

Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 3. 3D-моделирование

Г.А. Фокин^{1*}, В.О. Лазарев¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
Санкт-Петербург, 193232, Российская Федерация

*Адрес для переписки: grihafokin@gmail.com

Информация о статье

Поступила в редакцию 23.04.2020

Принята к публикации 08.05.2020

Ссылка для цитирования: Фокин Г.А., Лазарев В.О. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 3. 3D-моделирование // Труды учебных заведений связи. 2020. Т. 6. № 2. С. 87–102. DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102

Аннотация: Настоящая работа завершает цикл исследований по оценке точности позиционирования источников радиоизлучения с использованием разностно-дальномерного и/или угломерного метода для пространственного сценария. Предложен комплекс моделей и методов оценки пределов точности позиционирования по метрике эллипсоида рассеяния нижней границы Крамера – Рао и кругового сферического отклонения в 3D. На основе разработанного инструментария выполнен количественный и качественный анализ сценариев позиционирования в сверхплотных радиосетях 5G. Полученные оценки позволили верифицировать требования спецификаций 3GPP по точности и надежности приложений и услуг геолокации в перспективной экосистеме 5G.

Ключевые слова: нижняя граница Крамера – Рао, эллипсоид рассеяния, сферическое вероятное отклонение, разностно-дальномерный метод, угломерный метод, позиционирование, 5G, 3GPP.

1. Введение

Определяющим аспектом построения и функционирования перспективных сетей радиодоступа (СРД) 5G на уровне радиointерфейса является переход радиостанций в более высокочастотный диапазон сантиметровых (от 3 до 30 ГГц) и миллиметровых волн (от 30 до 300 ГГц) [1]. С одной стороны, вследствие физических ограничений на дальность радиосвязи с ростом частоты в перспективных СРД 5G говорят о так называемой концепции сверхплотных радиосетей с числом устройств до 10^6 на 1 км^2 [2]. Такая плотность радиостанций дает основания сделать вывод о высокой вероятности радиосвязи в условиях прямой видимости LOS (*от англ. Line of Sight*) и в перспективе способствует развитию децентрализованного взаимодействия радиостанций между собой [3]. С другой стороны, уменьшение длины волны открывает широкие возможности для практической реализации систем massive MIMO с пространственной обработкой сигналов и возможностью адаптивного диаграммообразования (ДО) при организации прямой радио-

связи между устройствами в режиме D2D [4]. Предварительный анализ дает основания полагать, что в перспективной экосистеме 5G сетевое позиционирование устройств будет уже не одной из дополнительных услуг, как это было в сетях предыдущих поколений, а важной составляющей построения и функционирования самоорганизующихся сетей [5], в том числе на основе радиостанций с направленными антеннами и адаптивным ДО [6]. Для практической реализации режима функционирования радиостанций в сверхплотных радиосетях с адаптивным ДО, которое, вследствие высокой вероятности радиолиний LOS, сможет компенсировать физические ограничения на дальность радиосвязи, необходимым условием является знание относительного расположения соседних станций, являющихся источниками радиоизлучения (ИРИ). Адаптивное формирование лучей диаграммы направленности антенн (ДНА) позволяет передающим и принимающим устройствам компенсировать издержки их сверхплотного распределения в пространстве за счет формирования максимумов

ДНА в направлении передачи/приема полезного сигнала и минимума ДНА в направлении внутрисистемных помех для других радиостанций. Компенсация внутрисистемных помех одновременно работающих устройств средствами ДО возможна за счет предварительного позиционирования других радиостанций [7]. В данном контексте применительно к СРД 5G известные категории радиосвязи и радиолокации/радионавигации или позиционирования оказываются взаимосвязанными. Если в сетях предыдущих поколений позиционирование было опциональным приложением, которое развивалось, в том числе, благодаря требованиям регулятора, то для цифровой экосистемы СПРС 5G задача позиционирования является уже не просто одной из дополнительных услуг, а фактором эффективности построения и функционирования радиостанций в составе сверхплотных радиосетей. Целью настоящего исследования является разработка комплекса моделей и методов оценки точности позиционирования источников радиоизлучения в пространстве для синтеза практических рекомендаций по организации их территориального и пространственного разнеса при функционировании в составе сверхплотных радиосетей.

2. Математические модели оценки пределов точности позиционирования РДМ и УМ в пространстве

Уточнение математических моделей оценки пределов точности позиционирования разностно-дальномерным (РДМ) и угломерным (УМ) методами в пространстве проводится на основе исследований [8, 9] для случая на плоскости. Принцип РДМ заключается в измерении разности времен прихода сигнала на пункты приема (ПП). В отличие от двухмерного случая в [10], при использовании РДМ в 3D предполагаемое местоположение (МП) ИРИ определяется пересечением как минимум трех гиперboloидов, как показано на рисунке 1 [11].

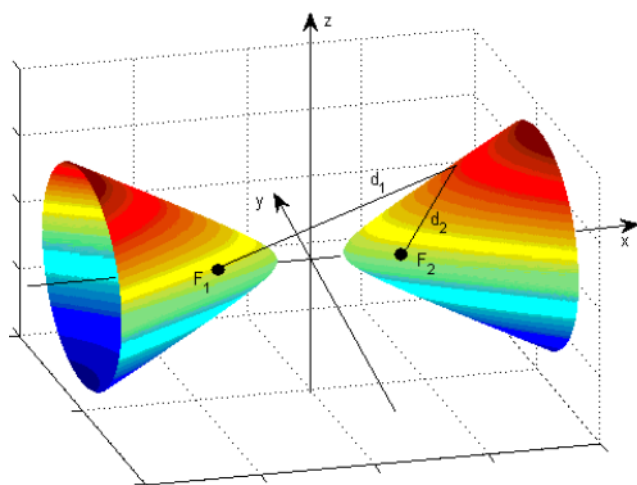


Рис. 1. Гиперboloид и расстояние между фокусами и точкой на гиперboloиде

Fig. 1. Hyperboloid and the Distance Between the Foci and the Point on the Hyperboloid

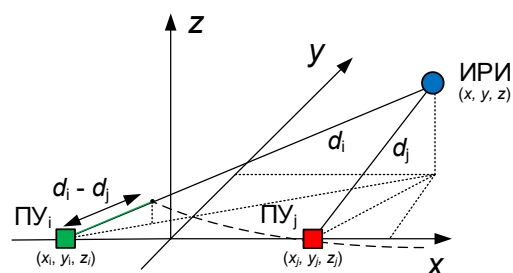
Разность расстояний d_i и d_j от фокальных точек до любой точки на гиперboloиде определяется выражением:

$$\Delta d = |d_i - d_j| = |t_i - t_j| \cdot c = 2a = \text{const}, \quad (1)$$

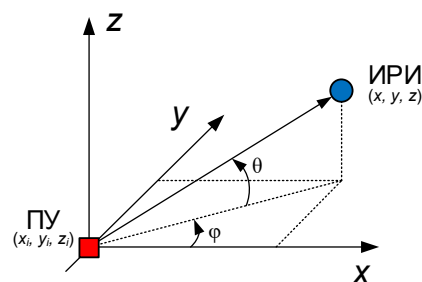
где параметр a определяется как:

$$a = 0,5 \cdot c \cdot |\Delta T_{ij}|, \quad (2)$$

где i, j – индексы двух различных ПП; d – расстояние от ИРИ до ПП; c – скорость света; t – задержка распространения сигнала от ИРИ до ПП; Δd и Δt заданы выражением (59) в [8]. Принцип действия РДМ в пространстве показан на рисунке 2а.



а) РДМ



б) УМ

Рис. 2. Принцип действия РДМ и УМ в пространстве

Fig. 2. The Principle of Operation of TDOA and AOA in Space

Принцип действия УМ представлен на рисунке 2б. В отличие от случая 2D, описанного выражением (60) в [8], УМ в пространстве описывается двумя углами: азимутом и углом места, которые представлены следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan\left(\frac{x - x_i}{y - y_i}\right), \\ \theta &= \arctan\left(\frac{z - z_i}{\sqrt{(y - y_i)^2 + (x - x_i)^2}}\right), \end{aligned} \quad (3)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты ПП; x, y, z – координаты ИРИ; φ – угол между ПП в плоскости xy и позицией ИРИ (азимут); θ – угол между вертикальной осью z и позицией ИРИ (угол места).

Для ковариационной матрицы ошибок, используемой далее для оценки точности позиционирования, найдем частные производные для РДМ. Представленные ниже выражения (4–6) будут использованы далее в имитационной модели:

$$\begin{aligned}\Delta x_i &= x_i - x, \quad \Delta y_i = y_i - y, \quad \Delta z_i = z_i - z, \\ d_i &= \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2}, \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial x_{ij}} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\Delta x_j}{d_j} - \frac{\Delta x_i}{d_i} \right), \quad \frac{\partial \Delta T}{\partial y_{ij}} = \frac{1}{c} \left(\frac{\Delta y_j}{d_j} - \frac{\Delta y_i}{d_i} \right), \\ \frac{\partial \Delta T}{\partial z_{ij}} &= \frac{1}{c} \left(\frac{\Delta z_j}{d_j} - \frac{\Delta z_i}{d_i} \right);\end{aligned} \quad (4)$$

азимута УМ:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_{ij}} = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y_{ij}} = - \left(\frac{\Delta x_i}{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} \right); \quad (5)$$

и угла-места УМ:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta}{\partial x_{ij}} &= \frac{-\Delta x_i \Delta z_i}{(\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2) \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial y_{ij}} &= \frac{-\Delta y_i \Delta z_i}{(\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2) \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z_{ij}} &= \frac{\sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}}{(\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2)}.\end{aligned} \quad (6)$$

Формализуем далее метрики эллипсоида нижней граница Крамера – Рао (НГКР) и сферического вероятного отклонения (СВО) для оценки пределов точности позиционирования в пространстве.

2.1. Метрики точности для 3D-сценария в пространстве

В настоящем разделе представим развитие моделей на плоскости (2D) [8, 9] для случая в пространстве (3D) и выполним переход от плоскостных метрик кругового вероятного отклонения (КВО) и эллипса ошибок НГКР к пространственным метрикам эллипсоида рассеяния и СВО. Продолжая исследования [8, 9], предположим, что измерения и ошибки измерений подчиняются нормальному закону распределения. При оценке точности на плоскости, метрика НГКР может быть визуализирована эллипсом ошибок, а КВО – контуром. Эллипс ошибок показывает величину и направление распространения ошибки оценки координат ИРИ. Контур КВО может быть вычислен из НГКР и визуализирован в виде окружности; контур КВО показывает только величину ошибки оценки координат ИРИ.

