(12):4837–4851. DOI:10.1109/TSP.2009.2027779
13. Borade S., Zheng L., Gallager R. Amplify-and-Forward in Wireless Relay Networks: Rate, Diversity, and Network Size. *IEEE Transactions on Information Theory*. 2007;53(10):3302–3318. DOI:10.1109/TIT.2007.904774
14. Hasna M.O., Alouini M.S. End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh-fading channels. *IEEE Transactions on Wireless Communication*. 2003;2(10):1126–1131. DOI:10.1109/TWC.2003.819030
15. Krikidis I., Thompson J.S., MacLaughlin S., Goertz N. Max-min relay selection for legacy amplify-and-forward systems with interference. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2009;8(6):3016–3027. DOI:10.1109/TWC.2009.080383
16. Mavrychev E.A., Elokhin A.V., Sorokin I.S., Flaksman A.G. A Method of Separate Optimization of a Multistage Relay MIMO System. *Radiophysics and Quantum Electronics*. 2019;62(3):218–227. DOI:10.1007/s11141-019-09970-1
17. Elokhin A.V., Sorokin I.S., Flaksman A.G. Efficiency of threshold method for optimizing bit error rate and throughput in MIMO system with feedback. *Journal of Radio Electronics*. 2020;2. (in Russ.) DOI:10.30898/1684-1719.2020.2.1
18. Voevodin V.V. *Linear algebra*. Moscow: Nauka Publ; 1980. 400 p. (in Russ.)
19. Gantmacher F.R. *The Theory of Matrices*. Providence: American Mathematical Society; 2000. 660 p.
20. Palomar D.P., Cioffi J.M., Lagunas M.A. Joint Tx-Rx beamforming design for multicarrier MIMO channels: a unified framework for convex optimization. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2003;51(9):2381–2401. DOI:10.1109/TSP.2003.815393
21. Danilov A.A., Mavrychev E.A. Separate MMSE optimization of multi-hop non-regenerative MIMO relay communication. *Proceedings of the 17th International ITG Workshop on Smart Antennas, 13–14 March 2013, Stuttgart, Germany*. Berlin: VDE-Verlag; 2013.
22. Ermolaev V.T., Flaksman A.G., Lysyakov D.N. Throughput increase in a MIMO eigen subchannels. *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod. Section: Radiophysics*. 2010;3(1):79–86. (in Russ.)

Сведения об авторах:

ФЛАКСМАН
Александр Григорьевич

доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры статистической радиофизики и мобильной системы связи Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, flak@rf.unn.ru

 <https://orcid.org/0000-0001-6305-2690>

СОРОКИН
Игорь Сергеевич

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры статистической радиофизики и мобильной системы связи Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, igor.s.sorokin@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-1286-8678>

КОКАРЕВ
Александр Олегович

инженер ООО «Радио Лаб НН» (г. Нижний Новгород), al.kokarev@mail.ru

 <https://orcid.org/0000-0002-5772-593X>