2.1.1. Метрика эллипсоида НГКР

Метрика эллипсоида НГКР определяет геометрическое место точек оценок координат ИРИ, характеризуется функцией плотности вероятности (25) в [8], описывается выражением (26) в [8] и включает в себя константу k , определяющую размер n -мерной области, ограниченной некоторой поверхностью, которая, в общем случае, представляет собой n -мерный гиперэллипсоид [8, 10]. В соответствии с обобщенным выражением вероятности нахождения оценок координат ИРИ $\hat{x}$ с ковариационной матрицей $\mathbf{P}$ внутри n -мерного гиперэллипсоида (34) в [8], выражение вероятности нахождения оценок координат ИРИ в трехмерном пространстве эллипсоида для частного случая в 3D определяется как:

где константа a определяется выражением (31) в [8] из ковариационной матрицы $\mathbf{P}$ для частного случая в 3D при $n = 3$:

$$P_e(k) = a \iiint_{R_1} \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i^2}{\lambda_i} \right) d\zeta_1 d\zeta_2 d\zeta_3, \quad (7)$$

где константа a определяется выражением (31) в [8] из ковариационной матрицы $\mathbf{P}$ для частного случая в 3D при $n = 3$:

$$a = 1/\sqrt{(2\pi)^3 |\mathbf{P}|}, \quad (8)$$

а область R_1 , по аналогии с (35) в [8], представляет собой внутреннее пространство эллипсоида рассеяния, внутри которого расположены реализации вектора измерений, а длина главных осей равна $2\sqrt{k\lambda_i}$, $i = 1, 2, 3$:

$$R_1 = \left\{ \xi: \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i^2}{\lambda_i} \leq k \right\}, \quad (9)$$

где ζ_i – компоненты вектора $\boldsymbol{\zeta}$, заданного выражением (33) в [8]. В дальнейшем, вместо ζ_1, ζ_2 и ζ_3 для удобства при обозначении осей эллипсоида рассеяния будем использовать компоненты x, y и z , соответственно (рисунок 3).

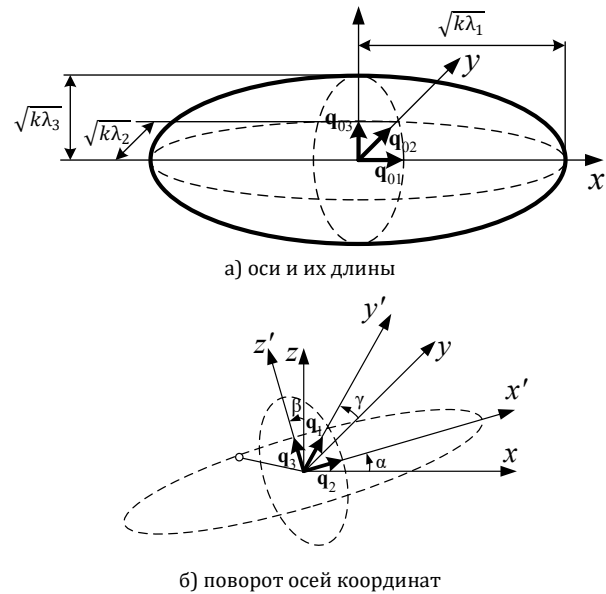


Рис. 3. Эллипсоид рассеяния

Fig. 3. Scattering Ellipsoid

Получим метрику НГКР в пространстве через трехмерный вектор $[x, y, z]^T$ с ковариационной матрицей оценок координат ИРИ:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Обозначим через $\mathbf{\Lambda}$ матрицу собственных значений, главная диагональ которой вычисляется из ковариационной матрицы (10) путем нахождения

корней характеристического уравнения; матрица Λ имеет следующий вид:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$.

Из [8] известно, что если $\mathbf{P}$ не является диагональной матрицей, то направления главных осей эллипсоида не совпадают с осями координат, поэтому далее для упрощения расчета вероятности нахождения вектора оценки координат внутри эллипсоида (7) необходимо произвести преобразования осей координат таким образом, чтобы обеспечить совпадение центра эллипсоида со средним значением вектора оценки координат $\mathbf{m} = E[\hat{\mathbf{x}}]$; оси координат при этом будут повернуты так, что их направления совпадут с главными осями эллипсоида [8].

Предположим, что новая система координат (СК) получена путем поворота осей старой СК против часовой стрелки на некоторые углы α , β и γ (относительно осей x , y и z , соответственно); векторы $\mathbf{q}$, (см. рисунок 3), обозначают собственные векторы эллипсоида рассеяния, и будут далее использованы в имитационной модели (ИМ). Вектор старой СК, обозначенный как $[x, y, z]^T$ (см. рисунок 3), в новой СК обозначается как $[x', y', z']^T = \mathbf{R}^T [x, y, z]^T$, где $\mathbf{R}$ – общая ортогональная матрица поворота [12]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_z(\alpha)\mathbf{R}_y(\beta)\mathbf{R}_x(\gamma), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(\gamma) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) \\ 0 & \sin(\gamma) & \cos(\gamma) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_y(\beta) &= \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

Эллипсоид рассеяния, заданный как $[x, y, z]^T \mathbf{P}^{-1} [x, y, z] = \kappa$ в старых координатах и описываемый выражением $(x'/\lambda_x)^2 + (y'/\lambda_y)^2 + (z'/\lambda_z)^2 = \kappa$, при переходе к новой СК, указывает на то, что новые оси координат совпадают с главными осями эллипса, где $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z \in \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$. На рисунке 3 изображен сам эллипсоид рассеяния и соответствующие углы вращения его осей: так как $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, оси эллипса имеют длины $2\sqrt{\kappa\lambda_1}$, $2\sqrt{\kappa\lambda_2}$ и $2\sqrt{\kappa\lambda_3}$, соответственно. Значение константы κ задает величину доверительной области эллипсоида, в которую с определенной вероятностью попадает случайная реализация вектора оценки координат ИРИ, и представляет собой точки кривой, подчиняющейся закону распределения χ^2 для заданной степени свободы n [13]. Таким образом, выбирая значение константы κ , можно масштабировать величину осей

эллипса или эллипсоида рассеяния НГКР, задавшись необходимым значением вероятности, и, таким образом, задавать надежность полученных оценок местоположения. Развивая представленные значения κ для 2D [9], значения κ для 3D представлены в таблице 1 [13].

ТАБЛИЦА 1. Соответствие области заданной вероятности и значения κ

TABLE 1. Correspondence of the Given Probability Area to the Value of κ

Вероятность, %	50	70	80	90	95	99
Плоскость ($n = 2$)	1,386	2,408	3,219	4,605	5,99	9,21
Пространство ($n = 3$)	2,365	3,66	4,64	6,251	7,81	11,3

Так как значения случайного вектора оценок координат ИРИ подчиняются нормальному закону распределения, помимо использования константы κ , область эллипса или эллипсоида можно регулировать, задаваясь значением среднеквадратического отклонения (СКО) по правилу 3σ . На рисунке 4 показаны эллипсы рассеяния НГКР для разных значений СКО и для заданной области вероятности, равной 50 %.

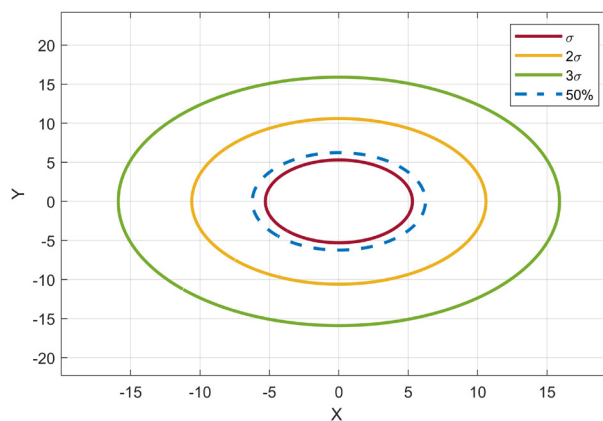


Рис. 4. Эллипсы рассеяния НГКР для разных значений СКО и 50-процентного значения области заданной вероятности

Fig. 4. CRLB Scattering Ellipses for Different Standard Deviation Values and the 50 Percent Given Probability Region

Кривая, заданная значением СКО, равным σ , ограничивает область эллипса с заданной вероятностью 39,4 %. Проекция эллипсоида рассеяния НГКР на любую плоскость (рисунок 5) дает представление о величине и направлении ошибки в данной плоскости, что позволяет оценить визуально и численно горизонтальную и вертикальную точность определения местоположения (ОМП).

Определив область эллипсоида рассеяния для получения оценки НГКР с помощью собственных значений матрицы Λ и параметра κ при заданной вероятности $P = 0,5$, далее рассмотрим метрику СВО при определении местоположения ИРИ в пространстве.

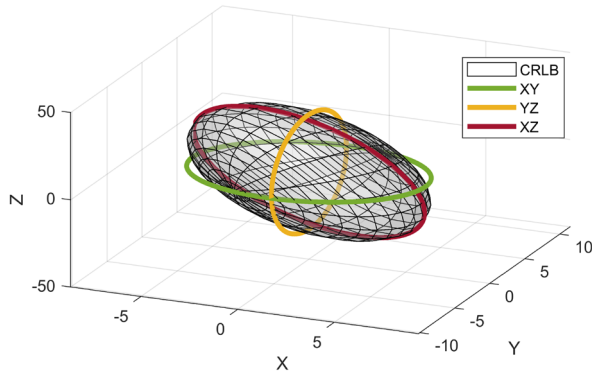


Рис. 5. Проекция эллипсоида рассеяния НГКР на плоскости
Fig. 5. CRLB Scattering Ellipsoid Projections on the Plane

2.1.2. Метрика сферического вероятного отклонения

Метрика СВО определяется как радиус сферы, центр которой совпадает со средним значением оценки координат ИРИ $\mathbf{m} = E[\hat{\mathbf{x}}]$, и содержит половину реализаций случайного вектора $\hat{\mathbf{x}}$, заданного выражением (17) в [8]. СВО является мерой неопределенности оценки МП $\hat{\mathbf{x}}$ относительно значения его математического ожидания $\mathbf{m}$ в пространстве. Если оценка является несмещенной, то СВО является мерой неопределенности оценки относительно истинного местоположения ИРИ. Если же величина смещения ограничена значением $\mathbf{b}$, тогда с вероятностью 0,5 отдельно взятая оценка МП находится в пределах $\mathbf{b} + \text{СВО}$ от истинного местоположения ИРИ. Геометрическая интерпретация СВО представлена на рисунке 6.

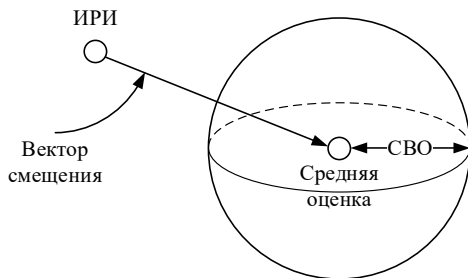


Рис. 6. Геометрическая интерпретация метрики СВО: средняя оценка МП, СВО и вектор смещения оценки

Fig. 6. SEP Metric Geometric Interpretation: Average Position Estimation, SEP, and Estimation Bias Vector

Из определения СВО [14–17], его значение можно найти, решив уравнение:

$$\frac{1}{2} = \iiint_{R_2} f_{\hat{\mathbf{x}}}(\xi) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3, \quad (14)$$

где область R_2 – внутреннее пространство сферы (см. рисунок 6), которая содержит внутри половину реализаций случайного вектора оценки координат ξ :

$$R_2 = \{\xi: |\xi - \mathbf{m}| \leq \text{SEP}\}, \quad (15)$$

где $f_{\hat{\mathbf{x}}}(\xi)$ задано выражением (25) в [8] и является функцией плотности вероятности (ПВ) вектора ξ

оценок; SEP (от англ. Spherical Error Probable) – сферическое вероятное отклонение. Аналогично (34) в [8] и (49) в [8], после поворота СК:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} \iiint_{R_3} \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i^2}{\lambda_i}\right) d\zeta_1 d\zeta_2 d\zeta_3, \quad (16)$$

$$R_3 = \{(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3): (\zeta_1^2 + \zeta_2^2 + \zeta_3^2)^{1/2} \leq \text{SEP}\}, \quad (17)$$

где значения λ_i заданы матрицей (11); ζ_i – компоненты вектора $\boldsymbol{\zeta}$, повернутого относительно старой СК; область R_3 – внутреннее пространство сферы R_2 , введенное вместо R_2 в связи с переходом к обозначению векторов координат от ξ к $\boldsymbol{\zeta}$; сам переход был обусловлен поворотом осей (см. рисунок 3).

В дальнейшем, аналогично (7), вместо ζ_1, ζ_2 и ζ_3 для обозначения осей будем использовать x, y и z . Получив математические выражения для метрик эллипсоида НГКР и СВО, далее рассмотрим их вычисление в ИМ.

3. Имитационные модели оценки пределов точности позиционирования РДМ и УМ в пространстве

3.1. Вычисление метрики эллипсоида НГКР в ИМ

НГКР является теоретическим нижним пределом точности позиционирования и зависит от геометрического расположения ПП относительно ИРИ и друг относительно друга, дисперсии первичных измерений u и количества измерений N .

Для вычисления НГКР необходимо знать вектор координат ПП, вектор координат ИРИ $\mathbf{x}$ и функцию $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, определяемую методом (УМ и/или РДМ).

НГКР может быть определена для различной размерности: при $n = 1$ получается отрезок ошибок; при $n = 2$ получается эллипс ошибок; при $n = 3$ получается эллипсоид ошибок. Величина и направление эллипсоида ошибки НГКР могут быть найдены из ковариационной матрицы $\mathbf{P}$, заданной выражением (21) в [8], путем решения следующей задачи нахождения собственных значений:

$$\mathbf{P}\mathbf{q} = \lambda\mathbf{q}, \quad (18)$$

λ – собственное значение; $\mathbf{q}$ – собственный вектор.

Ориентация и величина полуосей эллипсоида ошибки задаются собственными векторами (ориентация) и собственными значениями (величина) и описываются матрицей $\mathbf{D}$:

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q}\sqrt{\boldsymbol{\Lambda}}, \quad (19)$$

где $\mathbf{Q}$ – матрица собственных векторов, i -ый столбец которой относится к i -му собственному вектору $\mathbf{q}_i$; матрица $\boldsymbol{\Lambda}$ – диагональная матрица, заданная выражением (11), на главной диагонали которой расположены собственные значения λ , где λ_i – i -ое собственное значение.

Таким образом, выражение для нахождения вектора, направленного в точку, лежащую на поверхности эллипсоида ошибок, можно найти так:

$$\begin{aligned}
[x_s, y_s, z_s]^T &= \mathbf{Q}\sqrt{\Lambda}[x, y, z]^T = \\
&= [\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2 \mathbf{q}_3][\sqrt{\kappa\lambda_1}x, \sqrt{\kappa\lambda_2}y, \sqrt{\kappa\lambda_3}z]^T = \\
&= \mathbf{q}_1\sqrt{\kappa\lambda_1}x + \mathbf{q}_2\sqrt{\kappa\lambda_2}y + \mathbf{q}_3\sqrt{\kappa\lambda_3}z.
\end{aligned} \quad (20)$$

Пример эллипсоида ошибки НГКР и механизм его построения показан на рисунке 3. Ориентация эллипса задана векторами $\mathbf{q}_1$, $\mathbf{q}_2$ и $\mathbf{q}_3$, а форма определяется величиной значений $\sqrt{\kappa\lambda_1}$, $\sqrt{\kappa\lambda_2}$ и $\sqrt{\kappa\lambda_3}$ (полуоси эллипсоида). Используемое в ИМ выражение (20) позволяет упростить механизм построения эллипсоида ошибок, не вычисляя непосредственно общую матрицу поворота (13) и исключая тем самым необходимость вычисления углов поворота осей эллипсоида.

Согласно [8, 18], НГКР (от англ. Cramer – Rao Lower Bound, CRLB) может быть найдена из информационной матрицы Фишера $\mathbf{I}$:

$$\text{CRLB} = \sum_{i=0}^n \mathbf{I}^{-1}_{i,i}, \quad (21)$$

где $n = 3$ для 3D.

Предполагая, что ошибки измерений распределены по нормальному закону, ковариационная матрица $\mathbf{P}$ вычисляется как [8, 18]:

$$\mathbf{P} = \mathbf{I}^{-1}. \quad (22)$$

Таким образом, используя выражения (21) и (22), совокупная метрика НГКР может быть найдена по следующей формуле:

$$\text{CRLB} = \sqrt{\sum_{i=0}^N \lambda_i}, \quad (23)$$

где λ_i – собственные значения главной диагонали Λ (11).

3.2. Вычисление метрики СВО в ИМ

СВО вычисляется из соответствующих значений НГКР, т. е. собственных значений матрицы Λ (11), и может быть представлено сферой ошибок. Для реализации вычислений СВО, вычислим (16) путем перехода к полярным координатам: $x = r\cos\theta\sin\varphi$, $y = r\sin\theta\sin\varphi$, $z = r\cos\varphi$ [14–17] и получим выражение (24).

Интегрирование (24) является нетривиальной задачей, несмотря на то, что существуют различные численные способы представления интеграла в виде конечной суммы [16]. Подобную задачу обычно сводят к определенным частным случаям,

упрощая вычисления, например, путем задания кратных или равных величин ошибок (и, как следствие, собственных значений) [15]. Примером частного случая может служить ситуация, когда $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$, и (24) вырождается в [15]:

$$P_e(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\text{SEP}} r^2 \exp[-(r^2/2)] dr. \quad (25)$$

Также одним из вариантов вычисления СВО является приближение [10]:

$$\begin{aligned}
\text{SEP} &= 0,513(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \\
&= 0,513(\sqrt{\lambda_x} + \sqrt{\lambda_y} + \sqrt{\lambda_z}).
\end{aligned} \quad (26)$$

Современные средства ИМ позволяют вычислять (24) как непосредственно, так и численно, поэтому итеративные вычисления с использованием алгоритма, показанного на рисунке 7, позволяют найти СВО с заданной точностью.

Приведенный алгоритм (см. рисунок 7) является алгоритмом последовательного приближения (известного так же, как метод простых итераций), позволяющим за конечное количество шагов найти искомую величину с заданной точностью, и включает следующие этапы:

1) задание начальных условий: на этом этапе определяются начальные условия, такие как максимальное собственное значение λ матрицы Λ , заданной (11), начальное значение радиуса СВО R , равное длине наибольшей полуоси эллипсоида рассеяния, шаг приближения Δ , вероятность P , равная единице, а также минимальное и максимальное значение интервалов точности $P_{\min}$ и $P_{\max}$;

2) проверка попадания значения вероятности в интервал $[P_{\min}, P_{\max}]$ при текущем радиусе R : если значение вероятности попадает в интервал, то поиск заканчивается, а R принимается как значение метрики СВО; если значение вероятности не попадает в интервал, алгоритм продолжает работу;

3) вычисление значения вероятности при заданных условиях и текущем радиусе R происходит в соответствии с (57) в [8] для КВО и (24) для СВО;

4) уменьшение шага приближения;

5) изменение радиуса R : в зависимости от того, какое значение вероятности было получено при заданных начальных условиях и шаге приближения, выносятся решение об увеличении или уменьшении текущего значения радиуса R на величину шага приближения.

$$\begin{aligned}
P_e(R, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) &= \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} \int_0^{\text{SEP}} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi r^2 \sin\varphi \exp\left[-\frac{r^2}{2\lambda_1} f(r, \varphi, \theta)\right] d\varphi d\theta dr, \\
f(r, \varphi, \theta) &= (\sin^2\varphi \cos^2\theta + \sin^2\varphi \cos^2\theta/\alpha^2 + \cos^2\varphi/\beta^2), \\
\alpha &= \sqrt{\lambda_2/\lambda_1}, \quad \beta = \sqrt{\lambda_3/\lambda_1}.
\end{aligned} \quad (24)$$

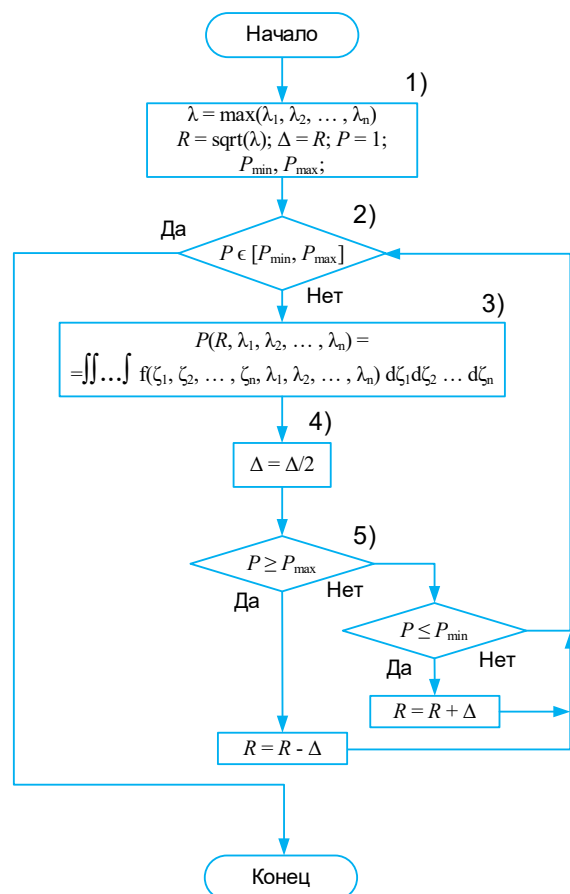


Рис. 7. Итеративный алгоритм поиска радиуса окружности КВО/сферы СВО

Fig. 7. Iterative Algorithm for Finding the Radius of a CEP Circle/SEP Sphere

Формализовав методы вычисления метрик, исследуем сценарии позиционирования в сверхплотных сетях 5G и особенности достижения требований точности ОМП по спецификациям 3GPP [19, 20].

4. Анализ сценариев позиционирования в сверхплотных радиосетях 5G

Начиная с 15-го релиза [19] 3GPP, были стандартизованы требования к точности для вертикального и горизонтального позиционирования в сетях 5G, окончательно сформированные в 17-ом релизе [20]: требования разделены на несколько уровней (приведены в таблице 2).

ТАБЛИЦА 2. Требования точности горизонтального и вертикального позиционирования

TABLE 2. Horizontal and Vertical Positioning Accuracy Requirements

Уровни точности ОМП	Точность (95-процентный уровень достоверности), м		Доступность сервиса ОМП, %
	Горизонтальная	Вертикальная	
1	10	3	95
2	3	3	99
3	1	2	99
4	1	2	99,9
5	0,3	2	99
6	0,3	2	99,9

Для верификации требований 3GPP [19, 20], будем использовать значения точности позиционирования по горизонтали: 10, 3, 1 и 0,3 м; в качестве примера рассмотрим РДМ и модель расположения ПП (сенсоров) в виде сетки.

4.1. Плоскостная модель квадрата

Суть моделирования расположения ПП заключается в получении зависимости метрики НГКР (23) от параметров радиосети: количества ПП и расстояния d между соседними ПП для заданной площади в 2D. Результаты ИМ позволят верифицировать расстояния между ПП, при котором могут быть выполнены требования 3GPP к точности ОМП, представленные в таблице 1.

Плоскостная модель сетки расположения ПП в 2D представлена на рисунке 8: размер заданной области равен $L \times L$; изменение числа ПП определяется порядком N , а общее количество ПП в сетке равно $N \times N$. В качестве опорных точек для определения метрики НГКР рассмотрим точки измерений для оптимистичного и пессимистичного сценария.

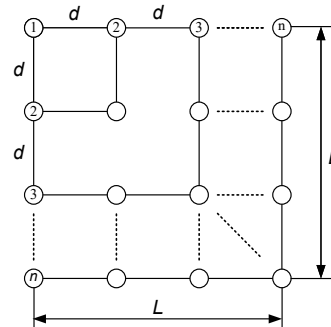


Рис. 8. Модель расположения ПП в виде сетки

Fig. 8. Receiver Grid Layout Model

Для установления точек с оптимистическими и пессимистическими оценками пределов точности позиционирования было выполнено моделирование сценариев для: $L = 500$ м, $n = 2$ и $n = 11$; результаты ИМ представлены на рисунке 9.

Анализ результатов моделирования показывает, что оптимистичной точкой является центр сетки, равноудаленный от всех ее сегментов, в то время как пессимистичная точка всегда расположена на концах главных диагоналей сетки.

Исходя из вышеизложенных допущений, значение НГКР от d для оптимистического и пессимистического случаев показано на рисунке 10, результаты обобщены в таблице 3, из которой следует, что в оптимистичном случае при расстоянии между соседними ПП около 30 м удовлетворяются требования 3GPP по горизонтальной точности в 0,3 м. Для определения области возможного местоположения ИРИ, ограниченной эллипсом, в качестве параметра уровня достоверности из таблицы 2 может использоваться значение k , приведенное в таблице 1.

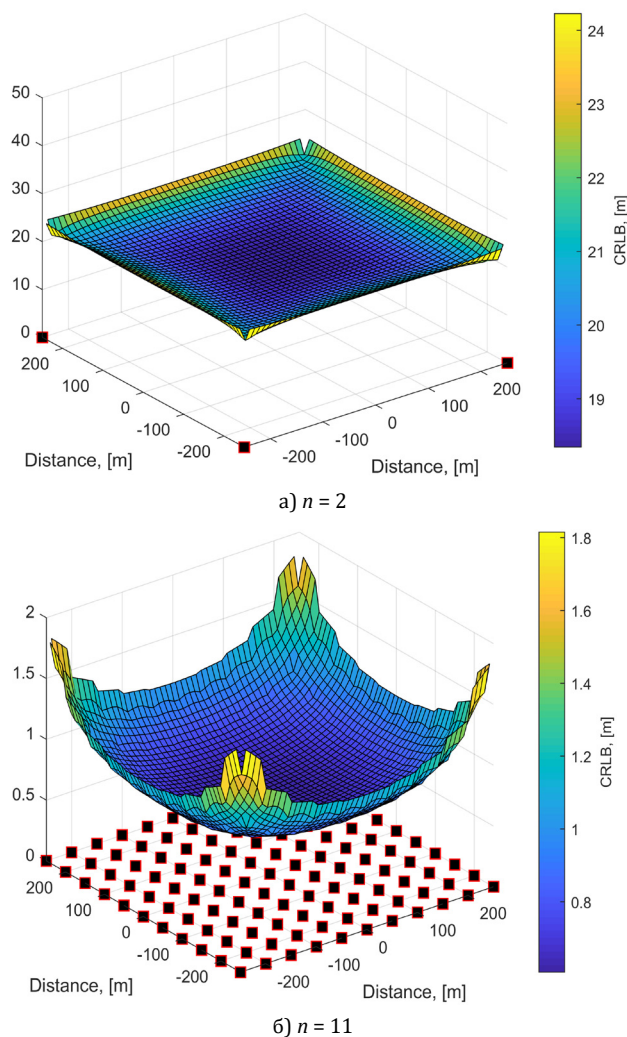


Рис. 9. Значения метрики НГКР для сетки порядка

Fig. 9. CRLB Metric Values for a Grid of Order

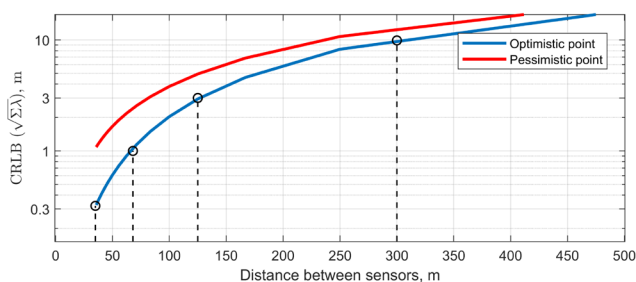


Рис. 10. Зависимость значений совокупной НГКР от расстояния между ПП для модели в виде сетки

Fig. 10. The Dependence of the CRLB Cumulative Values from the Distance Between Receivers for Grid Layout Model

ТАБЛИЦА 3. Метрика НГКР в модели сетки для оптимистичной и пессимистичной точек

TABLE 3. CRLB Metric in the Grid Layout Model for Optimistic and Pessimistic Points

НГКР, м	Расстояние между ПП d , м	
	Оптимистичная точка	Пессимистичная точка
0.3	30	–
1	70	30
3	125	80
10	300	240

4.2. Пространственная модель куба

Модель пространственного расположения ПП в виде куба представлена на рисунке 11. Размер заданной области равен $L \times L \times L$. Изменение числа ПП соответствует порядку N , а общее количество ПП в пространстве куба равно $N \times N \times N$. В качестве опорных точек для определения НГКР, будем использовать точки оптимистичного и пессимистичного сценария, аналогичные предложенным для сетки ПП (оптимистичная в центре, пессимистичная в углах диагоналей куба).

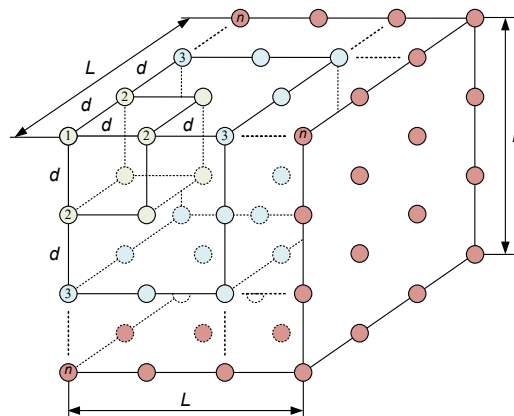


Рис. 11. Модель расположения ПП в виде куба

Fig. 11. Receiver Cube Layout Model

Значение НГКР от расстояния между ПП для оптимистичного и пессимистичного случаев показано на рисунке 12, результаты обобщены в таблице 4, из которой следует, что в оптимистичном случае при расстоянии между соседними ПП около 135 м удовлетворяются требования 3GPP по горизонтальной точности в 1 м.

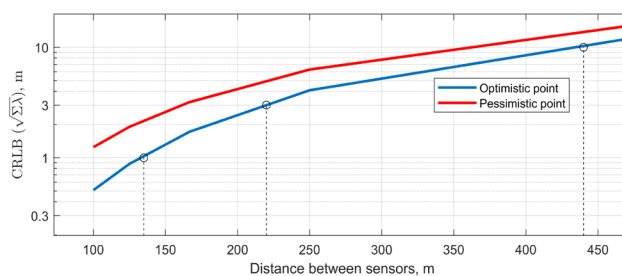


Рис. 12. Зависимость значений совокупной НГКР от расстояния между ПП для модели в виде куба

Fig. 12. The Dependence of the CRLB Cumulative Values from the Distance Between Receivers for Cube Layout Model

ТАБЛИЦА 4. Метрика НГКР в модели куба для оптимистичной и пессимистичной точек

TABLE 4. CRLB Metric in the Cube Layout Model for Optimistic and Pessimistic Points

НГКР, м	Расстояние между ПП d , м	
	Оптимистичная точка	Пессимистичная точка
0,3	–	–
1	135	–
3	220	165
10	440	360

Для определения области возможного местоположения ИРИ, ограниченной эллипсоидом, в качестве параметра уровня достоверности из таблицы 2 может использоваться значение k , приведенное в таблице 1.

4.3. Сценарий сверхплотной радиосети 5G

Рассмотрим сценарий расположения ПП в сверхплотной сети 5G на рисунке 13.

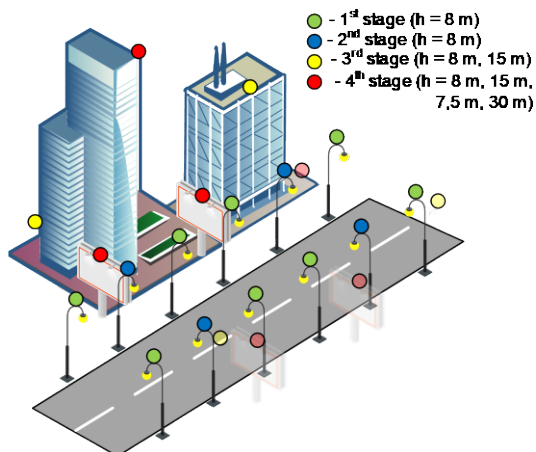


Рис. 13. Пример расположения ПП в условиях плотной городской застройки

Fig. 13. An Example of Receiver Locations for the Dense Urban Case

Сценарий представляет собой близкий к реальному случай в условиях плотной городской среды и может быть смоделирован в несколько этапов, на каждом из которых добавляют определенное количество ПП:

- 1) ПП, расположенные на высоте 8 м (обозначены зеленым);
- 2) дополнительные ПП, расположенные на той же высоте 8 м (обозначены синим цветом);
- 3) ПП на высоте 15 м (обозначены желтым цветом);
- 4) ПП, расположенные на двух разных высотах – 30 и 7,5 м (обозначены красным цветом).

Сценарий ИМ рассчитывается на площади 175×175 м. Точки МП ИРИ в ИМ определяются сеткой с шагом 25 м. Предположим, что первичные измерения РДМ и УМ являются средними значениями, полученными в течение периода измерения, и имеют одинаковые СКО, равные 50 нс и 2° соответственно. После определения начальных условий и этапов моделирования, опишем полученные результаты моделирования для РДМ, УМ и РДМ-УМ по метрике НГКР. На рисунке 14 изображены эллипсоиды НГКР для различных этапов ИМ для примера с использованием РДМ.

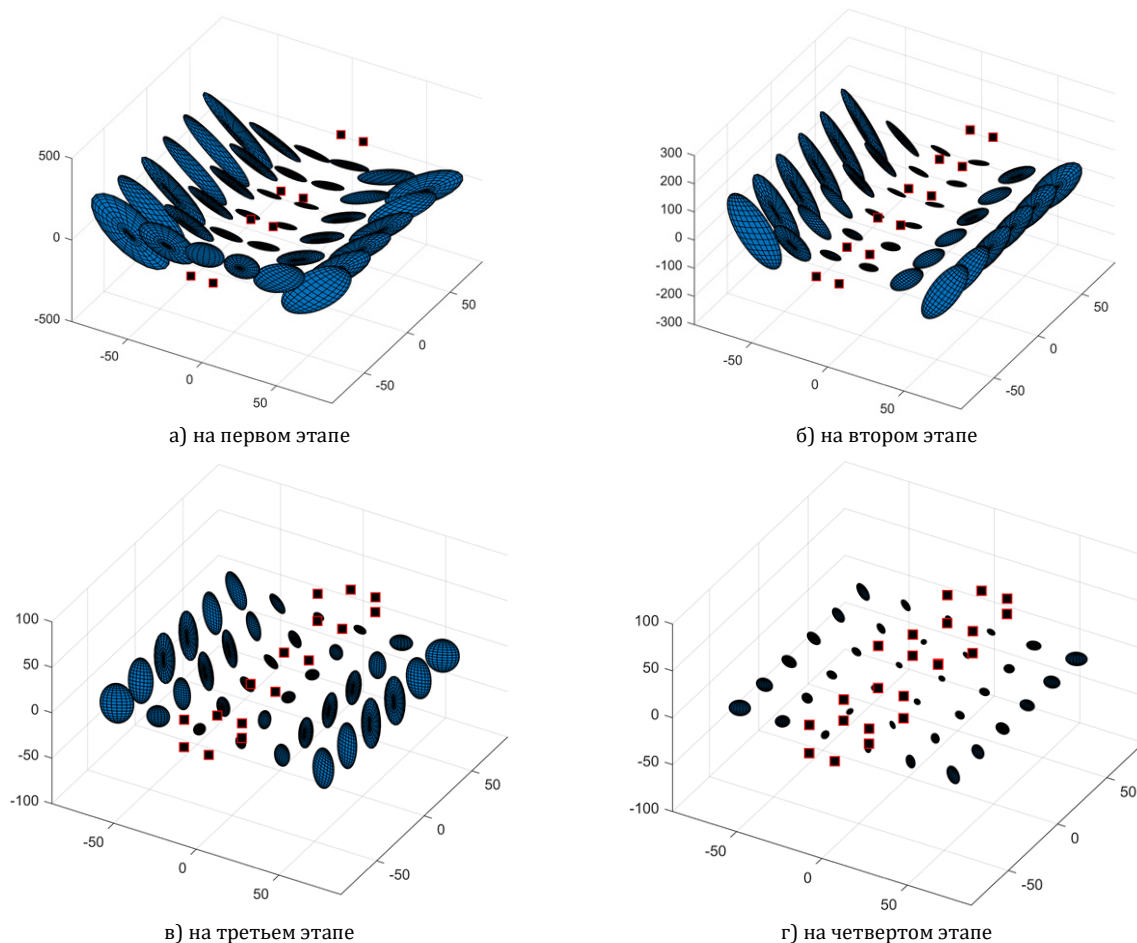


Рис. 14. Эллипсоиды НГКР для РДМ

Fig. 14. TDOA CRLB Ellipsoids

На рисунке 15 показаны эллипсоиды НГКР для четвертого этапа моделирования со всеми 22-мя ПП, использованными при ОМП для примера с РДМ, где ■ – пространство эллипсоида НГКР, а ■ – ПП. Согласно рисункам 14 и 15, наиболее заметное направление распространения ошибки позиционирования лежит на оси Z. Пределы точности по метрике НГКР, при использовании РДМ, УМ и комбинации РДМ-УМ, сведены в таблицу 5. Из ее анализа можно сделать следующие выводы:

а) УМ и комбинация РДМ-УМ в предложенном сценарии для сверхплотных сетей дают большую точность (т. е. меньшее значение метрики НГКР), чем РДМ, что подтверждает полученные ранее результаты для плоскостных случаев [8, 9];

б) увеличение числа ПП на одной и той же высоте существенно не влияет на значение совокупной НГКР, но использование ПП, разнесенных по высоте, позволяет увеличить точность ОМП для всех используемых методов позиционирования.

ТАБЛИЦА 5. Метрика НГКР на различных этапах моделирования

TABLE 5. CRLB Metric at Various Modeling Stages

Метод позиционирования	Максимальное значение метрики НГКР, м			
	1 (8 ПП)	2 (12 ПП)	3 (16 ПП)	4 (22 ПП)
РДМ	325,85	215,47	35,04	15,54
УМ	4,14	3,63	3,15	2,64
РДМ-УМ	4,08	3,57	3,06	2,56

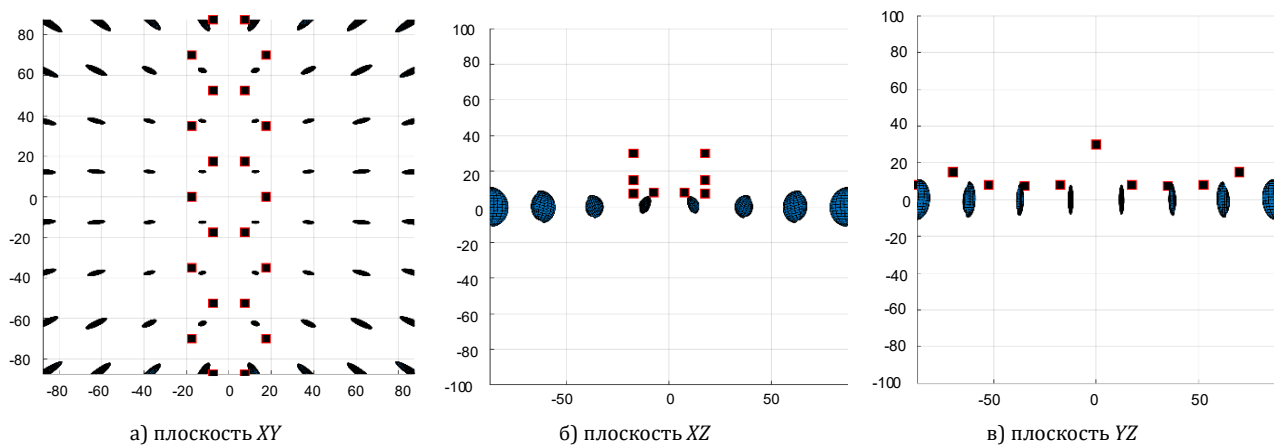


Рис. 15. Эллипсоиды НГКР при использовании РДМ на четвертом этапе

Fig. 15. TDOA CRLB Ellipsoids at Fourth Modeling Stage

4.4. Сценарии с подвижными пунктами приема

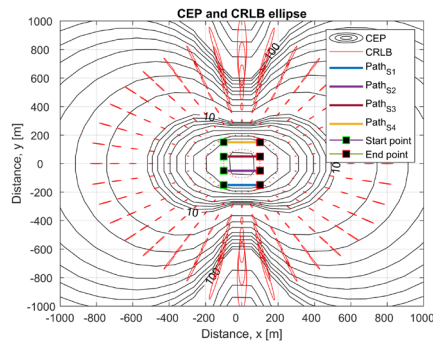
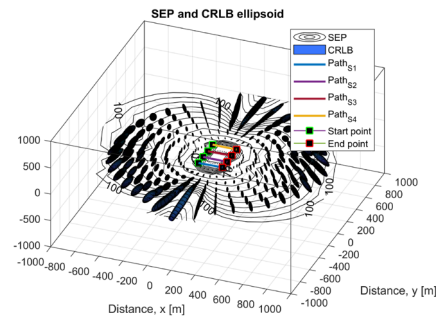
Исследуем пределы точности позиционирования для РДМ, УМ и их комбинации по метрикам НГКР и КВО/СВО для сценариев движения четырех ПП/сенсоров (рисунки 16–20). На рисунке 16 представлен сценарий движения сенсоров по прямой траектории параллельно друг другу с изменением их высоты; анализируется пространственный сценарий с размерами области $1000 \times 1000 \times 1000$ м, расстояние между соседними ПП составляет 50 м, высота подъема меняется от 15 до 25 м. Из графического анализа метрик НГКР и КВО/СВО можно сделать следующий вывод: оценки для РДМ, УМ и комбинации РДМ-УМ (см. рисунки 16а и 16в, соответственно) на плоскости, полученные в 3D для среза при $z = 0$ из пространственных оценок для РДМ, УМ и комбинации РДМ-УМ (см. рисунки 16б и 16г, соответственно) не противоречат плоскостным результатам в 2D, полученным в предыдущем исследовании [8] и, таким образом, подтверждают корректность разработанной математической и имитационной моделей. Графические результаты для случая УМ опущены в силу качественной схожести результатов со случаем комбинации РДМ-УМ.

На рисунке 17 представлены сценарий с четырьмя сенсорами при их равноудаленном движении по траектории квадрата с изменением их высоты: движение сенсоров в пространстве происходит по часовой стрелке, при этом каждый сенсор, проделав свой путь, относительно плоскости XY, оказывается на месте сенсора, который был перед ним, но при этом изменяет свою высоту по оси Z.

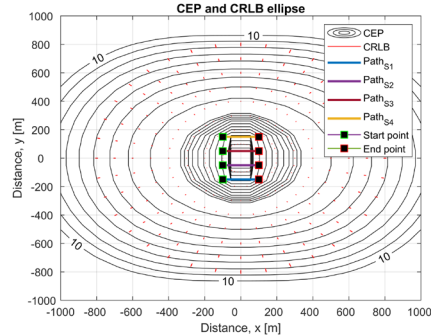
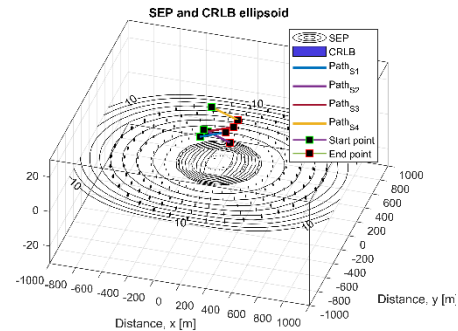
Анализ результатов на рисунках 16 и 17 позволяет сделать следующие выводы:

а) для РДМ, при движении сенсоров параллельно друг другу по горизонтали (см. рисунки 16а, 16б), характер ошибки имеет выраженное по определенной оси направление; наибольшая величина ошибки наблюдается в направлении, перпендикулярном направлению движения сенсоров, что подтверждает утверждения об областях невозможности позиционирования в [8];

б) для УМ и РДМ ошибка позиционирования по критериям КВО/СВО и эллипсам/эллипсоидам НГКР оказывается меньше при движении сенсоров по траектории в виде квадрата равноудаленно друг от друга.

а) на плоскости ($z = 0$) для РДМ

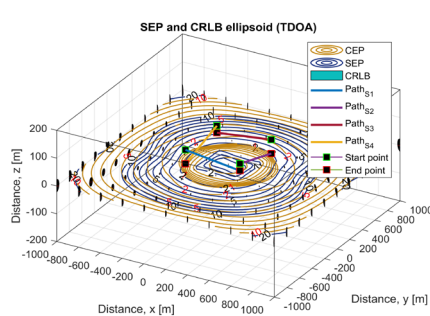
б) в пространстве для РДМ

в) на плоскости ($z = 0$) для РДМ/УМ

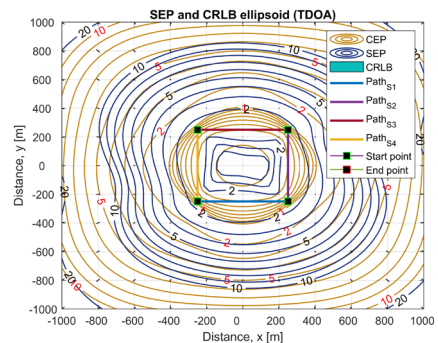
г) в пространстве для РДМ/УМ

Рис. 16. Метрики КВО/СВО и эллипсы/эллипсоиды НГКР оценки точности позиционирования при движении четырех сенсоров параллельно друг другу

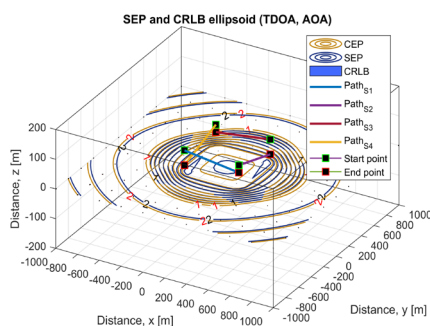
Fig. 16. CEP/SEP Metrics and CRLB Ellipses/Ellipsoids Positioning Accuracy Estimates for Four Sensors that are Moving Parallel to Each Other



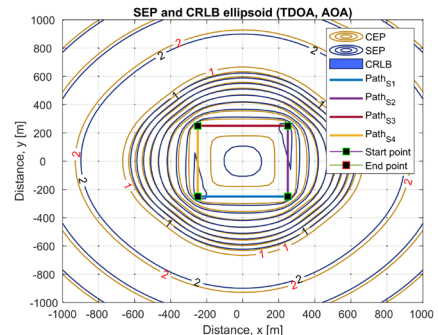
а) РДМ (в пространстве)



б) РДМ (на плоскости)



в) РДМ-УМ (в пространстве)



г) РДМ-УМ (на плоскости)

Рис. 17. Метрики КВО/СВО и эллипсы/эллипсоиды НГКР оценки точности позиционирования при движении четырех сенсоров по траектории квадрата равноудаленно друг от друга

Fig. 17. CEP/SEP Metrics and CRLB Ellipses/Ellipsoids Positioning Accuracy Estimates for Four Sensors that are Moving Along the Square Trajectory and Equidistant to Each Other

Рассмотрим метрику эллипсов/эллипсоидов рассеяния НГКР с использованием РДМ для двух

сценариев движения ПП в поле $10 \times 10 \times 10$ км²: движение четырех сенсоров горизонтально по прямой равноудаленно друг от друга по траектории в виде

квадрата на фиксированной высоте (рисунок 18) и вертикально вверх по прямой равноудаленно друг от друга без смещения по x и y (рисунок 19). Результат моделирования приведен на рисунках 18–20.

Совпадение границ эллипсов для плоскостного случая (красные контуры на рисунках 18а, 18б и рисунках 19а, 19б) и среза эллипсоидов рассеяния при $z = 0$ для пространственного случая (темные области на рисунках 18а, 18б, и рисунках 19а, 19б) позволяет судить о корректности работы ИМ для вычисления метрики НГКР с добавлением информации о величине ошибки по координате z (см. рис. 18в и 19в), дополняющей исследования в [8].

Более детальная иллюстрация эллипсов НГКР для плоскостного случая и эллипсоидов НГКР в пространстве приведена на рисунке 20, который показывает совпадение контура эллипса НГКР для плоскостного случая (красный контур на рисунке 20) с проекцией эллипсоида НГКР в пространстве.

Таким образом, разработанная математическая и имитационная модели позволяют выполнять оценку точности позиционирования ИРИ для различных сценариев и визуализировать полученные результаты, однако визуальный анализ не позволяет в полной мере оценить и обосновать предпочтительность той или иной траектории движения сенсоров. Уточнение выводов в части обоснования

предпочтительности той или иной траектории движения сенсоров требует выбора количественных метрик. На рисунке 21 представлены результаты оценки КВО/СВО от расстояния между ПП и ИРИ. Для анализа метрики КВО/СВО (см. рисунок 21) были выбраны следующие параметры:

- а) количество измерений N ;
- б) расстояние между соседними ПП ΔS , м;
- в) длина траектории движения ПП ΔL , м.

Для каждой из метрик (при фиксировании остальных параметров) был выбран вектор значений анализа:

- а) $N = [10, 100, 1000]$;
- б) $\Delta S = [200 \text{ м}, 500 \text{ м}, 1000 \text{ м}]$;
- в) $\Delta L = [100 \text{ м}, 250 \text{ м}, 500 \text{ м}]$.

Анализ рисунков 17–21 показывает следующее:

- 1) метрика вероятного отклонения в общем случае обратно пропорциональна каждому из выбранных параметров N , ΔS , ΔL ;
- 2) при достаточном удалении ПП друг от друга, для случая СВО при использовании РДМ ОМП и малом количестве измерений (см. рисунки 21а и 21б), метрика растет в обоих направлениях от ПП, что практически не наблюдается для КВО;
- 3) при использовании комбинации РДМ-УМ метрика меньше, чем при использовании каждого метода по-отдельности, и сопоставима для плоскостного и пространственного случаев.

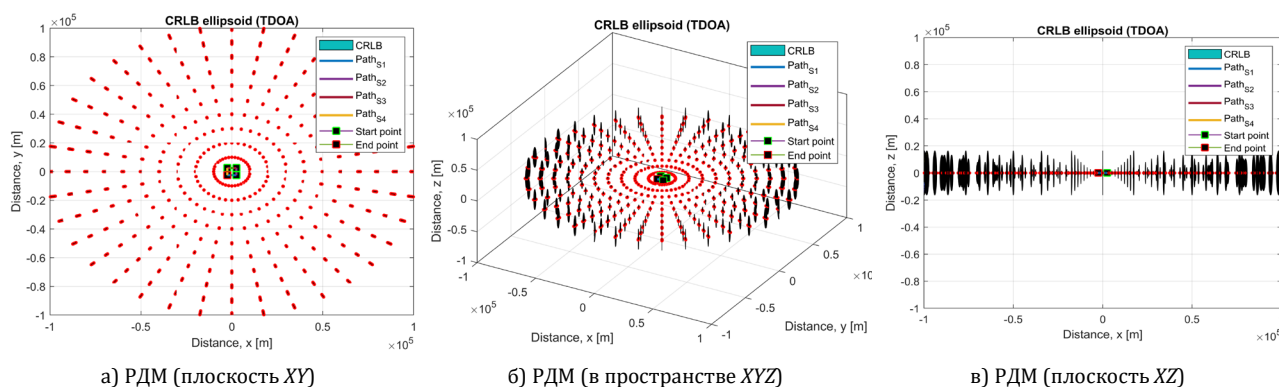


Рис. 18. Эллипсы/эллипсоиды НГКР для РДМ при движении четырех ПП равноудаленно друг от друга по траектории в виде квадрата на фиксированной высоте

Fig. 18. TDOA CRLB Ellipses/Ellipsoids Positioning Accuracy Estimates for Four Sensors that are Moving Along the Square Trajectory, Equidistant to Each Other at the Fixed Height

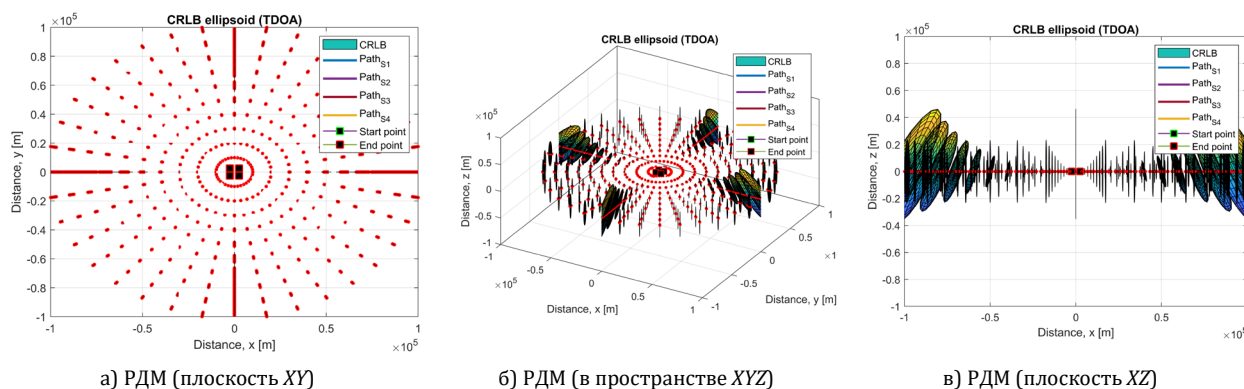


Рис. 19. Эллипсы/эллипсоиды НГКР при движении четырех ПП вертикально вверх при фиксированных координатах x и y

Fig. 19. CRLB Ellipses/Ellipsoids Positioning Accuracy Estimates for Four Sensors that are Moving Vertically Upward with Fixed x and y Coordinates

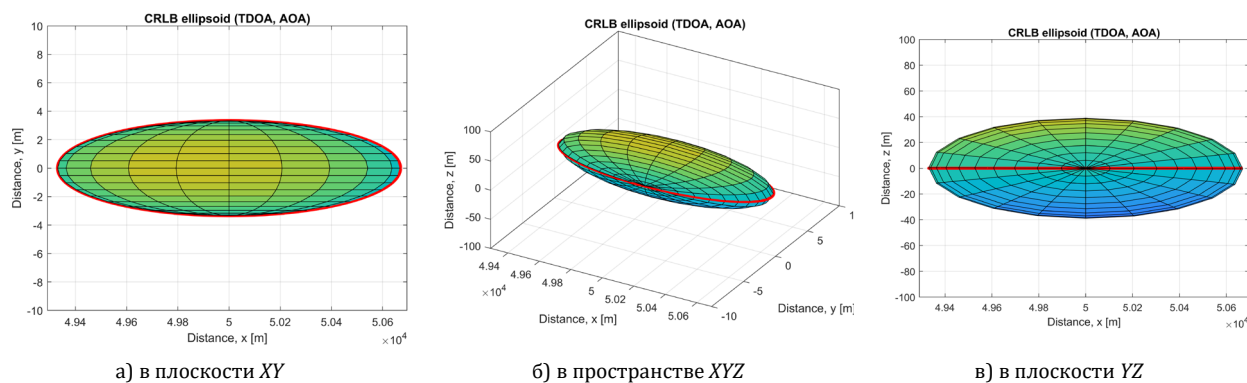


Рис. 20. Эллипс/эллипсоид рассеяния НГКР

Fig. 20. Scattering CRLB Ellipse/Ellipsoid

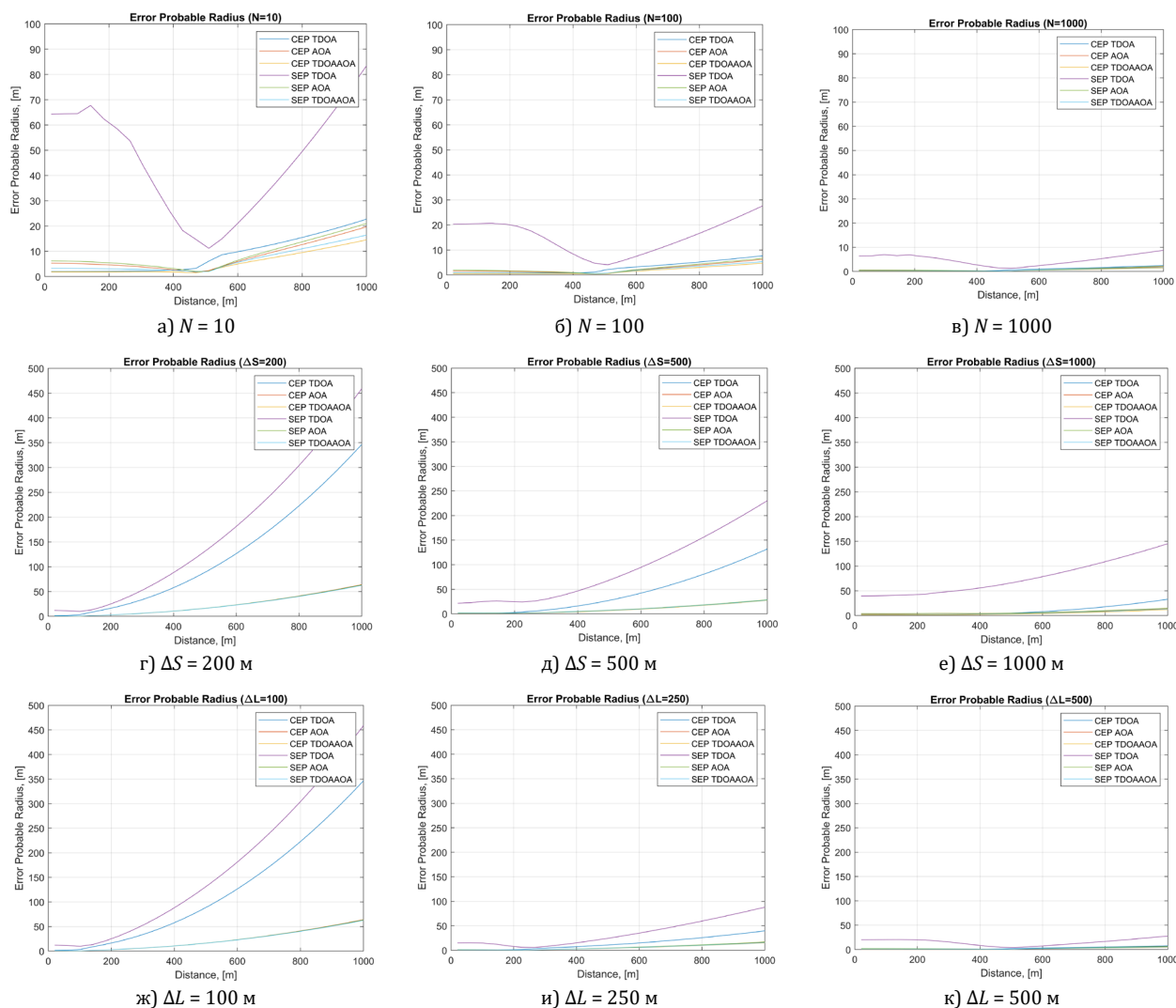


Рис. 21. Зависимость метрики КВО/СВО от расстояния между ПП и ИРИ

Fig. 21. The Dependence of the CEP/SEP Metrics on the Distance Between the Receiver and Emitter

5. Выводы

Настоящая работа завершает цикл исследований моделей и методов оценки пределов точности позиционирования разностно-дальномерным и угломерным методами на плоскости 2D и в пространстве 3D по метрикам эллипса/эллипсоида рассеяния

нижней границы Крамера – Рао и кругового/сферического вероятного отклонений. Реализованный программный инструментариум позволяет вычислять и визуализировать пределы точности позиционирования и, таким образом, прогнозировать и обосновывать практические сценарии территориального распределения наземных стационарных и/или траектории движения подвижных пунктов

приема, в том числе, в радиосетях с пространственной обработкой сигналов [6–22], в условиях отсутствия прямой видимости [23] и при использовании беспилотных летательных аппаратов [24].

Предложенные модели сетки в виде квадрата на плоскости и куба в пространстве позволили верифицировать требования спецификаций 3GPP по точности и надежности приложений и услуг геолокации в перспективной экосистеме 5G, в частности, для сценария сверхплотных радиосетей. Результаты анализа метрик НГКР позволяют сделать следующий вывод: в оптимистичном случае удовлетворяются требования 3GPP по горизонтальной точности 0,3 и 1 м при разnose соседних ПП в 30 и 135 м на плоскости и пространстве соответственно.

Результаты анализа метрик КВО/СВО позволяют сформулировать следующие практические рекомендации для повышения точности позиционирования ИРИ в пространстве:

1) использовать комбинацию РДМ-УМ, позволяющую при достаточном удалении ПП друг от друга уменьшить значение метрики вероятного отклонения и НГКР;

2) использовать движение ПП при сборе и обработке измерений, либо увеличивать их количество;

3) использовать разнесение ПП в пространстве и иметь в виду количественное соотношение расстояний между соседними пунктами по всем координатам (особенно для уменьшения ошибки по высоте);

4) при движении ПП такие параметры, как количество измерений, расстояние между соседними ПП и длина траектории движения ПП следует увеличивать настолько, насколько это возможно.

Список используемых источников

1. Пирмагомедов Р.Я., Молчанов Д.А., Кучерявый Е.А. Исследование характеристик ячеистых сетей миллиметрового диапазона при их использовании в среде с динамической блокировкой // Электросвязь. 2019. № 11. С. 29–34.
2. Тонких Е.В., Парамонов А.И., Кучерявый А.Е. Анализ беспроводной сети Интернета вещей высокой плотности // Электросвязь. 2020. № 1. С. 44–48. DOI:10.34832/ELSV.2020.2.1.006
3. Кучерявый А.Е., Бородин А.С., Киричек Р.В. Сети связи 2030 // Электросвязь. 2018. № 11. С. 52–56.
4. Бородин А.С., Кучерявый А.Е., Парамонов А.И. Особенности использования D2D-технологий в зависимости от плотности пользователей и устройств // Электросвязь. 2018. № 10. С. 40–45.
5. Кучерявый А.Е., Прокопьев А.В., Кучерявый Е.А. Самоорганизующиеся сети. СПб: Типография Любавич, 2011.
6. Бабков В.Ю., Фокин Г.А. Оценка вероятности успешного радиоприема в самоорганизующихся пакетных радиосетях на основе радиостанций с направленными антеннами // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. № 4(82). С. 77–84.
7. Фокин Г.А. Управление самоорганизующимися пакетными радиосетями на основе радиостанций с направленными антеннами. Дис. ... канд. техн. наук. СПб: СПбГУТ, 2009.
8. Лазарев В.О., Фокин Г.А. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 1 // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 2. С. 88–100. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-2-88-100
9. Фокин Г.А., Лазарев В.О. Оценка точности позиционирования источника радиоизлучения разностно-дальномерным и угломерным методами. Часть 2. 2D-моделирование // Труды учебных заведений связи. 2019. Т. 5. № 4. С. 65–78. DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-65-78
10. Torrieri D.J. Statistical Theory of Passive Location Systems // Cox I.J., Wilfong G.T. (eds) Autonomous Robot Vehicles. New York: Springer, 1990. DOI:10.1007/978-1-4613-8997-2_13
11. Nøye G. Analyses of the geolocation accuracy that can be obtained from shipborne sensors by use of time difference of arrival (TDOA), scanphase, and angle of arrival (AOA) measurements. FFI-rapport 2010/00737. Forsvarets forskningsinstitutt/ Norwegian Defence Research Establishment (FFI). 178 p.
12. Reza A., Sengupta A.S. Least square ellipsoid fitting using iterative orthogonal transformations // Applied Mathematics and Computation. 2017. Vol. 314. PP. 349–359. DOI:10.1016/j.amc.2017.07.025
13. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. Hoboken: John Wiley & Sons, 2001. 584 p.
14. Ignagni M. Determination of Circular and Spherical Position-Error Bounds in System Performance Analysis // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2010. Vol. 33. Iss. 4. PP.1301–1305. DOI:10.2514/1.47573
15. Schulte R.J., Dickinson D.W. Four Methods of Solving for The Spherical Error Probable Associated with a Three-Dimensional Normal Distribution. Defense Documentation Center. Air Force Missile Development Center. New Mexico: Holloman AFB NM, 1968. DOI:10.21236/ad0666646
16. Del Marco S. A Series Representation of the Spherical Error Probability Integral // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1993. Vol. 29. Iss. 4. PP. 1349–1356. DOI:10.1109/7.259539
17. Johnson R.S., Cottrill S.D., Peebles P.Z. A Computation of Radar CEP and SEP // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 1969. Vol. AES-5. Iss. 2. PP. 353–354. DOI:10.1109/TAES.1969.309930
18. Zekavat R., Buehrer R.M. Handbook of Position Location: Theory, Practice, and Advances. Hoboken: John Wiley & Sons, 2019.
19. 3GPP TR 22.862 V14.1.0. Feasibility Study on New Services and Markets Technology Enabler for Critical Communications; Stage 1. Release 14. Sep. 2016.

20. 3GPP TS 22.261 V17.1.0. Service requirements for the 5G system, Stage 1. Release 17. Dec. 2019.

21. Фокин Г.А. Методика идентификации прямой видимости в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 78–82.

22. Фокин Г.А. Имитационное моделирование процесса распространения радиоволн в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 83–89.

23. Фокин Г.А. Комплексная имитационная модель для позиционирования источников радиоизлучения в условиях отсутствия прямой видимости // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 1. С. 85–101. DOI:10.31854/1813-324x-2018-1-85-101

24. Аль-Одхари А.Х., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в условиях высокогорья с использованием беспилотных летательных аппаратов // Труды учебных заведений связи. 2018. Т. 4. № 2. С. 5–17. DOI:10.31854/1813-324x-2018-2-5-17

* * *

Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 3. 3D-Simulation

G. Fokin¹ , V. Lazarev¹ 

¹The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, 193232, Russian Federation

Article info

DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102

Received 23th April 2020

Accepted 8th May 2020

For citation: Fokin G., Lazarev V. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 3. 3D-Simulation. *Proc. of Telecom. Universities*. 2020;6(2):87–102. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2020-6-2-87-102

Abstract: *This work completes a series of studies evaluating positioning accuracy of radiation sources using the differential-range and / or goniometric method for the spatial scenario. A complex of models and methods is proposed for estimating the limits of positioning accuracy by the metric of the scattering ellipsoid of the lower Cramer – Rao boundary and circular spherical deviation in 3D. Based on the developed tools, a quantitative and qualitative analysis of positioning scenarios in superdense 5G radio networks was performed. The assessments made it possible to verify the requirements of 3GPP specifications for the accuracy and reliability of geolocation applications and services in the promising 5G ecosystem.*

Keywords: *Cramer – Rao Lower Band, Concentration Ellipsoid, Spherical Error Probable, Time Difference of Arrival, Angle of Arrival, positioning 5G, 3GPP.*

References

1. Pirmagomedov R.Ya., Moltchanov D.A., Koucheryavy Y.A. Analysis of the mmWave mesh networks performance in dynamic blockage conditions. *Electrosvyaz*. 2019;11:29–34. (in Russ.)
2. Tonkikh E.V., Paramonov A.I., Koucheryavy A.E. Analysis of wireless high-density IoT network. *Electrosvyaz*. 2020;1:44–48. (in Russ.) DOI:10.34832/ELSV.2020.2.1.006
3. Koucheryavy A.E., Borodin A.S., Kirichek R.V. Network 2030. *Electrosvyaz*. 2018;11:52–56. (in Russ.)
4. Borodin A.S., Koucheryavy A.E., Paramonov A.I. Features of using D2D communication at various subscriber densities. *Electrosvyaz*. 2018;10:40–45. (in Russ.)
5. Koucheryavy A.E., Prokopiev A.V., Koucheryavy Y.A. *Self-Organizing Networks*. St. Petersburg: Tipografiya Lyubavich Publ.; 2011. (in Russ.)
6. Babkov V.Yu., Fokin G.A. Estimation of the probability of successful radio reception in Self-Organizing Packet Radio Networks Based on Radios with Directional Antennas. *St. Petersburg Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems*. 2009;4(82):77–84. (in Russ.)

7. Fokin G.A. *Control of Self-Organizing Packet Radio Networks Based on Radio Stations with Directional Antennas*. Ph.D. Thesis. St. Petersburg: The Bonch-Bruевич Saint Petersburg State University of Telecommunications Publ.; 2009. (in Russ.)
8. Lazarev V., Fokin G. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 1. *Proc. of Telecom. Universities*. 2019;5(2):88–100. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-2-88-100
9. Fokin G., Lazarev V. Positioning Accuracy Evaluation of Radio Emission Sources Using Time Difference of Arrival and Angle of Arrival Methods. Part 2. 2D-Simulation. *Proc. of Telecom. Universities*. 2019;5(4):65–78. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2019-5-4-65-78
10. Torrieri D.J. Statistical Theory of Passive Location Systems. In: Cox I.J., Wilfong G.T. (eds) *Autonomous Robot Vehicles*. New York: Springer; 1990. DOI:10.1007/978-1-4613-8997-2_13
11. Høyе G. *Analyses of the geolocation accuracy that can be obtained from shipborne sensors by use of time difference of arrival (TDOA), scanphase, and angle of arrival (AOA) measurements*. FFI-rapport 2010/00737. Forsvarets forskningsinstitutt/Norwegian Defence Research Establishment (FFI). 178 p.
12. Reza A., Sengupta A.S. Least square ellipsoid fitting using iterative orthogonal transformations. *Applied Mathematics and Computation*. 2017;314:349–359. DOI:10.1016/j.amc.2017.07.025
13. Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation*. Hoboken: John Wiley & Sons; 2001. 584 p.
14. Ignagni M. Determination of Circular and Spherical Position-Error Bounds in System Performance Analysis. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*. 2010;33(4):1301–1305. DOI:10.2514/1.47573
15. Schulte R.J., Dickinson, D.W. *Four Methods of Solving for The Spherical Error Probable Associated with a Three-Dimensional Normal Distribution*. Defense Documentation Center. Air Force Missile Development Center. New Mexico: Holloman AFB NM; 1968. DOI:10.21236/ad0666646
16. Del Marco S. A Series Representation of the Spherical Error Probability Integral. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1993;29(4):1349–1356. DOI:10.1109/7.259539
17. Johnson R.S., Cottrill S.D., Peebles P.Z. A Computation of Radar CEP and SEP. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1969;AES-5(2):353–354. DOI:10.1109/TAES.1969.309930
18. Zekavat R., Buehrer R.M. *Handbook of Position Location: Theory, Practice, and Advances*. Hoboken: John Wiley & Sons; 2019.
19. 3GPP TR 22.862 V14.1.0. *Feasibility Study on New Services and Markets Technology Enablers for Critical Communications*. Stage 1. Release 14. Sep. 2016.
20. 3GPP TS 22.261 V17.1.0. *Service requirements for the 5G system*. Stage 1. Release 17. Dec. 2019.
21. Fokin G.A. The Direct Line of Sight Identification Technique in the Radio Links of the 4th Generation Mobile Communication Networks with Spatial Signal Processing. *Trudy Nauchno-issledovatel'skogo instituta radio*. 2013;3:78–82. (in Russ.)
22. Fokin G.A. Simulation of the Process of Propagation of Radio Waves in the Radio Links of the 4th Generation Mobile Communication Networks with Spatial Signal Processing. *Trudy Nauchno-issledovatel'skogo instituta radio*. 2013;3:83–89. (in Russ.)
23. Fokin G. Complex Imitation Model of Radio Emission Sources's Positioning in the Non-Line-of-Sight Conditions. *Proc. of Telecom. Universities*. 2018;4(1):85–101. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2018-1-85-101
24. Al-Odhari A., Fokin G. Positioning of Radio Emission Sources in Hilly Terrain Using Unmanned Aerial Vehicles. *Proc. of Telecom. Universities*. 2018;4(2):5–17. (in Russ.) DOI:10.31854/1813-324X-2018-2-5-17

Сведения об авторах:

ФОКИН
Григорий Алексеевич

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, grihafokin@gmail.com
 <https://orcid.org/0000-0002-5358-1895>

ЛАЗАРЕВ
Виталий Олегович

аспирант кафедры радиосвязи и вещания Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, laviol.94@gmail.com
 <https://orcid.org/0000-0003-3913-8579>